**文章编号:**1674-2974(2017)02-0040-07

## 复合齿轮副振动特性仿真及试验研究

王家序<sup>1,2</sup>,黄伟<sup>1†</sup>,肖科<sup>1</sup>,李俊阳<sup>1</sup>,徐涛<sup>1</sup>

(1. 重庆大学 机械传动国家重点试验室,重庆 400044;2. 四川大学 空天科学与工程学院,四川 成都 610065)

摘 要:针对少齿差行星减速器核心部件金属齿轮副变形补偿性较差等问题,设计吸 振、变形补偿性较好的金属橡胶复合齿轮副,运用刚柔耦合多体动力学对复合齿轮副和金属 齿轮副的振动进行仿真分析,并用试验的方法对两齿轮副在不同工况下的振动特性进行研 究.仿真及试验结果表明,金属橡胶材料的加入改善了复合齿轮副的振动特性,复合齿轮副 在啮合力、角加速度、传动效率和振动加速度方面要明显优于金属齿轮副,同时复合齿轮副 传动平稳性得到了较大提升,仿真结果和试验结果基本吻合.

关键词:复合齿轮副;金属齿轮副;刚柔耦合;振动;特性中图分类号:TH113.1文献标志码:A

# Numerical and Experimental Investigation on Vibration Characteristics of a Complex Gear Pair

WANG Jiaxu<sup>1,2</sup>, HUANG Wei<sup>1†</sup>, XIAO Ke<sup>1</sup>, LI Junyang<sup>1</sup>, XU Tao<sup>1</sup>

(1. The State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400044, China;2. School of Aeronautics and Astronautics, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: For a metal gear pair in the core parts of planetary reducer with few teeth difference, the problems of poor deformation compensation can be solved by designing a metal rubber complex gear pair, which reduces the vibration and achieves deformation compensation. The simulation analysis with rigid flexible coupling multi-body dynamics was used to verify the vibration of the metal rubber complex gear and metal gear pair. The vibration characteristics of these two gear pairs under different operating conditions were also studied by the experimental method. The results of simulation and experiment show that the vibration characteristics of the complex gear pair are improved by the addition of the metal rubber material, and the complex gear pair is obviously superior to the metal gear pair in meshing force, angular acceleration, transmission efficiency and vibration acceleration. The transmission stability of the complex gear pair is also greatly improved. Moreover, the simulation results are consistent with the experimental ones.

\* 收稿日期:2016-01-25

作者简介:王家序(1954-),男,重庆万州人,重庆大学教授,博士生导师

†通讯联系人,E-mail:huangwei@cqu.edu.cn

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51375506,51505045),National Natural Science Foundation of China(51375506,51505045);重 庆市研究生科研创新资助项目(CYB16027),Chongqing Graduate Research Innovation Project(CYB16027);国家高技术研究发展计划 (863 计划)资助项目(2015AA043001),National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2015AA043001)

随着中国国民经济的快速发展,减速器已被广 泛应用于航天航空、机器人、汽车、船舶和新能源机 械等高精密工程行业[1-4]. 王家序等[5]发明了一种 具有高刚度、小体积、轻量化和加工方便等特点的滤 波减速器.为了进一步提高该减速器的传动特性,王 家序等[6]又发明了基于橡胶合金的滤波齿轮.国外 关于滤波齿轮传动副及其类似产品的研究较少,最 初是由德国学者 Erfinde<sup>[7]</sup>在其专利中提到过类似 的齿轮机构,该齿轮选用橡胶材料为填充物.国内学 者杜海伟[8]针对橡胶滤波减速器的振动特性做了 比较深入的研究,得出了橡胶合金滤波减速器相对 于一般的金属材料滤波减速器振动较小. 危自强 等<sup>[9]</sup>利用 ADAMS 虚拟仿真软件对橡胶合金滤波 减速器进行了动力学仿真分析,得出了该减速器在 不同转速下齿轮副的啮合力变化规律. 官浩等[10] 基 于 Romax 齿轮修型软件对该高性能滤波减速器的 齿廓进行修形,结果表明齿轮的单边修形效果较好.

