

红层填料分数维与水理特性相关性研究^{*}

刘晓明^{1†},王裕¹,梁兴权²,徐汉飞¹,刘凯¹

(1.湖南大学 土木工程学院,湖南 长沙 410082; 2.长沙市轨道交通集团有限公司,湖南 长沙 410002)

摘要:红层填料的现场耙压施工中的重复“压碎-翻松”过程具有自相似特征,因此所得破碎产物的粒度特征可用分数维描述.基于填料破碎的分形机理,构造了利用室内试验设备模拟现场耙压工艺破碎填料方法,进而研究了重复“压碎-翻松”过程中不断破碎的红层填料分数维变化规律.在此基础上,制备不同分数维填料,用于研究粒度特征对填料压实效果和水理性质的影响.研究表明,在相同的压实参数下,填料分数维越大越容易压实;具有相同压实度的填料,其分数维越大,浸水膨胀量越小,压缩性能越低.基于填料崩解性和分形理论,分析了其中机理.成果在一定程度上揭示了粒度特征对红层填料水理性质影响的规律.

关键词:崩解;红层;填料;分形;水理性质

中图分类号:TU451

文献标识号:A

Study on the Correlational of the Hydrogical Properties and Fractal Dimension of Red Beds Filling Material

LIU Xiaoming^{1†}, WANG Yu¹, LIANG Xingquan², XU Hanfei¹, LIU Kai¹

(1.College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2.Changsha City Rail Transit Group Co.Ltd, Changsha 410002, China)

Abstract: The compaction of the red beds filling material with repeating “crush-scarifying” process in site has the property of self-similar characteristics, therefore the particle characteristics of resulting crushed products could be described by fractal dimension. Based on the fractal mechanism of repeating crush process, the method using laboratory test equipment to imitate the crush process in site was created, then the variation law of fractal dimension on the red beds filling material produced by “crush-scarifying” process was studied. Then, the influence of particle characters on compaction and hydrogical properties was studied on the filling material with different fractal dimension, which were prepared with the method. The results show that for filling material within the same compaction parameters, the bigger fractal dimension the material is, the easier it could be compacted; within the same compaction of the filler, the bigger fractal dimension, the fewer soaking expansion and the lower compression performance the material is. To a certain extent, this paper reveals the rule of the red beds road construction affected by the particle characteristics.

Key words: slaking; red beds; filling material; fractal; hydrogical properties

^{*} 收稿日期:2016-08-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51578230), National Natural Science Foundation of China(51578230)

作者简介:刘晓明(1975—),男,江西永新人,湖南大学副教授,博士

[†] 通讯作者, E-mail: lxmcivil@hnu.edu.cn

填料的工程性质与其级配和密度密切相关,但是现有的研究以级配作为参量来研究填料的工程性质虽然有^[1-2]但不多,这和一般级配定量描述指标(级配曲线、不均匀系数等)不够简洁、不能完全反映填料粒度所携带的信息有关.分形理论是 1960 年代曼德罗布罗特建立的,由于其能用简单的数值(分数维)描述许多复杂现象,因此被广泛用于非线性复杂系统研究^[3-4].在岩土工程领域,许多学者采用分形理论进行研究,验证了诸多不同成因岩石的粒度分布属于分形,如受压、爆破、风化形成的岩块颗粒集合^[5-8]、水流搬运冲积作用形成的岩和土^[9-10],工业排放的粉煤灰^[11]等.虽然其中的原理还不为人所知,分数维这个数据不仅反映了粒度几何特征,还能反映粒料成因信息这一点是显然的.因此,分形理论被广泛应用于散体的粒度及其相关性研究中.

在我国广泛分布的红层软岩因矿物成分和胶结物质的差异而强度变化很大,在自然干湿循环作用下,大部分岩类可逐渐崩解.试验表明,自然崩解的软岩,其粒度组成是分形^[12-13];用“重复耙压”破碎的岩块的粒度也是分形,它们的粒度特征都可以用分数维来表征^[14].因此在人工破碎红层填料性质研究中,基于分形理论,可以建立填料颗粒级配与其破碎工艺的联系,深化填料破碎工艺与填筑体性质关系的研究.

