文章编号:1674-2974(2020)11-0001-08

DOI: 10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2020.11.001

悬索桥吊索尾流致振非定常理论分析

李寿英,向琳琳,邓羊晨节

(风工程与桥梁工程湖南省重点实验室(湖南大学),湖南 长沙 410082)

摘 要:为研究悬索桥吊索的尾流致振机理及准定常理论在尾流致振中的适用性,进行了一系列风洞试验,测量得到尾流索股的气动导数的空间分布情况,建立了尾流致振非定常理论分析模型,采用龙格-库塔法求解方程,得到尾流致振响应. 结果表明:在 $5.2 \le X \le 5.6$,1.1 $\le Y \le 2.1$ 的空间区域尾流索股发生明显振动,振动频率小于结构固有频率;在一个尾流致振周期内,气动刚度力对尾流索股做正功,说明尾流致振由气动刚度控制;基于准定常理论的计算结果与非定常理论计算结果偏差较小,两种理论得到的尾流致振机理一致.

关键词:悬索桥;吊索;尾流致振;龙格-库塔法;非定常理论;准定常理论中图分类号:U448.25 文献标志码:A

Theoretical Analysis on Wake-induced Vibration of Suspension Bridges Hangers Based on Unsteady Theory

LI Shouying, XIANG Linlin, DENG Yangchen[†]

(Key Laboratory of Wind and Bridge Engineering (Hunan University) of Hunan Province, Changsha 410082, China)

Abstract: In order to investigate the mechanism of wake-induced vibration of the suspension bridge hangers, and to verify the applicability of quasi-steady assumption in the research of the wake-induced vibration, a series of wind tunnel tests for two parallel circular cylinders were carried out to measure the aerodynamic derivatives of the downstream cylinder. Second, a theoretical analysis model of wake-induced vibration of the downstream cable was developed on the basis of the unsteady theory, and the Runge-Kutta method was adopted to numerically solve the motion equations to obtain the responses of wake-induced vibration. The results show that obvious oscillations of the leeward cable take place in the spatial region of $5.2 \le X \le 5.6$ and $1.1 \le Y \le 2.1$, and the vibration frequency of cable is slightly less than its natural frequency. A positive work within a period is always done by the aerodynamic stiffness force if large amplitude vibration of wake-induced vibration takes place, which indicates that the aerodynamic stiffness force is the key factor to evoke the wake-induced vibration of the leeward cable. Moreover, the results based on the quasi-steady theory show small variation when compared with those based on the unsteady theory, and the wake-induced vibration mechanism obtained by the two theories is consistent.

Key words: suspension bridges; hangers; wake-induced vibration; Runge-Kutta method; unsteady theory; quasi-steady theory

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51578234),National Natural Science Foundation of China(51578234)

作者简介:李寿英(1977—),男,江西萍乡人,湖南大学教授,博士

^{*} 收稿日期:2019-11-14

[†]通讯联系人,E-mail:819565244@qq.com

大跨度悬索桥吊索一般由多个(2,4或6)索股 组成,吊索具有自重轻、柔度大、阻尼低的特点,极易 发生各类风致振动. 国内外已有多座悬索桥观测到 了吊索的大幅风致振动现象,例如,日本明石海峡 大桥[1]、丹麦大海带东桥[2]及中国舟山西堠门大桥[3]. 然而,上述3座大桥吊索采用的减振措施不尽相同, 这表明不同桥梁的吊索振动机理可能不同. 为此,部 分学者开展了相关研究,Li等间和 Chen等间通过试验 研究了悬索桥桥塔周边吊索振动特性, 指出桥塔尾 流是引起吊索振动的原因;张志田等6对西堠门桥缆 索系统进行了数值分析, 指出主缆振动引起的内共 振是吊索振动的原因所在;李寿英等四在风洞试验中 重现了多索股吊索由于气动干扰所引发的尾流致振 现象. 本文作者曾在西堠门桥观测到在风速为8~ 10 m/s 情况下,同一吊点 4 根吊索中,位于背风侧的 3根吊索发生剧烈振动,而剩下的1根位于迎风侧 的吊索基本静止不动图. 这表明吊索多索股之间的尾 流气动干扰可能是吊索振动的关键所在.

