

基于双等沉面的柔性桩承式路堤荷载-沉降分析

赵明华, 张承富[†], 刘长捷
(湖南大学 岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

摘要:为了建立能充分考虑桩承式路堤各组成部分之间协调变形特性的理论方法, 基于柔性桩-桩承式路堤的变形机理, 提出了路堤-桩-土协调变形的双等沉面荷载传递模型. 首先, 该模型基于路堤中的等沉面以及桩承式路堤的变形特点, 在桩底以下一定深度处, 引入一个与路堤中相似的等沉面. 其次, 考虑到现有土柱模型的不足, 引入能考虑内外土柱间相对位移对摩擦因数的影响的土柱模型. 介于上、下等沉面之间的路堤、桩、土, 通过彼此的协调变形影响等沉面处的应力, 从而影响路堤的总体沉降和桩土应力比. 最后, 将本文计算结果和复合模量法计算结果与实测结果进行对比, 结果表明: 与实测值相比, 复合模量法计算沉降值的相对误差为 19.4%, 本文计算沉降值的相对误差为 9.6%, 本文计算的桩土应力比相对误差为 9.91%, 证明了本文理论方法是合理的.

关键词:桩基; 土-结构物相互作用; 双等沉面; 桩承式路堤; 土拱效应; 桩土应力比

中图分类号:U443.15

文献标志码:A

Load and Settlement Analysis of Flexible-pile Supported Embankment Based on Double Equal Settlement Plane

ZHAO Minghua, ZHANG Chengfu[†], LIU Changjie

(Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: In order to develop a theoretical model that can fully consider the coordinated deformation characteristics between the components of pile-supported embankments, a double equal settlement plane model for embankment-pile-soil coordinated deformation is proposed based on the deformation mechanism of the pile-supported embankments with the flexible pile. Firstly, the model introduces an equal settlement plane at a certain depth below the pile-toe base on the deformation characteristics of the pile-supported embankment and the equal settlement plane in the embankment. Secondly, considering the deficiencies of the existing soil-column model, a new soil-column model that can consider the influence of the relative displacement on the coefficient of friction between the inner and outer soil columns is proposed. The stresses at equal settlement plane are affected by the coordinated deformation between the embankment, pile and soil, thus affecting the overall settlement of the embankment and the pile-soil stress ratio. Finally, the calculation results of the proposed method and the composite modulus method are compared with the measured values. The results demonstrate that the calculation errors of the settlement are 9.6% and 19.4%, respectively. The relative error of the pile-soil stress ratio calculated by the proposed model is 9.91%, which verifies the ra-

* 收稿日期: 2019-10-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51478187), National Natural Science Foundation of China(51478187)

作者简介: 赵明华(1956—), 男, 湖南邵阳人, 湖南大学教授, 博士生导师

[†] 通信联系人, E-mail: cfzhang@hnu.edu.cn

tionality of the proposed model.

Key words: pile foundations; soil structure interactions; double equal settlement plane; piled supported embankment; soil arching effect; pile-soil stress ratio

桩承式路堤是一种强化软土地基的工程技术,已证明其能有效地提高地基承载力、减少路基沉降^[1-2]。为了提高桩承式路堤中桩承担的荷载,通常可在桩顶设置桩帽或土工材料^[3-5]。由于桩的压缩模量远大于桩间土的压缩模量,因此在荷载作用下(填土荷载、交通荷载),路堤填土以及桩底下卧层土体都会产生不均匀沉降。位于桩间土上方的填土有相对于桩顶上方填土向下的位移;位于桩底正下方的下卧层土有相对于桩间土下方土体向下的位移。这样的相对位移使填土、下卧层土体内的应力重新分布,即土拱效应^[6]。

1943 年 Terzaghi^[6]通过“活动门”试验对土拱效应的实质进行了描述,分析了平面土拱效应;Hewlett 和 Randolph^[7]基于室内模型试验提出了半球形土拱模型,同时应用弹塑性理论分析了三维土拱模型;Kempfert 等^[8]提出了多层拱形理论;Van Eekelen 等^[9]通过模型试验提出了一种基于极限平衡理论的同心拱模型。这些研究主要集中于路堤填土中土拱效应的研究,忽略了桩-土相互作用以及其对土拱效应的影响^[10]。

针对桩承式路堤工作性状,有学者建立了能考虑桩-土-路堤变形和应力协调的平衡方程,分析了三者协调工作的荷载传递特性。Deb 等^[11]引入 Alamgir 等^[12]提出的桩间土不均匀沉降函数,分析了碎石桩-桩承式路堤的应力和变形问题,其中土拱效应的计算方法采用 Low 等^[13]提出的方法。然而,Low 提出的土拱计算理论是基于土拱效应与桩-土差异沉降无关的假设。因此,Deb 等^[11]引入了一个乘数因子来考虑桩土模量比对土拱效应的影响。俞绍等^[14]通过改进的路堤荷载传递模型和假定的柔性桩侧摩阻力分布模式,推导了能考虑土拱效应、膜效应和桩-土相互作用三者耦合作用的理论公式。赵明华等^[15]在土柱模型的基础上,考虑了差异压缩量对界面摩阻力发挥的影响,推导了路堤底部荷载分配与差异沉降的关系,从而考虑了桩土相互作用对土拱效应的影响。基于 Alamgir 等^[12]的研究,Zhao 等^[16]引入土柱模型来分析桩-土相互作用对土拱效应的影响。陈仁朋等^[17]通过假定桩侧摩擦力的分布方程来分析桩-

土相互作用,并根据应力和位移连续条件考虑了桩-土相对位移对土拱效应的影响,但关于桩底下卧层的计算,作者采用 Boussinesq 方程和 Geddes 方程对桩底以下土层的附加应力进行近似求解并采用分层总和法求得其沉降。上述分析中,学者们对桩-土相互作用及其对路堤中土拱效应的影响进行了研究。然而,对桩底下卧层的荷载传递机理的研究却很少见。

综上所述,根据桩承式路堤中路堤部分的荷载传递机制、加固区桩-土相互作用以及下卧层的变形特性。本文提出了双等沉面理论计算方法,既建立了下卧层的力学传递模型,又能够考虑桩承式路堤各组成部分之间的相互作用,并对现有的土柱模型的不足进行了改进。