由于少齿差行星减速器具有传动比大、载荷大、 精度高、效率好、高可靠、吸振和变形补偿等特 点[11-12],因而受到众多学者的关注. 而滤波减速器 属于少齿差行星减速器的一种,其核心是滤波齿轮 传动副,其重要思想是利用高弹性的橡胶合金吸收 传动过程中的振动冲击,并通过弹性材料的弹性变 形来补偿齿轮副在制造和安装过程中出现的变形误 差,能够有效地避免传动件出现"卡涩"、"卡死"等严 重问题.但是之前研究的橡胶合金滤波齿轮却具有 较小的刚度,易受到高低温等极端工况等工作环境 的限制.为满足更高的性能需求,金属橡胶合金齿轮 应运而生,在以往的传统全金属齿轮分析中常常忽 略了非线性因素带来的干扰而导致分析结果不准 确[13],而基于多体动力学的刚柔耦合动力学理论 在齿轮传动动力学仿真分析过程中的应用日益广  ${\mathscr{E}}^{[14-17]}.$ 

本文以金属橡胶复合齿轮副为主要研究对象, 建立其刚柔耦合动力学模型,以振动加速度和啮合 力作为主要评价参数,将复合齿轮副和未加金属橡 胶的全金属齿轮副进行对比,运用虚拟仿真与试验 测试结合的方法,验证了两种不同齿轮副在多种工 况下的振动响应.为后续滤波减速器的设计制造和 提高其变形补偿性能提供了一定的理论支撑.

## 1 金属橡胶复合齿轮结构

金属橡胶复合齿轮是将一个完整的金属实体齿轮切割开,并在其间隙填充弹性材料.弹性材料一方面可以吸收齿轮传动过程中的冲击和振动;另一方面可通过可控的弹性变形抵消或补偿齿轮的加工误差、装配误差和热变形等误差.本文中复合齿轮使用金属橡胶材料作为填充物,其结构图如图1所示.



图 1 金属橡胶复合齿轮结构示意图 Fig. 1 Structure schematic of complex gear pair based on metal-rubber materials

由图 1 可知,复合齿轮副主要包含齿圈、金属橡胶、轮毂 3 大部分.齿圈和轮毂之间留有一定的间隙,即齿圈内孔直径大于轮毂的外径,使得齿圈与轮毂之间可以相互发生径向位移.在齿圈和轮毂之间 均匀分布 6 个孔,紧密地填充金属橡胶材料.

#### 2 虚拟样机模型建立及验证

#### 2.1 刚柔耦合动力学理论

通过拉格朗日方程变形可计算出刚柔耦合的动 力学方程为:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left( \frac{\partial L}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial L}{\partial \xi} + \frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} + \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right]^{\mathrm{T}} \lambda - Q = 0 \\ \Psi = 0 \end{cases}$$
(1)

式中:L = T - W为拉格朗日项;T,W分别为动能 和势能; $\Gamma$ 为能量损耗函数; $\Psi$ 为约束方程;Q为投 影到  $\varepsilon$ 上的广义力; $\varepsilon$ 为广义坐标; $\lambda$ 为方程的拉式 系数.

将柔性体的势能、动能以及能量损耗函数代入 式(1),可以得到金属橡胶复合齿轮最终的动力学微 分方程表达式为:

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\xi}} + \dot{\mathbf{M}}\dot{\boldsymbol{\xi}} - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \boldsymbol{\xi}} \dot{\boldsymbol{\xi}} \right]^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\xi} + f_{\mathrm{g}} + \mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\xi}} + \left[ \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}}{\partial \boldsymbol{\xi}} \right]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\lambda} = Q$$

$$(2)$$

式中: *M*, *M* 分别为柔性体的质量矩阵和质量矩阵 关于时间的导数; *ξ*, *ξ*, *ξ* 分别为柔性体的广义坐标 及其广义坐标关于时间的一阶和二阶导数; *K* 为广 义刚度矩阵; *f*<sub>g</sub>为多体重力; *D* 为广义阻尼矩阵.

## 2.2 虚拟样机分析模型建立

在保证金属齿轮和复合齿轮具有相同转动惯量的情况下,通过 Solidworks 建模软件完成两种不同齿轮副模型的建立,将建立完成的齿轮副虚拟样机模型保存为中性文件并导入 ADAMS/View 中,根据齿轮实际参数计算可以得出齿轮副碰撞刚度系数为 6.45×10<sup>5</sup> N/mm.由于金属橡胶属于柔性材料,这里需将金属橡胶模块导入 ANSYS 有限元分析软件中进行网格划分以完成橡胶模块的柔性化处理,通过计算得出金属橡胶的等效刚度  $k = 3.311 \times 10^5$  N/m,等效阻尼  $c = 2.676 \times 10^3$  N·s/m,弹性模量 E = 23.7 MPa,泊松比  $\nu = 0.34$ ,相对密度  $\rho = 0.406$ .设置求解的模态阶数为 20,取前 20 阶模态进行计算并采用六面体自由网格划分技术对金属橡胶进行网格划分.将 ANSYS 生成的柔性体".mnf"文件导入 ADAMS/View 中完成最终的刚柔替换.

