

文章编号:1674-2974(2016)01-0110-07

临坡双层粘土地基极限承载力的上限分析*

胡卫东^{1,2†}, 曹文贵¹, 袁青松¹

(1. 湖南大学 岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082;

2. 湖南理工学院 土木建筑工程学院, 湖南 岳阳 414000)

摘要:在现有研究基础上,结合临坡条形基础双层粘土地基临近边坡的非对称性特征和层状地基特征,构建出临坡条形基础双层粘土地基的多滑块组合单侧滑移破坏模式;根据速度相容关系和速度三角形闭合条件,确定出多滑块离散模式相对应的机动允许速度场;引入上极限分析理论,导出临坡条形基础双层粘土地基极限承载力计算模型,在此模型上采用序列二次规划算法进行优化求解,建立了临坡条形基础双层粘土地基极限承载力确定方法.利用 Matlab 的符号运算功能和优化函数编程计算进行实例分析,并与有限元数值计算结果进行对比分析,表明了本文研究方法的可行性与合理性.

关键词:临坡地基;双层粘土地基;上限分析;条形基础;极限承载能力

中图分类号: U416.14

文献标识码: A

Upper Bound Solution for Ultimate Bearing Capacity of the Two-layer Clay Foundation Adjacent to Slope

HU Wei-dong^{1, 2†}, CAO Wen-gui¹, YUAN Qing-song¹

(1. Geotechnical Engineering Institute, Hunan Univ, Changsha, Hunan 410082, China;

2. College of Civil Engineering and Architecture, Hunan Institute of Science and Technology, Yueyang, Hunan 414000, China)

Abstract: Combined with the characteristics of the asymmetry failure mode of the two-layer clay foundation near slope and layered properties, the unilateral sliding failure mode of two-layer foundation under strip footing adjacent to slope was built on the basis of the existing relevant researches. The failure mechanism was formed by many sliders. According to speed compatible relationships and triangle closed condition, the corresponding planar kinematically admissible velocity field was constructed. By introducing the upper limit analysis theory, the ultimate bearing capacity calculation model of strip footings over two-layer foundation soil was derived. A new approach for determining the ultimate bearing capacity of two-layer foundation under strip footing adjacent to slope was put forward by using sequential quadratic programming optimization algorithm. By the use of Matlab symbolic operation function and optimization function, the finite element numerical analysis results were analyzed and compared with programmed calculation. The feasibility and rationality of the proposed approach was shown.

* 收稿日期:2014-12-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51378198), National Natural Science Foundation of China(51378198); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20130161110017)

作者简介:胡卫东(1976-),男,湖南岳阳人,湖南理工学院副教授,湖南大学博士研究生

† 通讯联系人, E-mail: huweidong506@163.com

Key words: ground foundation adjacent to slope; two-layer soils; upper limit analysis; strip footing; ultimate bearing capacity

目前,均质浅基础地基的承载力问题已经有了较深入研究,但实际上工程大部分地基都是非均质层状地基,土层之间的力学指标差别较大,使得成层土地基与均质土地基在破坏机理和破坏模式上有着显著不同,其相应地基极限承载力也必然存在较大差别,因此,开展成层土地基承载力确定方法的研究有着重要的工程意义,这也正是本文研究的出发点。

由于受到土层厚度和力学强度指标等的影响,成层土地基的破坏模式更加复杂,给成层土地基承载力确定方法的研究造成了较大困难,尽管如此,不少学者通过长期研究,在成层土地基承载力确定方法方面取得了长足的进步,形成了包括极限平衡法、滑移线法、极限分析法和数值分析法等多种研究方法^[1-11]。然而,已有成层土地基承载力确定方法的研究仍然存在一定程度的问题和不足,如 Hasen^[1]加权平均法取有效深度范围内不同土层厚度的加权平均强度后直接用于均质土的 Hasen 公式,其方法由于简单实用得到了较为广泛的运用,但仍然只是一种半经验方法;Meyerhof 和 Hanna^[2]提出的剪切理论认为上部土层发生冲剪破坏,下部土层发生整体剪切破坏,经过大量模型试验检验该理论运用于成层土地基极限承载力计算具有一定合理性,但只能解决硬土层下卧软土层地基承载力问题;杨永新^[3]等基于滑移线场理论,研究了极限平衡区中上层粉土和下层砂土地基承载能力,其研究方法的适应性仍受到一定限制;Zhu^[4]等及 Burd 和 Frydman^[5]等采用数值分析方法能有效解决复杂边界问题和非均质土层问题,但由于土体强度参数选择的困难,也并没有在实际工程应用中被广泛接受;Florkiewicz^[6]等基于极限分析上限理论,采用多滑块组合破坏模式研究双层和三层非水平分层地基的极限承载力,经过与其它理论研究方法和实验结果的对比分析,验证了其正确性和有效性;Michalowski^[7]等采用折线间断面形式构建了无粘性土下卧饱和软粘土双层地基的机动速度场,对比分析了多种破坏模式的适用性,但是上述两者确定的机动速度场实际应用到临坡地基当中仍有待进一步改进。

