

文章编号:1674-2974(2016)10-0110-09

3RPS/UPS 结构并联机器人设计与分析*

梁桥康^{1,2†}, 吴贵元¹, 邹坤霖¹, 王耀南¹, 孙 炜^{1,2}, 赵全育³

(1. 湖南大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410082;

2. 湖南大学 汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 湖南 长沙 410082;

3. 湖南飞沃新能源科技股份有限公司, 湖南 常德 415700)

摘要:为了满足踝关节康复训练对自由度、工作空间和刚度等性能的要求, 本文设计了一种新型的三自由度高刚性 3RPS/UPS 结构并联机器人. 此结构在传统的 3RPS 结构基础上加入了一条 UPS 结构的冗余驱动支链, 在保证满足自由度要求的同时, 又增强了结构的刚度性能, 减少了操作平台的晃动和形变, 提高了操作精度. 通过对此结构进行逆运动学分析、工作空间分析和刚度分析, 验证了 3RPS/UPS 结构可以应用于踝关节康复训练这类具有高负载、操作灵敏等特点的操作任务. 最后对该 3RPS/UPS 结构并联机器人进行了运动学控制仿真, 仿真结果表明系统具有较高的动态轨迹跟踪控制精度, 适用于实际应用.

关键词:刚度; 并联机器人; 逆运动学; 3RPS; 工作空间; 运动学控制

中图分类号: TP242.3

文献标识码: A

Design and Analysis of 3RPS/UPS Parallel Mechanism

LIANG Qiao-kang^{1,2†}, WU Gui-yuan¹, ZOU Kun-lin¹, WANG Yao-nan¹,
SUN Wei^{1,2}, ZHAO Quan-yu³

(1. College of Electrical and Information Technology, Hunan Univ, Changsha, Hunan 410082, China;

2. State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Changsha, Hunan 410082, China;

3. Finework (Hunan) New Energy Technology Inc., Changde, Hunan 415700, China)

Abstract: To meet the demand of ankle rehabilitation training in degree of freedom (DOF), workspace and stiffness, this paper proposed a three-DOF parallel mechanism with a novel 3RPS/UPS structure. By adding a redundant driving chain with UPS structure under the foundation of the conventional 3RPS mechanism, the proposed structure can meet the demand of DOF and enhance the stiffness simultaneously. Consequently, the shaking and deformation of the operating platform is decreased, and the operation accuracy is improved as well. In this paper, we conducted a systematic analysis on the aspect of inverse kinematics, workspace and stiffness, and then demonstrated the feasibility of the proposed 3RPS/UPS structure to ankle rehabilitation training with the characteristics of heavy-load, microoperation and so on. To verify the applicability in practical operation of the proposed 3RPS/UPS structure, we conducted kinematics control simulation and obtained a high accuracy in dynamic trajectory tracking.

Key words: stiffness; parallel mechanism; inverse kinematic; 3RPS; workspace; kinematics control

* 收稿日期: 2016-01-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61673163), National Natural Science Foundation of China(61673163); 湖南省普通高校青年骨干教师培养对象项目; 湖南省自然科学基金资助项目(2016JJ3045); 湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验开放基金资助项目(31565006); 长沙市科技计划项目(k1501009-11)

作者简介: 梁桥康(1982-), 男, 湖南娄底人, 湖南大学副教授, 博士

† 通讯联系人, E-mail: qiaokang@hnu.edu.cn

由于并联机器人具有运动学逆解简单、刚度高、关节累计误差小和运动精度高等优点,使其在康复机器人领域中得到了广泛应用.目前国内外已经开展了关于踝关节康复训练并联机器人的系统性研究,用于帮助踝关节扭伤者和患有足下垂、足内翻、足外旋的患者进行踝关节的康复训练.踝关节的运动可以分解为绕 3 个垂直轴的转动. Girone 等^[1]基于 Stewart 平台进行了踝关节康复机器人原型机设计和踝关节康复临床试验,此结构并联机器人具有 6 自由度,满足踝关节的运动自由度要求,取得了很好的实验结果.但是,由于 Stewart 平台具有结构复杂、控制环节过多等缺点,越来越多的学者开展了少自由度踝关节康复机器人的研究. Blanco-Ortega 等^[2]提出了一种具有两个自由度的康复机构,可以模拟踝关节的两个转动.由于踝关节康复训练机器人需要承载患者一部分身体的重量,而此负载会对动平台造成螺旋变形,影响动平台的位姿控制精度,所以要求用于踝关节康复训练的并联机器人应当具备高刚度特性.国内外很多学者都提出了增加中间支链的并联机器人,并利用其高刚度特点实现踝关节康复训练等机器人的设计.赵铁石等^[3]对基于 3RSS/S 的并联结构进行了工作空间和运动性能分析,并验证了该结构能够模拟踝关节的 3 种转动.本文结合踝关节康复训练机器人对自由度和高刚度的要求,综合考虑基于 3RPS 少自由度并联机器人构件少、工作空间大、控制简单的优点,通过增加冗余驱动支链进一步提高其刚度性能和减小其运动耦合性.本文设计了一种 3RPS/UPS 结构 4 驱动 3 自由度冗余驱动并联构型,用于踝关节康复训练,此结构具有刚度高的优点,可以实现模拟踝关节的转动活动.

首先对 3RPS/UPS 结构进行逆运动学分析,为系统的性能分析和运动学控制做好准备.其次,对 3RPS/UPS 结构的工作空间进行了仿真,验证了该结构可以用于踝关节康复训练,为刚度仿真和运动学控制提供了参考依据.分别基于螺旋理论和影响系数法求解 3RPS 结构和 UPS 结构的全雅克比矩阵,进而建立了刚度性能模型,并通过实例验证 3RPS/UPS 结构的高刚度特性,为并联结构投入实际应用提供重要的参考依据.最后进行 PID 运动学控制仿真,仿真结果进一步验证了该结构可以满足实际应用与操作的需求.

1 并联结构构型

设计的并联结构如图 1 所示,该结构由动平台、静平台、连接动静平台端点的 3RPS 支链和连接动静平台中心点的 UPS 支链构成,其中,3RPS/UPS 4 条支链中都是以 P 铰链作为驱动铰链,其余铰链为被动铰链.