本文在论证红层填料的重复破碎产物是分形的基础上,提出了在实验室用室内设备模拟红层填料现场破碎的方法.在此基础上制备试样,研究红层填料压实度、粒度与其水理性质相关性.成果对揭示红层填料压实特性、促进红层填料压实科学决策应有作用.

1 红层填料重复破碎分形机理及其室内模拟方法

1.1 填料重复破碎的分形机理分析

分形最基本特征是“自相似”,复杂的分形都是通过简单的动作重复迭代形成的.如图 1 所示经典的 KOCH 曲线,其生成动作是“每边中央 1/3 的线段以一对同长的线段取代,形成一个等腰的凸角”.其他复杂分形也都是由简单动作重复迭代生成的^[7].

红层填料填筑前,需破碎到一定尺寸以下,破碎一般是靠重复简单的动作实现,如“重复耙压”

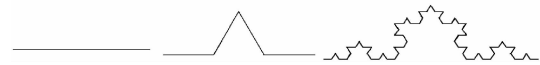


图 1 构造 KOCH 曲线的迭代机制
Fig.1 An iterative mechanism for constructing KOCH curves

(碾压破碎+耙松)^[15]对填料进行破碎,耙压重复遍数越多,所得颗粒越小.根据分形的基本特征,重复作用的产物很可能是分形.但是,要论证填料的破碎是一个分形过程,必须找到其中的“自相似性”.如图 2 所示为软岩颗粒在多次“耙压”破碎作用下不断破碎的示意图.从图 2 只能定性地看到岩石颗粒在每一次耙压过程中都会不断减小的现象,很难总结出破碎过程中颗粒变化的规律.

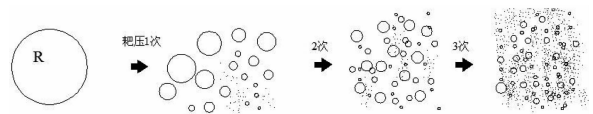


图 2 软岩耙压破碎示意图
Fig.2 Schematic diagram of pressure breaking of soft rock

如果将图 2 重构,形成如图 3 所示破碎模式,就能发现其中的“自相似”.其“自相似”在于:大颗粒的岩块在重复耙压作用下不断破碎,颗粒在经受第一次耙压时,将破碎为粒径 R/r_i 的颗粒 N_i 个;在第二次耙压时候,所有粒径为 R/r_i 的颗粒仍按第一次破碎的模式进行,进一步破碎为粒径为 $R/r_i/r_i$ 的颗粒 N_i 个,如此进行直到耙压完成.

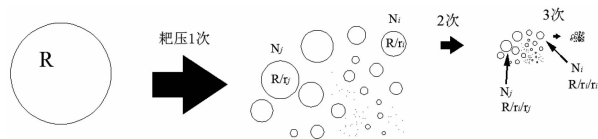


图 3 软岩耙压破碎的分形模型
Fig.3 Fractal model of crushing and crushing of soft rock

显然,图 3 所示的软岩耙压破碎模型具有“自相似”的特征,因此采用重复简单动作破碎得到的红层填料具有分形特性.

1.2 红层填料试样室内制备

对于室内研究而言,采用现场耙压工艺制备试样费时费力,而且现场耙压所得填料最大颗粒过大,一般大于 150 mm,不适于室内试验,因此需要研究室内试样制备方法.从分形原理看,红层填料现场破碎工艺的核心是“重复”和“压碎-翻松”,室内试样制备方法模拟只要能模拟“重复”和“压碎-翻松”,就可得到与现场类似的填料.本文采用以下方法

实现:

1)将红层软岩碎块放入圆柱形钢筒,用电液式压力机进行压缩,实现“压碎”,具体是:将填料(初始粒径约 60 mm 大小的岩块),放入高为 20 cm、内径为 15 cm 的圆柱形钢制压实容器中(图 4).然后用压力机加压,本试验的加压设备为电液式压力试验机,采用应力控制,将制备好的试样安置于压力机(图 5)上,施加 50 kN 压力使试样压破和密实.