用于仿真的金属齿轮副模型简图如图 2(a)所示,金属橡胶复合齿轮副模型简图如图 2(b)所示. 考虑到齿轮副转动惯量的一致性,故图 2 中 2 种齿轮结构的孔数量不同,而齿轮副的其他参数完全相同.主要参数如表 1 所示.



#### 2.3 虚拟样机准确性验证

为了验证虚拟仿真结果的准确性,文中采用了 动态关联法进行验证<sup>[18]</sup>.动态关联法可以通过计算 2个序列误差给出度量 2个时间序列的一致性程度 性能指标.主要包括 THEIL 不等式法和灰色关联 度法等,是一种定性的模型评价方法.THEIL不等 式法的定义为:

$$u = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} (x_t - y_t)^2} / \left[ \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} x_t^2} + \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} y_t^2} \right]$$
(3)

式中:  $x_t$  为实际时间序列;  $y_t$  为仿真运行的时间 序列.

齿轮副主要参数

			~ > ~					
	Tab. 1 The key parameters of gear pair							
齿轮名称	模数 /mm	齿数 Z /个	压力角 α /(°)	齿宽 <i>B</i> /mm				
小齿轮	2.5	27	20	30				
大齿轮	2.5	55	20	30				

x<sub>t</sub> 和 y<sub>t</sub> 的灰色关联系数定义为:

$$p_{t} = \frac{\min_{t} |X_{t} - Y_{t}| + \xi \max_{t} |X_{t} - Y_{t}|}{|X_{t} - Y_{t}| + \xi \max_{t} |X_{t} - Y_{t}|}$$
(4)

式中:分辨系数 $\xi \in (0,1)$ ,根据实际情况一般可取 区间[0,1]或[0,0.5].而 $x_i$ 和 $y_i$ 的关联程度与选定 的 $\xi, \rho_i$ 值成正比.灰色关联度定义为:

$$\Gamma \cong \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \rho_i \tag{5}$$

$$\lambda_i = p_i / p \tag{6}$$

式中:  $p = \sum_{i=1}^{n} p_i$ ;  $p_i$ 为断面评价因子 t的超标倍数; r为灰色关联度. 如果在  $\xi$  值很小的情况下得到较大的灰色关联度 r,则认为仿真值与参考值相关性较强.

对复合齿轮副虚拟样机模型施加 1 000 r/min 恒定转速,齿轮副的传动比为 i = 55/27,理论输出 值为 491 r/min.图 3 为输出齿轮运行平稳后的输出 角速度,从该角速度曲线中随机抽取 10 个值和理论 输出值作为时间序列,得到的理论值和仿真值的相 关参数如表 2 所示.又将表 2 中数据代入公式(3)中 可得 THEIL 不等式系数  $u \approx 0$ ,则可说明齿轮副虚 拟样机模型具有一定的准确性.



图 3 输出齿轮角速度 Fig. 3 Angular speed of the output gear

Tab. 2	表 2 仿真和理 Comparison of simula	论值对比 tion and theory results
皮旦	角速度/(	$r \cdot min^{-1}$ )
厅 5 —	仿真值	理论值
1	490.91	491.00
2	490.85	491.00
3	490.91	491.00
4	491.00	491.00
5	490.84	491.00
6	490.84	491.00
7	490.83	491.00
8	490.97	491.00
9	491.01	491.00
10	491.12	491.00

## 3 仿真结果分析

金属橡胶复合齿轮副和金属齿轮副在相同的驱动和负载下工作,为避免产生突变载荷,利用 Step 函数 Step(time,0,0,0.05,6 000 d)使转速从 0 缓慢 增加到 1 000 r/min,其中 time 为时间自变量.同 样,在 0.02~0.04 s内平缓加载,Step 函数表达式 为 Step(time,0.02,0,0.04,50 000).