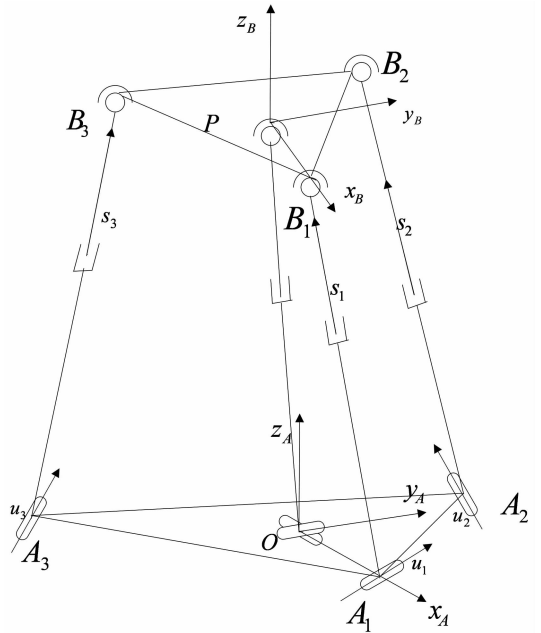


图 1 3RPS/UPS 并联结构

Fig. 1 3RPS/UPS parallel mechanism

静平台由外接圆半径为 R 的等边三角形刚体 $A_1A_2A_3$ 构成,动平台则由外接圆半径为 r 的等边三角形 $B_1B_2B_3$ 刚体构成.静平台坐标系 $\{O-x_Ay_Az_A\}$ 原点位于平台中心点 O 处, z_A 轴垂直于静平台方向朝上, x_A 轴过 A_1 点;动平台坐标系 $\{P-x_By_Bz_B\}$ 原点位于平台中心点 P 处, z_B 轴垂直于动平台方向朝上, x_B 轴过 B_1 点. 3RPS 支链下端点 A_1, A_2, A_3 通过 R 铰连接静平台, R 铰的轴 u_i 分别垂直于 $\overrightarrow{OA_i}$ ($i = 1, 2, 3$), 其上端点 B_1, B_2, B_3 通过 S 铰与动平台连接, 每条支链中部有一个 P 铰(主动关节)可以在驱动作用下做伸缩运动; UPS 支链的下端点位于静平台坐标系原点 O 处, 上端点位于动平台坐标系的原点 P 处, 支链有 3 个铰链, 从下到上依次为 U 铰、P 铰和 S 铰, 其中 P 铰是驱动铰链, U 铰和 S 铰是被动铰链.

3RPS 结构中 3 条能自由伸缩的 RPS 支链结构使动平台具有 3 个自由度^[4], 其分别为 Z 方向的平

动和 X,Y 轴方向的转动;中间冗余驱动支链 UPS 具有 6 个自由度,并不对平台的自由度造成影响;所以结构 3RPS/UPS 动平台的自由度由 3RPS 结构决定,为 3 自由度平台。

2 结构逆运动学分析

结构的逆运动学位置逆解问题指已知动平台执行器部分的相应位置和姿态矢量,求解关节的位置和姿态矢量.逆运动学分析是进行工作空间仿真、刚度分析和控制的前提和基础。

2.1 3RPS 结构逆运动学分析

设动平台的姿态为 (α, β, γ) ,表示动坐标系关于静坐标系连续旋转角度,变换的顺序依次为绕 z_B 轴旋转 γ 角度、绕 y_B 轴旋转 β 角度、绕 x_B 轴旋转 α 角度,因此,动坐标系到静坐标系转换的旋转矩阵可以通过式(1)计算^[4]。

$${}^A_B\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\gamma)\mathbf{R}_y(\beta)\mathbf{R}_x(\alpha). \tag{1}$$

设动平台中心点 P 点在静坐标系中的位置坐标为 ${}^A\mathbf{P} = (x_P, y_P, z_P)$,则从动坐标系 $\{P-x_B y_B z_B\}$ 到静坐标系 $\{O-x_A y_A z_A\}$ 的齐次变换矩阵 ${}^A_B\mathbf{T}$ 为:

$${}^A_B\mathbf{T} = \begin{bmatrix} {}^A_B\mathbf{R} & {}^A\mathbf{P} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\gamma c\beta & c\gamma s\beta s\alpha - s\gamma c\alpha & c\gamma s\beta c\alpha + s\gamma s\alpha & x_P \\ s\gamma c\beta & s\gamma s\beta s\alpha + c\gamma c\alpha & s\gamma s\beta c\alpha - c\gamma s\alpha & y_P \\ -s\beta & c\beta s\alpha & c\beta c\alpha & z_P \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2}$$

式中: $s\alpha = \sin\alpha, c\alpha = \cos\alpha, s\beta = \sin\beta, c\beta = \cos\beta, s\gamma = \sin\gamma, c\gamma = \cos\gamma$.

静平台端点 A_1, A_2, A_3 的绝对坐标为

$$\mathbf{A} = (\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3) = \begin{bmatrix} R & -R/2 & -R/2 \\ 0 & \sqrt{3}R/2 & -\sqrt{3}R/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

动平台端点在动坐标系 $\{P-x_B y_B z_B\}$ 下的坐标为:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{B}_3) = \begin{bmatrix} r & -r/2 & -r/2 \\ 0 & \sqrt{3}r/2 & -\sqrt{3}r/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

动平台端点在静坐标系 $\{O-x_A y_A z_A\}$ 下的坐标 ${}^A_B\mathbf{B}_i (i = 1, 2, 3)$ 可以通过式(5)计算:

$$\begin{bmatrix} {}^A_B\mathbf{B}_i \\ 1 \end{bmatrix} = {}^A_B\mathbf{T} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_i \\ 1 \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3. \tag{5}$$

考虑到这个结构的特点,3 条支链与静平台连接的转动副 R 较限制了动平台的 3 个端点的运动,3 个端点分别在 $y = 0, y = -\sqrt{3}x, y = \sqrt{3}x$ 这 3 个平面内运动,由此可得 3 个约束方程,对约束方程简化分析得到如下结果:

$$\begin{cases} s\gamma c\beta = y_P/r, \\ c\gamma s\beta s\alpha - s\gamma c\alpha = y_P/r, \\ c\gamma c\beta - c\gamma c\alpha - s\gamma s\beta s\alpha = 2x_P/r. \end{cases} \tag{6}$$

式(6)中的 3 个方程有 5 个变量 $(x_P, y_P, \alpha, \beta, \gamma)$,因此,已知 $(x_P, y_P, \alpha, \beta, \gamma)$ 中的任意 2 个变量就可以求出这 5 个变量;而变量 z_P 独立于 $(x_P, y_P, \alpha, \beta, \gamma)$ 变量.于是,为了运算的方便,本文选择 (z_P, α, β) 作为驱动分支 3RPS 结构动平台的 3 个自由度,而其余的自由度 (x_P, y_P, γ) 可以通过式(7)求出

$$\begin{cases} \gamma = \arctan\left(\frac{s\alpha s\beta}{c\alpha + c\beta}\right), \\ x_P = \frac{r(c\gamma c\beta - c\gamma c\alpha - s\gamma s\beta s\alpha)}{2}, \\ y_P = -rs\gamma c\beta. \end{cases} \tag{7}$$