1 柔性桩承式路堤的双等沉面模型

如图 1 所示,加筋式桩承式路堤主要由路堤、加筋垫层、桩、软土组成,取路堤中心处的桩及其影响范围内的土体为研究对象。图 2 给出了双等沉面模型分析单元:过任意直径的竖向剖面图。中性点以下,土体相对于桩有向上的位移直到下等沉面处,在桩底平面处,桩底位移大于桩间土位移,则桩底平面处桩间土正下方的下卧层土(外土柱)有相对于桩底正下方下卧层土(内土柱)向上的位移。由 Wu 等^[18]和 Li 等^[19]的研究结果可得到:桩底下部一定深度的土体变形模型与路堤中倒置的土拱模型相似。

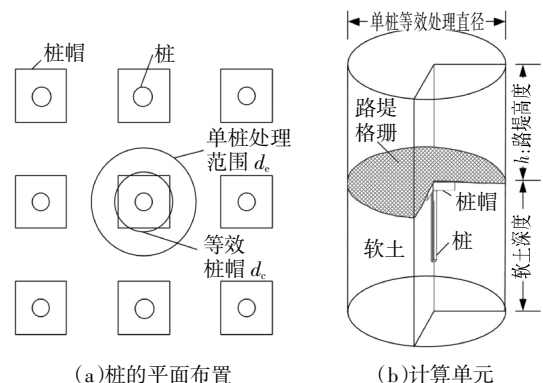


图 1 桩的平面布置图和计算单元

Fig.1 Pile layout and calculation unit

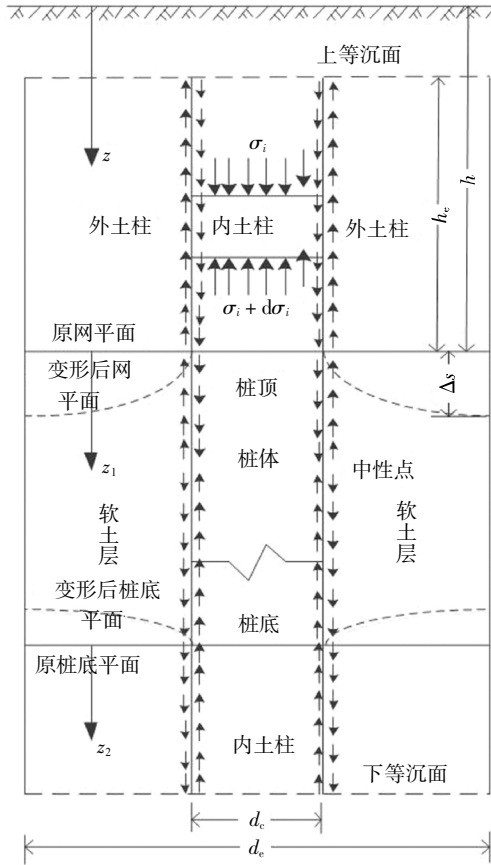


图2 柔性桩承式加筋路堤双等沉面模型

Fig.2 Double equal settlement plane model of flexible pile supported reinforced embankment

根据几何条件与应力条件可将路堤分为三部分:上等沉面到路面部分、介于两个等沉面之间的部分、下等沉面以下的部分。上等沉面到路面部分通常不考虑其对路面沉降的贡献;下等沉面以下部分只对路堤的总沉降产生影响,采用分层总和法进行计算;介于等沉面之间的部分可进一步分为三部分:上等沉面到桩顶部分,桩顶到桩底部分,桩底到下等沉面部分。在桩顶以及桩底平面处引入应力、位移连续条件将介于两个等沉面之间的各部分联系起来,根据应力平衡来计算任意深度处的桩间土和桩的应力。

1.1 考虑位移修正的土压力系数

文献[20]中基于现场实测的土压力数据和离心试验数据,拟合了土压力与变形之间关系,并基于朗肯土压力理论,提出了考虑变形的朗肯土压力模型^[20-21]。其中修正后的土压力系数为:

$$k_p' = \left(\frac{k(\varphi)}{1 + e^{-b}} - \frac{k(\varphi) - 4}{2} \right) \frac{k_0}{2} \quad (1)$$

$$b = \frac{-\ln A}{S_a}, k(\varphi) = \frac{4k_p}{k_0} - 4, A = \frac{k_p - k_a}{k_p - 2k_a + k_0}$$

式中: k_p' 为位移修改后的土压力系数; k_a 、 k_0 、 k_p 分别为主动、静止、被动土压力系数; S_a 为达到主动土压力时的桩土相对位移。

1.2 土拱效应

在实际工程中,为了避免路面出现不均匀沉降,路堤高度(h)基本上都大于路堤中等沉面高度(h_e),因此本文不考虑 $h \leq h_e$ 的情况。在土柱模型中^[16,22],等沉面处内、外土柱相对位移为零,桩顶处相对位移最大。则在等沉面处、内外土柱之间的摩擦力为零,桩顶处摩擦力最大。便于计算,内、外土柱只产生竖向压缩^[17,22],并建立如图2所示的局部坐标系:路堤表面为 z 轴的零点,向下为正。

内、外土柱间摩擦力发挥程度系数 β ,从上等沉面到桩顶由0线性变化到1,则路堤中,内、外土柱之间的摩擦因数 k 可表示为:

$$k = \beta \tan \varphi = \begin{cases} 0, 0 \leq z \leq h - h_e \\ \frac{\tan \varphi}{h_e} (z + h_e - h), h - h_e < z \leq h \end{cases} \quad (2)$$

式中: h_e 为上等沉面距桩顶距离; h 为路堤填土高度。

在任意截面 z 处,取内土柱单元进行受力分析(如图2所示),其竖向受力平衡方程为:

$$S_i \sigma_i(z) + \gamma S_i dz + \pi d_c L dz = S_i (\sigma_i(z) + d\sigma_i(z)) \quad (3)$$

$$L = k \sigma_i(z) k_p' \quad (4)$$

式中: S_i 为内土柱的截面面积,有桩帽时等于桩帽面积,无桩帽时为桩的截面面积; $\sigma_i(z)$ 为内土柱的应力; γ 是填土重度; d_c 为内土柱直径,有桩帽时为桩帽等效直径,无桩帽时为桩径; L 为内、外土柱摩擦力。