近年来,临近斜坡浅基础下层状粘土地基广泛出现在各类岩土工程结构中,但就目前来说,从临坡地基出发开展临坡层状粘土地基破坏模式和承载力性状的研究还不够深入,已有的临坡均质粘土地基破坏模式

大多假定滑动面为圆弧或对数螺旋线^[12],但现实情况下,由于斜坡的存在和层状构造土的性质各异,临坡层状粘土地基应力-应变分布极为复杂,使得其在地基破坏模式上与临坡均质粘土地基相比已发生了很大改变,层状地基越不均质,真正的最危险滑动面偏离圆弧滑动面越远,而且也并非对数螺旋线就能逼近真实滑动面,因此,临坡层状粘土地基的任意滑动面形状的确立尤为重要。采用多滑块组合破坏模式的上限极限分析方法,无需事先对极限状态下的连续滑动面形状做出各种假设,能有效结合地基临近斜坡和层状构造的特征,真实反映层状地基粘土重度、粘聚力、土层厚度、埋深和坡角等不同影响因素作用下的破坏模式,而且,上限极限分析方法能避免对滑块间作用力过多假设,不需考虑土体复杂的应力-应变关系且理论严谨,这就为临坡成层土地基承载力确定方法的研究提供了一条有效的研究途径,这也正是本文研究的重要内容之一。

为此,本文将从临坡条形基础双层粘土地基破坏模式研究入手,在考虑基础埋深和临坡距离等影响的基础上,采用多滑块组合破坏模式,利用上限极限分析方法,构建临坡条形基础双层粘土地基机动允许的速度场,建立新的临坡条形基础双层粘土地基极限承载力分析模型,以期完善临坡地基承载力分析的理论与方法。

1 临坡双层粘土地基破坏模式

已有研究成果表明,采用单侧滑动破坏模式的临坡地基极限承载力分析方法往往较为保守和安全^[13],为此,本文假设临坡条形基础双层粘土地基在均布极限荷载 Q_u 作用下,沿 ACD 滑动破坏面发生单侧滑动破坏,如图 1 所示。

临坡地基单侧滑动破坏机构^[14-15]由 $n+1$ 个刚性三角形滑块组成,如基底下三角形滑块 ABC 为滑块 1,沿滑动边界至边坡方向依次递推为滑块 2, \dots , n ,斜坡上三角形滑块 BDE 为被动滑块 $n+1$;沿滑动面上 n 个三角形滑块的顶角依次设为 $\alpha_1 \dots \alpha_i \dots \alpha_n$,三角形滑块的左侧底角设为 $\beta_1 \dots \beta_i \dots \beta_n$;沿破坏面上 n 个三角形滑块底边边长依次递推设为 $d_1 \dots d_i \dots d_n$,滑块间侧边边长依次设为 $l_1 \dots l_i \dots l_n$,对于图 1 中水平层状的双层粘土地基,侧边边长按所处上下不同土层位置可分为 $l_i^+ \dots l_i^+ \dots l_n^+$ 和 $l_i^- \dots l_i^- \dots l_n^-$; n 个三角形刚性滑块的面

积依次为 $S_1 \cdots S_i \cdots S_n$, 同样滑块面积按所处上下不同土层位置又分为 $S_1^{\pm} \cdots S_i^{\pm} \cdots S_n^{\pm}$ 和 $S_1^{\mp} \cdots S_i^{\mp} \cdots S_n^{\mp}$, 边坡上第 $n+1$ 个被动滑块面积设为 S_{BDE} .

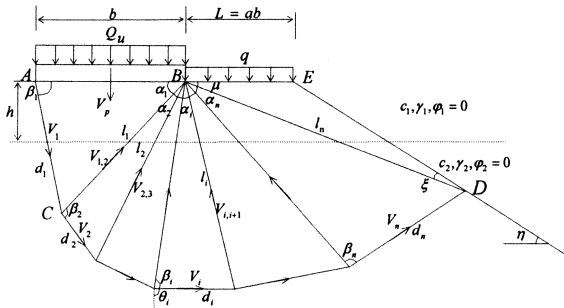


图1 临坡条形基础双层粘土地基破坏模式
Fig.1 The failure mechanism for the strip footing on two-layer clay near slope

