

## 基于 Karrenbauer 相模变换的 低压供电线路阻抗量测方法

黄瑞<sup>1,2</sup>, 余敏琪<sup>1,2</sup>, 刘奕珺<sup>2,3</sup>, 夏向阳<sup>2,3†</sup>, 周纲<sup>1,2</sup>, 刘谋海<sup>1,2</sup>

(1. 国网湖南省电力有限公司 供电服务中心(计量中心), 湖南 长沙 410004;

2. 国网湖南省电力有限公司 智能电气量测与应用技术湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410004;

3. 长沙理工大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410114)

**摘要:**为解决低压供电线路参数精准量测困难的问题,提出一种基于相模变换的低压供电线路阻抗智能量测方法,该方法利用智能电表采集线路各节点数据,通过 Karrenbauer(卡伦鲍厄)相模变换对各相数据进行解耦,并依据线路之间的潮流关系建立最小二乘优化模型对阻抗参数进行寻优,实现精准量测.最后通过实际算例验证了该方法有效可行,实现了对不同工况下低压供电线路阻抗参数的在线辨识,为供电线路运行状态评估提供了依据.

**关键词:**智能电表;阻抗测量;低压配电网;三相阻抗

中图分类号:TM727

文献标志码:A

## Impedance Measurement Method of Low-voltage Power Supply Line Based on Karrenbauer Phase-mode Transformation

HUANG Rui<sup>1,2</sup>, YU Minqi<sup>1,2</sup>, LIU Yixuan<sup>2,3</sup>, XIA Xiangyang<sup>2,3†</sup>, ZHOU Gang<sup>1,2</sup>, LIU Mouhai<sup>1,2</sup>

(1. Power Supply Service Center(Metric Center), State Grid Hunan Electric Power Company, Changsha 410004, China;

2. Hunan Key Laboratory of Intelligent Electrical Measurement and Application Technology,

State Grid Hunan Electric Power Company, Changsha 410004, China;

3. College of Electrical and Information Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of accurate measurement on the parameters of low-voltage power supply lines, in this paper an intelligent measurement method of low-voltage power supply line impedance based on phase-to-mode conversion is proposed. And the least-squares optimization model is established to optimize the impedance parameters to achieve accurate measurement. Finally, the practical example verifies that the method is effective and feasible. The method realizes the online identification of the impedance parameters of the low-voltage power supply line under different working conditions, and provides a basis for the evaluation of the operation state of the power supply line.

**Key words:** phase mater; electric impedance measurement; low voltage distribution; three-phase impedance

\* 收稿日期:2020-09-22

基金项目:国家电网公司总部科技资助项目(5400-202021209A-0-0-00), Science and Technology Project of State Grid Cooperation(5400-202021209A-0-0-00)

作者简介:夏向阳(1968—),男,湖南长沙人,长沙理工大学教授,博士生导师

† 通信联系人, E-mail: 307351045@qq.com

随着电力信息化与智能电网的推进, 高效利用电力数据提高系统供电可靠性成为了电力公司的主要目标之一<sup>[1-2]</sup>. 在电力系统中, 线路的阻抗值是反映配电系统实际运行状态的重要参数, 一方面可以有效识别并解决线路、线路断线故障等问题, 另一方面为开展配电网窃电检测与线损分析等业务提供了有力的数据支撑<sup>[3-4]</sup>. 对阻抗参数进行精准测量具有重要意义.

而目前获取线路阻抗参数的方法主要有以下两种: 第一, 理论估值法, 通过对线路长度、材料及结构等参数进行理论推算<sup>[5]</sup>, 但是该方法在实际工况下受多种环境因素的影响, 无法估算出精准数值, 误差较大; 第二, 实测数据估值法, 采用相量测量单元 (Power Management Unit, PMU) 和数据采集与监视控制系统 (Supervisory Control and Data Acquisition, SCADA) 对数据进行实地测量和综合估算, 但该方法需要配备相应测量装置<sup>[6]</sup>, 由于配电网复杂、分散的特点, 该方法存在投资成本高, 实现困难的问题.