将式(1)(2)(4)代入式(3),采用一阶线性微分方程求解,并引入边界条件:当 $z = h - h_e$ 时, $\sigma_i(z) = \gamma(h - h_e)$,可求得任意截面处的内土柱竖向应力:

$$\sigma_i(z) = \gamma(h - h_e)H + \frac{\sqrt{\pi/2} \gamma \text{Erfi}[\sqrt{T}(-h + h_e + z)/\sqrt{2}]H}{\sqrt{T}} \quad (5)$$

式中: T 、 H 均为中间变量。

$$H = \exp\left(\frac{1}{2}(h - h_e)^2 T + T((h_e - h)z + \frac{z^2}{2})\right)$$

$$T = 4fk_p'/(d_c h_e)$$

在图2的计算模型中,由 z 平面处的路堤填料的竖向应力平衡得:

$$m\sigma_i(z) + (1 - m)\sigma_s(z) = \gamma z \quad (6)$$

式中: $\sigma_s(z)$ 为外土柱的应力; m 为面积置换率, $m = d_c^2/d_e^2$, d_e 是单桩的有效影响半径。根据布桩形式,三角形布桩取 $d_e = 1.05S_a$;正方向布桩取 $d_e = 1.128S_a$ 。

路堤中外土柱应力为:

$$\sigma_s(z) = [\gamma z - m\sigma_i(z)]/(1 - m) \quad (7)$$

因此,将 $z = h$ 代入式(5)(7),可得桩顶平面处的桩土应力分别为:

$$\sigma_i(h) = \frac{\gamma \exp\left(\frac{Th_c^2}{2}\right) \{2(h-h_c)\sqrt{T} + \sqrt{2\pi} \operatorname{Erf}\left[\frac{h_c\sqrt{T}}{\sqrt{2}}\right]\}}{2\sqrt{T}} \quad (8)$$

$$\sigma_s(h) = \frac{\exp\left(\frac{Th_c^2}{2}\right) m \sqrt{2\pi} \operatorname{Erf}\left[\frac{h_c\sqrt{T}}{\sqrt{2}}\right]}{2(m-1)\sqrt{T}} + \frac{\gamma(-2(h-\exp(\frac{h_c^2 T}{2}))(h-h_c)m)\sqrt{T}}{2(m-1)\sqrt{T}} \quad (9)$$

内、外土柱由于相对位移在界面上产生摩擦力,外土柱受到内土柱向上的摩擦力,使外土柱卸荷回弹;内土柱受到外土柱的向下的摩擦力,使内土柱压缩变形.分析可知,桩顶平面处,内、外土柱的沉降差等于内土柱的压缩变形与外土柱的拉伸变形之和.

$$\Delta s = \int_{h-h_c}^h \frac{\sigma_i(z) - \gamma z}{E_c} dz + \int_{h-h_c}^h \frac{\gamma z - \sigma_s(z)}{E_e} dz \quad (10)$$

式中: Δs 为桩顶处桩间土与桩顶的差异沉降; E_c 为路堤填料的压缩模量; E_e 为路堤填料的回弹模量.通常情况下 $E_c > E_e$,为方便计算取 $E = E_c = E_e$,可得:

$$\Delta s = \int_{h-h_c}^h \frac{\sigma_i(z) - \sigma_s(z)}{E} dz \quad (11)$$

1.3 筋材-拉膜效应

加筋材料在荷载作用下,由于桩、土的差异沉降,使筋材产生向下的弯曲变形,变形后的形状可以看作是悬链线^[23]或抛物线^[24].本文中假设筋材的变形符合抛物线方程,并以筋材变形最低点为坐标原点建立如图3所示的局部坐标系.

$$y = ex^2 \quad (12)$$

式中: e 为待定系数.

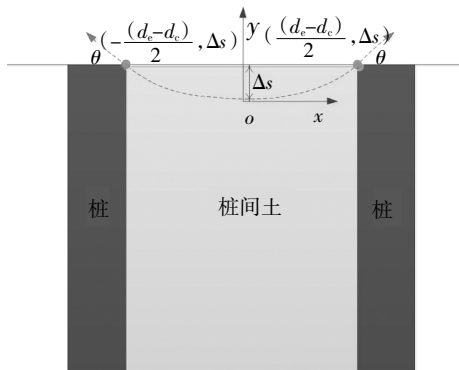


图3 筋材变形示意图

Fig.3 Deformation curves of reinforced materials

由图3可知,抛物线过点 $((d_e - d_c)/2, \Delta s)$,将其代入式(12),可得抛物方程为:

$$y = \frac{4\Delta s}{(d_e - d_c)^2} x^2 \quad (13)$$

根据三角函数转化关系以及斜率公式,得到桩顶处筋材与水平面夹角的正弦值:

$$\sin \theta = 4\Delta s / \sqrt{(d_e - d_c)^2 + 16\Delta s^2} \quad (14)$$

根据弧长公式以及等价无穷小公式,当 x 趋近于0时, $\sqrt{1+x} - 1 \sim x^2/2$,可以求出桩间土筋材的应变:

$$\varepsilon = \sqrt{1 + y'^2} - 1 \quad (15)$$

$$\varepsilon = \frac{y'^2}{2} = \frac{32\Delta s^2}{(d_e - d_c)^4} x^2 \quad (16)$$

因此,在点 $((d_e - d_c)/2, \Delta s)$ 处筋材的应变、应力分别为:

$$\varepsilon = 8\Delta s^2 / (d_e - d_c)^2 \quad (17)$$

$$G = E_g \varepsilon = \frac{8\Delta s^2}{(d_e - d_c)^2} E_g \quad (18)$$

式中: E_g 为加筋材料的抗拉刚度, kN/m; G 为筋材的拉应力.