#### 3.1 输出齿轮角加速度分析

图 4 为金属齿轮副和复合齿轮副输出齿轮角加 速度对比. 从图 4 可知,0.02 s 时开始出现较明显的 振动,这是因为 0.02 s 时施加的负载产生了振动冲 击. 而在稳定阶段(0.04~0.10 s),金属齿轮副输出 轮角加速度振动幅值均要明显高于复合齿轮副幅 值,前者最大幅值约为 1.26×10<sup>4</sup> rad/s<sup>2</sup>,后者的幅



值约为 5.62 × 10<sup>3</sup> rad/s<sup>2</sup>,前者约为后者的 2.25 倍,说明金属齿轮副振动较为剧烈.这有效地证明了 复合齿轮副中金属橡胶材料的加入能很好地减小齿 轮传动过程中的振动,使运载过程更加平稳.

#### 3.2 啮合力对比分析

图 5(a)和图 5(b)分别表示金属齿轮副仿真过 程中的啮合力时域和频域图;图 5(c)和图 5(d)分别 为金属橡胶复合齿轮副仿真过程中的啮合力时域和 频域图.表 3 为计算所得的 2 种不同齿轮副的啮合 力理论值和仿真值对比.



表 3 啮合力理论计算值与仿真值 Tab. 3 The meshing force of theoretical calculation and simulation values

止从司	啮슨	和斗汨 关 / 11/		
囚 化 则 ·	仿真值	理论计算值	相对 庆左/ 70	
金属齿轮副	550	566.8	3.05	
复合齿轮副	550	562.4	2.25	

由图 5 可以看出,在 0~0.04 s时,两齿轮副的 啮合力均随着载荷的增加而增加,在 0.04~0.10 s 稳定阶段,啮合力变化趋于平缓,均在同一数值附近 上下变化;但金属齿轮副的整体振动比金属橡胶复 合齿轮副的振动剧烈,前者振动幅值约为2000N, 后者振动幅值约为1250N,前者约为后者的2倍, 可见金属齿轮副啮合力的波动较大,振动不平稳.此 外,由频域图可以看出,两齿轮副的最大幅值均在 2252Hz附近取得,但金属齿轮副的幅值为535N, 复合齿轮副的幅值为137N,可见复合齿轮副的频 域幅值明显小于金属齿轮副.由表3可知,金属齿轮 副和复合齿轮副得啮合力理论值与仿真值误差分别 为3.05%和2.25%,误差值较小,说明仿真具有一 定的可靠性.

### 4 齿轮传动试验

#### 4.1 试验测试设备

本试验采用的 SKLMT 多用途传动摩擦学试 验台 CQU-AMH-195,该套试验装置可开展齿轮 副、带传动和链传动等传动副的综合性能试验.亦可 完成不同载荷、双驱动、不同转速情况下圆环、滚子、 球盘等摩擦副在接触区材料行为的在线检测试验. 多功能传动摩擦试验台如图 6 所示.



图 6 多功能传动摩擦试验台 Fig. 6 Multifunction drive friction test bench

#### 4.2 试验过程及结果

在试验中,复合齿轮和全金属齿轮分别与同一个 全金属小齿轮配对啮合,且小齿轮为主动轮.在保证所 有工况参数一致的前提下,分别开展两对齿轮副的传 动性能对比试验.样件及试验安装如图 7 所示.

为保证试验结果的准确性,将齿轮副于3种不同的典型工况下分别进行3组试验,对试验数据取 平均值作为最终计算值.根据试验测试结果获得不 同工况下复合齿轮副和金属齿轮副的传动效率如表 4 所示.

由表 4 可知,齿轮副的传动效率随着转速的增加而减小,随着载荷的增加而增大.在工况为 500 r • min<sup>-1</sup>-20 N • m,1 000 r • min<sup>-1</sup>-20 N • m, 1 000 r • min<sup>-1</sup>-50 N • m 的条件下,传统金属齿 轮副的传动效率分别为 0.804,0.749,0.823,复合 齿轮副的传动效率为 0.883,0.827,0.932,传动效 率分别提高了 9.83%,10.41%,13.24%,可直观地 看出,复合齿轮副的传动效率相比传统金属齿轮副 有明显提高.图 8 和图 9 分别为 3 种典型工况下金 属齿轮副和复合齿轮副 y 向振动加速度时域及频 域图.为更具体地体现出复合齿轮副与金属齿轮副 振动特性的差异,利用 MATLAB 软件编程进一步 求解得到了试验数据的振动峰峰值和有效值,如表 5 所示.



