

强度折减最短路径在浅埋隧道极限分析的存在性研究*

王薇[†], 邹江海, 张学民, 张恒文

(中南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410075)

摘要:将强度折减最短路径理论,应用于有限元强度折减与极限平衡强度折减分析中,假定黏聚力和内摩擦角按不同折减系数进行强度折减,结合具体算例探讨在双参数强度折减时黏聚力与内摩擦角的合理折减比例,同时考虑隧道埋深与洞跨比值的影响,证明了在浅埋隧道极限分析中强度折减最短路径存在的合理性.研究表明:在浅埋隧道强度折减最短路径分析中,随着黏聚力与内摩擦角折减比例 $\lambda = F_c/F_\phi$ 的增大,黏聚力的折减系数逐渐增大,内摩擦角的折减系数逐渐减小,折减路径长度先减小后增大,两者近似服从抛物线分布,证明存在最短折减路径;同时在强度折减最短路径下,黏聚力的折减幅度要大于内摩擦角,且随着埋深的增加,两者折减幅度逐渐接近.

关键词:强度折减;最短路径;有限元法;极限平衡法;合理折减比例

中图分类号:U457

文献标志码:A

Research on the Existence of the Shortest Path of Strength Reduction in the Limit Analysis of Shallow Buried Tunnel

WANG Wei[†], ZOU Jianghai, ZHANG Xuemin, ZHANG Hengwen

(School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: The strength reduction theory of the shortest path was used in the analysis of finite element strength reduction and limit equilibrium strength reduction, the cohesion and internal friction angle were assumed to be reduced by different reduction factor, and the reasonable reduction ratio of cohesion to internal friction angle was discussed in the case of double parameter strength reduction. Considering the influence of the buried depth of the tunnel and tunnel span, the existence of strength reduction of the shortest path in the limit analysis of shallow buried tunnel was proved. The results show that, in the shortest path of the strength reduction of shallow buried tunnel, with the increase of cohesion and internal friction angle reduction ratio, the reduction factor of cohesion increases gradually, the reduction factor of internal friction angle decreases gradually, the reduction path length decreases first and then increases, the reduction ratio and path length approximation follow a parabolic distribution, which proves the existence of the shortest path. In the shortest path of the strength reduction, the reduction range of the cohesion is greater than the internal friction angle, and with the increase of buried depth, the reduction range is gradually approaching.

Key words: strength reduction; shortest path; finite element method; limit equilibrium method; reasona-

* 收稿日期:2016-07-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51378505), National Natural Science Foundation of China(51378505)

作者简介:王薇(1969-),女,湖南醴陵人,中南大学副教授,博士研究生

通信联系人, E-mail: Wangweicsu@cus.edu.cn

ble reduction ratio

目前对于浅埋隧道极限分析主要有极限平衡法、滑移线法、极限分析法和有限元法,这些方法常常结合强度折减技术^[1-2],通过折减抗剪强度参数使隧道达到临界失稳状态.经典强度折减方法是抗剪强度参数 c 和 f 同时折减相同的系数,并通过不断增大折减系数使隧道达到临界破坏状态,然而已有研究表明^[3-11]在岩土体失稳过程中,黏聚力与内摩擦角对稳定性的贡献不相同,一般是当黏聚力被破坏而产生滑动时,摩擦强度才能发挥出来.针对这种情况,国内外许多学者尝试采用双强度折减技术来反映这种强度参数非同时折损的现象,即将黏聚力与内摩擦角同时折减不同的系数.如唐芬等^[4-7]、张强等^[8]、白冰等^[9]、Yuan 等^[10]、Jiang 等^[11]、Pantelidis 等^[12]通过讨论仅折减黏聚力、仅折减内摩擦角、两者采用不同折减比例或考虑材料破坏特性的折减法来研究不同折减方法对岩土工程稳定性的影响.与经典强度折减法相比,采用双强度折减法时,由于引入了两个折减系数,它们之间的比例关系无法确定,这就导致可能的折减路径有无穷个,如何合理地确定双折减系数的关系成为一个亟需解决的问题.本文从强度折减最短路径角度出发,利用有限元法与极限平衡法研究浅埋隧道稳定性极限分析过程中黏聚力与内摩擦角之间合理的强度折减比例,论证强度折减最短路径在浅埋隧道稳定性极限分析中存在的合理性,以为浅埋隧道稳定性极限分析提供新的思路.