如图3所示,在筋材下侧桩顶平面处进行受力分析,可得筋材下侧的桩顶应力:

$$S_i \sigma_{p0} = S_i \sigma_i(h) + \pi d_c G \sin \theta \quad (19a)$$

$$\sigma_{p0} = \sigma_i(h) + \frac{4}{d_c} G \sin \theta \quad (19b)$$

根据桩顶平面处竖向应力平衡可求得筋材下侧桩间土应力:

$$\sigma_{s0} = \sigma_s(h) - \frac{4m}{(1-m)d_c} G \sin \theta \quad (20)$$

式中: σ_{s0} 、 σ_{p0} 分别为桩顶平面处桩间土应力、桩顶应力.则加筋材料上侧的桩土应力比 n_i 、桩顶处桩土应力比 n 分别为:

$$n = \sigma_{s0} / \sigma_{p0} \quad (21a)$$

$$n_i = \sigma_i(h) / \sigma_s(h) \quad (21b)$$

1.4 桩-土相互作用分析

桩-土相互作用的桩侧摩阻力,根据文献[25]的试验结果可知,桩侧摩阻力沿深度变化的示意图如图4所示,文献[26]也得到了类似的结果.为方便计算将其简化为图5所示.

根据图5 桩土相互作用假设:

1) 桩侧负摩阻力在桩顶处最大,向下逐渐减小,到中性点处为零.

2) 桩侧正摩阻力由中性点向下线性增大到最大值,然后线性减小到有效桩长处为零,再往下,桩侧摩阻力为零.

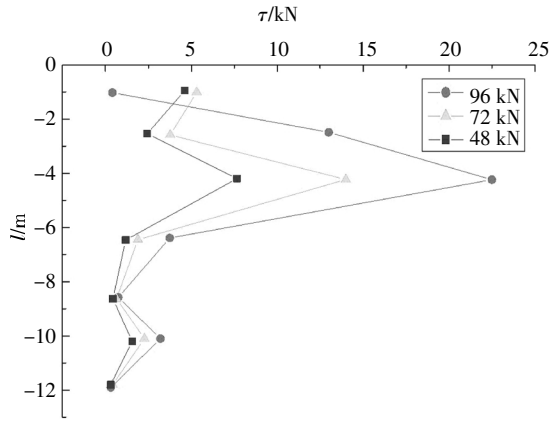


图4 桩侧摩阻力沿深度变化的示意图

Fig.4 The stress distribution chart of pile body

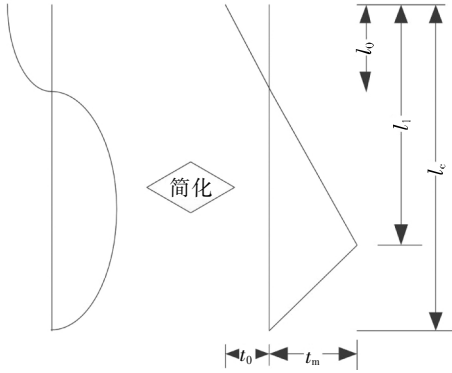


图5 桩侧摩擦力简化示意图

Fig.5 Simplified diagram of pile side friction

3) 桩间土的应力在同一平面处应力为均匀分布。

根据图5和假设1)、假设2), 建立以桩顶为坐标原点, 向下为 z_1 轴正方向的局部坐标系, 得出剪切应力沿桩身的分布函数:

$$\tau = \begin{cases} \frac{\tau_0 + \tau_m}{l_1} z_1 - \tau_0, & 0 \leq z_1 \leq l_1 \\ \frac{l_c - z_1}{l_c - l_1} \tau_m, & l_1 < z_1 \leq l_c \end{cases} \quad (22)$$

$$\tau_m = d_c \sigma_{p0} / (2l_c) \quad (23)$$

式中: τ_0 、 τ_m 分别为桩身处最大负、正摩擦力; l_1 为最大正摩擦力处距桩顶的距离; l_c 为有效桩长。

取距桩顶 z_1 处的桩单元体进行竖向的受力分析, 如图6所示。

$$S_p(\sigma_{pz_1}(z_1) + d\sigma_{pz_1}) = S_p \sigma_{pz_1}(z_1) - \pi d_c \tau dz_1 + \gamma S_p dz_1 \quad (24)$$

式中: $\sigma_{pz_1}(z_1)$ 为桩身应力; S_p 为桩的横截面积。

对式(24)进行积分运算, 并引入边界条件(当 $z_1 = 0$ 时, $\sigma_{pz_1}(z_1) = \sigma_{p0}$), 得

$$\sigma_{pz_1}(z_1) = \sigma_{p0} + \gamma z_1 - \frac{4\tau_0}{d_c} z_1 + \frac{2(\tau_0 - \tau_m)}{l_1 d_c} z_1^2, 0 \leq z_1 \leq l_1 \quad (25a)$$

$$\sigma_{pz_1}(z_1) = \sigma_{p0} + \gamma z_1 + \frac{2}{d_c} [\tau_0 l_1 + (l_c l_1 - 2l_c z_1 + z_1^2) / (l_c + l_1)], l_1 < z_1 \leq l_c \quad (25b)$$

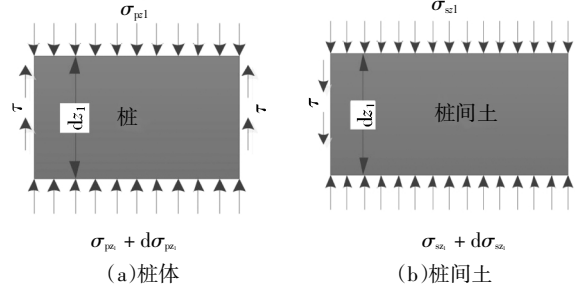


图6 桩体与桩间土微元受力图

Fig.6 Soil microelement of pile and soil

如图6所示, 根据桩的受力, 同理可推出桩间土的应力微分方程:

$$\sigma_{sz_1}(z_1) = \sigma_{s0} + \gamma z_1 - 2m_1 l [(1 - m_1) d_c] \times (2\tau_0 z_1 - \frac{(\tau_m + \tau_0)}{l_1} z_1^2), 0 \leq z_1 \leq l_1 \quad (26a)$$

$$\sigma_{sz_1}(z_1) = \sigma_{s0} + \gamma z_1 - 2m_1 l [(1 - m_1) d_c] \times (\tau_0 l_1 + \frac{l_c l_1 + z_1^2 - 2l_c z_1}{l_c - l_1} \tau_m), l_1 < z_1 \leq l_c \quad (26b)$$