目前, 智能电表与采集终端作为智能电网的重要组成部分在配线系统的运维与管理中发挥越来越重要的作用<sup>[7]</sup>. Luan 等<sup>[8]</sup>利用智能电表来预测客户的上下游位置关系, 实现了拓扑系统及时修正. 文献[9]针对配电网用户节点连接信息匮乏的问题, 依托智能电表提出了一种低压配电网拓扑识别方法. 现阶段, 基于智能电表的配电网参数量测的研究也取得了相关进展. 文献[10]对低压电网阻抗模型进行分析, 给出了等值电路模型及数学模型的构建方法, 但该方法不足之处在于, 仅考虑线路阻抗的阻性部分, 这使得阻抗参数估算值与实际配电网的线路阻抗差距较大. 王谦等<sup>[11]</sup>提出了利用电表采集电压与电流变化速率来求解回路阻抗近似计算方法. 李新家等<sup>[6]</sup>提出了一种分段求解的思路来计算对应线路的回路阻抗. 但文献[6, 10-11]列举的方法仅对电阻值进行估算, 而实际配电网中支路的电阻与电抗比值及  $R/X$  的数值一般为 1~3<sup>[12]</sup>, 所讨论的线路模型简单, 无法作为反映线路状态的重要指标. 文献[13]通过反推上游节点电压的方法, 搭建求解优化问题的模型来求解配电网线路的精准阻抗参数. 该方法虽然考虑了电抗值, 但局限于在三相平衡的配电网这一前提下, 仅以单相智能电表作为讨论对象展开研究. 而在实际的低压供电线路网络中, 广泛存在着三相不平衡的现象. 为实现低压配电网线路的准确量测需充分考虑线路之间相互耦合对阻抗值的影响.

鉴于此, 本文提出一种适用于三相配电系统的

供电线路阻抗测算方法. 该方法依托智能电表高效采集的优势实时采集各电力节点数据, 利用 Karrenbauer 相模变换将对相互耦合的三相分量进行解耦, 并依据线路之间的潮流关系推导基于功率平衡的阻抗参数辨识方程, 最后通过最小二乘法优化寻优实现低压供电线路参数的在线量测.

## 1 基于相模变换的低压供电线路阻抗参数模型

电力传输线路等效模型主要是由反映其物理特性的电阻、电导、电抗和电纳等理想元器件构成<sup>[14]</sup>. 由于低压配电网线路短、电压等级低, 一般不将线路电纳、电容参数纳入模型考虑范围之内, 因此文章采用电阻和电抗构成“一字型阻抗”模型. 其单相传输模型如图 1 所示.

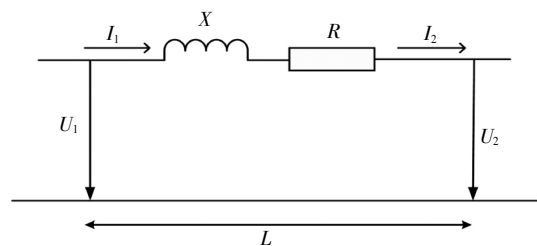


图 1 一字型单相线路传输模型

Fig.1 Transmission model diagram of single-phase line

由于三相之间会存在电磁耦合现象, 因此, 配电网中的低压供电线路不但自身会形成自电阻、自电抗, 各相之间也会形成互电阻、互电抗. 为解决配电网供电线路各相之间存在的耦合问题, 文章通过相模变换将其分解为三个独立的系统, 后续仅需将各模网络按照一个单相系统进行讨论与计算.

相模变换与对称分量法的不同之处在于, 其相模变换矩阵中的元素全为实数, 避免了复数域复杂的计算过程, 更适用于电气量为离散采样值的解耦. 目前常用的相模变换方法有 Clarke 变换、Karrenbauer 变换、Wedpohl 变换等<sup>[15]</sup>. 因此针对检测筛选后的各相量测数据, 选择 Karrenbauer 相模变换法对该低压供电系统的耦合相域数据进行解耦, 获取模域对应的各个模向量.

Karrenbauer 相模变换法可将三相供电线路的同步采样值转换为 0 模、1 模、2 模采样值, 其相模变换及其反变换关系为:

$$\begin{cases} [F_m^{(0)}, F_m^{(1)}, F_m^{(2)}]^T = S^{-1}[F_a, F_b, F_c]^T \\ [F_a, F_b, F_c]^T = S[F_m^{(0)}, F_m^{(1)}, F_m^{(2)}]^T \end{cases} \quad (1)$$

其中 Karrenbauer 变换矩阵如下:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, S^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $F_m^{(0)}$ 、 $F_m^{(1)}$ 、 $F_m^{(2)}$  为某时刻 0 模、1 模、2 模采样值;  $F_a$ 、 $F_b$ 、 $F_c$  为该时刻 a 相、b 相、c 相采样值。