目前,气动干扰研究主要集中在输电线和海洋 立管等方面. 输电线方面:Price[9]、Ko[10]以及 Wardlaw 等四通过风洞试验测量了输电线尾流导线的气动力 系数. Simpson[12]、Tusi 等[13]以及 Price 等[14]通过建立理 论分析模型,对输电线的尾流致振进行了理论研究. Hardy 等[15]建造了一条五跨、全长 1.5 km 的测试输电 线路,据此研究输电线的尾流致振响应.在海洋立柱 方面:Huse^[16]、Brika 等^[17]以及 Sagatun 等^[18]在水中进 行了一系列气弹模型试验. Bleivins[19]、Bokanian 等[20] 通过理论分析对海洋立管流致失稳进行了分析. 然 而,无论是在自身结构特性还是结构布置上,悬索桥 吊索与输电线以及海洋立管均有很大的不同[21],目 前专门针对悬索桥多索股间气动干扰的研究非常有 限,并且,绝大多数已有气动干扰研究是建立在准定 常理论假设基础上的, 即认为作用在物体上的气动 力不受自身运动状态影响, 在研究中忽略因自身运 动引起的气动自激力. 然而, 李寿英等[22]对准定常理 论在风雨振中的适用性研究表明,相比较于在准定 常理论假设基础上得到的拉索和水线气动力,基于 非定常理论得到的气动力更为精确,并且建议在精 细化的风雨振研究中应采用非定常理论方法. 对于 悬索桥吊索间复杂的气动干扰问题,同样有必要建 立非定常理论分析模型,以此对准定常理论的适用 性进行研究.

本文进行了一系列风洞试验,测量得到尾流索 股的气动导数的空间分布情况,建立了尾流致振非 定常理论分析模型,采用Runge-Kutta数值法求解方程,得到尾流致振响应,对尾流致振机理进行了研究,其间,对比分析了基于非定常理论模型和准定常理论模型的相应计算结果.

1 风洞试验

1.1 试验概况

尾流索股的气动导数采用强迫振动方法识别,试验在湖南大学 HD-2 风洞实验室的高速试验段进行,该试验段长 17 m、宽 3 m、高 2.5 m,试验风速在 0~58 m/s 范围内连续可调.采用湖南大学自主研制的强迫振动装置识别尾流索股气动导数,该装置内置两台 B51 型五分量杆式测力天平,可实现水平、竖直和扭转 3 个方向的耦合运动.通过强迫振动装置驱动尾流索股模型做特定频率的简谐运动,通过五分量天平测得作用在尾流索股上的气动力时程,位移时程采用激光位移计来测量.试验数据采用 DH5920 动态信号测试分析系统采集,风速测量采用澳大利亚 TFI 公司的眼镜蛇风速仪.

采用两根光圆柱来模拟悬索桥双索股吊索,索股模型由不锈钢轴和轻质泡沫制作,模型直径 0.088 m、长 1.33 m,尾流吊索模型端板直径 0.25 m,试验模型如图 1(a)所示.迎风索股模型安装在数控移测架上,通过移动移测架来调节两索股模型的相对间距,尾流索股模型通过不锈钢轴固定在强迫振动装置的天平上.为保证流场的均匀性,对风洞内的强迫振动装置安设了整流罩,试验模型在风洞中的整体安装情况如图 1(b)所示.





(a)吊索模型

(b)风洞试验照片

图 1 试验模型及风洞试验照片

Fig.1 Photos of test model and wind tunnel test

双索股的空间位置定义如图 2 所示,建立坐标系 xoy,其中坐标原点 o 在迎风索股中心,x 轴与来流方向平行,y 轴与来流方向垂直,定义无量纲坐标 X 和 Y:

$$X = x/D, Y = y/D.$$
 (1)
式中:D 为索股直径.

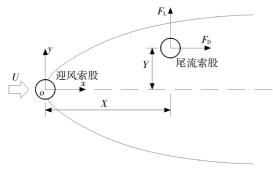


图 2 双索股相对位置定义示意图

Fig.2 Definition of the spatial position of the two cables

考虑到悬索桥吊索实际间距及试验安全性,选定无量纲坐标 X 和 Y 的测试范围分别为 [4,8]和 [0,4],测量间距步长为 $\Delta X = \Delta Y = 0.25$,共包含 289个相对位置.从西堠门大桥吊索的观察情况来看,在来流风速约为 10 m/s 时吊索易发生大幅尾流干扰振动.因此,试验风速统一选定为 10 m/s,对应雷诺数为 6.14×10^4 .详细试验参数见表 1.