上述即为本文确定的临坡条形基础双层粘土地基的多滑块组合破坏模式, 根据图1中的几何关系, 刚性三角形多滑块破坏几何模型实际由 $2n$ 个几何可变参量 $\alpha_i, \beta_i (i = 1, \dots, n)$ 确定, 其它参量如 $l_i, d_i, S_i (i = 1, \dots, n)$ 等均可由以上可变参量求得, 其具体分析过程如下:

$$l_i = b \prod_{j=1}^i \frac{\sin \beta_j}{\sin (\alpha_j + \beta_j)} \quad (1)$$

式中 b 为条形基础基底宽度. 三角形滑块侧边在第1层粘土中的边长为 l_i^{\pm} , 其大小表示为:

$$l_i^{\pm} = \frac{h}{\sin (\sum_{j=1}^i \alpha_j)} \quad (2)$$

式中 h 为第1层粘土土层厚度. 于是, 相应第2层粘土中滑块侧边边长 l_i^{\mp} 其大小可表示为:

$$l_i^{\mp} = l_i - l_i^{\pm} = b \prod_{j=1}^i \frac{\sin \beta_j}{\sin (\alpha_j + \beta_j)} - \frac{h}{\sin (\sum_{j=1}^i \alpha_j)} \quad (3)$$

三角形滑块底边边长 d_i 其大小可表示为:

$$d_i = b \frac{\sin \alpha_i}{\sin (\alpha_i + \beta_i)} \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin \beta_j}{\sin (\alpha_j + \beta_j)} \quad (4)$$

当水平分层面通过三角形滑块1底边时, 则 d_1 按所处上下不同土层位置划分为 d_1^{\pm} 和 d_1^{\mp} , 其大小可分别表示为:

$$d_1^{\pm} = \frac{h}{\sin \beta_1} \quad (5)$$

$$d_1^{\mp} = d_1 - d_1^{\pm} = \frac{b \sin \alpha_1}{\sin (\alpha_1 + \beta_1)} - \frac{h}{\sin \beta_1} \quad (6)$$

沿滑动面上 n 个三角形滑块的面积, 其大小可表示为:

$$S_i = \frac{b^2}{2} \frac{\sin \alpha_i \sin \beta_i}{\sin (\alpha_i + \beta_i)} \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin^2 \beta_j}{\sin^2 (\alpha_j + \beta_j)} \quad (7)$$

式中: $i = 1, \dots, n$. 水平分层面将三角形滑块1面积 S_1 划分为上下两个面积 S_1^{\pm} 和 S_1^{\mp} , 其大小可分别表示为:

$$S_1^{\pm} = \frac{h}{2} (2b - \frac{h}{\tan \beta_1} - \frac{h}{\tan \alpha_1}) \quad (8)$$

$$S_1^{\mp} = S_1 - S_1^{\pm} = \frac{b^2}{2} \frac{\sin \alpha_1 \sin \beta_1}{\sin (\alpha_1 + \beta_1)} - \frac{h}{2} (2b - \frac{h}{\tan \beta_1} - \frac{h}{\tan \alpha_1}) \quad (9)$$

第2, ..., n 个三角形滑块面积被水平分层面划分为 $S_2^{\pm} \cdots S_i^{\pm} \cdots S_n^{\pm}$ 和 $S_2^{\mp} \cdots S_i^{\mp} \cdots S_n^{\mp}$, 其大小可分别表示为:

$$S_i^{\pm} = \frac{1}{2} l_{i-1}^{\pm} l_i^{\pm} \sin \alpha_i = \frac{h^2}{2} \frac{\sin \alpha_i}{\sin \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j \sin \sum_{j=1}^i \alpha_j} \quad (10)$$

$$S_i^{\mp} = S_i - S_i^{\pm} \quad (11)$$

式中 $i = 2, \dots, n$.

斜坡顶面水平, 条形基础外侧边缘距坡顶距离 L 可用距离比系数 a 表示, 则有:

$$L = ab \quad (12)$$

斜坡表面为直线, 具有足够延伸长度, 斜坡倾角为 η , 于是, 斜坡上第 $n+1$ 个三角形被动滑块 BDE 的刚体几何形状即可确定, 其三角形滑块两个底角 μ 和 ξ 及面积 S_{BDE} 均可由以上几何参量表示.

$$\mu = \pi - \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad (13)$$

$$\xi = \eta - \pi + \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad (14)$$

$$S_{BDE} = \frac{1}{2} L l_n \sin \mu = \frac{ab^2}{2} \prod_{i=1}^n \frac{\sin \beta_i}{\sin (\alpha_i + \beta_i)} \sin \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad (15)$$