式中: $\sigma_{sz_1}(z_1)$ 为桩间土应力; m_1 为桩底面处的面积置换率, $m_1 = 4S_p / (\pi d_c^2)$ 。

1.5 桩底到下等沉面的分析

1.5.1 桩长大于等于有效桩长

当桩长大于等于有效桩长时, 在有效桩长处, 桩土相对位移为零, 桩土之间没有摩擦力, 此处即为下等沉面。试验数据显示^[25]: 在下等沉面以下的桩体应力很小, 故忽略下等沉面以下桩土应力差异, 因此下等沉面处桩身应力等于桩间土应力。

将 $z_1 = l_c$ 代入式(25b)(26b)且两式相等:

$$\gamma_p l_c + \sigma_{p0} + (2l_1 \tau_0 - 2l_c \tau_m) / d_c = \sigma_{s0} + \gamma_s l_c - 2m(l_1 \tau_0 - l_c \tau_m) / d_c (1 - m) \quad (27)$$

假设桩的重度等于土的重度:

$$\sigma_{p0} - \sigma_{s0} = 2m(l_c \tau_m - l_1 \tau_0) / d_c (1 - m) \quad (28)$$

下等沉面到桩顶之间的桩土相对位移即为路堤底面处的桩土沉降差 Δs 。

$$\Delta s = \int_0^{l_c} \frac{\sigma_{sz}(z) - \gamma z}{E_s} dz - \int_0^{l_c} \frac{\sigma_{pz}(z) - \gamma z}{E_p} dz = -(\frac{2}{d_c E_p} + \frac{2m}{(1 - m) E_s d_c}) (\tau_0 l_1 l_c + \frac{\tau_m l_1 l_c}{3} - \frac{2l_c^2 \tau_m}{3} - \frac{2l_1^2 \tau_0}{3}) + (\frac{\sigma_{s0}}{E_s} - \frac{\sigma_{p0}}{E_p}) l_c \quad (29)$$

式中: E_p 为桩的压缩模量; E_s 为土的压缩模量.

将式(19b)(20)代入式(29), 得

$$\Delta s = \left(\frac{\sigma_s(h)}{E_s} - \frac{\sigma_i(h)}{E_p} \right) l_c - \left(\frac{2}{d_c E_p} - \frac{2m}{(1-m)d_c E_s} \right) \times \left(\frac{l_c l_1 l_m}{3} - \frac{l_1^2 \tau_0}{3} - \frac{2l_c^2 \tau_m}{3} \right) - \left(\frac{2}{d_c E_p} + \frac{2m}{(1-m)d_c E_s} \right) \times (l_c l_1 \tau_0 + 2G l_c \sin \theta) \quad (30)$$

有效桩长的计算公式如下^[27]:

$$l_c = 5.67 r_0 \sqrt{E_p / E_s} \quad (31)$$

公式(11)代表路堤底部平面处内、外土柱间的相对位移, 公式(30)代表桩顶平面(路堤底部)处桩土相对位移. 同时, 公式(11)等于公式(12), 且两者均是关于 h_c 的函数. 因为公式(11)和公式(30)均为高度非线性方程, 所以采用 Mathematica 编程求解, 先给定一个初始值 h_c , 迭代求解直到两公式的值相等, 将迭代得到的 h_c 代入相应的公式, 则可求得其他参数.

1.5.2 桩长小于有效桩长

当桩长小于有效桩长时, 分别计算出在桩底处的桩端应力 σ'_p 和桩间土应力 σ'_s . 桩底到下等沉面间的荷载传递模型与倒置的路堤土拱相似, 其受力分析如图 7 所示. 由于应力传递到桩底处, 桩端应力与桩间土的应力之差相对桩顶处的应力差较小, 内外土柱的相对位移较小. 因此, 不考虑相对位移对摩擦力发挥程度系数的影响, 建立以桩底为坐标原点, 向下为 z_2 轴正方向建立局部坐标系, 假定下等沉面到桩底内外土柱的摩擦力

$$F = f \sigma'_p(z_2) k_0 \quad (32)$$

式中: $\sigma'_p(z_2)$ 为桩底下侧内土柱应力; $k_0 = 1 - \sin \varphi$, $f = \tan \varphi$.

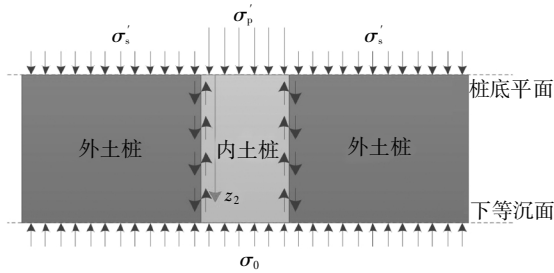


图 7 下卧层受力分析图

Fig.7 Stress analysis diagram of the substratum

取微元体分析, 在竖直方向的平衡方程:

$$\sigma_p S_p + \gamma_s S_p dz_2 = (\sigma_p + d\sigma_p) S_p + \pi d_c F dz_2 \quad (33)$$

式中: S_p 为桩的截面积.

将式(32)代入式(33), 采用一元线性微分方程求解, 并引入边界条件: 当 $z_2 = 0$ 时, $\sigma_p(z_2 = 0) = \sigma'_p$.

$$\sigma_p(z_2) = \frac{\gamma_s d_c}{4fk_0} + \exp\left(-\frac{4fk_0 z_2}{d_c}\right) \left(\sigma'_p - \frac{\gamma_s d_c}{4fk_0}\right) \quad (34)$$

式中: σ'_p 为桩底应力.

根据竖向荷载平衡可得下卧层内土柱应力:

$$\sigma_s(z_2) = \sigma'_s + \frac{\gamma_s z_2 + m_1 \sigma'_p - m_1 \sigma'_s(z_2)}{1-m_1} = \frac{\gamma_s z_2 + m_1 \sigma'_p - m_1 \left(\frac{d_c \gamma}{4fk_0} + \exp\left(-\frac{4fk_0 z_2}{d_c}\right) \left(\sigma'_p - \frac{d_c \gamma}{4fk_0}\right) \right)}{1-m_1} + \sigma'_s \quad (35)$$

式中: σ'_s 是桩底深度处桩间土应力; $\sigma_s(z_2)$ 为桩底下侧外土柱应力; m_1 为桩底平面处的面积置换率.