逆运动学问题可以简单描述为:给定动平台的 3 个独立位姿参数 (z_P, α, β) ,求驱动铰链 P 的驱动位移,由图 1 可知,该问题可以转化为求驱动杆的长度.设 3 个驱动杆的长度分别为 $l_i (i = 1, 2, 3)$,由图 1 所示的几何关系可得:

$$l_i = |{}^A_B\mathbf{B}_i - \mathbf{A}_i|, i = 1, 2, 3. \tag{8}$$

2.2 UPS 冗余驱动支链逆运动学分析

建立 UPS 支链各关节的坐标系如图 2 所示^[5]。

根据图 2 的坐标关系,可得冗余驱动支链 UPS 的 D-H 表^[5]如表 1 所示。

表 1 冗余驱动支链的 D-H 参数表

Tab. 1 The D-H parameters of the redundant driving chain

i	a_i	d_{i+1}	α_i	θ_{i+1}
A	0	0	$-\pi/2$	$-\pi/2$
0	0	0	$-\pi/2$	θ_1
1	0	0	$\pi/2$	θ_2
2	0	d_3	$-\pi/2$	$-\pi/2$
3	0	$h/2$	$-\pi/2$	θ_4
4	0	0	$\pi/2$	θ_5
5	0	0	$-\pi/2$	θ_6

初始时,关节变量的初始值分别为 $(\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) = (0, -\pi/2, h/2, -\pi/2, -\pi/2, \pi)$,设新变量 $(\theta'_1, \theta'_2, d'_3, \theta'_4, \theta'_5, \theta'_6) = (\theta_1, \theta_2 + \pi/2, d_3 - h/2, \theta_4 + \pi/2, \theta_5 + \pi/2, \theta_6 - \pi)$,则新变量的初始化全为 0。

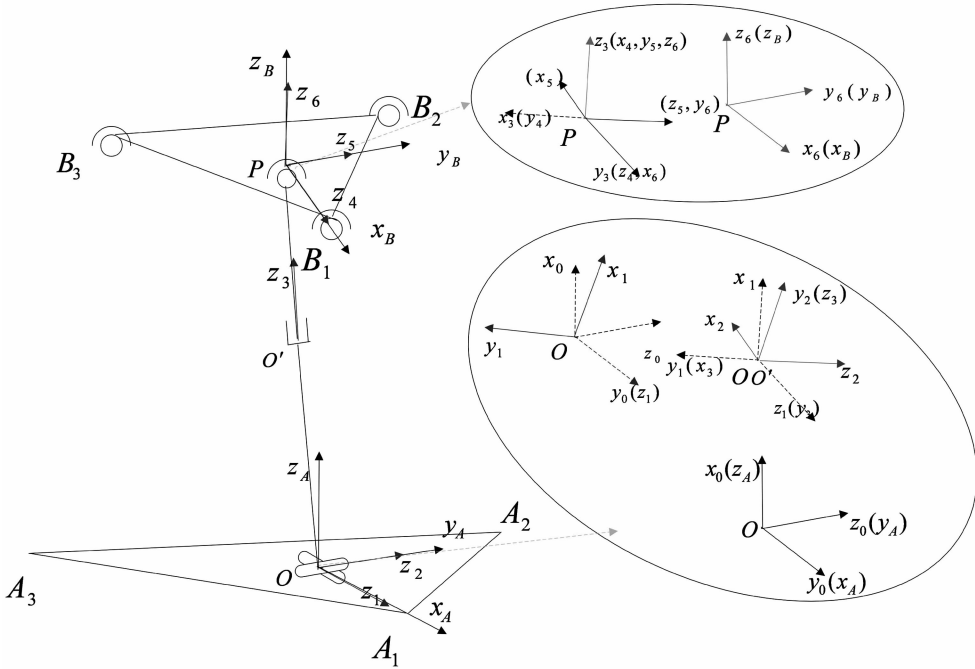


图 2 冗余驱动支链各关节坐标系
Fig.2 The coordinate system of the redundant driving chain

根据相邻坐标系变换式式(9),可以得到坐标系 $\{P-x_B y_B z_B\}$ 到坐标系 $\{O-x_A y_A z_A\}$ 的齐次变换公式为式(10):

$${}^i_{i-1}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$${}^A_B T = {}^A_0 T_1 T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5 T_B T. \quad (10)$$

由图 1 可知,式(10)与式(2)均表示动坐标系 $\{P-x_B y_B z_B\}$ 到静坐标系 $\{O-x_A y_A z_A\}$ 的齐次变换公式,由此可以推出冗余驱动支链变量与动平台位姿的关系如下:

$$\begin{bmatrix} (d'_3 + h/2)s\theta'_2 - hc\theta'_2 \\ -(d'_3 + h/2)c\theta'_2 s\theta'_1 - hs\theta'_1 s\theta'_2 \\ (d'_3 + h/2)c\theta'_1 c\theta'_2 + hc\theta'_1 s\theta'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} c\theta'_4 c\theta'_5 s\theta'_2 - c\theta'_2 s\theta'_5 \\ c\theta'_5 (c\theta'_1 s\theta'_4 - c\theta'_2 c\theta'_4 s\theta'_1) - s\theta'_1 s\theta'_2 s\theta'_5 \\ c\theta'_5 (s\theta'_1 s\theta'_4 + c\theta'_1 c\theta'_2 c\theta'_4) + c\theta'_1 s\theta'_2 s\theta'_5 \\ c\gamma s\beta c\alpha + s\gamma s\alpha \\ s\gamma s\beta c\alpha - c\gamma s\alpha \\ c\beta c\alpha \end{bmatrix} = \quad (12)$$

UPS 支链逆运动学求解是指根据动平台位姿求解 UPS 各关节的位置和姿态,如式(11)和式(12)

所示,式中等号右边表示动平台位置和姿态矢量,等号左边表示需要求解的 UPS 各关节的位置和姿态矢量.除了变量 θ'_1 有唯一解 $\theta'_1 = \arctan(-y_P/z_P)$ 外,其余变量 $(\theta'_2, d'_3, \theta'_4, \theta'_5)$ 都有多解,如 d'_3 有两个实数解满足 $(d'_3 + h/2)^2 + h^2 = x_P^2 + z_P^2/c^2\theta'_1$, θ'_2 有 4 个实数解满足 $(h - x_P)x^2 + 2(d'_3 + h/2)x - h - x_P = 0$, 其中 $x = \tan(\theta'_2/2)$, 根据式(12)可知需要代入变量 $(\theta'_1, \theta'_2, d'_3)$ 的数值后方可对 θ'_4, θ'_5 进行求解,所以对 θ'_4, θ'_5 求解析解困难.

