

文章编号:1674-2974(2016)02-0036-07

## Stewart 六自由度并联平台 动力学模型振动分析\*

钱承, 鄂加强<sup>†</sup>, 刘明, 邓元望, 朱浩

(湖南大学 机械与运载工程学院, 湖南长沙 410082)

**摘要:**为提高 Stewart 六自由度并联减振平台控制精度, 采用力学分析、旋转矩阵等方法构建了减振平台的速度特性和加速度特性等动力学分析模型和 Adams 虚拟样机模型, 并对该平台在瞬态激励下上端载物平台的位移输出情况、速度情况和加速度情况以及固有特性进行了振动仿真分析. 结果表明: 1) 上端平台的响应较小, 最大的位移出现在 0.7 s 左右且能够很快地保持稳定; 2) Stewart 六自由度并联平台的一阶固有频率较小, 低频特性较好, 且在大范围的频率段范围内响应稳定.

**关键词:** Stewart 并联平台; 动力学分析; 振动仿真; 固有特性

**中图分类号:** TH113

**文献标识码:** A

## Vibration Analysis of the Dynamic Model of Stewart Platform with Six Degrees of Freedom

QIAN Cheng, E Jia-qiang<sup>†</sup>, LIU Ming, DENG Yuan-wang, ZHU Hao

(College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan Univ, Changsha, Hunan 410082, China)

**Abstract:** In order to improve the control precision of the Stewart platform with 6-DOF, the methods of mechanical analysis and the rotation matrix were adopted to establish the vibration platform and the Adams virtual prototype model to obtain the velocity characteristics and the acceleration characteristics. Based on the model, vibration simulation was processed under the transient motivation, and the displacement, velocity and acceleration of the upper platform were tested. The results have shown that the response of the upper platform is small and the biggest displacement appears at 0.7s and the response can be stable quickly and the first-order natural frequency is small; the platform has good low frequency characteristics and has stable response in a wide range of frequencies.

**Key words:** parallel Stewart platform; dynamics analysis; vibration simulation; inherent characteristics

Stewart 六自由度并联平台最初是由德国学者 Stewart<sup>[1]</sup>提出的, 相比串联机构其有以下优点: 具有高刚度且结构比串联式稳定; 并联机构定位准确,

承载能力强, 动态特性好; 在实时计算控制时, 并列式结构反解容易实现. Stewart 六自由度并联平台从诞生以来其各种形式及结构被广泛用于减振及精

\* 收稿日期: 2014-12-24

基金项目: 武器装备预研重点项目(9140A2011QT4801)

作者简介: 钱承(1987-), 男, 浙江海宁人, 湖南大学博士研究生

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: ejiaqiang@126.com

确定位领域<sup>[2-4]</sup>. 由于 Stewart 平台结构的复杂性,国内外学者对其运动学和动力学特性进行了广泛研究<sup>[5-9]</sup>. Afzali-Far 等人<sup>[10]</sup>研究了对称式结构的 Stewart 并联平台的阻尼减振控制,并设计和研究了 Stewart 的动力学特性. Zhao 等人<sup>[11]</sup>研究了并联平台的逆向运动学和刚体动力学特性,通过仿真平台得到了平台的速度、加速度、力矩等特性.

Stewart 六自由度并联平台的运动学及动力学分析是后续结构优化及控制器设计的基础,因此研究其运动学及动力学理论具有重要的意义. 目前针对 Stewart 平台的动力学模型分析方法主要有拉格朗日法<sup>[12-14]</sup> (Lagrange) 和牛顿-欧拉法<sup>[15-16]</sup> (Newton-Euler) 两种. 其中,拉格朗日法只需计算系统的动能和势能就能确定系统的动力学特性,因此该方法相对比较简单且有利于控制策略的制定.

本文针对所设计的 Stewart 六自由度并联平台进行了运动学和动力学分析,并在此基础上通过 Adams 软件建立了模型的 dynamics 模型及振动模型,分析 Stewart 六自由度并联平台动力学模型振动特性,为提高 Stewart 六自由度并联减振平台控制精度提供理论与技术支持.

## 1 Stewart 六自由度并联平台力学分析

### 1.1 Stewart 六自由度并联平台结构

Stewart 六自由度并联平台主要由负载平台、基平台和六根驱动杆组成,每根驱动杆通过铰接方式分别连接负载平台和基平台. 根据铰接方式的不同可以分为球铰连接 (Spherical joint) SPS 型和万向铰连接 (Universal joint) UPS 型;根据驱动杆与负载平台和基平台的连接点数又可分为 3-3 型 Stewart 平台,3-6 型 Stewart 平台及 6-6 型 Stewart 平台.