1 强度折减最短路径法的定义

强度折减最短路径法由 Isakov 等^[13-15]提出与应用,该方法假定黏聚力与内摩擦角按照不同的比例折减,粘聚力的折减系数为 F_c ,内摩擦角的折减系数 F_φ ,表达式如下:

$$F_c = c_0/c_{SRT}; F_\varphi = \tan\varphi_0/\tan\varphi_{SRT} \quad (1)$$

式中: c_0 与 φ_0 为未折减时的粘聚力和内摩擦角; c_{SRT} 与 φ_{SRT} 为折减后的粘聚力和内摩擦角.

折减比例 $\lambda = F_c/F_\varphi$, F_c 与 F_φ 不同的折减比例对应不同的折减路径,如图1所示.

图1中横坐标为 $1/F_c$,纵坐标为 $1/F_\varphi$,我们知道 λ 的值有无数种可能,即对应的折减路径有无数条,表示为 $L_1 \cdots L_n$, λ 为折减路径的斜率,每一条折

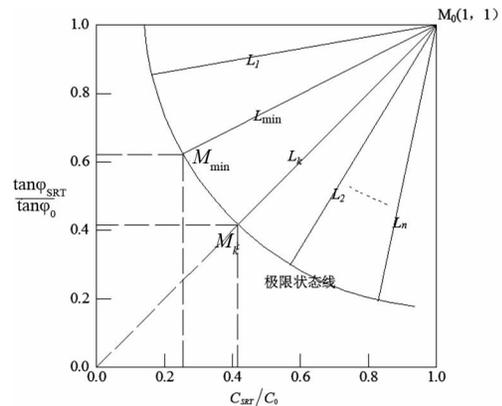


图1 强度折减最短路径示意图

Fig.1 Schematic diagram of the shortest path of strength reduction

减路径下的极限状态对应一个 F_c 与 F_φ ,即每条折减路径均对应一个极限状态.将不同折减路径下的极限状态组合起来得到如图1所示的极限状态线,该极限状态线可以表示成 $F_\varphi = f(F_c)$ 的函数关系. M_0 表示隧道的初始状态, L_k 表示粘聚力与内摩擦角以相同比例折减时的路径,即传统的强度折减路径,它与极限状态线的交点为 M_k ,在所有折减路径中,应当有一条路径 L_{min} 使隧道由初始状态最快达到极限状态,我们称这条路径为强度折减最短路径,这条路径也更为符合潘家铮提出的最大、最小原理^[16];岩土体失稳时,滑裂面提供最大的抗滑力(即极限状态),而这个抗滑力又是所有潜在滑裂面中最小的(类似于最短路径).

由图1可以求得隧道从初始状态至极限状态时,不同折减路径的路径长度表达式如下.

$$L = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{F_c}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{F_\varphi}\right)^2} \quad (2)$$

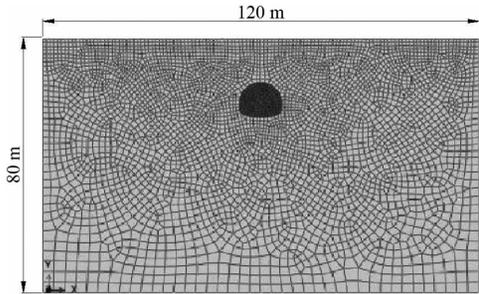
根据上面的陈述,下面采用有限元法与极限平衡法,通过求解 L 来论证强度折减最短路径在浅埋隧道稳定性极限分析中的存在性.

2 最短路径法在浅埋隧道有限元强度折减极限分析中的应用

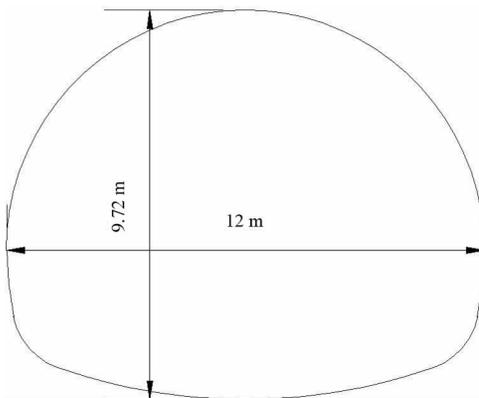
2.1 基本算例

已知一浅埋隧道,其埋深与跨径比值为1,均为12 m,围岩容重 18 kN/m^3 ,初始粘聚力 $c_0 = 120 \text{ kPa}$,初始内摩擦角 $\varphi_0 = 22^\circ$.采用有限元软件

ABAQUS 对其进行强度折减计算,计算模型如下,采用摩尔-库伦本构模型,整体模型与模型内隧道尺寸如图 2 所示.