3 工作空间仿真

目前求解工作空间的方法多数是采用搜索法^[6-8],对一定范围内的动平台中心点位姿坐标逐一进行逆运动学运算求出各关节的位置和姿态,如果所有关节的位置和姿态属于规定范围内,则表示该动平台中心点位姿坐标属于工作空间.根据上述的冗余驱动支链 UPS 的逆运动学特性,即给定动平台位置和姿态矢量 $(x_P, y_P, z_P, \alpha, \beta, \gamma)$ 不能唯一确定冗余驱动支链 UPS 变量 $(\theta'_1, \theta'_2, d'_3, \theta'_4, \theta'_5, \theta'_6)$, 所以难以求解 UPS 支链关节活动范围受限制下的工作空间.本文设计 3RPS/UPS 结构的参数如表 2 所示,采用球坐标搜索法^[6-7],对工作位置边界点搜索,得到的三维位置空间如图 3 所示.采用截面搜索法^[8],对 z_P 取不同值时的截面进行 α 和 β 工作点搜

索,通过得到的所有截面的 α 和 β 工作点的集合,绘制了关于主动自由度 α, β, z_P 的三维工作空间如图 4 所示.

表 2 3RPS/UPS 结构的参数

Tab. 2 The parameters of 3RPS/UPS structure

R/mm	r/mm	h/mm	l_0/mm
100	50	150	158.1139
3RPS 结构的关节参数			
R 铰 $\Delta\theta_{\max}/(^{\circ})$	S 铰 $\Delta\theta_{\max}/(^{\circ})$	P 绞 $\Delta l_{\max}/\text{mm}$	
± 60	± 20	± 10	
UPS 冗余支链的关节参数			
U 铰 $\Delta\theta_{\max}/(^{\circ})$	S 铰 $\Delta\theta_{\max}/(^{\circ})$	P 绞 $\Delta l_{\max}/\text{mm}$	
± 120	± 120	$\pm h/2$	
最大允许误差 ϵ/mm			0.005

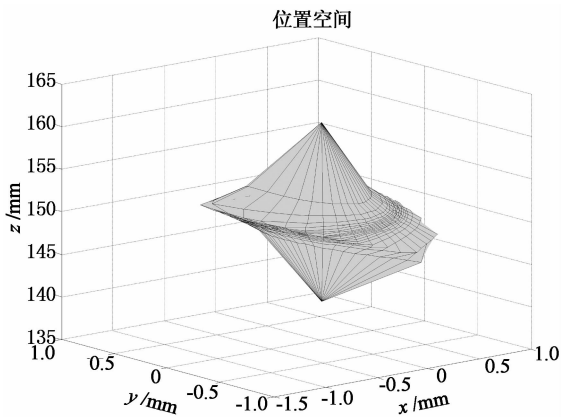


图 3 位置空间
Fig. 3 Position workspace

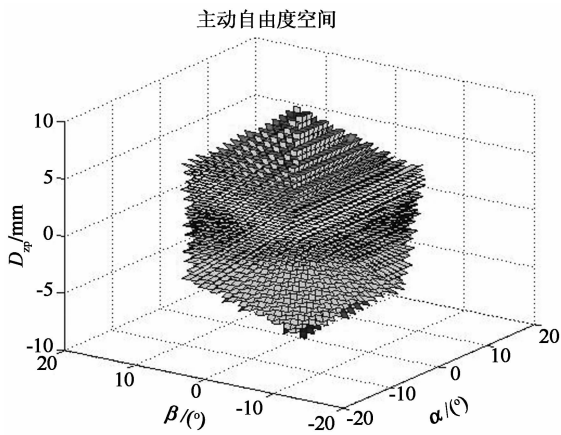


图 4 主动自由度空间
Fig. 4 Active DOF workspace

由于 R 和 r 比 h 小了 50 mm,结构的工作空间主要受 3RPS 支链中 P 绞的驱动范围的限制,而 P 绞的位移主要影响 z_P ,反之对 x_P 和 y_P 的贡献很

少,所以图 3 中位置空间在 x_P, y_P, z_P 方向上的量程分别为 $[-1, 0.8], [-0.8, 0.8], [-10, 10]$,位置空间关于 y_P 轴对称,关于 x_P 和 z_P 非对称.图 4 中的主动自由度工作空间关于 α 对称, α 和 β 的变化范围都是 $[-15^{\circ}, 15^{\circ}]$.考虑到踝关节韧带和肌肉组织对踝关节运动的限制以及患者踝关节伤病的情况,踝关节康复训练的最大工作空间要求是转动范围为 $[-10^{\circ}, 10^{\circ}]$,结合上述对工作空间的分析结果,可知参数为表 2 时的 3RPS/UPS 结构满足踝关节康复训练工作空间的要求.

4 静刚度分析

当外力作用于动平台时,平台会产生螺旋变形.踝关节康复训练机器人需要承受患者身体一部分的重力作用,3RPS/UPS 结构用于踝关节康复训练时,当动平台上受到外界重力作用后,3RPS 和 UPS 都会给动平台提供支撑力,从而减小动平台的螺旋变形量.本文分别对 3RPS 和 UPS 两部分结构进行了刚度分析,基于雅克比矩阵得出刚度系数矩阵,并利用 Matlab 仿真分析不同位姿下的静刚度分布情况.

4.1 3RPS 结构力雅克比矩阵分析

在不考虑 UPS 冗余驱动支链的驱动力和约束力以及重力的情况下,动平台的受力情况如图 5 所示.

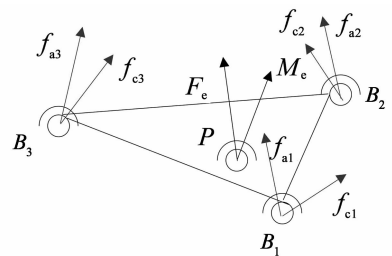


图 5 动平台的受力图
Fig. 5 The force diagram of moving platform

基于逆螺旋理论^[9],第 i 条 RPS 支链的约束力 $f_{ci}(i = 1, 2, 3)$ 作用于支链 S 铰,方向与 R 副转动轴 u_i 的方向一致,第 i 条 RPS 支链的驱动力 $f_{ai}(i = 1, 2, 3)$ 作用于支链 S 铰,方向与支链向量方向一致.动平台的力矩平衡方程可以表示为:

$$F_1 = f_{a1} \mathcal{S}_{a1} + f_{a2} \mathcal{S}_{a2} + f_{a3} \mathcal{S}_{a3} + f_{c1} \mathcal{S}_{c1} + f_{c2} \mathcal{S}_{c2} + f_{c3} \mathcal{S}_{c3}. \quad (13)$$