应用最为广泛的 Stewart 平台为驱动杆与负载平台和基平台都有 6 个连接点数的 UPS 型平台,即 6-UPS 型 Stewart 六自由度并联平台,其结构简图如图 1 所示.

### 1.2 旋转矩阵的确定

为详细有效地对 Stewart 六自由度并联平台进行运动学分析,在图 1 所示的结构图上建立了两个坐标系,即静止坐标系  $\{B, x, y, z\}$ , 其原点固定在基平台的几何中心,动坐标系  $\{P, x_1, y_1, z_1\}$ , 其原点

固定在负载平台的几何中心. 定义驱动杆和负载平台的铰接点为  $P_i (i=1, 2, \dots, 6)$ , 与  $P_i$  相对应的驱动杆和基平台的铰接点为  $B_i (i=1, 2, \dots, 6)$ .

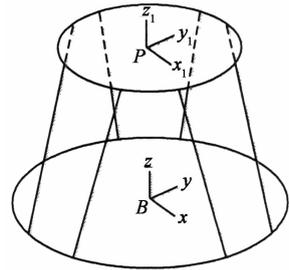


图 1 6-UPS 结构简图

Fig. 1 Structure diagram of 6-UPS

此外,为描述负载平台的姿态,一般采用旋转坐标法,即采用 3 次旋转变换后所得到的 3 个欧拉角  $[\varphi, \theta, \psi]$  来描述姿态特性. 变换顺序为先绕  $z_1$  轴旋转  $\psi$  角度,然后将所得到的  $y_1'$  轴旋转  $\theta$  角度,最后将所得到的  $x$  轴旋转  $\varphi$  角度,经过变换得到最终的坐标系为  $xyz$ .

图 2 所示为坐标的旋转变化原理.

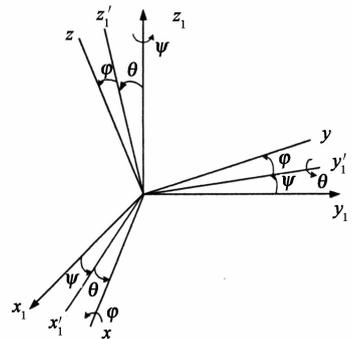


图 2 旋转变换

Fig. 2 Rotation transfer

每经过一个旋转变换就产生一个旋转矩阵,绕  $z-y-x$  顺序旋转所对应的旋转矩阵分别如式 (1) (2) (3).

$$\mathbf{R}_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{R}_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}. \quad (3)$$

经过3次旋转后完整的旋转矩阵可以表示为式(4),经过计算后得到式(5).

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\psi) \cdot \mathbf{R}_y(\theta) \cdot \mathbf{R}_x(\varphi), \quad (4)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

式中:  $r_{11} = \cos\psi \cdot \cos\theta$ ;  $r_{12} = \cos\psi \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi$ ;  $r_{13} = \sin\psi \cdot \sin\varphi + \cos\psi \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta$ ;  $r_{21} = \sin\psi \cdot \cos\theta$ ;  $r_{22} = \cos\psi \cdot \cos\varphi + \sin\psi \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi$ ;  $r_{23} = \sin\psi \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi + \cos\psi \cdot \sin\varphi$ ;  $r_{31} = \sin\theta$ ;  $r_{32} = \cos\theta \cdot \sin\varphi$ ;  $r_{33} = \cos\theta \cdot \cos\varphi$ .

根据该变换理论,负载平台上  $P_i$  点在动坐标系上的坐标转换到静止坐标系上的坐标可以表示为式(6).

$$P_i^B = \mathbf{R} \cdot P_i^P + \mathbf{P}. \quad (6)$$

式中:  $P_i^B$  为  $P_i$  点相对于静止坐标系上的坐标值;  $P_i^P$  为点  $P_i$  相对于动坐标系上的坐标值;  $\mathbf{P} = [P_x, P_y, P_z]^T$  为动坐标系原点相对于动坐标系的绝对坐标.