至此, 构建出了临坡条形基础双层粘土地基多刚性滑块组合的几何破坏模型, 该分析模型较好地反映了临坡双层地基临近边坡的非对称性特征和双层地基层状特征, 为本文采用极限分析方法确定临坡条形基础双层粘土地基极限承载力奠定了坚实基础. 在此基础上, 为了保证单侧滑移几何破坏机构成立, 刚性滑块的几何变量还应满足以下边界约束条件:

$$\left. \begin{aligned} 0 < \alpha_i < \pi/2 \\ 0 < \beta_i < \pi \\ \pi/2 \leq \sum_{i=1}^n \alpha_i \leq \pi \\ 0 \leq \xi \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

滑动破坏面 ACD 需满足破坏面上凹的限定, 即 $0 < \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_i < \dots < \theta_n < \pi$ (17)

式中 θ 表示边界滑动面线段顺时针方向旋转至向下垂直线的夹角(如图 1 所示)。

同时刚性三角形滑块 BDE 还须满足以下几何约束条件

$$\frac{\overline{BD}}{\sin \eta} = \frac{\overline{BE}}{\sin \xi} \quad (18)$$

上式亦可表示为约束方程

$$l_n \sin (\eta + \sum_{i=1}^n \alpha_i) + ab \sin \eta = 0 \quad (19)$$

2 机动允许速度场的建立

临坡双层粘土地基破坏机构机动允许速度场的构建是采用极限上限分析方法确定临坡地基承载力必须解决的关键问题,为了确定允许速度场,首先做如下假定:

1) 临坡地基为水平层状地基,持力层范围内有两层饱和粘土,采用不排水剪有效粘聚力,内摩擦角 $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ 。

2) 条形基础基底与地基土间允许产生相对滑动,基础以速度 V_p 垂直向下运动。

3) 临坡粘土地基服从 Mohr-Coulomb 屈服准则和相关联流动法则。

在上述假设基础上,根据速度相容的闭合三角形几何关系,可得到如图 2 所示速度关系和图 3 所示破坏机构的机动允许速度场^[16],再由矢量分析原理及速度相容性要求可以推导出各速度间断面上速度。

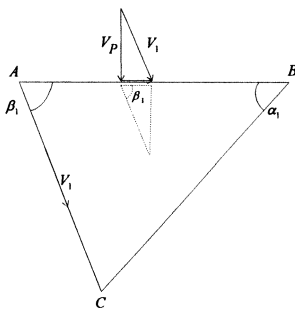


图 2 速度关系
Fig. 2 Velocity relation

1) 由图 2 所示速度关系,根据速度相容关系,条形基础运动速度方向垂直向下,其大小可表示为:

$$V_p = V_1 \sin \beta_1 \quad (20)$$

式中 V_1 表示滑块 1 斜向下的运动速度,考虑到 AC 为速度间断面, V_1 实际为 AC 面上的间断速度。

2) 根据图 3 所示破坏机构的机动允许速度场,刚性滑块在运动中不产生重叠和扭曲畸变,满足相容速度闭合的三角形几何关系,由此可计算各速度间断线上的速度^[17],滑动破坏面 ACD 即各三角形

滑块底边上间断速度 V_i 实际方向为沿滑动面切向方向,其大小可表示为:

$$V_i = V_1 \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin (\alpha_j + \beta_j)}{\sin \beta_{j+1}} \quad (21)$$

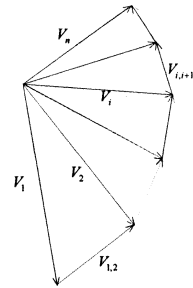


图 3 破坏机构相应允许速度场
Fig. 3 Corresponding velocity field for failure mechanism

各三角形滑块间接触面间断速度 $V_{i,i+1}$ 方向为沿滑块间接触面切向方向,其大小可表示为:

$$V_{i,i+1} = V_1 \frac{\sin (\alpha_i + \beta_i - \beta_{i+1})}{\sin \beta_{i+1}} \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin (\alpha_j + \beta_j)}{\sin \beta_{j+1}} \quad (22)$$

3) 斜坡上刚性滑块 BDE 为被动滑块体,考虑到各刚性滑块之间挤压运动必然具备连续性的特点,滑块 BDE 的运动速度与第 n 号滑块体上速度 V_n 不仅方向完全相同,大小也相等,因此, BD 面两侧速度连续, BD 面不是速度间断面, BD 面上没有能量耗散。

3 能量耗散率的计算

3.1 外力功率

本文研究问题的外力包括考虑埋深引起的分布力 q 、基底极限压力 Q_u 及各滑体自重,各外力功率具体计算方法如下:

1) q 外力功率 W_q

$$W_q = qL V_n \sin (\beta_n - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i) = qab V_1 \sin (\beta_n - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i) \prod_{i=1}^{n-1} \frac{\sin (\alpha_i + \beta_i)}{\sin \beta_{i+1}} \quad (23)$$