图 4 试样制作



图 5 压实操作

Fig.4 Sample preparation Fig.5 Compaction operation

2)翻松:将已经压实成型试样,置于脱模机械(图 6)上,将试样从圆形钢筒中顶出,放置于铁皮盒中,使用木锤轻轻将其敲散、翻松,得到经过压实、破碎后的松散的岩石试样.将松散试样,置于筛分机中进行筛分,摇筛规定时间后(满足充分筛分最小时间要求),对各粒径筛的筛余量进行称重.称重后,将各级颗粒重新混合在一起.这个步骤中,脱模、敲散、筛分机筛分、称重、混合均可能产生颗粒破碎,因此共同构成翻松程序.图 7 为翻松后填料照片.

3)重复:将翻松后的填料重复①②步骤.



图 6 试样脱模

Fig.6 Sample release

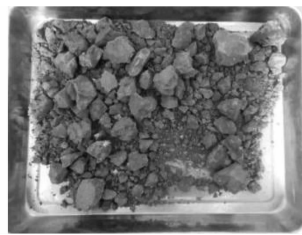


图 7 试样翻松

Fig.7 Sample scarifying

2 红层软岩填料重复破碎分形特性

破碎后填料的分数维采用 Taylor 粒度分数维模型^[16]进行计算,模型如式(1)所示.

$$\frac{M_{r<R}}{M_T} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^{3-D} \quad (1)$$

分数维 D 的计算方法如下:计算试验所得各粒径下的质量 $M(r < R)$ 、颗粒的总质量 M_T ,并绘制 $\log[M(r < R)/M_T] - \log(R/R_0)$ 散点图,进行线

性拟合,求得直线的斜率 θ ,由式(2)可计算得到该状态下的填料分形分数维 D .

$$D = 3 - \theta \quad (2)$$

本实验中,填料的初始粒径为 60 mm,采用的筛尺寸为 20 mm,10 mm,5 mm,2 mm,1 mm,0.5 mm,0.25 mm,0.1 mm,0.074 mm 的标准筛.图 8 所示,为“压碎-翻松”遍数与填料分数维关系.可见,分数维随着压实遍数增大,在破碎-翻松 4 遍后,分数维达到 2.6 以上,且增量减小.对比现场耙压结果^[14],可以发现,室内模拟与现场耙压所得的填料分数维接近.因此室内模拟可以获得与现场相同分数维的填料,只是两者的最大粒径不同.

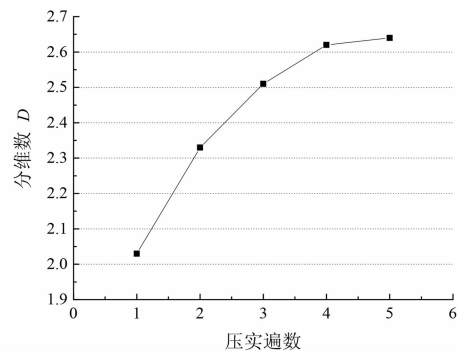


图 8 试样的分维数与压碎遍数关系曲线

Fig.8 The relationship between fractal dimension and crushing number of samples

3 填料分数维与可压实性相关性

为了研究填料分数维与其可压实性的相关性,在上述“压碎-翻松”试验中,每一次压碎都是采用相同的压力,压到不可压之后,测试压实料的高度,根据钢筒的内径 d ,填料质量、含水率即可求出对应干密度.该密度可以反映填料的可压实性.

如图 9 所示,为“压碎-翻松”遍数与填料干密度的关系曲线.

由图 9 可见,在相同静压下,试样的干密度随着“压碎-翻松”遍数的增加逐渐增大,增幅随着重复遍数增大逐渐减小,最后趋于 2.1 g/cm^3 左右.可见,试样“压碎-翻松”遍数越多,填料的可压实性越好.因此,采用重复动作破碎的填料,其分数维越大,可压实性越好.