### 1.3 Stewart 六自由度并联平台速度及加速度分析

定义  $\boldsymbol{\omega}_P$  和  $\mathbf{v}_P$  分别为负载平台相对于定坐标系的角速度和线速度矢量,  $\mathbf{r}_{P_i}$  为  $P_i$  点相对于负载平台坐标系的矢量,则  $P_i$  点在静止坐标系中的速度为:

$$\mathbf{V}_{P_i} = \boldsymbol{\omega}_P \times \mathbf{r}_{P_i} + \mathbf{v}_P. \quad (7)$$

将式(6)中负载平台和驱动杆的铰接点转换后的坐标结合基平台和驱动杆的铰接点  $B_i$  的坐标建立驱动杆矢量,见式(8).

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{P}_i^B - \mathbf{B}_i, \quad (8)$$

则驱动杆的长度可以表示为:

$$l_i = \|\mathbf{w}_i\|. \quad (9)$$

根据式(8)和式(9)可以得到驱动杆的单位向量,见式(10).

$$\mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{w}_i}{l_i}. \quad (10)$$

则根据式(7)和式(10)可以求得驱动杆两个铰接点之间沿驱动杆方向的相对速度.

$$\dot{l}_i = \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{V}_{P_i} = \mathbf{u}_i \cdot (\boldsymbol{\omega}_P \times \mathbf{r}_{P_i} + \mathbf{v}_P) = (\mathbf{r}_{P_i} \times \mathbf{u}_i) \cdot \boldsymbol{\omega}_P + \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_P. \quad (11)$$

定义上平台在静坐标系下的广义坐标为:

$$\dot{\mathbf{q}} = [\mathbf{v}_P \quad \boldsymbol{\omega}_P]^T = \begin{bmatrix} v_{Px} & v_{Py} & v_{Pz} & \omega_{Px} & \omega_{Py} & \omega_{Pz} \end{bmatrix}^T. \quad (12)$$

将式(12)所示广义坐标代入式(11)可表示为:

$$\dot{l}_i = [\mathbf{u}_i^T \quad (\mathbf{r}_{P_i} \times \mathbf{u}_i)^T]^T \begin{bmatrix} \mathbf{v}_P \\ \boldsymbol{\omega}_P \end{bmatrix} = [\mathbf{u}_i^T \quad (\mathbf{r}_{P_i} \times \mathbf{u}_i)^T] \cdot \dot{\mathbf{q}} \quad (13)$$

将6根驱动杆的相对速度表示成矩阵形式,则由式(13)可以得到式(14):

$$\dot{\mathbf{l}}_i = \begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \\ \dot{l}_4 \\ \dot{l}_5 \\ \dot{l}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T & (\mathbf{r}_{P_1} \times \mathbf{u}_1)^T \\ \mathbf{u}_2^T & (\mathbf{r}_{P_2} \times \mathbf{u}_2)^T \\ \mathbf{u}_3^T & (\mathbf{r}_{P_3} \times \mathbf{u}_3)^T \\ \mathbf{u}_4^T & (\mathbf{r}_{P_4} \times \mathbf{u}_4)^T \\ \mathbf{u}_5^T & (\mathbf{r}_{P_5} \times \mathbf{u}_5)^T \\ \mathbf{u}_6^T & (\mathbf{r}_{P_6} \times \mathbf{u}_6)^T \end{bmatrix} \cdot \dot{\mathbf{q}}. \quad (14)$$

式(14)所示的表达式称为 Stewart 六自由度并联平台的反解方程,即根据负载平台的位姿参数及线速度和角速度求解驱动杆的运动速度.相对地,Stewart 六自由度并联平台的正解方程如式(15)所示.

$$\dot{\mathbf{q}} = (\mathbf{J}^*)^{-1} \cdot \dot{\mathbf{l}}_i = \mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{l}}_i. \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{J}$  为 Stewart 六自由度并联平台的雅可比矩阵.

根据式(15)可以得到相应的驱动杆的加速度表达式:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{J}} \cdot \dot{\mathbf{l}}_i + \mathbf{J} \cdot \ddot{\mathbf{l}}_i. \quad (16)$$

### 1.4 Stewart 六自由度并联平台动力学分析

本节运用拉格朗日法对 Stewart 六自由度并联平台进行动力学建模.