式中 q 为基础外侧坡顶面由于埋深作用的竖向均匀分布压力,不计基础埋深内土体抗剪强度对地基极限承载力的影响,则其值可用式(24)表示

$$q = \gamma_1 H \quad (24)$$

式中 γ_1 为第 1 层粘土即埋深内地基土体重度; H 为基础埋置深度。

2) Q_u 外力功率 W_{Q_u}

$$W_{Q_u} = Q_u b V_1 \sin \beta_1 \quad (25)$$

3) 基底三角形滑块 ABC (滑块 1) 自重外力功率 $W_{s_1^+}$ 和 $W_{s_1^-}$

$$W_{S_1^{\pm}} = \gamma_1 S_1^{\pm} V_1 \sin \beta_1 \quad (26)$$

$$W_{S_1^{\mp}} = \gamma_2 S_1^{\mp} V_1 \sin \beta_1 \quad (27)$$

式中 γ_2 为第 2 层粘土重度。

4) 滑动破坏面上其余滑块自重外力功率 $W_{S_i^{\pm}}$ 和 $W_{S_i^{\mp}}$

$$W_{S_i^{\pm}} = \gamma_1 S_i^{\pm} V_i \sin(\beta_i - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j) \quad (28)$$

$$W_{S_i^{\mp}} = \gamma_2 S_i^{\mp} V_i \sin(\beta_i - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j) \quad (29)$$

式中 $i = 2, \dots, n$ 。于是,第 1 层粘土地基其余滑块受自重外力总功率为

$$\sum_{i=2}^n W_{S_i^{\pm}} = \frac{\gamma_1 h^2}{2} f_1 V_1 \quad (30)$$

式中:

$$f_1 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\sin \alpha_i}{\sin \sum_j \alpha_j \sin \sum_j \alpha_j} \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin(\alpha_j + \beta_j)}{\sin \beta_{j+1}} \sin(\beta_i - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j) \right] \quad (31)$$

第 2 层粘土地基其余滑块受自重外力总功率为:

$$\sum_{i=2}^n W_{S_i^{\mp}} = \frac{\gamma_2}{2} f_2 V_1 \quad (32)$$

式中:

$$f_2 = \sum_{i=2}^n \left\{ \sin \alpha_i \left[\frac{b^2 \sin \beta_i}{\sin(\alpha_i + \beta_i)} \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin^2 \beta_j}{\sin^2(\alpha_j + \beta_j)} - \frac{h^2}{\sin \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j \sin \sum_{j=1}^i \alpha_j} \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin(\alpha_j + \beta_j)}{\sin \beta_{j+1}} \sin(\beta_i - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j) \right] \right\} \quad (33)$$

5) 斜坡上滑块 BDE 自重外力功率 $W_{S_{BDE}}$

$$W_{S_{BDE}} = \gamma_1 S_{BDE} V_n \sin(\beta_n - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i) \quad (34)$$

将式(1)和式(15)代入,经化简,可得

$$W_{S_{BDE}} = \frac{\gamma_1 a b^2}{2} \frac{V_1 \sin \beta_1}{\sin(\alpha_n + \beta_n)} \times \sin\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i\right) \sin\left(\beta_n - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i\right) \quad (35)$$

于是,总的外力功率 W 为:

$$W = W_{Q_a} + W_q + W_{S_1^{\pm}} + W_{S_1^{\mp}} + \sum_{i=2}^n W_{S_i^{\pm}} + \sum_{i=2}^n W_{S_i^{\mp}} + W_{S_{BDE}} \quad (36)$$

3.2 内能耗散率

本文研究问题的内能耗散率包括各滑块间速度间断面和破坏间断面 ACD 的能量耗散率,具体分析如下:

1) 滑块间速度间断面能量耗散率 $D_{i^{\pm}}$ 和 $D_{i^{\mp}}$

$$D_{i^{\pm}} = c_1 l_i^{\pm} V_{i,j+1} \quad (37)$$

式中 $i = 1, \dots, n-1$; c_1 为第 1 层饱和粘土有效粘聚力。于是,第 1 层粘土地基滑块间速度间断面总能量耗散率为:

$$\sum_{i=1}^{n-1} D_{i^{\pm}} = c_1 h_1 V_1 f_3 \quad (38)$$

式中:

$$f_3 = \sum_{i=1}^{n-1} \left[\frac{\sin(\alpha_i + \beta_i - \beta_{i+1})}{\sin \beta_{i+1} \sin(\sum_j \alpha_j)} \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin(\alpha_j + \beta_j)}{\sin \beta_{j+1}} \right] \quad (39)$$