经过进一步的推导可得其模域与相域阻抗参数的变换关系为:

$$Z_m^{(012)} = S^{-1} Z^{abc} S \quad (3)$$

式中:  $Z_m^{(012)}$  为该网络某时刻的序阻抗值;  $Z^{abc}$  为同一时刻的线阻抗值。

## 2 基于 Karrenbauer 相模变换的低压供电线路参数计算方法

### 2.1 三相供电系统数据智能采集

配电网典型台区拓扑图如图 2 所示, 其中智能电表安装在用户终端与配电变压器侧。

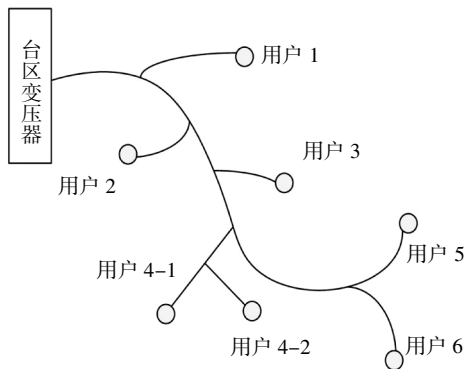


图 2 配电台区拓扑图

Fig.2 Topology of low-voltage distribution network

由于智能电表有采集频率高、数据存储时间长的优势, 通过智能电表与监测终端可源源不断地获得配电网各节点不同时刻的测量数据。智能电表的数据采样时间为 1~15 min, 为减轻通信网络负载数据流量, 设置智能电表实时数据的采样间隔为 15 min, 其采集数据包括三相线电压、三相有功功率、三相无功功率等。

其具体实现过程为: 首先通过台区所属的设备运维管理系统获取配电线路拓扑关系以及线路与用户智能电表的关系, 按所设采样周期  $T$  对用户节点的电压幅值、有功功率、无功功率等数据进行采集,

并将同一时刻采集的数据以采集周期为单位统一储存; 随后利用远程通信网络将数据传输至低压供电网络线路监测终端; 进行阻抗测算前需对数据进行异常检测, 将无效数据(如负值数据和非数组类型的数据)进行剔除; 最终将过滤后的数据以矩阵集的形式表示。

考虑到实际的低压配电网中, 三相不平衡时有发生。面对不同工况下低压供电线路需要采用 Karrenbauer 变换将不对称的系统转换为对称系统, 由式(1)(2)将各个智能电表节点的量测数据(包括三相线电压、三相有功功率、三相无功功率)一一进行解耦。

将  $k$  时刻采集到的三相线电压通过 Karrenbauer 相模变换可得三相电压的 1 模、2 模、0 模值:

$$\begin{bmatrix} U_m^{(0)} \\ U_m^{(1)} \\ U_m^{(2)} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} U_a + U_b + U_c \\ U_a - U_b + 0U_c \\ U_a + 0U_b - U_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中:  $U_m^{(0)}$  是 0 模分量, 称为地模或零模分量;  $U_m^{(1)}$  是 1 模分量;  $U_m^{(2)}$  是 2 模分量, 称为线模分量。

同理对该表  $k$  时刻的三相有功功率、三相无功功率进行解耦有:

$$\begin{bmatrix} P_m^{(0)} \\ P_m^{(1)} \\ P_m^{(2)} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} P_a + P_b + P_c \\ P_a - P_b + 0P_c \\ P_a + 0P_b - P_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} Q_m^{(0)} \\ Q_m^{(1)} \\ Q_m^{(2)} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Q_a + Q_b + Q_c \\ Q_a - Q_b + 0Q_c \\ Q_a + 0Q_b - Q_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

与电力系统分析中对称分量法推导的序阻抗比较可知, 其中通过上式获得的阻抗 0 模、1 模、2 模值分别与对称分量法中的零序、正序、负序一一对应<sup>[15]</sup>。

### 2.2 基于功率平衡的阻抗参数辨识方法

由于低压供电线路所在配电网中都有安装谐波处理装置, 谐波对阻抗参数的计算影响较小, 本文暂不考虑谐波的影响<sup>[13]</sup>。

经潮流分析得, 线路末端节点  $p$ (智能电表)与线路首端节点  $n$ (其上游节点)的 A 相正序复功率可以表示为:

$$\tilde{S}_{Ap} = P_{Ap} + jQ_{Ap} \quad (7)$$

$$\tilde{S}_{An} = P_{An} + jQ_{An} \quad (8)$$

其线路首末两端的功率差为:

$$\Delta \tilde{S}_{n-p} = (P_{An} - P_{Ap}) + (Q_{An} - Q_{Ap})j = \Delta P_{n-p} + \Delta Q_{n-p}j \quad (9)$$