根据上节定义的负载平台的角速度  $\boldsymbol{\omega}_P$  和线速度  $\mathbf{v}_P$ ,负载平台的动能可以表示为:

$$T = \frac{1}{2} [m_P (\dot{x}_P^2 + \dot{y}_P^2 + \dot{z}_P^2) + \boldsymbol{\omega}_P^T \mathbf{I}_P^B \boldsymbol{\omega}_P]. \quad (17)$$

式中:  $m_P$  为动平台的质量;  $\mathbf{I}_P^B$  为动平台相对于静止坐标系的惯性矩阵,可以通过旋转矩阵将负载平台相对于动坐标系的转动惯量转换得到.

$$\mathbf{I}_P^B = \mathbf{R} \mathbf{I}_P \mathbf{R}^T. \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{I}_P$  即为负载平台绕动平台的转动惯量,其表达式为:

$$\mathbf{I}_P = \begin{bmatrix} I_{Px} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Py} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Pz} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

负载平台角速度可按如下关系式计算:

$$\boldsymbol{\omega}_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \varphi & \cos \theta \cdot \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \theta \cdot \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

则根据式(18)(19)(20)可以将式(17)的动力学

模型变换到广义坐标模型下:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}. \quad (21)$$

式中:  $\dot{\mathbf{q}}$  为广义速度矩阵;  $\mathbf{M}$  为广义质量矩阵.

负载平台的势能则可以表示为:

$$G = m_P g z_P = [0 \quad 0 \quad m_P g \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \\ \varphi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}. \quad (22)$$

对于驱动杆的动力学分析,对整个支杆转动平衡列 Euler 方程可得:

$$\begin{aligned} -m_d r_d \times a_d - m_u r_u \times a_u + (m_d r_d + m_u r_u) \times g - \\ (I_d + I_u)A - W \times (I_d + I_u)W + \\ M_u s + s \times F_s - C_u W - f = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

式中:  $m_u$  和  $m_d$  分别为支杆上下部分的质量;  $m_d r_d \times a_d$  和  $m_u r_u \times a_u$  分别为支杆上下部分加速度引起的力矩;  $(m_d r_d + m_u r_u) \times g$  为重力引起的力矩;  $M_u s$  为虎克铰在连接处的约束力矩;  $(I_d + I_u)A + W \times (I_d + I_u)W$  为支杆转动引起的转动力矩;  $s \times F_s$  为球铰在连接处的约束力矩;  $C_u W$  为虎克铰引起的摩擦力矩;  $f$  为球铰引起的摩擦力矩;  $C_s$  为球铰黏滞摩擦系数,且有

$$f = C_s (W - \omega_p). \quad (24)$$

为消去  $M_u s$ ,将式(23)叉乘  $s$ ,则可以得到:

$$F_s = (s \cdot F_s) s + \frac{1}{L} C \times s, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} C = m_d r_d \times a_d + m_u r_u \times a_u - \\ (m_d r_d + m_u r_u) \times g + (I_d + I_u)A + \\ W \times (I_d + I_u)W + C_u W + f. \end{aligned} \quad (26)$$

对上支杆应用 Newton 方程得到:

$$F + s \cdot F_s - C_p \dot{L} - m_u s \cdot g + m_u s \cdot a_u = 0. \quad (27)$$

式中:  $F$  为上支杆受到的主动力;  $F_s$  为上平台和支杆连接点处的约束力;  $C_p$  为滑动黏滞摩擦系数.

联立式(25)和式(27)可以得到如式(28)所示的简化形式.

$$\begin{aligned} F_s = Q(a_p - a_b) + V - sF = \\ Q\ddot{t} - Q\ddot{d} - Q\tilde{q}\alpha_p + Q\tilde{r}\alpha_b + V - sF. \end{aligned} \quad (28)$$

式中: 符号“ $\sim$ ”为矢量叉乘转换到矩阵乘积的运算.

式(28)中  $Q$ ,  $V$  和  $V$  中的  $U_5$  可分别表示为:

$$\begin{aligned} Q = [m_u (1 + \frac{2s \cdot r_u}{L}) - \frac{m_d r_d^2 + m_u r_u^2}{L^2}] s s^T + \\ \frac{m_d r_d^2 + m_u r_u^2}{L^2} E_3 - \frac{m_u}{L} (s r_u^T + r_u s^T) - \\ \frac{1}{L^2} [m_d (s \times r_d) (s \times r_d)^T + m_u (s \times r_u) \\ (s \times r_u)^T - \tilde{s} (I_d + I_u) \tilde{s}]; \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} V = (m_u s \cdot U_4 + C_p \dot{L} + m_u s \cdot g) s - \\ \frac{1}{L} s \times U_5; \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} U_5 = m_d r_d \times U_3 + m_u r_u \times U_4 + (I_d + I_u) U_2 + \\ W \times (I_d + I_u) W - (m_d r_d + m_u r_u) \times g + \\ C_u W + f. \end{aligned} \quad (31)$$