式中: \mathcal{S}_{ai} 为第 i 条 RPS 支链对动平台的驱动螺旋^[10], $\mathcal{S}_{ai} = (s_i^T (PB_i \times s_i))$, $i = 1, 2, 3, s_i = l_i / |l_i| (i = 1,$

2,3) 为沿驱动绞 P 方向的单位矢量; $\$_{ci}$ 为第 i 条 RPS 支链对动平台的约束螺旋^[10], $\$_{ci} = (\mathbf{u}_i^T (\mathbf{p}\mathbf{a}_i \times \mathbf{u}_i)^T)^T, i = 1, 2, 3; \mathbf{F}_1 = (\mathbf{F}_e \ \mathbf{M}_e)$ 为广义外力. 式(13)可以写成矩阵形式:

$$\mathbf{F}_1 = f\mathbf{J}_1. \tag{14}$$

\mathbf{J}_1 为 3RPS 结构的力雅克比矩阵^[11-12], $\mathbf{J}_1 = (\$_{a1} \ \$_{a2} \ \$_{a3} \ \$_{c1} \ \$_{c2} \ \$_{c3})^T, f$ 为 3RPS 驱动结构对动平台的作用力, $f = (f_{a1} \ f_{a2} \ f_{a3} \ f_{c1} \ f_{c2} \ f_{c3})^T$.

4.2 UPS 冗余驱动支链雅克比矩阵分析

由影响系数法^[13], 当动平台的角速度向量为 $\mathbf{w} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$, 关节速度向量为 $\dot{\boldsymbol{\phi}} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\alpha}_3 \ \dot{\theta}_4 \ \dot{\theta}_5 \ \dot{\theta}_6]^T$, 根据一阶影响系数法, 可以将动平台的角速度 \mathbf{w} 用式(15)表示:

$$\mathbf{w} = [\mathbf{G}_\varphi^w] \dot{\boldsymbol{\phi}}. \tag{15}$$

式中: $[\mathbf{G}_\varphi^w]$ 为动平台转动对分支运动副变量的一阶偏导影响系数矩阵. 同理, 将动平台的线速度 $\mathbf{v} = [v_x \ v_y \ v_z]^T$ 用式(16)表示:

$$\mathbf{v} = [\mathbf{G}_\varphi^v] \dot{\boldsymbol{\phi}}. \tag{16}$$

式中: $[\mathbf{G}_\varphi^v]$ 为动平台移动对分支运动副变量的一阶偏导影响系数矩阵. $[\mathbf{G}_\varphi^w]$ 矩阵和 $[\mathbf{G}_\varphi^v]$ 矩阵的取值定义如式(17):

$$[\mathbf{G}_\varphi^w]_n = \begin{cases} s_n, & n \text{ 为转动轴;} \\ 0, & n \text{ 为移动轴;} \end{cases} \tag{17}$$

$$[\mathbf{G}_\varphi^v]_n = \begin{cases} s_n \times (P - R_n), & n \leq j, n \text{ 为转动轴;} \\ s_n, & n \leq j, n \text{ 为移动轴;} \\ 0, & n > j. \end{cases} \tag{18}$$

式中: s_n 为关节轴线的单位向量. 根据图 2 所示的 UPS 支链各关节坐标系, 可以求出一阶偏导影响系数矩阵

$$[\mathbf{G}_\varphi^w] = [\hat{\mathbf{z}}_1 \ \hat{\mathbf{z}}_2 \ 0 \ \hat{\mathbf{z}}_4 \ \hat{\mathbf{z}}_5 \ \hat{\mathbf{z}}_6], \tag{19}$$

$$[\mathbf{G}_\varphi^v] = [\mathbf{PO} \times \hat{\mathbf{z}}_1 \ \mathbf{PO} \times \hat{\mathbf{z}}_2 \ \hat{\mathbf{z}}_3 \ 0 \times \hat{\mathbf{z}}_4 \ 0 \times \hat{\mathbf{z}}_5 \ 0 \times \hat{\mathbf{z}}_6]. \tag{20}$$

式中: $\hat{\mathbf{z}}_i (i = 1, \dots, 6)$ 分别表示各关节轴在坐标系 $\{O-x_A y_A z_A\}$ 下的单位向量, 可通过式(21)计算:

$$\hat{\mathbf{z}}_i = {}^A_i \mathbf{R} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, i = 1, \dots, 6. \tag{21}$$

根据表 1 和式(9)可以算出各坐标系的旋转矩阵, 最后求出式(21)各项如式(22)

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}_1 &= [1 \ 0 \ 0]^T, \\ \hat{\mathbf{z}}_2 &= [0 \ c\theta'_1 \ s\theta'_1]^T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}_3 &= [s\theta'_2 \ -c\theta'_2 s\theta'_1 \ c\theta'_1 c\theta'_2]^T, \\ \hat{\mathbf{z}}_4 &= [-c\theta'_2 \ -s\theta'_1 s\theta'_2 \ c\theta'_1 s\theta'_2]^T, \\ \hat{\mathbf{z}}_5 &= [s\theta'_2 s\theta'_4 \ -c\theta'_1 c\theta'_4 \ -c\theta'_2 s\theta'_1 s\theta'_4 \ c\theta'_1 c\theta'_2 s\theta'_4 \ -c\theta'_4 s\theta'_1]^T, \\ \hat{\mathbf{z}}_6 &= \begin{bmatrix} c\theta'_4 c\theta'_5 s\theta'_2 - c\theta'_2 s\theta'_1 \\ c\theta'_5 (c\theta'_1 s\theta'_4 - c\theta'_2 c\theta'_1 s\theta'_1) - s\theta'_1 s\theta'_2 s\theta'_1 \\ c\theta'_5 (s\theta'_1 s\theta'_4 + c\theta'_1 c\theta'_2 c\theta'_4) + c\theta'_1 s\theta'_2 s\theta'_1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} c\gamma s\beta c\alpha + s\gamma s\alpha \\ s\gamma s\beta c\alpha - c\gamma s\alpha \\ \beta c\alpha \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{22}$$

因此, 全雅克比矩阵可以表示为:

$$\mathbf{J}_2 = [\mathbf{G}_\varphi] = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_\varphi^v \\ \mathbf{G}_\varphi^w \end{bmatrix}. \tag{23}$$

4.3 3RPS/UPS 结构刚度分析

通过使用 Chintien 等^[14] 提出的守恒协调转换刚度矩阵(CCT), 结构的刚度矩阵 \mathbf{K}_c 可按式(24)计算

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{K}_G + \mathbf{J}^T \mathbf{K}_j \mathbf{J}. \tag{24}$$

其中:

$$\mathbf{K}_G = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial x_1} \mathbf{T} & \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial x_2} \mathbf{T} & \dots & \frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial x_n} \mathbf{T} \end{bmatrix}. \tag{25}$$

其中: n 为变量的个数, \mathbf{K}_j 为关节刚度矩阵, $\mathbf{T} = [\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_1, \dots, \mathbf{T}_n]^T$ 代表驱动力(或驱动力矩), $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是描述动平台位姿的参数.