在下等沉面处内、外土柱应力相等, 可求出下等层面距桩底的距离 t .

$$t = \frac{1}{4fk_0 \gamma_s} (d_c \gamma_s - 4fk_0 m_1 (\sigma'_p - \sigma'_s)) - 4fk_0 \sigma'_s + d_c \gamma_s \left\{ \text{product log} \left[\frac{(d_c \gamma_s - 4fk_0 \sigma'_p) \exp\left(\frac{4fk_0 (m_1 \sigma'_p + \sigma'_s (1-m_1))}{d_c \gamma_s} - 1\right)}{d_c \gamma_s} \right] \right\} \quad (36)$$

式中: product log 为乘积对数函数, 是 $x \cdot \exp[x]$ 在区间 $(-1/e, +\infty)$ 上的反函数, 又称为 Lambert W 函数.

$$\Delta s = \int_0^{l_1} \frac{\sigma_p + \frac{4\tau_0}{d_c} z_1 - \frac{2(\tau_0 + \tau_m)}{d_c l_1} z_1^2}{E_p} dz_1 + \int_{l_1}^L \frac{\sigma_p + \frac{2}{d_c} (\tau_0 l_1 + \frac{l_c l_1 - 2l_c z_1 + z_1^2}{l_c - l_1} \tau_m)}{E_p} dz_1 + \int_0^t \frac{\frac{\gamma_s d_c}{4fk_0} + \exp\left(-\frac{4fk_0 z_2}{d_c}\right) \left(\sigma'_p - \frac{\gamma_s d_c}{4fk_0}\right) - \gamma_s z_2}{E_s} dz_2 - \int_0^t \frac{\gamma_s z_2 + m_1 \sigma'_p - m_1 \left(\frac{\gamma_s d_c}{4fk_0} + \exp\left(-\frac{4fk_0 z_2}{d_c}\right) \left(\sigma'_p - \frac{\gamma_s d_c}{4fk_0}\right) \right)}{1-m_1} + \sigma'_s - \gamma_s z_2}{E_s} dz_2 - \int_0^{l_1} \frac{\sigma_s + \frac{2m_1}{(1-m_1)d_c} \left(\frac{\tau_m + \tau_0}{l_1} z_1^2 - 2\tau_0 z_1 \right)}{E_s} dz_1 - \int_{l_1}^L \frac{\sigma_s + \frac{2m_1}{(1-m_1)d_c} \left(-\tau_0 l_1 + \frac{2l_c z_2 - l_c l_1 - z_2^2}{l_c - l_1} \tau_m \right)}{E_s} dz_2 \quad (37)$$

式(37)是短桩桩顶处桩土差异沉降 Δs .

公式(11)代表路堤底部平面处内、外土柱间的相对位移, 公式(37)代表桩顶平面(路堤底部)处桩土相对位移, 且公式(11)(37)均是关于 h_c 的函数. 考虑到位移连续性条件, 公式(11)与(37)位移相等, 采用 Mathematica 编程求解, 先给定一个初始值 h_c , 迭代求解直到两者相等, 将迭代得到的 h_c 代入相应的

公式可求得其他参数。

2 柔性桩-桩承式路堤的沉降计算

路堤的总沉降等于上、下等沉面之间的土体压缩变形和下等沉面下的土体的压缩变形之和。介于两等沉面之间的土体的压缩变形分为长桩、短桩 2 种计算模式。

短桩:桩长小于有效桩长,桩长记为 l_s 。变形分为 4 部分:第 1 部分 S_1 ,上等沉面到桩顶;第 2 部分 S_2 ,桩顶到桩底;第 3 部分 S_3 ,桩底到下等沉面;第 4 部分 S_0 ,下等沉面以下土体压缩量。

长桩:桩长大于有效桩长,桩长记为 l_l 。压缩变形分为 3 部分:第 1 部分 S_1 ,上等沉面到桩顶;第 2 部分 S_2 ,桩顶到下等沉面;第 3 部分 S_0 ,下等沉面以下土体压缩量。

其中下等沉面以下的土体压缩变形 S_0 ,采用分层总和法计算^[28]。

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_s(z_2)}{E_i} H_i \quad (38)$$

式中: E_i 为计算土层压缩模量; H_i 为分层计算厚度; $\sigma_s(z_2)$ 为对应分层处平均附加应力。

$$S_1 = \int_{h-h_c}^h (\sigma_s(z) - \gamma z) dz = \int_{h-h_c}^h \frac{\gamma(h-h_c)H - \gamma z}{E_t} dz + \int_{h-h_c}^h \frac{\sqrt{\pi/2} \gamma \text{Erf}[\sqrt{T}(-h+h_c+z)/\sqrt{2}]H}{E_t} dz \quad (39)$$

$$S_2 = \int_0^{l_1} \frac{\sigma_{p0} - \frac{4\tau_0}{d_c} z_1 + \frac{2(\tau_0 - \tau_m)}{l_1 d_c} z_1^2}{E_p} dz_1 + \int_{l_1}^{l_c} \frac{\sigma_{p0} + \frac{2}{d_c} (\tau_0 l_1 + \frac{l_c l_1 - 2l_c z_1 + z_1^2}{l_c - l_1} \tau_m)}{E_p} dz_1 \quad (40)$$

$$S_2 = \int_0^{l_1} \frac{\sigma_{p0} - \frac{4\tau_0}{d_c} z_1 + \frac{2(\tau_0 - \tau_m)}{l_1 d_c} z_1^2}{E_p} dz_1 + \int_{l_1}^{l_c} \frac{\sigma_{p0} + \frac{2}{d_c} (\tau_0 l_1 + \frac{l_c l_1 - 2l_c z_1 + z_1^2}{l_c - l_1} \tau_m)}{E_p} dz_1 \quad (41)$$

$$S_3 = \int_0^{z_2} \frac{\frac{\gamma_s d_c}{4fk_0} + \exp(-\frac{4fk_0 z_2}{d_c}) (\sigma_p' - \frac{\gamma_s d_c}{4fk_0}) - \gamma_s z_2}{E_s} dz_2 \quad (42)$$