1.2 气动导数识别结果

参考桥梁主梁非定常气动自激力表达式,考虑 尾流索股顺、横风向2个自由度.索股的非定常气动 自激力(升力与阻力)可采用8个气动导数确定:

$$F_{1s}(t) = \rho U^2 D \left[K_v H_1^* \frac{\dot{v}}{U} + K_v^2 H_4^* \frac{v}{D} + K_u H_5^* \frac{\dot{u}}{U} + K_u^2 H_6^* \frac{u}{D} \right].$$

$$F_{Ds}(t) = \rho U^2 D \left[K_u P_1^* \frac{\dot{u}}{U} + K_u^2 P_4^* \frac{u}{D} + K_v P_5^* \frac{\dot{v}}{U} + K_v^2 P_6^* \frac{v}{D} \right].$$
(3)

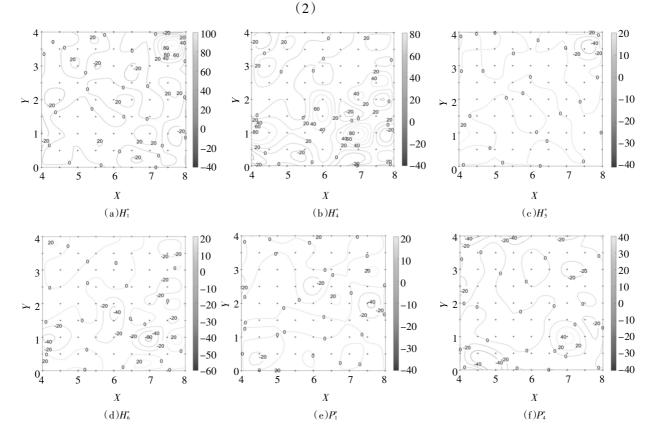
式中: ρ 为空气密度;U 为来流风速; $K_i = \omega_i D/U$ (i = u,v)为与各向运动自由度相关的折算频率; u,v,\dot{u},\dot{v} 分别为尾流索股模型的水平向和竖向位移以及水平向和竖向速度; H_i^* (i = 1,4,5,6)、 P_i^* (i = 1,4,5,6)为相关的气动导数,其具体识别方法参考文献[23].

表 1 风洞试验参数

Tab.1 Experimental parameters of wind tunnel tests

参数	取值
范围	$X \in [4, 8], Y \in [0, 4]$
风速	U = 10 m/s
频率	$f_{\rm u} = 0.4 {\rm Hz}$, $f_{\rm v} = 0.4 {\rm Hz}$
振幅	$A_u = 20 \text{ mm}$, $A_v = 12 \text{ mm}$

尾流索股气动导数(P_1^* 、 P_4^* 、 P_5^* 、 P_6^* 、 H_1^* 、 H_4^* 、 H_5^* 和 H_6^*)空间分布情况如图 3 所示. 从图 3 中可看出,尾流索股的 8 个气动导数的分布没有明显的规律性. 但从图 3(b)中可观察到,与顺风位移相关的 H_4^* ,其正数值高达 80. 这表明与顺风位移有关的负气动刚度可能会引起吊索的振动. 图 3 所示的试验数据将用来在第 2 节中确定吊索的非定常自激气动力.



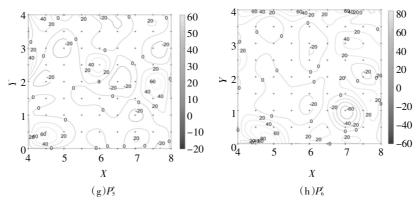


图 3 尾流索股气动导数空间分布图

Fig.3 Contours of the aerodynamic derivatives of the leeward cable

2 尾流索股运动方程

假定迎风索股固定不动,将尾流索股简化为两自由度振子,分别为顺风向和横风向,如图 4 所示.建立坐标轴 xoy,原点位于迎风索股中心,x 和 y 轴方向分别为顺风向和横风向,尾流索股在 x 和 y 轴方向的位移分别为 u(t) 和 v(t),尾流索股上的作用力包括弹性力(k_xu 和 k_yv)、阻尼力($c_x\dot{u}$ 和 $c_y\dot{v}$)、惯性力($m_x\ddot{u}$ 和 $m_y\ddot{v}$)及气动力(F_x 和 F_y).