根据雅克比矩阵 \mathbf{J}_1 和 \mathbf{J}_2 的定义, 可以定义 $x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6] = [x_P, y_P, z_P, \alpha, \beta, \gamma]$. 由于雅可比矩阵变化量对结构整体刚度的影响可以忽略不计, 式(24)可以简化为:

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{J}^T \mathbf{K}_j \mathbf{J}. \tag{26}$$

根据上述的分析结论, 3RPS/UPS 结构总体刚度为

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 = \mathbf{J}_1^T \mathbf{K}_j \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2^T \mathbf{K}_j \mathbf{J}_2. \tag{27}$$

4.4 3RPS/UPS 结构刚度仿真^[9, 15]

根据以上分析, 可以采用 Matlab 进行刚度分布分析. 设支链的轴向刚度和侧向刚度均为 $\chi = 10 \text{ N/mm}$. 图 6 是 3RPS 结构的刚度系数矩阵在不同位姿下的特征值分布, 也即表示刚度在不同方向上的映射分量, 第一列图像分别表示刚度在 (α, β, γ) 方向上的映射分量, 第二列图像分别表示刚度在 (x_P, y_P, z_P) 方向上的映射分量. 其中, 刚度在 $(\alpha, \beta, \gamma, y_P, z_P)$ 方向上的刚度分量均关于 α 对称, 而刚度在 x_P 方向上的刚度既关于 α 对称又关于 β 对称; 在 (α, β, γ) 方向上的刚度分量远远小于 (x_P, y_P, z_P) 方向上的刚度分量. 由于刚度和活动范围是一对互为导数的变量, 所以刚度小的方向 (α, β, γ) 上活动

范围大,而刚度大的方向(x_p, y_p, z_p)上活动范围小,上文对工作空间的仿真结果也同样表征了这一活动自由度特点。

3RPS/UPS 结构在 3RPS 结构和 UPS 支链的共同作用下得到的刚度映射结果见图 7,刚度在不

同方向上的映射分量图像的排列顺序与图 6 相同,其刚度对称性与图 6 一致。对比图 6 和图 7,可以发现,在 UPS 支链的作用下,3RPS/UPS 结构的并联机器人刚度比 3RPS 结构的具有更大的刚度性能。

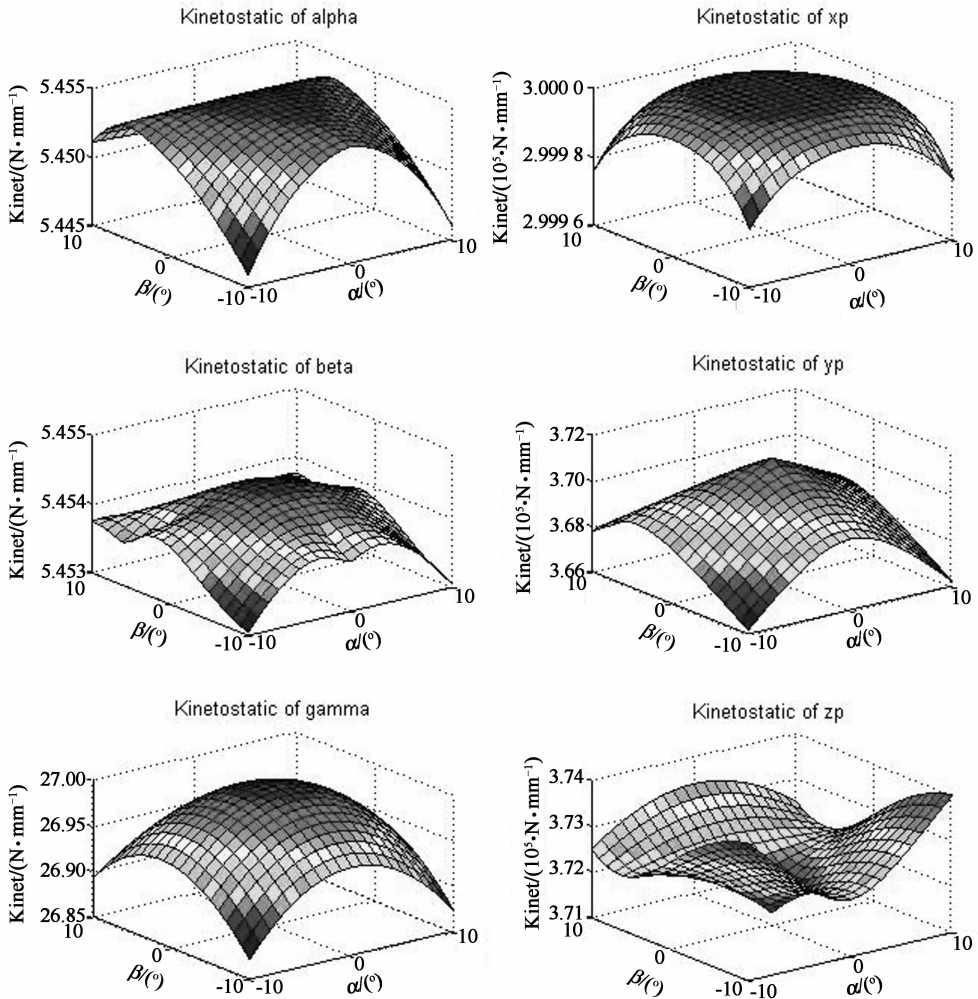


图 6 3RPS 结构的刚度系数矩阵特征值在不同位姿下的结果, $z_p = 150$

Fig. 6 The eigenvalues of rigidity coefficient matrix under different position and posture for 3RPS structure, $z_p = 150$

5 运动学控制仿真

由于并联机器人的逆运动学运算简单,而正运动学运算比较复杂,所以本文选用基于关节空间的闭环控制结构,进行运动学控制实验。控制原理是把对笛卡尔空间的位姿控制转换为对关节空间的位置控制,即把动平台位姿(α, β, z_p)的期望通过逆运动学运算转换为对 4 个驱动铰链 P 位移的期望,等价于求取 4 条驱动杆长度的期望,于是可以通过对驱动杆长度进行直接闭环控制,实现动平台位姿的间接控制,该控制系统的原理图见图 8。3RPS 结构的