式(40)(41)分别为长桩、短桩第2部分位移。

3 实例验证

某绕城高速公路,存在大量的软土地基(K8+617.57至K26+000路段),厚度为20~30 m。选取实验断面K28+830的路堤沉降,桩顶处桩、土应力的实测值与本文提出的双等沉面计算模型的计算值对比。主要地质条件如下:粉质黏土厚度1.4~1.6 m、淤泥厚度5~7 m、淤泥质粉质黏土厚度5.1~6.4 m。采用粉喷桩加固路基,桩径500 mm,三角形布桩,间距1.3 m,桩长为10 m,桩顶设置土工格栅垫层。根据室内、外实验:路堤填料内摩擦角 $\varphi = 30^\circ$,压缩模量15 MPa、格栅抗拉强度 $E_g = 500$ kN/m、桩的弹性模量 $E_p = 50$ MPa,路堤填土高度 $h = 5.18$ m、重度 $\gamma = 20$ kN/m³,其他参数见文献[29]。

表1给出了文献[29]现场实测沉降的稳定值(从2000年8月29日到2001年3月)、复合模量法计算值和双等沉面理论方法(本文方法)的计算值。结果表明:现场实测路堤中心沉降稳定值为12.9 cm、路肩沉降稳定值12.1 cm,路堤中心的沉降量比路肩的沉降值略大;复合模量法计算值为15.4 cm,双等沉面方法计算沉降值为14.14 cm。复合模量法的计算值相对路堤中心、路肩的实测值误差分别为19.4%、27.3%;双等沉面方法的计算值相对路堤中心、路肩的实测值误差分别为9.6%、16.9%。复合模量法计算的加固区压缩量为6.4 cm,占总沉降的41.6%,下卧层沉降为7.1 cm,占总沉降的46.1%;双等沉面模型计算的加固区压缩值为7.12 cm,占总沉降的50.4%,下卧层沉降为6.16 cm,占总沉降的43.6%,与实际相符。双等沉面模型和复合模量法的计算值都略大于实测值,但是本文的计算值更加接近实测值。

表1 沉降实测值与计算值结果

Tab.1 Test and calculated results of settlement						
方法	沉降/cm	沉降相对误差/%	加固区		下卧层	
			压缩量/cm	占总沉降比/%	压缩量/cm	占总沉降比/%
实测道肩	12.1	—	—	—	—	—
实测道中	12.9	—	—	—	—	—
复合模量法	15.4	道中 19.4 道肩 27.3	6.4	41.6	7.1	46.1
本文方法	14.14	道中 9.6 道肩 16.9	7.12	50.4	6.16	43.6

表 2 给出了桩土应力比的计算值与实测值。路堤中部 7.8 m 处(行车道中心处)的实测桩顶处桩土应力比最大值为 5.1,稳定值为 4.7;本文计算土工格栅上桩土应力比为 4.234,土工格栅下桩土应力比为 4.451。土工格栅上侧计算值与实测最大值、稳定值相比,相对误差分别为 16.98%、9.91%;土工格栅下侧计算值与实测最大值、稳定值相比,相对误差分别为 12.73%、5.30%。双等沉面模型计算的桩土应力比、沉降都与实测值接近,且各组成部分的沉降计算值占总沉降的百分比与复合模量计算的相近,证明了本文方法的合理性。

表 2 桩土应力比实测值与计算值结果

Tab.2 Test and calculated results of stress ratio

方法	桩土应力比实测		相对误差/%	
	最大值	稳定值	最大值	稳定值
实测(道中)	5.1	4.7	—	—
计算值(格栅上)	4.234	4.234	16.98	9.91
计算值(格栅下)	4.451	4.451	12.73	5.30

4 结 论

本文针对柔性桩加固的加筋桩承式路堤的荷载传递机理与桩土相互作用的变形特性,以路堤中心处单桩影响范围内的复合地基和路堤为研究对象,建立了基于路堤-桩-土共同作用的双等沉面模型,获得了该类桩承式路堤的桩土应力比以及沉降的计算方法。该方法能考虑桩承式路堤中所有的荷载传递机理之间的相互作用。同时,该方法还对现有土拱计算方法在路堤中等沉面处内、外土柱摩擦力不为零的缺陷进行了改进,并根据下卧层的变形特性,引入了下等沉面的概念及其计算模型,使计算更加合理。通过实例分析,得出以下几个结论:

1)桩承式路堤的总沉降主要由加固区的压缩量和下卧层的压缩量组成。对于摩擦桩,下卧层的变形量约占总沉降的 45%。

2)对于下卧层土体不是硬土层的桩承式路堤,由于桩土的相互协调变形,桩-土的相对位移较小,则土工格栅的作用不能充分发挥。

3)对于未打穿软土的柔性桩承式路堤,当桩长超过有效桩长后,通过增加桩长来控制沉降不是很有效的方法。

参考文献

- [1] DUIJNEN P G, EEKELEN S J M, STOEL A E C. Monitoring of a railway piled embankment [C]//Proceedings of the 9th International Conference on Geosynthetics. Brasil:Geosynthetic, 2010:1462—1464.
- [2] BRIANCON L, SIMON B. Pile-supported embankment over soft soil for a high-speed line[J]. Geosynthetics International, 2017, 24(3): 293—305.
- [3] GIROUT R, BLANC M, THOREL L, *et al.* Geosynthetic reinforcement of pile-supported embankments [J]. Geosynthetics International, 2018, 25(1): 37—49.
- [4] 赵明华, 刘猛, 龙军, 等. 双向增强复合地基土工格栅加筋体变形分析[J]. 中国公路学报, 2014, 27(5): 97—104.
ZHAO M H, LIU M, LONG J, *et al.* Deformation analysis of geocell-reinforcement in bidirectional reinforced composite foundation [J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(5): 97—104. (In Chinese)
- [5] 费康, 刘汉龙. 桩承式加筋路堤的现场试验及数值分析[J]. 岩土力学, 2009, 30(4): 1004—1012.
FEI K, LIU H L. Field test study and numerical analysis of a geogridreinforced and pile-supported embankment[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(4): 1004—1012. (In Chinese)
- [6] TERZAGH I K. Theoretical soil mechanics [M]. New Yourk: John Wiley & Sons, 1943: 66—77.
- [7] HEWLETT W J, RANDOLPH M F. Analysis of piled embankments [J]. Ground Engineering, 1988, 21: 12—18.
- [8] KEMPFERT H G, ZAESKE D, ALEXIEW D. Interactions in reinforced bearing layers over partial supported underground [C]//Twelfth European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Geotechnical Engineering for Transportation Infrastructure. Amsterdam, Netherlands: Balkema, Rotterdam, 1999: 1527—1532.
- [9] VAN EEKELEN S J M, BEZUIJEN A, VAN TOL A F. An analytical model for arching in piled embankments [J]. Geotextiles and Geomembranes, 2013, 39: 78—102.
- [10] GALLANT A P, SHATNAWI E, FAROUZ E, *et al.* A case study of settlement and load transfer at depth beneath column-supported embankments [C]//Innovations in Ground Improvement for Soil, Pavement, and Subgrades. Orlando, Florida: American Society of Civil Engineers, 2018, 296: 337—352.
- [11] DEB K, MOHAPATRA S R. Analysis of stone column-supported geosynthetic-reinforced embankments [J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(5): 2943—2960.
- [12] ALAMGIR M, MIURA N, POOROOSHASB H B, *et al.* Deformation analysis of soft ground reinforced by columnar inclusions [J]. Computers and Geotechnics, 1996, 18(4): 267—290.
- [13] LOW B K, TANG S K, CHOA V. Arching in piled embankments [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 120(11): 1917—1938.

- [14] 俞缙,周亦涛,鲍胜,等. 柔性桩承式加筋路堤桩土应力比分析[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(5): 705—713.
YU J, ZHOU Y T, BAO S, *et al.* Pile-soil stress ratio of deformable pile-supported and geosynthetics-reinforced embankments [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(5): 705—713. (In Chinese)
- [15] 赵明华,刘猛,张锐,等. 路堤荷载下双向增强复合地基荷载分担比及沉降计算[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(12): 2161—2169.
ZHAO M H, LIU M, ZHANG R, *et al.* Calculation of load sharing ratio and settlement of bidirectional reinforced composite foundation under embankment loads [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(12): 2161—2169. (In Chinese)
- [16] ZHAO L S, ZHOU W H, YUEN K V. A simplified axisymmetric model for column supported embankment systems [J]. Computers and Geotechnics, 2017, 92: 96—107.
- [17] 陈仁朋,许峰,陈云敏,等. 软土地基上刚性桩-路堤共同作用分析[J]. 中国公路学报, 2005, 18(3): 7—13.
CHEN R P, XU F, CHEN Y M, *et al.* Analysis of behavior of rigid pile supported embankment in soft ground [J]. China Journal of Highway and Transport, 2005, 18(3): 7—13. (In Chinese)
- [18] WU J J, WANG L J, CHENG Q G. Soil arching effect of lattice-shaped diaphragm wall as bridge foundation [J]. Frontiers of Structural and Civil Engineering, 2017, 11(4): 446—454.
- [19] LI L C, WU W B, HESHAM EL NAGGAR M, *et al.* DEM analysis of the sand plug behavior during the installation process of open-ended pile [J]. Computers and Geotechnics, 2019, 109: 23—33.
- [20] 梅国雄,宰金珉. 考虑位移影响的土压力近似计算方法[J]. 岩土力学, 2001, 22(1): 83—85.
MEI G X, ZAI J M. Earth pressure calculating method considering displacement [J]. Rock and Soil Mechanics, 2001, 22(1): 83—85. (In Chinese)
- [21] 余闯,刘松玉,杜广印. 桩承式路堤土拱效应的改进 Terzaghi 方法[J]. 水文地质工程地质, 2010, 37(4): 74—76.
YU C, LIU S Y, DU G Y. A modified Terzaghi's method on soil arching in piled embankments [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2010, 37(4): 74—76. (In Chinese)
- [22] CHEN R P, CHEN Y M, HAN J, *et al.* A theoretical solution for pile-supported embankments on soft soils under one-dimensional compression [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, 45(5): 611—623.
- [23] 饶为国,赵成刚. 桩-网复合地基应力比分析与计算[J]. 土木工程学报, 2002, 35(2): 74—80.
RAO W G, ZHAO C G. The behavior of pile-net composite foundation [J]. China Civil Engineering Journal, 2002, 35(2): 74—80. (In Chinese)
- [24] LOW B K, TANG S K, CHOA V. Arching in piled embankments [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1992, 120(11): 1917—1938.
- [25] 段继伟,龚晓南,曾国熙. 水泥搅拌桩的荷载传递规律[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(4): 1—8.
DUAN J W, GONG X N, ZENG G X. Load transfer behavior of cement treated soil column [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(4): 1—8. (In Chinese)
- [26] WONG K S, TEH C I. Negative skin friction on piles in layered soil deposits [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 121(6): 457—465.
- [27] 王平卫,彭振斌,杨庆光,等. 复合地基有效桩长的计算方法[J]. 地质与勘探, 2006, 42(4): 103—105.
WANG P W, PENG Z B, YANG Q G, *et al.* Calculation method of effective pile length of flexible piles compound foundation [J]. Geology and Prospecting, 2006, 42(4): 103—105. (In Chinese)
- [28] 赵明华. 土力学与基础工程[M]. 2版. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2003: 77—79.
ZHAO M H. Soil mechanics and basic engineering [M]. 2nd ed. Wuhan: Wuhan University of Technology Press, 2003: 77—79. (In Chinese)
- [29] 俞亚南. 粉喷桩加固软土路基试验研究与沉降分析 [D]. 杭州: 浙江大学, 2003: 15—20.
YU Y N. Testing research and settlement analysis of soft ground road embankment improvement by DJM pile [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2003: 15—20. (In Chinese)