(a)整体模型尺寸



(b)隧道尺寸

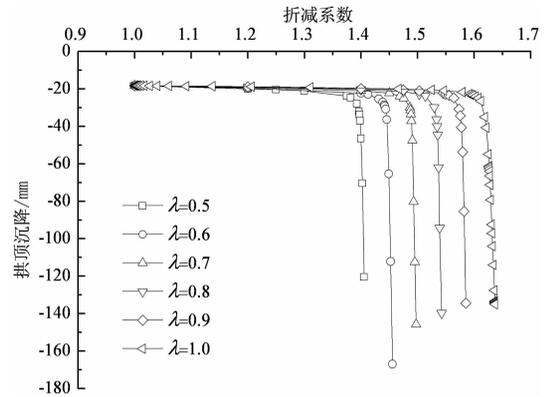
图 2 有限元计算模型尺寸

Fig.2 Finite element calculation model

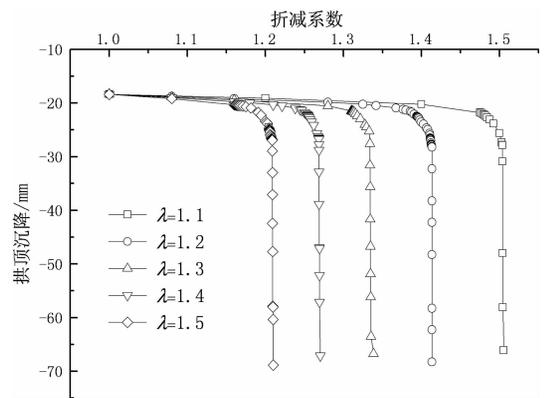
数值计算中关于岩土工程的失稳判据主要有以下几种:判据一为采用数值计算在规定迭代次数内不收敛作为失稳标志;判据二为以广义塑性应变或者广义剪应变发生整体性的贯通破坏作为失稳标志;判据三为以特征点发生位移突变作为失稳依据^[17-18].本文采用失稳判据三,将隧道拱顶下沉发生突变作为隧道发生破坏的判据.

假定折减比例 λ 的取值范围为 0.5~2.0,依此分别进行不同折减比例下的有限元极限计算.考虑到不增加初始粘聚力与内摩擦角的大小,当 λ 在 0.5~1.0 时,控制 F_c 的值,即 F_c 正常折减, F_φ 以 F_c/λ 倍折减,此时通过隧道拱顶下沉发生突变可得出突变的折减系数为 F_c ,则 $F_\varphi = F_c/\lambda$.同理,当 λ 在 1.1~2.0 时,控制 F_φ 的值,即 F_φ 正常折减, F_c 以 λF_φ 倍折减,此时通过隧道拱顶下沉发生突变得出的折减系数为 F_φ , $F_c = \lambda F_\varphi$.不同折减比例下的隧道拱顶沉降变化如图 3 所示.

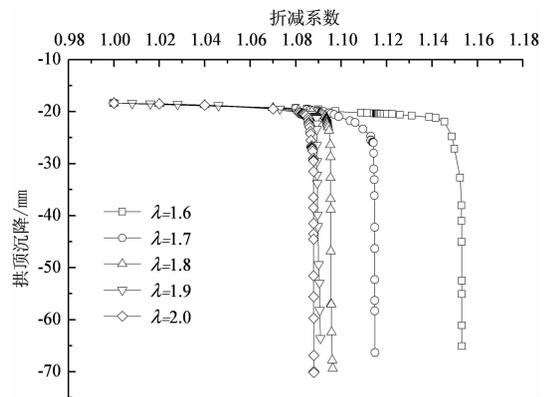
通过图 3,可以得到不同折减路径下的拱顶沉降突变折减系数,同时由式(2)可求得不同折减路



(a) F_c 折减($\lambda=0.5\sim 1.0$)