(a) 齿轮副样件

(b) 试验安装图

图 7 样件及其安装图 Fig. 7 Photos of gear pair and its installation diagram

表 4 金属齿轮副与复合齿轮副传动效率 Tab. 4 The transmission efficiency results of complex gear pair and metal gear pair

	工 况				
齿轮副	$500 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$	$1 000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$	$1 000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$		
	$-20 \text{ N} \cdot \text{m}$	$-20 \text{ N} \cdot \text{m}$	$-50 \text{ N} \cdot \text{m}$		
金属齿轮副	0.804	0.749	0.823		
复合齿轮副	0.883	0.827	0.932		
改善率/%	9.83	10.41	13.24		

由表 5 可知,轴1(小齿轮轴)和轴 2(复合齿轮 或金属齿轮安装轴)的峰峰值和有效值随着转速的 增加而增加,随着载荷增加而减小;总体上,复合齿 轮的主轴1和主轴2的峰峰值、有效值相比金属齿 轮副有大幅降低.就不同工况下的均方根值而言,复 合齿轮副轴2的振动加速度较金属齿轮副轴2的振 动加速度分别降低了21.15%,57.45%,79.01%; 可见最低为21.15%,最大已达到了79.01%,且随 着转速和载荷的增加改善效果愈加明显,说明相对 传统的金属齿轮副而言金属橡胶复合齿轮副的振动 特性得到了显著提升.这是因为高弹性金属橡胶的 加入有效改善了齿轮副的刚度阻尼特性,利用其可 变的弹性变形吸收了传动过程中的振动冲击,使振动 得到了显著的抑制.有效地验证了金属橡胶复合齿轮 副的振动特性要优于同种工况下的全金属齿轮副.









表 5 金属齿轮副和复合齿轮副 y 向振动加速度测试结果 Tab. 5 The vibration acceleration test results of complex gear pair and metal gear pair

参数		工况					
		500 r・min <sup>-1</sup> -20 N・m 主轴 1	500 r・min <sup>-1</sup> -20 N・m 主轴 2	1 000 r・min <sup>-1</sup> -20 N・m 主轴 1	1 000 r • min <sup>-1</sup> -20 N • m 主轴 2	1 000 r • min <sup>-1</sup> -50 N • m 主轴 1	1 000 r・min <sup>-1</sup> -50 N・m 主轴 2
金属齿轮副	峰峰值 $V_{ m pp}/({ m m}\cdot{ m s}^{-2})$	1.082 78	0.754 55	4.130 57	2.192 45	3.300 74	2.105 62
	有效值 V <sub>rms</sub> /( m・s <sup>-2</sup> )	0.081 05	0.065 18	0.403 57	0.204 86	0.312 60	0.177 45
复合齿轮副	峰峰值 V <sub>pp</sub> /( m・s <sup>-2</sup> )	0.451 87	0.401 13	2.134 82	1.764 49	1.163 05	0.714 96
	有效值 V <sub>rms</sub> /( m・s <sup>-2</sup> )	0.063 15	0.053 80	0.300 26	0.130 11	0.184 35	0.099 13
振动加速度改善率/%		28.35	21.15	34.41	57.45	69.57	79.01

## 5 结 论

利用新型金属橡胶复合齿轮副,建立刚柔耦合 多体动力学虚拟样机模型,对其振动特性进行仿真 分析;运用试验进行验证,结论如下:

1)仿真结果表明,复合齿轮副动力学特性优于 金属齿轮副.

2)试验结果表明,复合齿轮副的传动效率、振动加速度峰峰值和有效值均小于金属齿轮副,复合齿轮副振动特性优于金属齿轮副.

3)仿真结果和试验结果基本吻合,结果表明,复 合齿轮副的动力学及振动特性优于金属齿轮副,说 明金属橡胶材料的加入可以改善齿轮副的传动性 能,能有效抑制传动过程中的振动冲击,提高了减速 器传动性能,提升了其运载的平稳性;但具体之间联 系,需要后续进行进一步更深入细致的仿真和试验 研究,从而为振动、噪声小、传动性能优良的减速器 设计、优化提供重要的参考.

## 参考文献

 梁锡昌,吕红展. 减速器的分类创新研究[J]. 机械工程学报,2011, 47(7):1-7.
 LIANG Xichang, LV Hongzhan. Research on categorizing innovation

of speed reducers[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47 (7):1-7. (In Chinese)

- [2] ZHU Fumin, LI Wanli, MAROPOULOS P G. Tolerance analysis of planetary gear reducer under cad circumstance[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 18(3): 342-345.
- [3] UEURA K, SLATTER R. Development of harmonic drive gear for space application[R]. Eurpean Space Mechanisms and Tribology Symposimu, 8th. Toulouse, France, 1999;259-264.
- [4] 余波. 飞行器舵机传动机构设计与分析[D]. 重庆:重庆大学机械 工程学院,2014.
   YU Bo. Design and transmission performance analysis of servo

transmission mechanism of aircraft[D]. Chongqing: College of Mechanical Engineering, Chongqing University, 2014. (In Chinese)

[5] 王家序,肖科. 滤波减速器:中国,201010104359.5[P]. 2010-06-09.