3 条驱动杆长度求解见式(8),由图 1 可知,UPS 冗余驱动支链驱动杆的长度为

$$|OP| = \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_p^2}.$$

本文采用 Simulink 进行仿真实验,其中,控制器采用 PID 控制器,利用 SimMechanics 模块建立结构模型,逆运动学运算采用 S 函数编写 m 文件实现。动平台中心点的运动轨迹见表 3,通过逆运动学运算,得到动平台位置和驱动杆位移的期望轨迹如图 9 所示。通过 PID 运动学控制,控制误差如图 10 所示,从图中可以看出,3RPS/UPS 并联结构能够快速响应,结构稳定运行时,杆长的动态控制精度较高,最大动态误差为 2%,通过对驱动杆长的直接闭

环控制,动平台的位置可以得到间接控制,其最大动态误差为 5%。动平台位置控制误差大的原因是控制算法忽略了非线性关系与关节协调耦合。因此,课

题组下阶段的研究将集中在 3RPS/UPS 并联机器人的控制策略,以提高系统的控制精度。

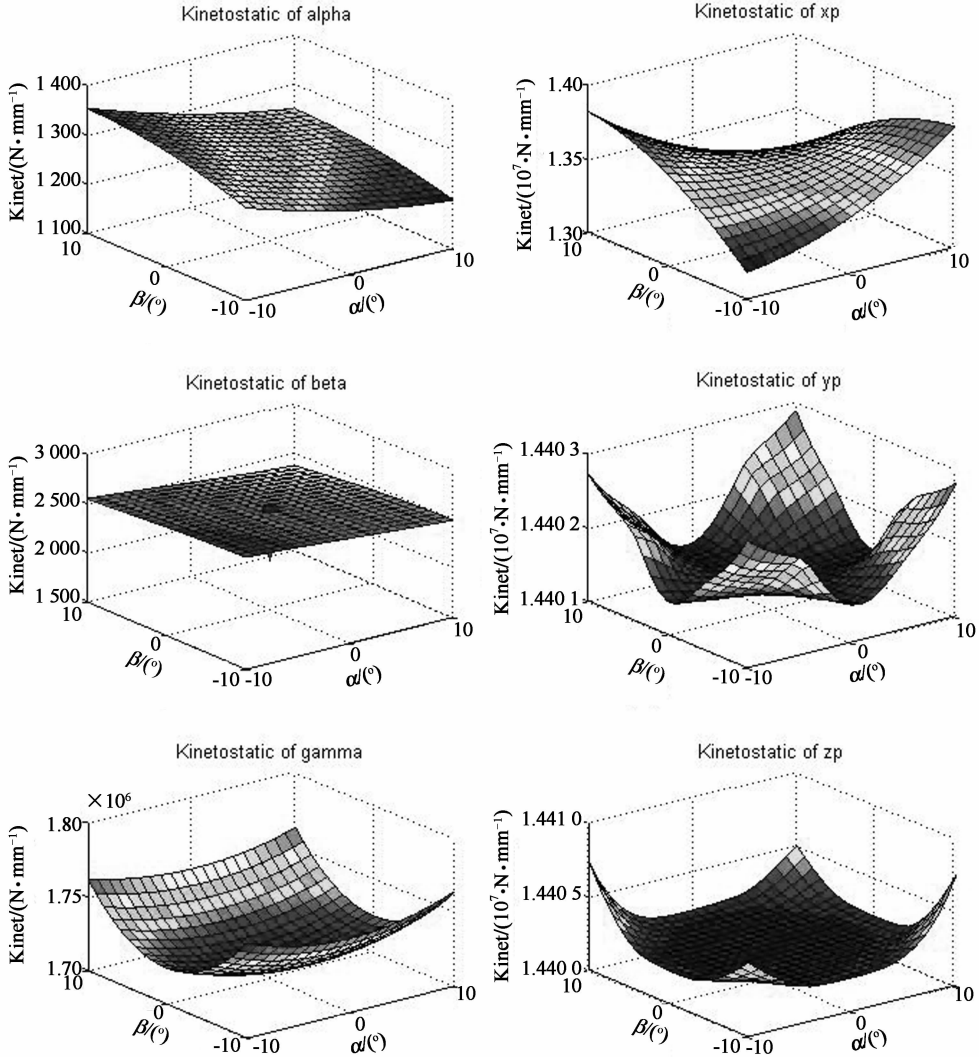


图 7 3RPS/UPS 结构的刚度系数矩阵特征值在不同位姿下的结果, $z_p = 150$

Fig. 7 The eigenvalues of rigidity coefficient matrix under different position and posture for 3RPS/UPS structure, $z_p = 150$

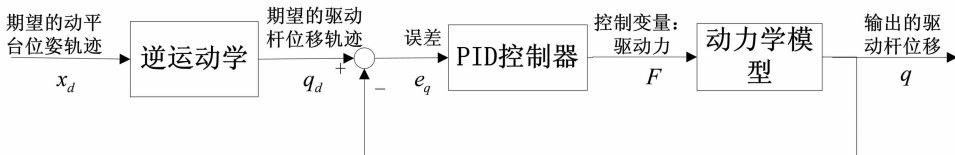


图 8 运动学控制系统的原理图

Fig. 8 The principle diagram of kinematics control system

表 3 动平台中心点的运动轨迹

Tab. 3 The center trajectory of the moving platform

仿真系统的输入参数,动平台中心点 P 坐标 (α, β, z_p) ($^\circ$), (mm)

$$\alpha = 10 \sin(\pi t / 180)$$

$$\beta = 10 \sin(\pi t / 180 + \pi / 2)$$

$$z_p = 8 \sin(\pi t / 180) + h$$

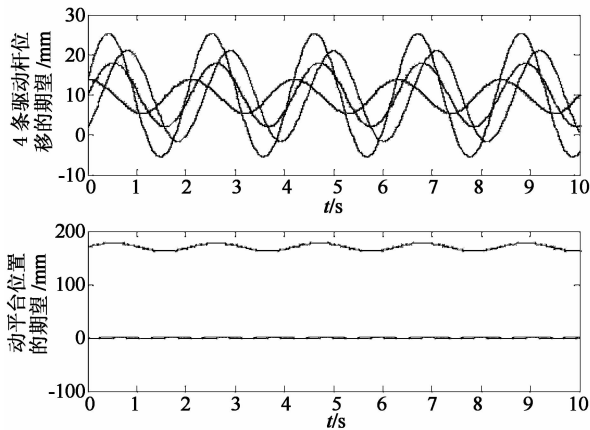


图9 驱动杆位移和动平台位置的期望轨迹

Fig. 9 The desired trajectory of the displacement of actuating arm and the position of moving platform