(b) F_φ 折减($\lambda=1.0\sim 1.5$)



(c) F_φ 折减($\lambda=1.5\sim 2.0$)

图 3 拱顶沉降曲线

Fig.3 Vault settlement

径的路径长度,如表 1 所示:

表 1 同折减比例下的路径长度

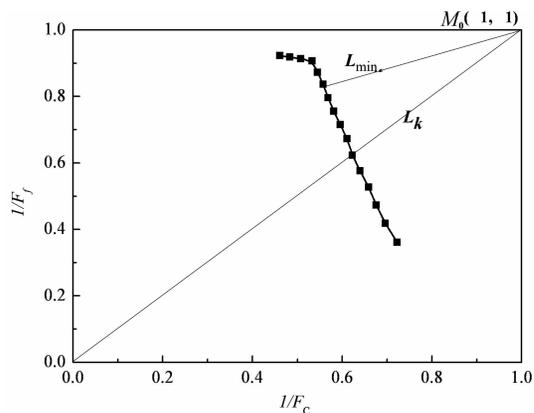
Tab.1 Path length under different reduction ratio

λ	F_c	F_φ	L^2
0.5	1.384	2.768	0.485
0.6	1.436	2.393	0.431
0.7	1.480	2.114	0.383
0.8	1.517	1.897	0.340
0.9	1.563	1.736	0.309
1.0	1.606	1.606	0.285
1.1	1.637	1.488	0.259

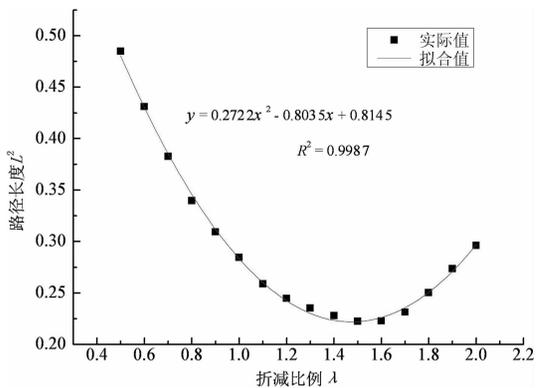
续表

λ	F_c	F_φ	L^2
1.2	1.679	1.399	0.245
1.3	1.721	1.324	0.235
1.4	1.759	1.256	0.228
1.5	1.793	1.196	0.222
1.6	1.834	1.146	0.223
1.7	1.876	1.104	0.227
1.8	1.971	1.095	0.250
1.9	2.069	1.089	0.274
2.0	2.168	1.084	0.296

由表1可知,随着折减比例 λ 的增大,粘聚力的折减系数逐渐增大,内摩擦角的折减系数逐渐减小.且随着折减比例的增大,折减路径长度先减小再增大,且在 $\lambda=1.5$ 时出现最小值,此时对应的折减路径长度即为上文所提到的 L_{min} .对相关数据进行拟合,得到折减比例与路径长度之间近似服从抛物线的分布规律,如图4所示.



(a)最短路径图



(b)路径长度变化图

图4 不同折减比例下的路径长度

Fig.4 Path length under different reduction factor

2.2 不同埋深与洞跨比的影响

考虑隧道埋深 H 与洞跨比值 D 为0.5与1.5的两种情况,其他条件保持不变,运用上文所述方法,得到了 H/D 不同比值下的折减系数变化,见表2.

表2 有限元法下不同 H/D 下的路径长度

Tab.2 Path length under different H/D

λ	$H/D=0.5$			$H/D=1.5$		
	F_c	F_φ	L^2	F_c	F_φ	L^2
0.5	1.662	3.324	0.647	1.169	2.338	0.349
0.6	1.704	2.841	0.591	1.219	2.032	0.290
0.7	1.740	2.486	0.538	1.267	1.810	0.245
0.8	1.771	2.214	0.490	1.315	1.643	0.211
0.9	1.811	2.012	0.454	1.360	1.512	0.185
1.0	1.818	1.818	0.405	1.404	1.404	0.166
1.1	1.841	1.674	0.371	1.428	1.298	0.142
1.2	1.895	1.579	0.357	1.478	1.232	0.140
1.3	1.929	1.484	0.338	1.504	1.157	0.131
1.4	1.969	1.406	0.326	1.562	1.116	0.140
1.5	1.996	1.331	0.311	1.643	1.096	0.161
1.6	2.033	1.271	0.304	1.740	1.087	0.187
1.7	2.035	1.197	0.286	1.839	1.082	0.214
1.8	2.090	1.161	0.291	1.939	1.077	0.240
1.9	2.135	1.124	0.295	2.040	1.074	0.265
2.0	2.175	1.088	0.298	2.142	1.071	0.289