经计算化简后得到最终的驱动杆动力学模型:

$$F_{s_i} = Q_i \ddot{t} - Q_i \ddot{d} - Q_i \tilde{q}_i \alpha_p + \\ Q_i \tilde{r}_i \alpha_b - s_i F_i, \quad (32)$$

$$f_i = C_{s_i} (W_i - \omega_p). \quad (33)$$

## 2 Stewart 六自由度并联仿真平台动力学研究

### 2.1 Stewart 六自由度并联机构虚拟样机建立

本文所研究的三维实体模型如图 3 所示,模型由上端负载平台、底端基平台以及 6 根压电驱动杆组成. 该平台的特征参数为:上端载物平面直径为 250 mm,下端平面直径为 350 mm,上下平面之间的距离为 330 mm. 其中驱动杆和上下两平台通过万向铰连接.

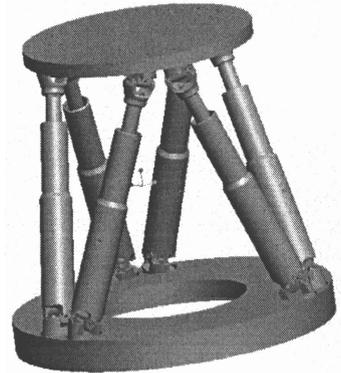


图 3 Stewart 三维实体模型

Fig. 3 3D model of the Stewart

根据 Adams 对三维软件的需要,将 Pro/E 中的三维实体另存为 Parasolid 格式,为了两个对接软件单位的统一,在 Pro/E 输出 Parasolid 格式时将单位设置成 MMKS. 将保存的 Parasolid 格式文件导

入 Adams 软件进行虚拟样机的构建. 为了降低平台的质量, 模型采用钛合金材料, 其材料密度  $\rho=4\ 850\text{ kg/m}^3$ , 弹性模量  $E=1.02 \times 10^5\text{ MPa}$ , 泊松比  $\text{PRXY}=0.3$ .

为了仿真的方便并满足软件对模型的需要, 对模型进行了一系列简化, 包括构件的合并、细小特性单元的删除等. 根据设计原理, 在驱动杆和上下两平台之间的万向铰通过建立 2 个旋转副实现其功能; 驱动杆的上下两部分之间通过平移副连接, 并根据驱动杆的设计原理添加了弹簧和阻尼单元, 以实现减振的目的. 由于本 Stewart 六自由度平台运用在无重力环境下, 因此在 Adams 中取消了重力单元. 为了约束的需要及和实际使用时具有相同的条件, 在下平台和地之间通过一个 Bushing 单元连接, 考虑到实际运用中是固定的, 所以将 Bushing 单元的刚度设置得比较大, 该单元可以同时传递力与力矩. 为了研究下端平台的扰动对上端载荷平台的影响, 在下端平台底端建立了扰动力, 在仿真初始时刻施加垂直于底端向上的 1 N 的力 STEP( time, 0, 1, 1, 0), 其形式如图 4 所示.

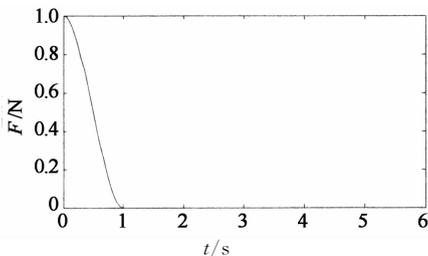
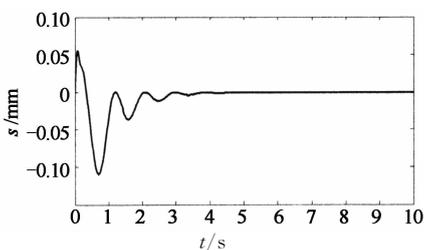


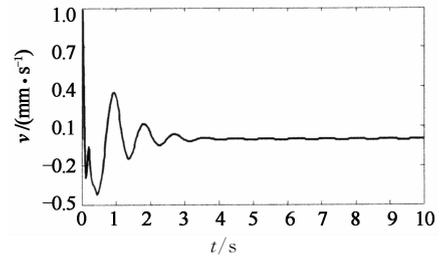
图 4 施加在底端的扰动力  
Fig. 4 Force applied on the bottom