该线路 A 相正序阻抗表示为:

$$Z_{n-p(1)} = \frac{U_{An(1)}^2 (\Delta P_{n-p} + \Delta Q_{n-p}j)}{P_{An}^2 + jQ_{An}^2} \quad (10)$$

对式(10)虚实拆分变换可得:

$$\begin{cases} R_{n-p} = \frac{U_{An(1)}^2}{P_{An}^4 + Q_{An}^4} \times (P_{An}^2 \cdot \Delta P + Q_{An}^2 \cdot \Delta Q) \\ X_{n-p} = \frac{U_{An(1)}^2}{P_{An}^4 + Q_{An}^4} \times (-Q_{An}^2 \cdot \Delta P + P_{An}^2 \cdot \Delta Q) \end{cases} \quad (11)$$

基于功率平衡的各序阻抗参数辨识方程如下:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{n-p(m)} \\ \Delta Q_{n-p(m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} KP_{An}^2 & -KQ_{An}^2 \\ KQ_{An}^2 & KP_{An}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{n-p(m)} \\ X_{n-p(m)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中:  $K = \frac{U_{An(m)}^4}{P_{An}^4 + Q_{An}^4}$ ,  $m(m = 0, 1, 2)$  表示 0 模、1 模、2 模值。

将整个时间序列里的不同时刻的采样值代入参数辨识方程式(12), 利用加权最小二乘法获得各段线路的各序参数, 其目标函数为:

$$\min J(X) = (Z - HX)^T R(Z - HX) \quad (13)$$

式中:  $Z$  代表参数辨识式(12)左侧的测量矩阵;  $H$  为参数辨识方程右侧系数矩阵;  $X$  为代求参数值矩阵;  $R$  为各时刻量测值方差的倒数为对角线元素的量测权值矩阵。

当目标函数  $J$  达到最小值时所得的  $X$  即为所求最优值, 令  $J(X)$  为 0 则有:

$$\frac{dJ(X)}{dX} = -ZH^T RZ + ZH^T RHX = 0 \quad (14)$$

经化简可得:

$$X = (H^T R H)^T H^T R Z \quad (15)$$

其迭代方程为:

$$\begin{cases} \Delta X^{(k-1)} = (H^T R H)^{-1} H^T R (Z - HX^{(k-1)}) \\ X^{(k)} = X^{(k-1)} + \Delta X^{(k-1)} \end{cases} \quad (16)$$

其迭代收敛条件为:

$$|J(\tilde{x}^{(k)}) - J(\tilde{x}^{(k-1)})| < \gamma_J \quad (17)$$

式中:  $\gamma_J$  为自行选取的收敛阈值。

最终将各模网络的阻抗参数代入式(3)利用 Karrenbauer 相模变换矩阵将其转换为三相线路的自阻抗与相间互阻抗, 获得各段线路的精准阻抗参数值:

$$Z_{(n-p)} = \begin{bmatrix} Z_{AA(n-p)} & Z_{AB(n-p)} & Z_{AC(n-p)} \\ Z_{BA(n-p)} & Z_{BB(n-p)} & Z_{BC(n-p)} \\ Z_{CA(n-p)} & Z_{CB(n-p)} & Z_{CC(n-p)} \end{bmatrix} \quad (18)$$