有限元数值计算结果表明,随着埋深的增加,折减最短路径对应的折减比例 λ 逐渐减小, $H/D=1.5$ 时, $\lambda=1.3$, $H/D=1.0$ 时, $\lambda=1.5$, $H/D=0.5$ 时, $\lambda=1.7$,均大于1.0,说明在强度折减最短路径中,粘聚力的折减幅度要大于内摩擦角,埋深越大两者折减幅度越接近.且不同埋深下,对折减路径长度 L 与折减比例均可进行抛物线拟合,如图5所示.

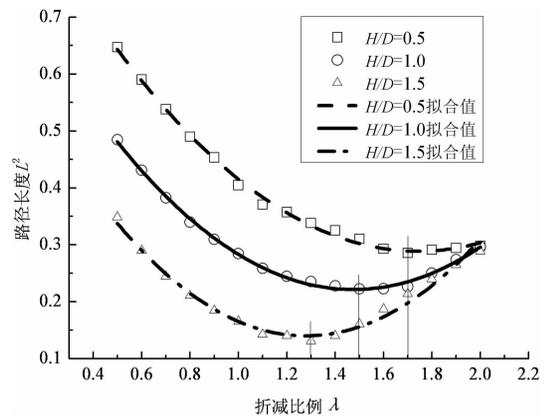


图5 不同 H/D 下的路径长度随折减比例变化曲线

Fig.5 Reduction factor and path length under different H/D

将拟合得到的抛物线公式表示在表3中,可以发现, H/D 不同比值 n 下,抛物线的3个系数 A, B, C 分布具有一定的规律,为了提高公式的适用性,对这3个参数与 n 的关系进行拟合,得到了相关系数 $R^2=1$ 时,系数 A, B, C 与 n 的关系,并求得了抛物线最小值的 X 坐标,即最短路径 L_{min} 下对应的折减比例 λ .

表 3 有限元法下不同 H/D 下的拟合公式表
Tab.3 Fitting formula under different H/D

H/D	拟合公式	$x(L_{\min})$	相关系数 R^2
0.5	$y = 0.2275x^2 - 0.794x + 0.9825$	1.745	0.9969
1.0	$y = 0.2722x^2 - 0.8035x + 0.8145$	1.476	0.9977
1.5	$y = 0.3253x^2 - 0.832x + 0.6721$	1.279	0.9784
	$A = 0.1903e^{0.3576n}$		1
$n(0.5 \leq n \leq 1.5)$	$y = Ax^2 + Bx + C$	$B = \frac{-0.038n^2 + 0.0380.038N^2 - 0.038N + 0.8035}{n - 0.8035}$	1
		$C = 1.1888e^{-0.38n}$	1

3 最短路径法在浅埋隧道极限平衡强度折减分析中的应用

根据上节有限元强度折减法的分析,得到了不同埋深下,浅埋隧道的破坏模式,同时找出围岩塑性应变值最大的点,并将其连成线,就可得到围岩的潜在破坏面,并将破坏面进行适当简化,如图 6 所示。

为方便使用极限平衡法分析,根据 Terzaghi 理论及图 6 具体的破坏模式,简化得到了浅埋隧道的破坏模式,如图 7(a)所示,潜在破裂面为 ABC 及 $A_1B_1C_1$,并做出如下假设:



(a) $H/D=0.5$



(b) $H/D=1.0$



(c) $H/D=1.5$

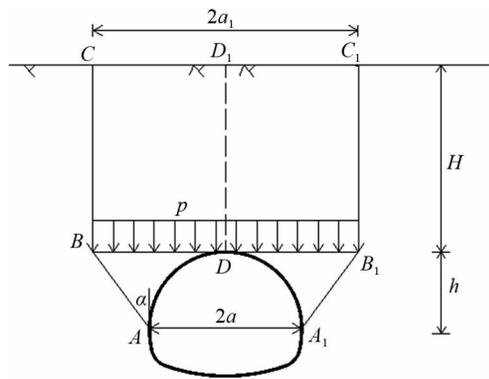
图 6 不同 H/D 下的破坏模式

Fig.6 Failure modes under different H/D

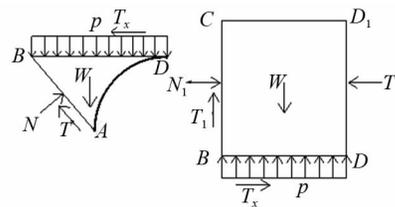
1)浅埋隧道洞身附近土体沿潜在破裂面 AB 及 A_1B_1 滑动,滑动面与竖向成 α 角 ($\alpha = 45^\circ - \varphi/2$), φ 为初始内摩擦角;

2)破裂面 BC 及 B_1C_1 为竖直, BDB_1 与地表平行,且 D 位于拱顶处。

对浅埋隧道潜在破裂面内土体进行分析,考虑到对称性,以隧道肩部 ABD 及隧道上方 $BCDD_1$ 进行受力分析,如图 7(b)所示,在隧道肩部, ABD 的



(a)隧道结构图



(b)受力分析图

图 7 极限平衡状态受力分析图

Fig.7 Stress analysis diagram of limit equilibrium state

重量为 W , $BCDD$ 的重量为 W_1 , 曲面 AD 上的作用力为 0, 潜在破裂面 AB 上所受法向压力、切向摩阻力分别为 N, T . 潜在破裂面 BC 上所受法向压力、切向摩阻力分别为 N_1, T_1 . 截面 DD 所受法向压力为 E . 由于结构的对称性, 跨中截面 DD 上剪力为 0. 隧道顶部 BB 面垂直围岩压力为 p .

为简化计算, 仅对滑动体 ABD 进行极限平衡分析, 其安全系数 K 可表示为

$$K = \frac{F_R}{F_T} = \frac{T + T_X \sin\alpha}{(pa_1 + W)\cos\alpha} \quad (3)$$

式中: F_R 和 F_T 分别表示抗滑力与下滑力. 根据水平向静力平衡条件有:

$$N\cos\alpha = T\sin\alpha + T_X \quad (4)$$

在潜在破裂面 AB 上应用 Mohr-Coulomb 强度准则:

$$T = \frac{ch}{\cos\alpha} + N\tan\varphi \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)可得

$$N = \frac{ch\tan\alpha + T_X}{\cos\alpha - \sin\alpha\tan\varphi} \quad (6)$$

考虑到 BD 并非滑动面, 因此

$$T \approx ca_1 \quad (7)$$

令 $p = \gamma H$, H 为隧道埋深, p 即为浅埋隧道的围岩压力, 令 $\alpha = 45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}$.

由以上公式, 最终将式(3)转化为

$$K = \frac{15.93 + 17.47\tan\varphi / (0.819 - 0.574\tan\varphi)}{183.6H + 365.85} \quad (8)$$

运用强度折减最短路径来计算极限平衡条件下粘聚力与内摩擦角的折减比例关系. 当 $K = 1.0$ 时, 浅埋隧道处于极限平衡状态. 令 $\lambda = F_c / F_\varphi$, $F_c = c_0 / c$, $F_\varphi = \tan\varphi_0 / \tan\varphi$, $c_0 = 120 \text{ kPa}$, $\varphi_0 = 22^\circ$, $K = 1$, $h = D/2 = 6 \text{ m}$ 即隧道洞跨的一半, 则由式(8)可得到:

$$\lambda = \frac{2.05524/F_\varphi + 1.02762/(0.819F_\varphi^2 - 0.232F_\varphi)}{183.6H + 365.85} \quad (9)$$

采用 MATLAB 求解隐函数(9)的函数曲线, 如图 8, 横轴表示 λ , 竖轴表示 F_φ .

提取函数曲线图 8 关键特征点数值如下.