## 2.2 Stewart 六自由度并联机构动力学仿真结果

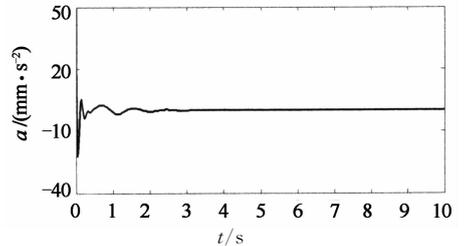
将上节所建立的动力学仿真模型进行仿真分析, 设置仿真时间为 10 s, 仿真 500 步. 针对该扰动力, 上端平台的位移响应、速度响应及加速度响应如图 5 所示. 根据动力学仿真结果图可以看出, 上端平台的响应较小, 最大的位移出现在 0.7 s 左右且能够很快地保持稳定.



(a) 位移响应



(b) 速度响应



(c) 加速度响应

图 5 上端平台响应

Fig. 5 Response of the upper platform

图 6 所示为 6 根驱动杆在收到扰动后所受到的力. 由图 6 可看出, 6 根驱动杆在收到扰动的干扰后, 分别输出了相应的力以对抗扰动对上端平台的影响, 且在 3 s 后能快速保持稳定.

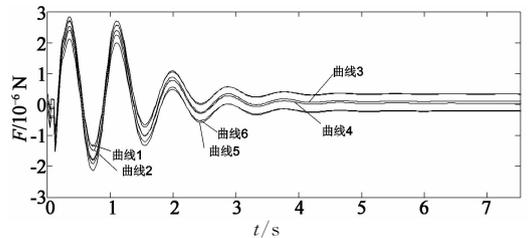


图 6 驱动杆所受力

Fig. 6 Force on the actuating arm

图中, 最上面的两条线中, 曲线 1 为作动器 1 的输出力, 曲线 2 为作动器 2 的输出力; 中间两条线中, 曲线 3 和曲线 4 分别为作动器 3 和 4 的输出力; 最下面两条线中, 曲线 5 和曲线 6 分别为作动器 5 和 6 的输出力. 从仿真分析可以得出, Stewart 六自由度并联平台的动力学特性比较稳定, 在有扰动的情况下能及时、快速地恢复稳定状态.

## 3 Stewart 六自由度并联平台的振动仿真

### 3.1 Stewart 六自由度振动仿真平台建立

为得到 Stewart 六自由度并联平台的振动特性, 在 Adams 中调用 Vibration 模块, 建立了振动仿真平台. Adams/Vibration 是在频率域上求解系统特性的模块, 且可以计算仿真平台不同位置的振动特性, 可以采用自由振动及强迫振动的方式. 本文中采用了强迫振动的方式对平台进行振动特征的求

解,在底端平面建立振动的输入激励,分别为  $x, y, z$  方向的简弦力,通过扫频的方式进行计算,即激励的幅值不变,而激励的频率不断增大,其激励的方程式可写为式(34).

$$f(\omega) = F \cdot [\cos \theta + j \cdot \sin \theta] = F \cdot e^{j\theta} \quad (34)$$

式中: $F$  为激励的幅值; $\theta$  为相位角.

同时在上端平面建立振动模型的输出,同样也为  $x, y, z$  方向.建立完输入和输出通道后设置仿真参数,本文设置激励的幅值为 1 N,初始相位角为  $0^\circ$ ,扫频范围为 0.1~100 Hz,计算步骤为 2 000 步.其仿真步骤如图 7 所示.

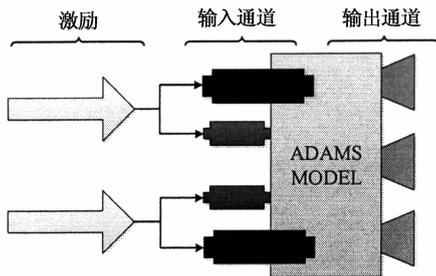


图 7 Adams 计算步骤  
Fig.7 Calculation procedure of Adams

### 3.2 Stewart 六自由度振动仿真结果分析

经过振动仿真,得出了系统输入和输出之间的频响特性,其结果如图 8—图 10 所示分别为 3 个输入通道的激励对 3 个输出通道  $x, y$  和  $z$  的频响曲线.