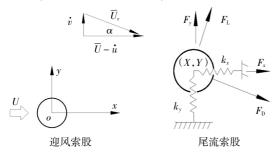


图 4 双索股吊索尾流致振理论模型

Fig.4 Theoretical model for the wake-induced vibration of the twin-cable hanger

在图 4 所示的力学模型的基础上,尾流索股的的运动微分方程可表示为:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2 u = \frac{1}{m}F_x,\tag{4}$$

$$\ddot{v} + 2\zeta\omega\dot{v} + \omega^2v = \frac{1}{m}F_y. \tag{5}$$

基于非定常理论,体轴坐标系下尾流索股的气动力 F_x 和 F_y 为:

$$F_{x} = \frac{1}{2} \rho \overline{U}_{r}^{2} D(\overline{C}_{D} \cos \alpha - \overline{C}_{L} \sin \alpha) +$$

$$\rho D^{2} [(\omega_{u} P_{1}^{*} \dot{u} + \omega_{u}^{2} P_{4}^{*} u + \omega_{v} P_{5}^{*} \dot{v} + \omega_{v}^{2} P_{6}^{*} v) \cos \alpha -$$

$$(\omega_{v} H_{1}^{*} \dot{v} + \omega_{v}^{2} H_{4}^{*} v + \omega_{u} H_{5}^{*} \dot{u} + \omega_{u}^{2} H_{6}^{*} u) \sin \alpha], \quad (6)$$

$$F_{y} = \frac{1}{2} \rho \overline{U}_{r}^{2} D(\overline{C}_{D} \sin \alpha + \overline{C}_{L} \cos \alpha) +$$

 $\rho D^2[(\omega_u P_1^*\dot{u}+\omega_u^2 P_4^*u+\omega_v P_5^*\dot{v}+\omega_v^2 P_6^*v)\sin\alpha+\\ (\omega_v H_1^*\dot{v}+\omega_v^2 H_4^*v+\omega_u H_5^*\dot{u}+\omega_u^2 H_6^*u)\cos\alpha]. \qquad (7)$ 式中 $:\overline{U}_{\scriptscriptstyle L}$ 为尾流对尾流索股的局部相对风速 $:\overline{C}_{\scriptscriptstyle L}$ 为以局部风速 \overline{U} 进行无量纲化的平均阻力系数 $:\overline{C}_{\scriptscriptstyle L}$ 为

局部相对风速 \overline{U}_r 与局部风速以及尾流索股的运动速度有关:

以局部风速 \overline{U} 进行无量纲化的平均升力系数.

$$\overline{U}_{r} = \sqrt{(\overline{I}/-\dot{u})^{2} + \dot{v}^{2}}.$$
 (8)

公式(6)(7)中正弦和余弦函数以及以局部风速 无量纲化的平均气动力系数(\bar{C}_D)和 \bar{C}_L)可进行如下 转换:

$$\sin \alpha = \frac{-\dot{v}}{U},\tag{9}$$

$$\cos \alpha = \frac{\overline{U} - \dot{u}}{U}; \tag{10}$$

$$\overline{U}^2 \overline{C}_{I} = U^2 C_{I}, \qquad (11)$$

$$\overline{U}^2 \overline{C}_{\rm D} = U^2 C_{\rm D}. \tag{12}$$

定义参数 b 如下:

$$b = (C_{\rm D}/C_{\rm D\infty})^{1/2}. (13)$$

式中: $C_{D\infty}$ 为下游索股处在上游索股尾流范围外的阻尼系数,取 $C_{D\infty}$ =1.2.

$$\overline{U} = (U^2 C_D / C_{D \infty})^{1/2} = Ub.$$
 (14)