$$D_{i^{\mp}} = c_2 l_V^{\mp} i_{j+1} \quad (40)$$

式中 $i = 1, \dots, n-1$; c_2 为第 2 层饱和粘土有效粘聚力。于是,第 2 层粘土地基滑块间速度间断面总能量耗散率为:

$$\sum_{i=1}^{n-1} D_{i^{\mp}} = c_2 V_1 f_4 \quad (41)$$

式中:

$$f_4 = \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ \left[b \prod_{j=1}^i \frac{\sin \beta_j}{\sin(\alpha_j + \beta_j)} - \frac{h}{\sin(\sum_j \alpha_j)} \right] \times \frac{\sin(\alpha_i + \beta_i - \beta_{i+1})}{\sin \beta_{i+1}} \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin(\alpha_j + \beta_j)}{\sin \beta_{j+1}} \right\} \quad (42)$$

2) AC 间断面能量耗散率 D_{d_1}

$$D_{d_1} = \left[(c_1 - c_2) \frac{h}{\sin \beta_1} + \frac{c_2 b \sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \beta_1)} \right] V_1 \quad (43)$$

3) CD 间断面上的总能量耗散率 $\sum_{i=2}^n D_{d_i}$

$$\sum_{i=2}^n D_{d_i} = c_2 b V_1 \sum_{i=2}^n \frac{\sin \alpha_i \sin \beta_1}{\sin(\alpha_i + \beta_i) \sin \beta_i} \quad (44)$$

于是,总的内能耗散率 D 为:

$$D = \sum_{i=1}^{n-1} D_{i^{\pm}} + \sum_{i=1}^{n-1} D_{i^{\mp}} + D_{d_1} + \sum_{i=2}^n D_{d_i} \quad (45)$$

4 临坡双层粘土地基极限承载力上限解

根据上限定理,对于一个允许的机动速度场,外力做功功率与内能耗散率必然相等,在所有与任意机动允许的速度场相对应的极限荷载中,真正的极限荷载最小^[17-19]。根据前面确定的临坡条形基础双层粘土地基破坏模式和机动允许速度场,利用上限分析方法可确定极限承载力上限解。

$$Q_a = \left(\sum_{i=1}^{n-1} D_{i^{\pm}} + \sum_{i=1}^{n-1} D_{i^{\mp}} + D_{d_1} + \sum_{i=2}^n D_{d_i} - \right.$$

$$\left. W_q - W_{S_1^{\pm}} - W_{S_1^{\mp}} - \sum_{i=2}^n W_{S_i^{\pm}} - \sum_{i=2}^n W_{S_i^{\mp}} - \right.$$

$$W_{S_{BDE}}) / bV_1 \sin \beta_1 \quad (46)$$

根据上限定理,最优的上限解应是滑动地基处于极限状态时,临坡地基极限承载力 Q_u 上限解的最小值,即式(46)的最小值,利用 Matlab 的符号运算功能编程计算可以得到临坡条形基础双层粘土地基极限承载力的目标函数表达式,于是,利用上限法求解临坡地基极限承载力可转化为非线性优化问题:

$$Q_u = f(\alpha_i, \beta_i) \quad (47)$$

在对上式进行优化求解时,须满足式(16)~(19)非线性约束条件,由于序列二次规划算法(SQP算法)非常适应于高度非线性问题,且具有较高的效率,因此,本文采用 SQP 优化算法^[15],在 Matlab 环境下编制相应程序,对该问题进行优化求解。

5 验证与比较

5.1 理论计算与有限元分析对比

为了验证本文临坡地基双层粘土地基极限承载力上限分析解法的可行性,结合工程算例采用有限元分析软件 Abaqus 进行临坡地基极限承载力模拟分析并与本文方法分析结果进行对比.某临坡条形基础双层地基,基础埋深 $H = 1 \text{ m}$,地基持力层范围内为两层饱和粘土,第 1 层粘土厚度 $h = 1.0 \text{ m}$, $c_1 = 40 \text{ kPa}$, $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_1 = 0^\circ$,第 2 层粘土 $c_2 = 20 \text{ kPa}$, $\gamma_2 = 16 \text{ kN/m}^3$, $\varphi_2 = 0^\circ$.基础宽度 $b = 2 \text{ m}$,基础外侧边缘距坡顶距离与基础宽度之比 $a = 1$,边坡坡角 $\eta = 20^\circ$.