4 填料分数维与水理性相关性

填料水理性是指压实到一定程度的填料在浸

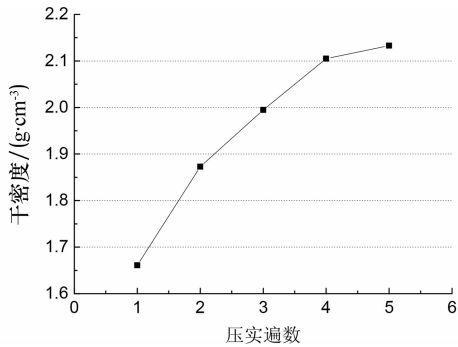


图 9 试样的干密度与压实遍数关系曲线
Fig.9 Relationship between dry density and compaction number of samples

水和失水条件下体积变化的特性:在干湿循环过程中体积变化越大的填料,水理性越差,越不适合作为土工结构材料.

4.1 不同分数维试样制作

前述试验表明,经过 2,4 遍压实翻松后分维数分别为 2.3,2.6,选取这两种不同分维数的试样进行试验,分别压实至不同高度,制备不同干密度试样(本文制备试样的干密度为: $\rho_d = 1.8, 2.0, 2.2$,每个密度制备 3 个试件为一组,取均值作为试验结果)然后对其进行浸水与失水试验,研究试样分数维与干密度对填料在干湿循环作用下的水理特性.

4.2 浸水膨胀性与分数维关系

浸水试验的方法如下:如图 10 所示,将制作好的 3 个试样,向钢筒的上下两个面垫入滤纸和垫板,上面叠加两块铁片,将其放入蓄水池中,安装好磁性表座和百分表后,记录百分表初读数后,往水池中缓缓注入水,直至水浸泡为止.注水之后,间隔 5 min,10 min,30 min,1 h,3 h,6 h,12 h,24 h,48 h,⋯.读取百分表的读数,直至变形稳定.判断稳定的标志是 1 h 内百分表读数不超过 0.01 mm.

试验表明,所有试样在水的作用下,均会发生不同程度的轴向膨胀变形.干密度最小的试样轴向膨胀率最小,干密度最大的试样轴向膨胀率最大.6 组不同分数维、干密度试样的试验结果如图 11 所示.

浸水试验说明,试样在同一分维数水平下,压实至较大的干密度的填料,在浸水的作用下也将产生更大的轴向膨胀变形,这符合填料的一般规律,也说明红层填料具有一定膨胀性;相同干密度情况下,分数维大的填料在浸水后表现出的宏观膨胀性更小.

4.3 失水压缩性与分数维关系

失水压缩的试验方法如下:将浸水膨胀变形完



图 10 试样浸泡试验

Fig.10 Sample immersion test

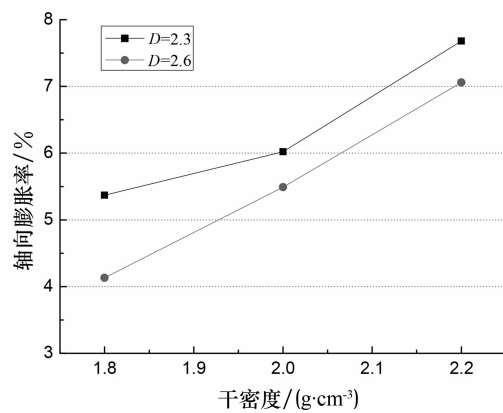


图 11 膨胀变形曲线

Fig.11 Swelling deformation curve

成后的试样取出水池,放入烘箱进行烘干.烘干之后,置于压力试验机上,在压力为 300 kPa 作用下进行压缩,测量试样的压缩变形.

图 12 所示为 6 组试件在饱水—干燥后进行压缩的压缩变形率.可见,试样在饱水—失水后,在轴向压力作用下,可产生较为显著的压缩变形.