将公式(8)~(14)代入到公式(6)(7)可得:

$$F_{x} = \frac{1}{2} \rho D \frac{\sqrt{(bU - \dot{u})^{2} + \dot{v}^{2}}}{b^{2}} [(bU - \dot{u})C_{D} + C_{L}\dot{v}] +$$

$$\frac{\rho D^2}{\sqrt{(b U \! - \! \dot{u})^2 \! + \! \dot{v}^2}} [(\omega_{\scriptscriptstyle u} P_{\scriptscriptstyle 1}^* \dot{u} \! + \! \omega_{\scriptscriptstyle u}^2 P_{\scriptscriptstyle 4}^* u \! + \! \omega_{\scriptscriptstyle v} P_{\scriptscriptstyle 5}^* \dot{v} \! + \! \omega_{\scriptscriptstyle v}^2 P_{\scriptscriptstyle 6}^* v)$$

$$(bU-\dot{u})+(\omega_{v}H_{1}^{*}\dot{v}+\omega_{v}^{2}H_{4}^{*}v+\omega_{u}H_{5}^{*}\dot{u}+\omega_{u}^{2}H_{6}^{*}u)\dot{v}],$$
(15)

$$F_{y} = \frac{1}{2} \rho D \frac{\sqrt{(bU - \dot{u})^{2} + \dot{v}^{2}}}{b^{2}} [-C_{D}\dot{v} + C_{L}(bU - \dot{u})] + \frac{\rho D^{2}}{\sqrt{(bU - \dot{u})^{2} + \dot{v}^{2}}} [(\omega_{v} H_{1}^{*} \dot{v} + \omega_{v}^{2} H_{4}^{*} v + \omega_{u} H_{5}^{*} \dot{u} + \omega_{u}^{2} H_{6}^{*} u)$$

$$(bU - \dot{u}) - (\omega_{u} P_{1}^{*} \dot{u} + \omega_{u}^{2} P_{4}^{*} u + \omega_{v} P_{5}^{*} \dot{v} + \omega_{v}^{2} P_{6}^{*} v) \dot{v}].$$

$$(16)$$

式中: C_0 和 C_L 分别为平均阻力和平均升力系数,采用文献[19]中风洞试验数据.

采用 Runge-Kutta 法数值求解方程(4)(5),得到尾流索股响应.

为了对比,给出了基于准定常理论推导得到的 尾流索股的气动力表达式,如公式(17)(18)所示^[19].

$$F_{x} = \frac{1}{2} \rho D \frac{\sqrt{(bU - \dot{u})^{2} + \dot{v}^{2}}}{b^{2}} [(bU - \dot{u})C_{D} + C_{L}\dot{v}],$$

$$(17)$$

$$F_{y} = \frac{1}{2} \rho D \frac{\sqrt{(bU - \dot{u})^{2} + \dot{v}^{2}}}{b^{2}} [-C_{D}\dot{v} + C_{L}(bU - \dot{u})].$$

$$(18)$$

3 数值算例

3.1 尾流索股振动特性

吊索结构参数选用西堠门悬索桥吊索实际参数,具体参数见表 2. 尾流索股的线密度 $m_x = m_y = 31$ kg/m,索股直径 D = 0.088 m,顺风向和横风向结构频率 $f_x = f_y = 0.40$ Hz,结构阻尼比 $\xi_x = \xi_y = 0.1\%$,来流风速 U = 10 m/s,空气密度 $\rho = 1.225$ kg/m³.

表 2 吊索结构参数

Tab.2 Structural parameters of the cables

参数	符号	取值
线密度	m_x , m_y	31 kg/m
直径	D	0.088 m
频率	f_x , f_y	0.40 Hz
阻尼	ξ_x, ξ_y	0.1%
风速	U	10 m/s

考虑到第 1 节中已识别的尾流索股气动导数的空间范围,在 $5 \le X \le 7$ 、 $0 \le Y \le 4$,间距 $\Delta X = \Delta Y = 0.1$ 空间范围内进行了数值模拟,共计 861 个计算工况.同时,为评估非定常气动自激力的影响,分别采用非定常和准定常模型对尾流索股的振动响应进行了数值计算.

图 5 给出了基于非定常和准定常两种理论模型

数值计算得到的尾流索股单边最大振幅和振动频率空间分布情况. 从图 5 中可看出在 $5.2 \le X \le 5.6$ 、 $1.2 \le Y \le 2$ 区域两种理论模型计算得到的尾流索股均发生了明显振动,其中,非定常理论模型计算得到的最大振幅约为 1.35D,略大于准定常理论模型得到的最大振幅 1.03D. 在振动明显的区域内,两种理论模型计算得到的索股的振动频率均略小于固有频率,表明可能有气动负刚度存在. 图 6 分别给出了基于非定常和准定常两种理论模型计算得到的 X=5.4、Y=1.6 工况处尾流索股位移时程和运动轨迹. 从图 6 中可看出基于非定常理论模型计算得到的振幅要略大于准定常理论模型计算结果,尾流索股运动轨迹为椭圆形、顺时针方向.