基于上述方法实现低压供电线路阻抗测算方法流程图见图 3。

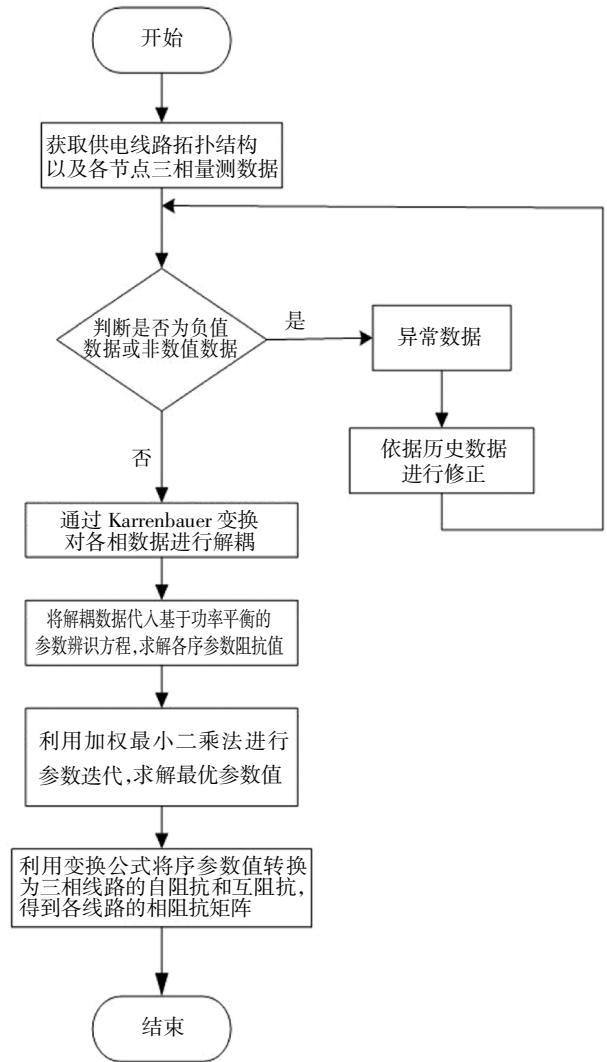


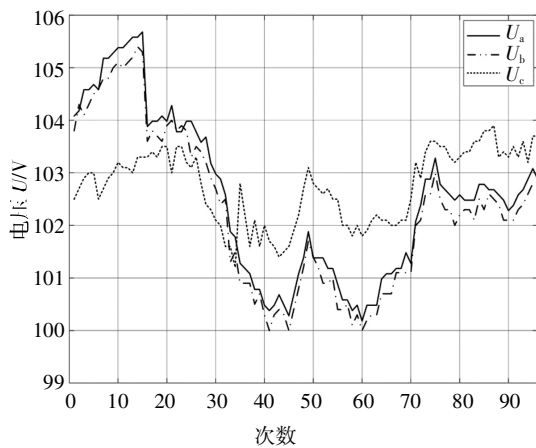
图 3 低压供电线路阻抗测算方法流程图

Fig.3 Flow chart of impedance measurement method for low-voltage power supply line

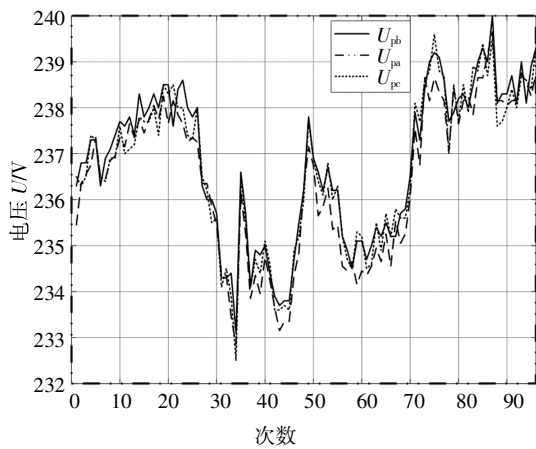
### 3 实例分析

为了验证本文提出方法的可靠性和实用性, 选取湖南某公司园区低压供电线路实际量测数据进行分析, 该线路段采用三相三线电能计量装置, 其中上层节点采集装置电压互感器变比为 100 : 1, 电流互感器变比为 30 : 1, 其中下层节点采集装置电压互感器变比为 1 : 1, 电流互感器变比为 20 : 1. 该装置 15 min 采集一次数据, 一天共采集 96 次, 选定状态评价的时间段从 2020 年 8 月 28 日 0:00 到 2020 年 8 月 29 日 23:59.