本次数值分析按平面应变问题模拟临坡双层粘土地基,条形基础为刚性基础,临坡地基材料的弹性模量 $E = 45 \times 10^3 \text{ kPa}$,泊松比 $\nu = 0.3$,土体采用弹塑性本构模型,服从线性 Mohr-Coulomb 屈服准则.有限元分析得到荷载-位移(P - S)曲线如图 4 所示,荷载加至 $Q_u = 123.5 \text{ kPa}$ 时,临坡地基滑动破坏,其相应位移场如图 5 所示。

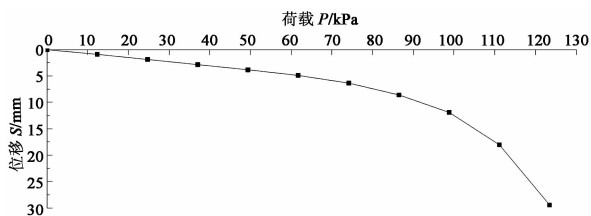


图 4 临坡双层粘土地基 P - S 曲线
Fig. 4 P - S curves of two-layer clay foundations near slope

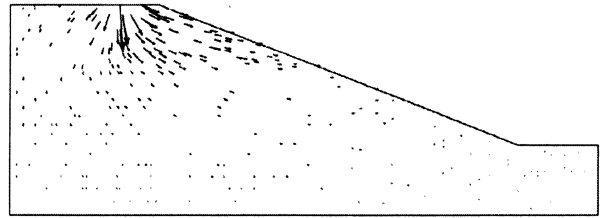


图 5 临坡双层粘土地基位移场
Fig. 5 Placement zone of two-layer clay foundations near slope

本文采用多滑块组合分析模型,一般来说块体划分越小,刚性滑块的数量越多,结果越接近于真实解,取 20 个滑块时能够获得较好的上限解.根据本文方法计算该临坡条形基础双层粘性地基工程算例,得到临坡地基极限承载力 $Q_u = 128.6 \text{ kPa}$,结果表明本文方法计算结果与有限元数值分析结果相差较小,本文上限解是较好的上限解,验证了本文上限分析方法的可行性与适用性.同时绘制本文分析方法对应极限状态下的破坏模式如图 6 所示,与数值模拟分析所得潜在滑裂面接近,说明了本文临坡双层地基多滑块组合破坏模型的有效性。

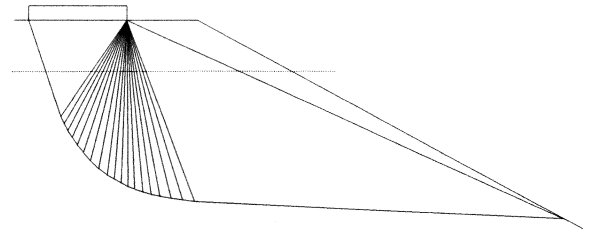


图 6 优化后的破坏模式
Fig. 6 Optimized failure mechanism

5.2 理论计算与其他上限方法的对比

为了进一步验证本文承载力公式和优化算法的正确性与优越性,采用以下算例,上下粘土层参数取相同值,研究问题变为单层土的临坡地基承载力问题,与同样采用单侧滑移破坏模式,引入上限极限理论计算临坡地基极限承载力的文献[13-15]进行比较.某临坡条形基础地基,基础宽度 $b = 2 \text{ m}$,基础距坡顶距离与基础宽度比 $a = 0$,基础埋深 $H = 2 \text{ m}$,地基土重度 $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$,土体内摩擦角 $\varphi = 30^\circ$,地基土粘聚力 $c = 20 \text{ kPa}$,边坡角 $\eta = 20^\circ$.计算得到临坡条形基础地基极限承载力 Q_u ,并与文献[13-15]的计算结果进行比较分析,如表 1 所示。

表 1 计算结果比较(距离比 $a = 0$)
Tab. 1 Comparison of computation results($a = 0$)

计算方法	文献[13]方法	文献[14]方法	文献[15]方法	本文方法
Q_u	509	551	520	505

本文与以上3种文献都利用了上限极限分析理论和优化方法对临坡地基极限承载力进行求解,通过比较计算结果可以看出:本文计算所得的地基极限承载力 Q_u 数值略小,是较优的上限解,在工程实际应用中偏于安全;同时几种方法的结果较接近,这也进一步说明了本文承载力公式和优化算法的正确性和合理性。

6 结 论

1) 本文从临坡地基出发,结合临坡成层土地基临近边坡的非对称性特征和层状地基特征,开展临坡条形基础双层粘土地基承载力性状的研究,构建了临坡地基多滑块组合单侧滑移破坏模式,为临坡成层土地基承载力确定奠定了坚实的理论基础。

2) 在临坡条形基础双层粘土地基多滑块破坏模式的基础上构建对应机动允许速度场,引入上限极限分析理论和优化方法建立了可考虑地基破坏模式非对称性、地基土成层性状、基础埋深和基础与坡顶距离等影响的临坡地基极限承载力的确定方法。

3) 结合工程算例,通过与有限元数值分析方法及其他上限极限分析方法的对比分析,验证了本文临坡双层粘土地基极限承载力上限解是较好的上限解,其滑动破坏面接近数值模拟潜在滑动面,表明本文方法的可行性与合理性。

参考文献

[1] HANSEN J B. A revised and extended formula for bearing capacity[J]. Bulletin of the Danish Geo-Technical Institute, 1970(28):5-11.