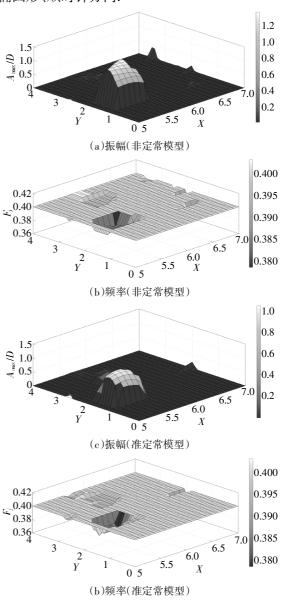


图 5 尾流索股振幅和频率空间分布图 Fig.5 Space distribution of the amplitude and frequency of the leeward cable

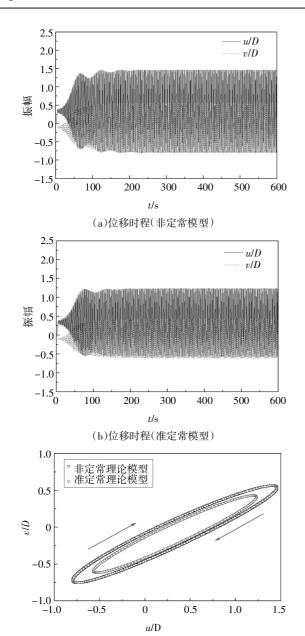


图 6 X=5.4, Y=1.6 工况尾流索股位移时程与运动轨迹 Fig.6 Time histories of the displacements and stable trajectory of the leeward cable in the case of X=5.4, Y=1.6

(c)运动轨迹

3.2 尾流索股振动机理

尾流索股发生尾流致振时的运动轨迹示意图如图 7 所示. 其中,点 O_1 为尾流索股的初始位置,椭圆轨迹的中心点 O_2 为尾流索股的动平衡位置,点 O_3 为尾流索股在运动轨迹上任意时刻的位置.

由于空气密度与吊索密度相比很小,作用在索股上的气动质量力可忽略不计,因此作用在尾流索股上的气动力包含三部分:与位移和速度均无关的定常气动力 F_{am} 、与位移相关的气动刚度力 F_{as} 和与速度相关的气动阻尼力 F_{ad} 其中,定常气动力 F_{am} 为

尾流索股在某位置处静止时所受到的气动力,气动刚度力 F_{as} 和气动阻尼力 F_{ad} 分别可由公式(19)(20) 计算得到[21].

$$F_{as}(O_3) = F_{am}(O_3) - F_{am}(O_1),$$
 (19)

$$F_{\rm ad}(O_3) = F_{\rm a}(O_3) - F_{\rm am}(O_1) - F_{\rm as}(O_3). \tag{20}$$

式中: $F_{am}(O_1)$ 和 $F_{am}(O_3)$ 分别为尾流索股在点 O_1 和 O_3 位置处静止时所受到的定常气动力; $F_a(O_3)$ 为尾流索股在点 O_3 运动过程中所受到的总气动力,可由公式(15)~(18)计算得到.

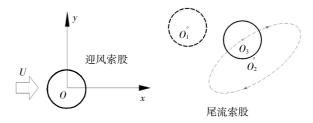


图 7 尾流索股运动轨迹示意图

Fig.7 Sketch map of the trajectory of the leeward cable

图 8 和图 9 分别给出了基于非定常和准定常两种理论模型计算得到的典型工况的尾流索股气动刚度力和气动阻尼力时程. 从图 8 和图 9 中可以看出,基于准定常理论计算得到的气动刚度力和气动阻尼力比非定常理论计算结果偏小,特别是气动阻尼力.整体上,基于两种理论模型计算得到的平均气动刚度力均比平均气动阻尼力大.