WANG Jiaxu, XIAO Ke. Filtering reducer: CN, 201010104359. 5 [P]. 2010-06-09. (In Chinese)

[6] 王家序,李俊阳. 滤波齿轮:中国,201110054609.3[P]. 2010-07-27.

WANG Jiaxu, LI Junyang. Filtering gear: China, 201110054609. 3

[P]. 2010-07-27. (In Chinese)

- [7] ERFINDE R. Zahnrad: European, EP1245869A2[P]. 2002-10-02.
- [8] 杜海伟. 橡胶合金滤波减速器设计及传动性能分析[D]. 重庆:重 庆大学机械工程学院,2012.

DU Haiwei. Design and transmission performance analysis of rubber alloy filtering gear reducer[D]. Chongqing: College of Mechanical Engineering, Chongqing University, 2012. (In Chinese)

- [9] 危自强,王家序.基于 ADAMS 的新型滤波传动件的动力学仿真研究[J]. 机械传动,2010,34(6):1-4. WEI Ziqiang, WANG Jiaxu. Dynamics simulation research of a new type of filter transmission parts based on ADAMS[J]. Journal of Mechanical Transmission,2010,34(6):1-4. (In Chinese)
- [10] 官浩,王家序,石珍,等. 基于 Romax 的滤波减速器齿轮修形[J]. 机械设计与研究,2013,29(3):28-31.
   GUAN Hao, WANG Jiaxu, SHI Zhen,*et al.* Tooth profile modification of filtering gear reducer research based on romax software[J]. Machine Design and Research,2013,29(3):28-31. (In Chinese)
- [11] AMBARISHA V K, PARKER R G. Nonlinear dynamics of planetary gears using analytical and finite element models [J]. Journal of Sound and Vibration,2007,302(3):577-595.
- [12] 李俊阳,王家序,周广武,等. 渐开线少齿差行星传动的变形协调 设计[J].中国机械工程,2014,5:576-580.
  LI Junyang,WANG Jiaxu,ZHOU Guangwu,*et al.* Deformation and compatibility design of involute planetary gear drive with small teeth difference[J]. China Mechanical Engineering,2014,5:576-580. (In Chinese)
- [13] 黄超. 少齿差行星减速器动态特性分析及非线性振动研究[D]. 重 庆:重庆大学机械工程学院,2013. HUANG Chao. Dynamic characteristics analysis and nonlinear vibration research on a planetary reducer with small tooth number difference[D]. Chongqing: College of Mechanical Engineering, Chongqing University,2013. (In Chinese)
- [14] 姚延强,迟毅林,黄亚宇,等. 刚柔耦合齿轮三维接触动力学建模与 振动分析[J]. 振动与冲击,2009,28(2):167-171. YAO Yanqiang,CHI Yilin,HUANG Yayu,et al. Contact dynamics modeling and simulation of rigid flexible coupling gear[J]. Journal of Vibration and Shock,2009,28(2):167-171. (In Chinese)
- [15] KHEMILI I, ROMDHANE L. Dynamic analysis of a flexible slidercrank mechanism with clearance [J]. European Journal of Mechanics, 2008,27(5):882-898.
- [16] GE X K, LIU D W, TIAN B. Dynamic analysis of lifting mechanism based on rigid-flexible coupling [J]. Advanced Materials Research, 2014,849.411-416.
- [17] 林腾蛟,何泽银,钟声,等. 船用齿轮箱多体动力学仿真及声振耦合分析[J]. 湖南大学学报:自然科学版,2015,42(2):22-28.
  LIN Tengjiao, HE Zeyin, ZHONG Sheng, et al. Multi-body dynamic simulation and vibro-acoustic coupling analysis of marine gearbox [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2015,42(2):22-28. (In Chinese)
- [18] 石珍,王家序,肖科,等.少齿差行星减速器振动特性仿真与试验研究[J]. 振动与冲击,2014,33(20):133-139.
  SHI Zhen, WANG Jiaxu, XIAO Ke, *et al.* Vibration characterstics simulation and experimental research on a planetary reducer with tooth number difference[J]. Journal of Vibration and Shock,2014,33 (20):133-139. (In Chinese)