[3] HANNA A M, MEYERHOF G G. Design charts for ultimate bearing capacity of foundations on sand overlying soft clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1980, 17(2): 300-303.

[4] 杨永新, 高建红, 高建明, 等. 双层地基极限承载力的数值分析[J]. 包头钢铁学院学报, 2003, 22(2): 181-185.

YANG Yong-xin, GAO Jian-hong, GAO Jian-ming, *et al.* Numerical analysis about the ultimate bearing capacity of two-layer foundation[J]. Journal of Baotou University of Iron and Steel Technology, 2003, 22(2): 181-185. (In Chinese)

[5] GOURVENCE S, RANDOLPH M. Effect of strength non-homogeneity on the shape of failure envelopes for combined loading of strip and circular foundations on clay[J]. Geotechnique, 2003, 53(6): 575-586.

[6] BURD H J, FRYDMAN S. Bearing capacity of plane-strain footings on layered soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1997, 34(2): 241-253.

[7] FLORKIEWICZ A. Upper bound to bearing capacity of layered soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1989, 26(4): 730-736.

[8] MICHALOWSKI R L, SHI L. Bearing capacity of footings over two-layer foundation soils[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1995, 121(5): 421-428.

[9] MERIFIELD R S, SLOAN S W, YU H S. Rigorous solutions for the bearing capacity of two layered clay soils[J]. Geotechnique, 1999, 49(4): 471-490.

[10] CHEN W F. Limit analysis and soil plasticity[M]. Amsterdam: Elsevier, 1975: 170-175.

[11] 秦会来, 黄茂松. 双层地基极限承载力的极限分析上限法[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(4): 611-616.

QIN Hui-lai, HUANG Mao-song. Upper-bound method for calculating bearing capacity of strip footings on two-layer soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(4): 611-616. (In Chinese)

[12] 陈昌富, 曹虹, 王纯子, 等. 下卧倾斜硬层对非均布荷载下地基沉降的影响[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2014, 41(6): 77-84.

CHEN Chang-fu, CAO Hong, WANG Chun-zi, *et al.* Influence of inclined bedrock on subgrade settlements under non-uniformly distributed load [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2014, 41(6): 77-84. (In Chinese)

[13] 胡卫东, 曹文贵. 基于非对称破坏模式的临坡地基承载力上限极限分析方法[J]. 中国公路学报, 2014, 27(6): 1-9.

HU Wei-dong, CAO Wen-gui. Upper limit analysis method for ultimate bearing capacity of ground foundation adjacent to slope based on asymmetry failure mode[J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(6): 1-9. (In Chinese)

[14] 赵炼恒, 罗强. 临坡条形基础极限承载力上限计算[J]. 武汉理工大学学报, 2010, 34(1): 84-87.

ZHAO Lian-heng, LUO Qiang. Bearing capacity of strip footing adjacent to slope with upper bound theorem[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2010, 34(1): 84-87. (In Chinese)

[15] 杨峰, 阳军生, 张学民, 等. 斜坡地基单侧滑移破坏模式及承载力上限解[J]. 工程力学, 2010, 27(6): 162-168.

YANG Feng, YANG Jun-sheng, ZHANG Xue-min, *et al.* One-side slip failure mechanism and upper bound solution for bearing capacity of foundation on slope[J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(6): 162-168. (In Chinese)

[16] SOUBRA A H. Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1999, 125(1): 59-68.

[17] 秦会来, 黄茂松, 李峰. 双层粘土地基极限承载力的多块体上限解[J]. 建筑科学, 2012, 28(9): 40-43.

QIN Hui-lai, HUANG Mao-song, LI Feng. Multi-block upper bound solutions for the two-layer clay foundations[J]. Building Science, 2012, 28(9): 40-43. (In Chinese)

[18] 陈飞, 练继建, 王海军. 浅埋圆形基础竖向地基承载力极限分析上限解[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2014, 41(6): 92-98.

CHEN Fei, LIAN Ji-jian, WANG Hai-jun. Upper-bound limit analysis of the vertical bearing capacity of circular shallow foundations[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2014, 41(6): 92-98. (In Chinese)

[19] 陈祖煜. 土力学经典问题的极限分析上、下限解[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(1): 1-11.

CHEN Zu-yu. Limit analysis for the classic problems of soil mechanics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(1): 1-11. (In Chinese)