在将气动力各组成部分准确分离的基础上,通 过对气动力各分量做功进行分析, 研究尾流索股的 尾流致振机理. 图 10 给出了基于非定常和准定常两 种理论模型计算得到的典型工况尾流索股一个稳定 运动周期内的气动刚度力、气动阻尼力以及结构阻 尼力做功的功率时程. 对于结构阻尼力,基于两种理 论模型计算得到的功率始终为负, 表明结构阻尼力 在一个周期内对尾流索股做负功. 对于气动刚度力, 两种理论模型计算得到的结果均表明在一个振动周 期内气动刚度力对尾流索股做正功. 对于气动阻尼 力,基于准定常理论模型计算得到的功率始终为负, 基于非定常理论模型计算得到的功率不仅出现正值 而且出现负值,但是,从整体来看,做负功的总量仍 然大于做正功的总量,表明气动阻尼力在一个周期 内对尾流索股做负功. 综合上述分析,基于非定常和 准定常两种理论模型计算得到的尾流致振机理是一 致的,即尾流致振由气动负刚度驱动.

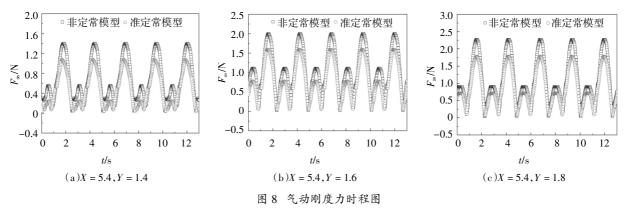


Fig.8 Time histories of the aerodynamic stiffness forces

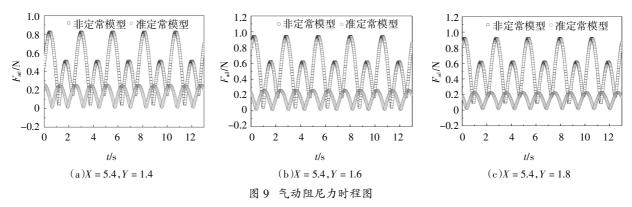


Fig.9 Time histories of the aerodynamic damping forces

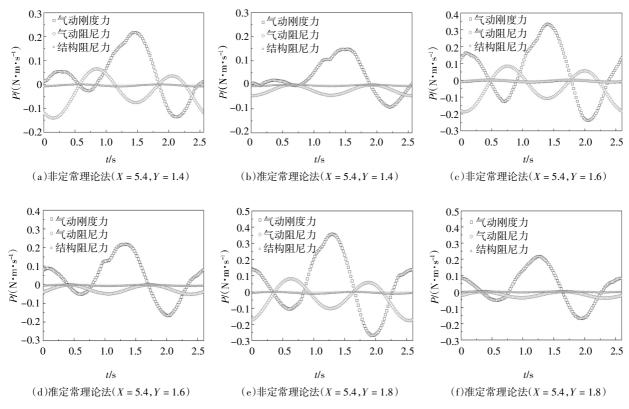


图 10 气动刚度力、气动阻尼力及结构阻尼力做功时程

Fig.10 Energies per unit time of the structural damping, aerodynamic stiffness and damping forces

4 结 论

进行了一系列风洞试验,测量得到尾流索股的气动导数的空间分布,在此基础上建立了尾流致振非定常理论分析模型,采用Runge-Kutta数值法求解方程,得到尾流致振响应,对尾流致振机理进行了分析研究,并与准定常理论对应计算结果进行了对比分析,得到如下主要结论:

- 1)在 $5.2 \le X \le 5.6$ 、 $1.1 \le Y \le 2.1$ 区域,尾流索股发生了较大振幅振动,且在发生振动的区域内,振动频率小于固有频率.
- 2)在一个稳定振动周期内,气动刚度力做正功, 表明气动刚度力是尾流索股尾流致振的关键因素, 即尾流致振由气动刚度力驱动.
- 3)准定常模型计算结果与非定常模型计算结果 吻合较好,表明准定常模型能较好地反映尾流致振 主要特征.