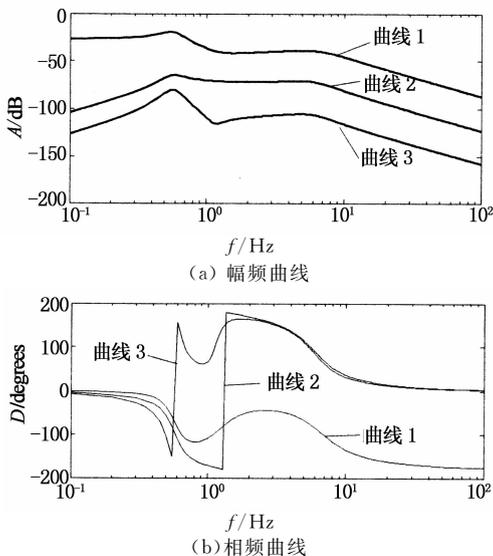


图 8 输出通道  $x$  的频响曲线  
Fig.8 Frequency response curve of the output channel  $x$

图 8 中,曲线 1 代表当输入为  $x$  方向的激励时输出  $x$  方向的频响特性;曲线 2 代表当输入为  $y$  方向的激励时输出  $x$  方向的频响特性;曲线 3 则代表

当输入为  $z$  方向的激励时输出  $x$  方向的频响特性.

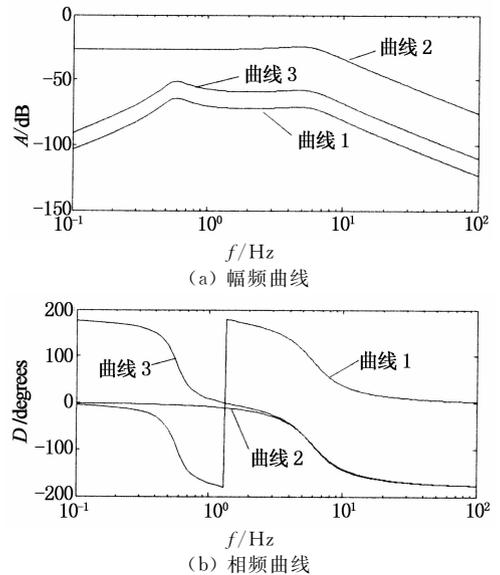


图 9 输出通道  $y$  的频响曲线  
Fig.9 Frequency response curve of the output channel  $y$

图 9 中,曲线 1、曲线 2、曲线 3 分别代表了输入为  $x, y, z$  方向激励时输出  $y$  方向的频响曲线.

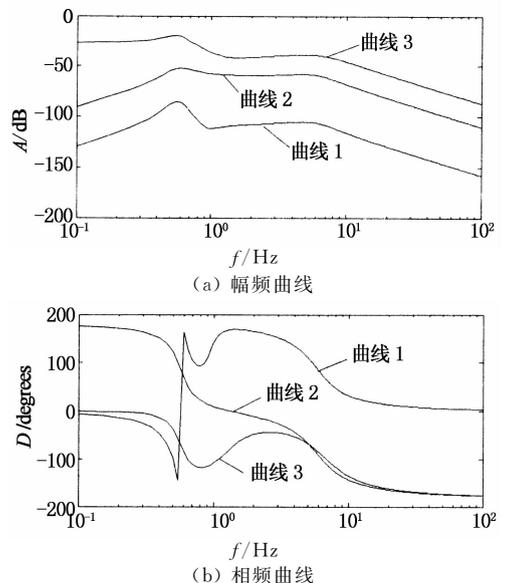


图 10 输出通道  $z$  的频响曲线  
Fig.10 Frequency response curve of the output channel  $z$

图 10 中,曲线 1、曲线 2、曲线 3 分别代表输入为  $x, y, z$  方向激励时输出  $z$  方向的频响曲线.

由图 8—图 10 的频响曲线图可以看出,Stewart 六自由度并联平台的一阶固有频率在 0.6 Hz 左右,具有较低的固有频率,且在 100 Hz 的频率范围内响应平稳,表明了 Stewart 六自由度并联平台具有较宽的工作频率范围.表 1 给出了本文所研究的

Stewart 六自由度并联平台的前 5 阶模态参数的仿真结果.