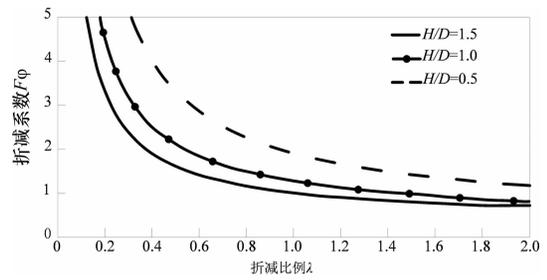


图 8 折减比例 λ 与折减系数 F_φ 变化关系曲线

Fig.8 The relation curves of reduction ratio λ and reduction factor F_φ

表 4 极限平衡法下不同 H/D 下的路径长度

Tab.4 Path length under different H/D

λ	$H/D=0.5$		$H/D=1.0$		$H/D=1.5$	
	F_φ	L^2	F_φ	L^2	F_φ	L^2
0.5	3.358	0.657	2.130	0.285	1.630	0.201
0.6	2.882	0.604	1.850	0.221	1.431	0.118
0.7	2.542	0.560	1.653	0.175	1.287	0.062
0.8	2.284	0.521	1.510	0.144	1.178	0.027
0.9	2.084	0.488	1.383	0.115	1.092	0.007
1.0	1.922	0.460	1.287	0.100	1.023	0.001
1.1	1.789	0.436	1.209	0.091	0.967	0.005
1.2	1.678	0.417	1.142	0.089	0.918	0.016
1.3	1.583	0.400	1.085	0.091	0.876	0.035
1.4	1.502	0.387	1.035	0.097	0.840	0.059
1.5	1.431	0.376	0.993	0.108	0.809	0.087
1.6	1.368	0.367	0.956	0.122	0.781	0.119
1.7	1.313	0.361	0.922	0.138	0.752	0.156
1.8	1.253	0.351	0.892	0.157	0.734	0.191
1.9	1.219	0.355	0.839	0.176	0.715	0.229
2.0	1.188	0.360	0.865	0.202	0.697	0.269

极限平衡法计算结果与有限元数值计算结果一致, 随着埋深的增加, 折减最短路径对应的折减比例 λ 逐渐减小, $H/D = 0.5$ 时, $\lambda = 1.8$, $H/D = 1.0$ 时, $\lambda = 1.2$, $H/D = 1.5$ 时, $\lambda = 1.0$, 对不同埋深下折减路径长度 L 与折减比例进行抛物线拟合, 结果如图 9 所示.

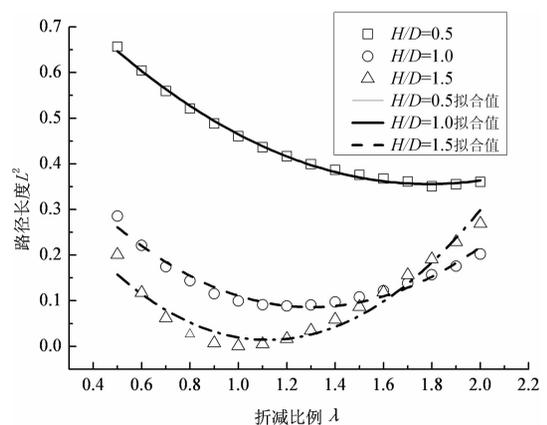


图 9 不同 H/D 下的路径长度随折减比例变化曲线

Fig.9 Reduction factor and path length under different H/D

同理,将拟合得到的抛物线公式表示在表 5 中,并对相关参数进行拟合。

表 5 极限平衡法下不同 H/D 下的拟合公式表
Tab.5 Fitting formula under different H/D

H/D	拟合公式	$x(L_{\min})$	相关系数 R^2
0.5	$y=0.175 7x^2-0.628 1x+0.917 1$	1.787	0.997 4
1.0	$y =0.274 1x^2-0.707 4x+0.547$	1.303	0.958 5
1.5	$y =0.369 1x^2-0.828x+0.478 7$	1.121	0.943 5
	$A=0.193n+0.079$		1
$n(0.5 \leq n \leq 1.5)$	$y=Ax^2 + Bx + C$	$B=-0.083n^2+0.035n-0.59$ $C=0.604n^2-1.646n+1.589$	$\frac{-0.082 6n^2-0.034 7n-0.59}{0.386 8n+0.157 4}$
			1

取 $H/D=1$ 时的结果与上节有限元法得到的结果进行比较,如图 10 所示。

极限平衡法最短路径对应的安全系数为 1.2,有限元法对应的安全系数为 1.5,且不同折减比例下的路径长度有限元法要大于极限平衡法,说明在极限平衡法计算条件下浅埋隧道更易发生破坏,这主要是由于在极限平衡法计算中,围岩压力 p 的取值较大,而实际围岩压力 p 要小于 γH 的原因,但总体来说两者规律一致,进一步说明了强度折减最短路径在浅埋隧道极限分析中存在的合理性。