计量装置所采集的上下层节点三相电压值如图 4 所示, 图中纵坐标为三相智能电表的相电压采集值, 横坐标为第  $k$  次采集次数。



(a)下游节点电压



(b)上游节点电压

图4 上下游节点三相电压值

Fig.4 Three-phase voltage values for upstream and downstream nodes

从图4可观察到三相电压曲线并不完全吻合,仅以单相阻抗模型进行量测不够精确,将该线路量测数据输入到所提方法的MATLAB程序中,其各相自阻抗、互阻抗值如表1所示。

表1 三相自阻抗、互阻抗值

Tab.1 Three-phase self-impedance and mutual impedance

阻抗/ $\Omega$	A	B	C
A	0.015 32+0.006 13j	0.011 73+0.007 32j	0.009 45+0.003 56j
B	0.011 73+0.007 32j	0.014 36+0.004 68j	0.008 41+0.002 73j
C	0.009 45+0.003 56j	0.008 41+0.002 73j	0.016 38+0.005 95j

利用在算例前1/2采样周期(8月28日0:00—23:59)数据计算得到的线路阻抗矩阵来推算线路上游节点的电压值,通过比较上游节点电压计算值与实测值之间的误差大小,反推利用所提方法求得线路阻抗是否满足要求,其计算得到的上游节点A相

电压曲线与后1/2采样周期(8月29日0:00—23:59)实际量测电压值如图5所示。

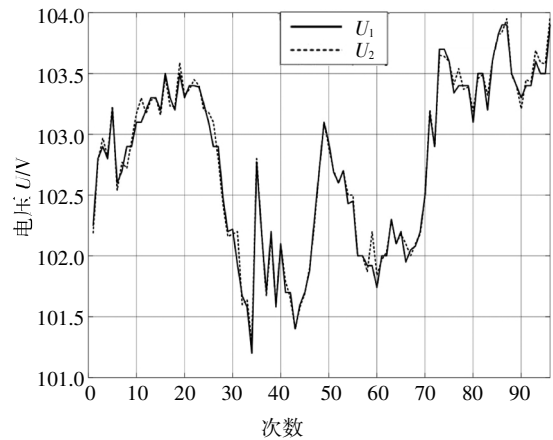


图5 上游节点电压量测值曲线与计算值曲线比较图

Fig.5 Comparison of measured and calculated voltage curves of upstream nodes

图中 $U_1$ 为8月29日0:00—23:59上游节点A相实际量测值, $U_2$ 为利用阻抗前一天数据计算得到线路的阻抗矩阵推算得到的电压计算值.通过比较,得到实测值与计算值的误差曲线如图6所示。

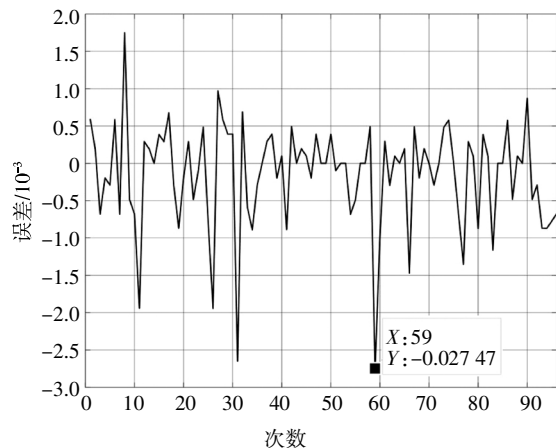


图6 误差曲线图

Fig.6 Error curve

本文提出的低压供电线路阻抗量测方法得到的结果误差均在0.28%范围内,符合工程允许要求,具有工程可用性。

## 4 结论

考虑到配电网供电线路短且分支较多,为实现电网络各相阻抗参数精准量测,本文建立了适用于三相配电系统的低压配电网阻抗模型,提出一种

基于相模变换的低压供电线路阻抗智能量测方法。主要结论如下:

1)通过 Karrenbauer 相模变换法解决了输电线路各相耦合而传统相分量法中互阻抗难以求解的问题。通过湖南某实际配电台区的算例分析,验证了该方法不仅能适用于三相平衡系统,也能在三相负荷不平衡情况下,实现对低压供电线路阻抗参数的在线辨识。

2)该方法的变换矩阵与参数值都为实数,相较于对称分量法更契合,智能电表采集的量测数据为离散采样值的解耦,计算过程简单方便且准确率高,能为供电线路健康状态评估提供依据,具有一定的推广和应用价值。

本文是在配电网拓扑中各节点智能电表数据完整的前提下进行研究,如果同一台区的智能电表的数据存在缺失,还需利用拓扑结构里其他节点间接地推算缺失数据节点的电压数据。因此,下一步工作将考虑在数据缺失的情况下提高所提算法的适应性。