表 1 模态参数  
Tab. 1 Modal parameters

模态阶数	固有频率 /Hz	阻尼比	实部	虚部
1	0.572 06	0.179 99	-0.102 97	±0.562 72
2	0.572 23	0.179 97	-0.102 99	±0.562 89
3	0.742 99	0.233 41	-0.173 42	±0.722 46
4	6.002 40	0.428 57	-2.572 50	±5.423 20
5	6.689 30	0.480 59	-3.214 80	±5.866 20

通过表 1 可以看出一阶模态的固有频率为 0.572 06 Hz, 和频响曲线的结果相同, 且从表 1 中可以看出前三阶的固有频率值比较靠近, 从 4 阶模态开始固有频率变为 6 Hz. 因此可以看出 Stewart 六自由度并联平台的固有频率较低, 具有较好的低频特性.

## 4 结 论

1) 分析了 Stewart 六自由度并联平台的运动学及动力学特性, 并以 Adams 软件搭建了相应的仿真平台. 在下端面建立了幅值为 1 N 的扰动力, 进行了模型的动力学仿真. 结果显示, 本文建立的虚拟样机很好地模拟了 Stewart 六自由度并联平台的工作状况.

2) 为进一步分析 Stewart 六自由度并联平台的动力学固有特性, 调用 Adams/Vibration 模块, 在下端平台建立了系统的输入通道, 在上端平台建立了系统的输出通道, 仿真分析了系统输入通道和输出通道之间 3 个方向的频响特性. 结果显示了 3 个方向的频响曲线且计算得出了前 5 阶模态参数, 从数据中可以看出 Stewart 六自由度并联平台的一阶固有频率较小, 具有较好的低频特性且在大范围的频率段内, 响应稳定.

## 参考文献

[1] STEWART D. A platform with six degrees of freedom [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1965, 180: 371-386.

[2] PREUMONT A, HORODINCA M, ROMANESCU I, *et al.* A six-axis single-stage active vibration isolator based on Stewart platform [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 300 (3): 644-661.

[3] KAMESH D, PANDIYAN R, GHOSAL A. Modeling, de-

sign and analysis of low frequency platform for attenuating micro-vibration in spacecraft [J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(17): 3431-3450.

- [4] AZADI M, FAZELZADEH S A, EGHTEHAD M, *et al.* Vibration suppression and adaptive-robust control of a smart flexible satellite with three axes maneuvering [J]. Acta Astronautica, 2011, 69(5/6): 307-322.
- [5] E Jia-qiang, QIAN Cheng, LIU Teng, *et al.* Research on the vibration characteristics of the new type of passive super static vibratory platform based on the multi-objective parameter optimization [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2014, 2014: 1-8.
- [6] LOPES A M. Dynamic modeling of a Stewart platform using the generalized momentum approach [J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2009, 14 (8): 3389-3401.
- [7] STAICU S. Dynamics of the 6-6 Stewart parallel manipulator [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2011, 27(1): 212-220.
- [8] MUKHERJEE P, DASGUPTA B, MALLIK A K. Dynamic stability index and vibration analysis of a flexible Stewart platform [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 307(3/5): 495-512.
- [9] ZHOU Wan-yong, CHEN Wu-yi, LIU Hua-dong, *et al.* A new forward kinematic algorithm for a general Stewart platform [J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 87: 177-190.
- [10] AFZALI-FAR B, LIDSTRÖM P, NILSSON K. Parametric damped vibrations of Gough-Stewart platforms for symmetric configurations [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 80 (4): 52-69.
- [11] ZHAO Yong-jie, QIU Ke, WANG Shuang-xi, *et al.* Inverse kinematics and rigid-body dynamics for a three rotational degrees of freedom parallel manipulator [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2015, 31: 40-50.
- [12] HARIB K, SRINIVASAN K. Kinematic and dynamic analysis of Stewart platform-based machine tool structures [J]. Robotica, 2003, 21(9): 541-554.
- [13] DASGUPTA B, MRUTHYUNJAYA T S. A Newton-Euler formulation for the inverse dynamics of the Stewart platform manipulator [J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33 (8): 1135-1152.
- [14] JI Z M. Dynamics decomposition for Stewart platforms [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1994, 116(1): 67-69.
- [15] GENG Z, HAYNES L S, LEE J D, *et al.* On the dynamic model and kinematic analysis of a class of Stewart platforms [J]. Robotics and Autonomous Systems, 1992, 9: 237-254.
- [16] XU Yu-fei, LIAO He, LIU Lei, *et al.* Modeling and robust H-infinite control of a novel non-contact ultra-quiet Stewart spacecraft [J]. Acta Astronautica, 2015, 107: 274-289.