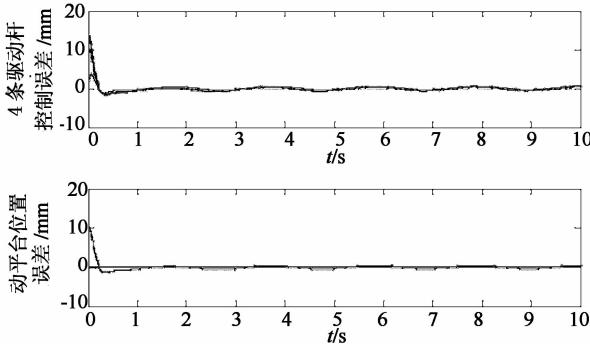


图10 3RPS/UPS结构的运动学控制误差

Fig. 10 The kinematics control error of 3RPS/UPS structure

6 结论

1) 通过3RPS/UPS并联结构工作空间仿真可以得出 (α, β, γ) 的转动空间范围大, (x_p, y_p, z_p) 的移动空间范围较小,转动空间满足踝关节康复训练3个转动范围的要求。

2) 3RPS/UPS并联结构的整体静刚度由3RPS结构的刚度与UPS冗余驱动支链的刚度两个部分组成,在UPS被动支链的作用下,3RPS/UPS结构的刚度比3RPS结构的刚度在各方向上均有较大的提高。

3) 3RPS/UPS并联结构的刚度映射分量值在3个方向上较大,在另外3个方向上较小,即结构线位移 (x_p, y_p, z_p) 刚度远远高于角位移 (α, β, γ) 刚度。活动范围是刚度的导数,即 (x_p, y_p, z_p) 活动范围小, (α, β, γ) 活动范围大。

4) 本文进行的刚度分析对结构的最佳刚度工作区域的选择、精度的提高、结构设计的改进等有重要意义。

5) 本文通过PID运动控制仿真,验证了3RPS/UPS并联结构可以应用于实时控制。但是,该控制算法忽略了非线性关系与关节协调耦合,使动平台

位置动态控制误差较大,因此,课题组下一步将针对3RPS/UPS并联机器人控制策略展开研究,以进一步提高系统的动态控制精度。

参考文献

- [1] GIRONE M, BURDEA G, BOUZIT M, *et al.* Stewart platform-based system for ankle telerehabilitation [J]. *Autonomous Robots*, 2001, 10(2): 203–212.
- [2] BLANCO-ORTEGA A, GOMEZ-BECERRA F A, VALDES L G V. A generalized proportional integral controller for an ankle rehabilitation machine based on an XY table [C]//Proceedings of the Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE), 2013 International Conference. Cuernaraca; Morelos, Mexico: Computer Society Press, 2013: 152–157.
- [3] 赵铁石, 于海波, 戴建生. 一种基于3-RSS/S并联机构的踝关节康复机器人[J]. 燕山大学学报, 2005, 29(6): 471–475. ZHAO Tie-shi, YU Hai-bo, DAI Jian-sheng. An ankle rehabilitation device based on 3-RSS/S parallel mechanism [J]. *Journal of Yanshan University*, 2005, 29(6): 471–475. (In Chinese)
- [4] NALLURI M R, RAO K M. Dimensional synthesis of a spatial 3-RPS parallel manipulator for a prescribed range of motion of spherical joints [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(2): 477–486.
- [5] LIANG Qiao-kang, ZHANG Dan, SONG Quan-jun, *et al.* Design and evaluation of a novel flexible bio-robotic foot/ankle based on parallel kinematic mechanism [C]// Proceedings of the Mechatronics and Automation (ICMA), 2010 International Conference. Xian, China: IEEE, Conference Publications, 2010: 1548–1552.
- [6] LIANG Qiao-kang, ZHANG Dan, CHI Zhong-zhe, *et al.* Six-DOF micro-manipulator based on compliant parallel mechanism with integrated force sensor [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2011, 27(1): 124–134.
- [7] 段艳宾, 梁顺攀, 曾达幸, 等. 6-PUS/UPU并联机器人运动学及工作空间分析[J]. 机械设计, 2011, 28(3): 36–40. DUAN Yan-bin, LIANG Shun-pan, ZENG Da-xing, *et al.* Kinematics and workspace analysis of 6-PUS/UPU parallel manipulator [J]. *Journal of Machine Design*, 2011, 28(3): 36–40. (In Chinese)
- [8] 郭昌峰. 6-SPS并联机器人工作空间研究及其优化设计[D]. 合肥: 合肥工业大学机械制造及其自动化系, 2003. WU Chang-feng. Research of the workspace of 6-SPS parallel robot and its optimization design [D]. Hefei: Department of Mechanical Manufacturing and Automation, Hefei University of Technology, 2003. (In Chinese)
- [9] 郭江真, 王丹, 樊锐, 等. 3RPS/UPS冗余驱动并联机器人刚度特性分布[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(4): 500–506. GUO Jiang-zhen, WANG Dan, FAN Rui, *et al.* Stiffness characteristics distribution of 3RPS/UPS parallel manipulator with actuation redundancy [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2014, 40(4): 500–506. (In Chinese)
- [10] 宋轶民, 翟学东, 孙涛, 等. 一种三自由度冗余驱动并联模块的刚度分析[J]. 天津大学学报: 自然科学与工程技术版, 2015, 48(1): 25–32. SONG Yi-min, ZHAI Xue-dong, SUN Tao, *et al.* Stiffness analysis of a 3-DOF redundantly actuated parallel module [J]. *Journal of Tianjin University: Science and Technology*, 2015, 48(1): 25–32. (In Chinese)
- [11] YI Lu, WANG Peng, HOU Zhuo-lei, *et al.* Kinestatic analysis of a novel 6-DoF 3UPS parallel manipulator with multi-fingers [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 78(78): 36–50.
- [12] ZHANG Dan, GOSSELIN C M. Kinestatic modeling of parallel mechanisms with a passive constraining leg and revolute actuators [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2002, 37(6): 599–617.
- [13] 黄真. 并联机器人及其机构学理论[J]. 燕山大学学报, 1998, 22(1): 13–17. HUANG Zhen. The parallel robot [J]. *Manipulator and Its Mechanism Theory*, 1998, 22(1): 13–17. (In Chinese)
- [14] CHINTIEN H, HUANG Wei-heng, IMIN K. New conservative stitiveness mapping for the Stewart-gaugh platform [C]//Proceedings of the Robotics and Automation, 2002 Proceedings ICRA Washington, DC, USA: IEEE, Conference Publications, 2002: 823–828.
- [15] ZHANG Dan, BI Zhu-ming, LI Bei-zhi. Design and kinestatic analysis of a new parallel manipulator [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2009, 25(4): 782–791.