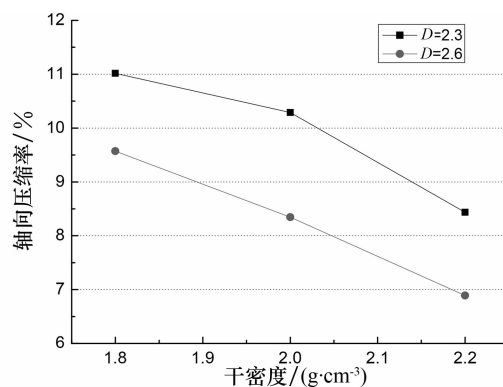


图 12 压缩变形曲线

Fig.12 Compression deformation curve

从图 12 可知,分数维相同的试样,干密度越大,

经“饱水—失水”后在同样的压力下,轴向压缩率越小,这也是符合填料性质的一般规律;另一方面,干密度相同的情况下,填料分数维值越大,轴向压缩率越小。

4.4 结果讨论

一般填料中粗颗粒含量越少,填料总体比表面积越大,因此在水的作用下,水理性质越不稳定。但红层填料的浸水和失水试验表明,填料的分数维越大,其水理性质越稳定;而分数维越大的填料,经过了更多的重复“破碎”作用,其粒度只会越小。因此与一般粗粒土相比,经破碎红层软岩填料的水理性质有其特殊性,本文试图分析其中原因:

1)红层软岩填料的这种特殊水理性质,是岩块崩解性和颗粒表面固液相互作用力的综合作用的结果。一方面,从崩解角度分析,红层软岩具有崩解性,而且颗粒越小崩解性越弱,因此填料颗粒越小,填料在水的作用下越稳定;另一方面,从土质学角度分析,土中固相表面与液相因静电作用而形成结合水膜,可导致土体性质变差,因此填料中细颗粒含量越多,结合水膜越丰富,填料遇水性质越不稳定。因此对于红层软岩填料的水理特性是颗粒变化带来两种矛盾作用的综合结果。从本文试验来看,填料分数维越高,填料越稳定,说明红层软岩的崩解性对填料性质影响起主要作用。

2)红层软岩填料的这种特殊水理性质,符合分形机理。分形理论自1960年代一提出,就成了探索复杂现象的工具,但是直到现在,分数维所代表的深刻物理意义也不能完全揭示。因此,目前还不能用分形理论来深刻解释红层填料水理性质的变化规律,但是,海岸线、树枝等分形在大自然中既然普遍存在^[3],那么分形也应该是比较稳定的结构。自然界存在的分形都是经过大量重复作用的,经过的重复作用越多,结构就越趋向稳定。因此红层填料经历重复作用次数越多,填料性质越趋于稳定。

5 结论

本文基于填料破碎的分形机理,构造了利用室内试验设备模拟现场耙压工艺破碎填料的方法,进而研究了重复“压碎—翻松”过程中不断破碎的红层填料分数维变化规律。在此基础上,制备不同分数维填料,用于研究粒度特征对填料压实效果和水理性质的影响。研究得到以下结论:

1)在相同的压实参数下,填料分数维越大越容

易压实;相同压实度的填料,其分数维越大,浸水膨胀量越小,压缩性能越低。

2)颗粒减小可导致填料水理性变差,但红层软岩填料不是这样,说明母岩岩块的崩解性对填料水理性影响很大。

3)采用重复破碎得到的红层填料是一种分形,分数维越大,填料水理性越好的原因,则体现了分形的本质特征。

本文成果在一定程度上揭示了粒度特征对红层填料工程性质影响的规律,可用于科学地制定红层填料压实策略。

参考文献

- [1] 郭庆国.无凝聚性粗粒土的压实特性及压实参数[J].大坝观测与土工测试,1984(1):41-49.
GUO Qingguo. Compaction performance and compaction data for non-cohesive coarse-grained soils[J]. Dam Observation and Geotechnical Tests, 1984(1): 41-49. (In Chinese)
- [2] 郭庆国.粗粒土的抗剪强度特性及其参数[J].陕西水力发电,1990,6(3):29-36.
QUO Qingguo. Properties and parameters of shear strength of coarse grained soil[J]. Journal of Shaanxi Water Power, 1990, 6(3): 29-36. (In Chinese)
- [3] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature[M]. New York: W. H. Freeman, 1982: 5-8.
- [4] 谢和平.分形-岩石力学导论[M].北京:科学出版社,1995:129-135.
XIE Heping. Introduction to rock mechanics on fractal-rock mechanics[M]. Beijing: Science Press, 1995: 129-135. (In Chinese)
- [5] 高峰,谢和平.岩石块度分布的分形性质及细观结构效应[J].岩石力学与工程学报,1994,13(3):240-246.
GAO Feng, XIE Heping. Fractal properties of size-frequency distribution of rock fragments and the influence of meso-structure[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1994, 13(3): 240-246. (In Chinese)
- [6] 谢贤平,谢源.分形理论与岩石爆破块度的预报研究[J].工程爆破,1995,1(1):26-32.
XIE Xianping, XIE Yuan. Application of fractional method for forecasting rock blasting fragmentation[J]. Engineering Blasting, 1995, 1(1): 26-32. (In Chinese)
- [7] 涂新斌,王思敬,岳中琦.风化岩石的破碎分形及其工程地质意义[J].岩石力学与工程学报,2005,24(4):587-595.
TU Xinbin, WANG Sijing, YUE Zhongqi. Fractal fragmentation of weathered rock and its application in engineering geology[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(4): 587-595. (In Chinese)
- [8] 杜俊,侯克鹏,梁维,等.粗粒土压实特性及颗粒破碎分形特征试验研究[J].岩土力学,2013,34(S1):155-161.
DU Jun, HOU Kepeng, LIANG Wei, et al. Experimental study of compaction characteristics and fractal feature in crushing of coarse-grained soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(S1): 155-161. (In Chinese)
- [9] 金强,曾怡.储集性砂岩粒度组成的分形结构[J].石油大学学