## 参考文献

- [1] 彭小圣,邓迪元,程时杰,等.面向智能电网应用的电力大数据关键技术[J].中国电机工程学报,2015,35(3):503—511.  
PENG X S, DENG D Y, CHENG S J, *et al.* Key technologies of electric power big data and its application prospects in smart grid[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(3): 503—511. (In Chinese)
- [2] 张东霞,苗新,刘丽平,等.智能电网大数据技术发展研究[J].中国电机工程学报,2015,35(1):2—12.  
ZHANG D X, MIAO X, LIU L P, *et al.* Research on development strategy for smart grid big data [J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(1): 2—12. (In Chinese)
- [3] 王景川.基于智能电网的电力调度数据网运维管理研究[D].北京:华北电力大学,2014:9—14.  
WANG J C. Study on the operation and management of electric power dispatching data network based on smart grid [D]. Beijing: North China Electric Power University, 2014: 9—14. (In Chinese)
- [4] 赵文彬,李慧星,费正明,等.基于智能电网需求的输电线路状态监测系统建设[J].华东电力,2010,38(8):1212—1216.  
ZHAO W B, LI H X, FEI Z M, *et al.* Construction of transmission line state detection system based on smart grid requirements [J]. East China Electric Power, 2010, 38(8): 1212—1216. (In Chinese)
- [5] 冯齐贤,李海明.用  $\chi_2$  检验法评定导线测量的精度[J].工程勘察,1989,17(3):64—68.  
FENG Q X, LI H M. Evaluation of traverse accuracy with Chi-square ( $\chi_2$ ) test [J]. Geotechnical Investigation and Surveying, 1989, 17(3): 64—68. (In Chinese)
- [6] 李新家,陈霄,李平,等.低压配电线路阻抗在线测量技术研究[J].机械设计与制造工程,2019,48(11):48—52.  
LI X J, CHEN X, LI P, *et al.* Research on on-line impedance measurement technology for low-voltage distribution line [J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2019, 48(11): 48—52. (In Chinese)
- [7] 魏锋.用电信息采集系统在智能电网发展中的建设应用[D].南京:南京理工大学,2011:11—13.  
WEI F. Construction and Application of customer power information gathering system in smart grid [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2011: 11—13. (In Chinese)
- [8] LUAN W P, PENG J, MARAS M, *et al.* Smart meter data analytics for distribution network connectivity verification[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2015, 6(4): 1964—1971.
- [9] ZHANG M Z, LUAN W P, GUO S, *et al.* Topology identification method of distribution network based on smart meter measurements [C]//2018 China International Conference on Electricity Distribution (CICED). Tianjin: IEEE, 2018: 372—376.
- [10] 吴少雷,肖坚红,张波,等.基于阻抗分析的居民用户异常用电研判模型研究[J].电器与能效管理技术,2019(3):30—34.  
WU S L, XIAO J H, ZHANG B, *et al.* Model research on abnormal power consumption judgment of residential users based on impedance analysis[J]. Electrical & Energy Management Technology, 2019(3): 30—34. (In Chinese)
- [11] 王谦,黄双,张伟.基于智能电表的配电网需求侧运行状态评估方法[J].广东电力,2019,32(2):107—112.  
WANG Q, HUANG S, ZHANG W. Evaluation method for demand side operation state of distribution network based on smart meter[J]. Guangdong Electric Power, 2019, 32(2): 107—112. (In Chinese)
- [12] 秦四军.基于电网营配数据融合的线路阻抗分析方法研究[D].北京:北京交通大学,2019:29—41.  
QIN S J. Research on line impedance analysis method based on grid metering and distribution data integration [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2019: 29—41. (In Chinese)
- [13] 栾文鹏,王兵,周宁,等.基于量测数据的低压配电网精确建模[J].电网技术,2015,39(11):3141—3146.  
LUAN W P, WANG B, ZHOU N, *et al.* Modeling of LV distribution network based on metering data [J]. Power System Technology, 2015, 39(11): 3141—3146.
- [14] 魏登皎.电力系统三相传输线参数估计方法研究[D].成都:西南交通大学,2019:18—21.  
WEI D J. Study on parameter estimation methods of three-phase transmission line in power system [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2019: 18—21. (In Chinese)
- [15] 贾鹏,张庆超,贾新华,等.基于Clarke矩阵的不对称输电线路相模变换矩阵求解[J].电网技术,2013,37(9):2653—2657.  
JIA P, ZHANG Q C, JIA X H, *et al.* Clarke matrix based solution of phase-mode transformation matrix of asymmetrical transmission lines[J]. Power System Technology, 2013, 37(9): 2653—2657. (In Chinese)