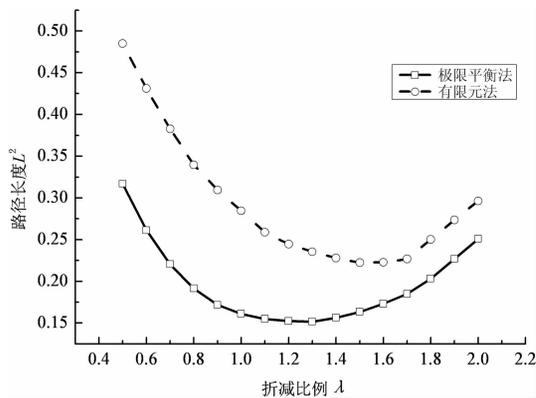


图 10 不同方法下的折减比例与路径长度关系曲线
Fig.10 The relationship curves between the reduction ratio and the path length under different methods

4 结 论

本文通过将强度折减最短路径法应用到浅埋隧道有限元数值分析与极限平衡法分析之中,证明了强度折减最短路径在浅埋隧道极限分析中存在的合理性,同时得到了如下结论:

1)随着折减比例 $\lambda = F_c/F_\phi$ 的增大,粘聚力的折减系数逐渐增大,内摩擦角的折减系数逐渐减

小,折减路径长度先减小后增大,近似服从抛物线分布,存在强度折减最短路径。

2)在强度折减最短路径下,粘聚力的折减幅度要大于内摩擦角,随着埋深的增加,两者折减幅度越接近。

3)浅埋隧道不同埋深与洞跨比(H/D)下的折减比例 λ 与路径长度 L^2 之间均近似服从抛物线分布。

参考文献

[1] 康石磊,杨峰,张箭,等.基于强度折减和上限有限元的椭圆形毛洞隧道围岩稳定性分析[J].湖南大学学报:自然科学版,2015,42(9):104-109.
KANG Shilei, YANG Feng, ZHANG Jian, *et al.* Finite element upper bound analysis of stability of unlined elliptical tunnel based on strength reduction method [J]. Journal of Hunan University : Nature Sciences , 2015, 42(9): 104-109. (In Chinese)

[2] 谭强,高明忠,魏进兵,等.岩质边坡浅表层改造蠕变破坏机理探索与稳定性分析[J].湖南大学学报:自然科学版,2014,41(11):103-109.
TAN Qiang, GAO Mingzhong, WEI Jinbing, *et al.* A case study on creep destruction resulted from exogenetic reconstruction and stability evaluation of rock slope [J]. Journal of Hunan University : Nature Sciences , 2014, 41(11): 103-109. (In Chinese)

[3] TAYLOR D W. Fundamentals of soil mechanics [M]. New York: John Wiley and Sons, 1948: 441-465.

[4] 唐芬,郑颖人,赵尚毅.土坡渐进破坏的双安全系数讨论[J].岩石力学与工程学报,2007,26(7):1402-1407.
TANG Fen, ZHENG Yingren, ZHAO Shangyi. Discussion on two safety factors for progressive failure of soil slope [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(7): 1402-1407. (In Chinese)

[5] 唐芬,郑颖人.边坡稳定安全储备的双折减系数推导[J].重庆交通大学学报:自然科学版,2007,26(4):95-100.
TANG Fen, ZHENG Yingren. Analysis on safety reserve of slope with two strength reduction factor [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University : Natural Science, 2007, 26(4): 95-100. (In Chinese)

[6] 唐芬,郑颖人.边坡渐进破坏双折减系数法的机理分析[J].地下空间与工程学报,2008,4(3):436-441,464.
TANG Fen, ZHENG Yingren. Mechanism analysis on dual reduction factors about the progressive failure of slope [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2008, 4(3): 436-441, 464. (In Chinese)

[7] 唐芬,郑颖人.强度储备安全系数不同定义对稳定系数的影响[J].土木建筑与环境工程,2009,31(3):61-65,97.
TANG Fen, ZHENG Yingren. Effect on safety factors in different definitions based on strength margin [J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2009, 31(3): 61-65, 97. (In Chinese)