- 报,1995,19(3):12-16.
JIN Qiang, ZENG Yi. Fractal structure of granularity configuration of reservoir sandstones [J]. Journal of the University of Petroleum, China, 1995, 19(3): 12-16. (In Chinese)
- [10] 柏春广, 王建. 一种新的粒度指标: 沉积物粒度分维值及其环境意义[J]. 沉积学报, 2003, 21(2): 234-239.
BAI Chunguang, WANG Jian. A new particle size index: fractal dimension value of sediment grain size and its environmental significance [J]. Journal of Sedimentary, 2003, 21(2): 234-239. (In Chinese)
- [11] 赵明华, 戴杰, 张玲, 等. 基于分形理论的粉煤灰渗透率研究[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2015, 42(1): 75-80.
ZHAO Minghua, DAI Jie, ZHANG Ling, *et al.* Research on the permeability properties of fly-ash based on Fractal Theory [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2015, 42(1): 75-80. (In Chinese)
- [12] 苏永华, 刘晓明, 赵明华. 软岩崩解物颗粒分布特征研究[J]. 土木工程学报, 2006, 39(5): 102-106.
SU Yonghua, LIU Xiaoming, ZHAO Minghua. Research on the grading of soft rock crumbling pellets [J]. China Civil Engineering Journal, 2006, 39(5): 102-106. (In Chinese)
- [13] 刘晓明, 赵明华, 苏永华. 软岩崩解分形机理的数学模拟[J]. 岩土力学, 2007, 28(7): 989-993.
LIU Xiaoming, ZHAO Minghua, SU Yonghua. Mathematical simulation of fractal mechanism for slaking of soft rock [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(7): 989-993. (In Chinese)
- [14] 刘晓明, 徐汉飞, 赵明华. 基于分形理论的红层软岩崩解性消除方法研究[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2013, 40(6): 27-32.
LIU Xiaoming, XU Hanfei, ZHAO Minghua. Research on the method of eliminating the slaking properties of red beds soft rock based on Fractal Theory [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2013, 40(6): 27-32. (In Chinese)
- [15] 赵明华, 邓赜宇, 曹文贵. 红砂岩崩解特性及其路堤填筑技术研究[J]. 中国公路学报, 2003, 16(3): 1-5.
ZHAO Minghua, DENG Jinyu, CAO Wengui. Study of the disintegration character of red sandstone and the construction techniques of red sandstone embankment [J]. China Journal of Highway and Transport, 2003, 16(3): 1-5. (In Chinese)
- [16] TYLERS W, WHEATCRAFT S W. Fractal scaling of soil particle size distribution: analysis and limitations [J]. Soil Sci Soc Am J, 1992, 56: 362-370.
- (上接第62页)
- [4] 陈清军, 周成杰, 杨永胜. 基于环境振动信号的框架结构震后损伤识别[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2014, 41(9): 20-26.
CHEN Qinjun, ZHOU Chengjie, YANG Yongsheng. Damage identification of frame structure after earthquakes based on environmental vibration records [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2014, 41(9): 20-26. (In Chinese)
- [5] 陈鑫, 阎石, 李兵, 等. 高强度钢筋高强度混凝土柱损伤模型试验研究[J]. 工程力学, 2013, 30(S1): 154-158
CHEN Xin, YAN Shi, LI Bing, *et al.* Experimental study on damage model for HSC columns [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(S1): 154-158. (In Chinese)
- [6] 罗欣, 梁兴文, 邓明科. 高强度混凝土剪力墙地震损伤模型分析[J]. 地震工程与工程振动, 2012, 32(4): 145-151.
LUO Xin, LIANG Xingwen, DENG Mingke. Analyses of seismic damage model for high-strength concrete shear wall [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2012, 32(4): 145-151. (In Chinese)
- [7] PARK Y J, ANG A H, WEN A K. Seismic damage analysis of reinforced concrete building [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1985, 111(4): 740-757.
- [8] 杜修力, 欧进萍. 建筑结构地震破坏评估模型[J]. 世界地震工程, 1991, 3: 52-58.
DU Xiuli, OU Jinping. Earthquake damage assessment model of construction structure [J]. World Earthquake Engineering, 1991, 3: 52-58. (In Chinese)
- [9] 蒋建军, 朱剑眉, 陈前. 超高层钢-混凝土混合结构地震损伤模型研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(4): 77-83.
JIANG Huanjun, ZHU Jianmei, CHEN Qian. Seismic damage model for steel-concrete composite structure of ultra-tall buildings [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(4): 77-83. (In Chinese)
- [10] 黄志华, 吕西林, 周颖, 等. 高层混合结构地震整体损伤指标研究[J]. 同济大学学报, 2010, 38(2): 170-177.
HUANG Zhihua, LU Xilin, ZHOU Ying, *et al.* Studies on global seismic damage indices of high-rise hybrid structures [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38(2): 170-177. (In Chinese)
- [11] BANON H, IRVINE H M, BIGGS J M. Seismic damage in reinforced concrete frames [J]. Journal of the Structural Division, 1981, 107(9): 1713-1729.
- [12] SCOTT B D, PARK R, PRIESTLEY M J N. Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates [J]. ACI Journal, 1982, 79(2): 13-27.
- [13] GOMES A, APPLETON J. Nonlinear cyclic stress-strain relationship of reinforcing bars including buckling [J]. Engineering Structures, 1997, 19(10): 822-826.
- [14] 高向玲, 颜迎迎, 李杰. 一般大气环境下混凝土经时抗压强度的变化规律[J]. 土木工程学报, 2015, 48(1): 19-26.
GAN Xiangling, YAN Yingying, LI Jie. Change law of time-dependent concrete compressive strength in the atmospheric environment [J]. China Civil Engineering Journal, 2015, 48(1): 19-26. (In Chinese)
- [15] 朱彦鹏. 混凝土结构设计原理 [M]. 重庆: 重庆大学出版社, 2001: 11-22.
ZHU Yanpeng. Concrete structure design principle [M]. Chongqing: Chongqing University Press, 2001: 11-22. (In Chinese)