参考文献

- [1] FUJINO Y, KIMURA K, TANAKA H. Wind resistant design of bridges in Japan: developments and practices [M]. New York: Springer, 2012: 200—202.
- [2] LAURSEN E, BITSCH N, ANDERSEN J E. Analysis and mitigation of large amplitude cable vibrations at the Great Belt East Bridge [J]. IABSE Symposium Report, 2006, 91(3):64—71.
- [3] 陈政清,雷旭,华旭刚,等.大跨度悬索桥吊索减振技术研究与应用[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2016,43(1):1—10. CHEN Z Q,LEI X,HUA X G,et al. Research and application of vibration control method for hanger cables in long-span suspension bridge [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2016,43(1):1—10. (In Chinese)
- [4] LI Y L, TANG H J, LIN Q M, et al. Vortex induced vibration of suspenders in the wake of bridge tower by numerical simulation and wind tunnel test [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2017, 164: 164—173.
- [5] CHEN W L, GAO D L, LI H, et al. Wake-flow-induced vibrations of vertical hangers behind the tower of a long-span suspension bridge [J]. Engineering Structures, 2018, 169:188—200.
- [6] 张志田,吴肖波,葛耀君,等. 悬索桥吊杆风致内共振及减振措施初探[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2016,43(1):11—19. ZHANG Z T,WU X B,GE Y J,et al. Wind induced internal resonance and the control method of suspension bridge hangers [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences),2016,43(1):11—19. (In Chinese)
- [7] 李寿英,黄君,邓羊晨,等. 悬索桥吊索尾流致振的气弹模型测振试验[J]. 振动工程学报,2019,32(1):10—16. LISY,HUANG J,DENGY C,et al. On the wake-induced vibration of hangers of suspension bridge by elastic wind tunnel tests [J].

- Journal of Vibration Engineering, 2019, 32 (1): 10—16. (In Chinese)
- [8] 邓羊晨,李寿英,严杰韬,等. 两类悬索桥吊索气动稳定性比较研究[J]. 土木工程学报,2019,52(1):86—92.

 DENG Y C,LI S Y,YAN J T,et al. A comparative study on the aerodynamic stability of two kinds of hanger of suspension bridge [J]. China Civil Engineering Journal, 2019, 52 (1): 86—92. (In Chinese)
- [9] PRICE S J. Wake induced flutter of power transmission conductors[J]. Journal of Sound and Vibration, 1975, 38:125—147.
- [10] KO R G. A wind tunnel investigation into the aerodynamic stability of bundled conductors for Hydro –Quebec [R]. Ottawa: National Research Council, 1973.
- [11] WARDLAW R L, COOPER K R, KO R G, et al. Wind tunnel and analytical investigations into aeroelastic behavior of bundled conductors [J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1975, 94(2):642—651.
- [12] SIMPSON A. On the flutter of a smooth circular cylinder in a wake [J]. Aeronautical Quarterly, 1971, 22(1):25—41.
- [13] TSUI Y T, TSUI C C. Two dimensional stability analysis of two coupled conductors with one in the wake of the other [J]. Journal of Sound and Vibration, 1980, 69:361—394.
- [14] PRICE S J,ABDALLAH R. On the effect of mechanical damping and frequency detuning in alleviating wake -induced flutter of overhead power conductors [J]. Journal of Fluids and Structures, 1990,4(1):1—34.
- [15] HARDY C, DYKE P V. Field observations on wind -induced conductor motions [J]. Journal of Fluids and Structures, 1995, 9 (1): 43-60.
- [16] HUSE E. Experimental investigation of deep sea interaction [C]//
 Proceedings of the 28th Offshore Technology Conference. Houston,
 TX:Offshore Technology Conference, 1996:367—372.
- [17] BRIKA D, LANEVILLE A. The flow interaction between a stationary cylinder and a downstream flexible cylinder [J]. Journal of Fluids and Structures, 1999, 13(5):579—606.
- [18] SAGATUN S I, HERFJORD K, HOLMAS T. Dynamic simulation of marine risers moving relative to each other due to vortex and wake effects [J]. Journal of Fluids and Structures, 2002, 16(3):375—390.
- [19] BLEIVINS R D. Forces on and stability of a cylinder in a wake [J]. ASME Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2005,127:39—45.
- [20] BOKANIAN A, GEOOLA F. Proximity -induced galloping of two interfering circular cylinders [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1984,146:417—449.
- [21] LISY,XIAOCY, WUT, et al. Aerodynamic interference between the cables of the suspension bridge hanger [J]. Advances in Structural Engineering, 2019, 19(5):481—503.
- [22] LI S Y, CHEN Z Q, SUN W F, et al. Experimental investigation on quasi-steady and unsteady self-excited aerodynamic forces on cable and rivulet [J]. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 2016, 142 (1):06015004.
- [23] 陈政清. 桥梁风工程[M]. 北京:人民交通出版社,2005:56—59. CHEN Z Q. Wind engineering of bridge [M]. Beijing:China Communications Press,2005;56—59. (In Chinese)