文章编号:1674-2974(2018)05-0109-08　DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2018.05.013

硬化非高斯结构响应首次穿越的 Monte Carlo 模拟*

张龙文[1],卢朝辉[1†],何军[2],赵衍刚[1]
(1. 中南大学 土木工程学院,湖南 长沙 410075; 2. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院,上海 200240)

摘　要:在对比分析已有硬化非高斯模型(Winterstein 硬化模型、Ding 和 Chen 模型)的基础上,提出了一个基于 Zhao 和 Lu 模型的新硬化非高斯模型. 新模型预测偏度和峰度的误差比既有硬化模型小,且最大误差分别为 0.311 和 0.479,表明新模型具有良好的精度;同时新模型扩展了 Zhao 和 Lu 模型的适用范围. 最后运用新硬化模型模拟硬化非高斯过程样本,发展了硬化非高斯结构响应首次穿越的 Monte Carlo 模拟方法. 数值算例验证了本文方法用于硬化非高斯结构响应首次穿越失效概率计算有较高的精度;杭州新火车东站大跨屋盖以及南水北调工程渡槽结构工程实例说明了本文方法的使用过程.

关键词:硬化非高斯过程;Monte Carlo 法;首次穿越;Zhao 和 Lu 模型;高阶矩
中图分类号:TU311　　**文献标志码:**A

Monte Carlo Simulation for First Passage of Hardening Structural Responses

ZHANG Longwen[1], LU Zhaohui[1†], HE Jun[2], ZHAO Yangang[1]
(1. College of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075;
2. School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240)

Abstract: A new hardening non-Gaussian model based on Zhao and Lu model was proposed, by comparative analysis of the Winterstein's hardening model, and Ding and Chen model. Skewness error and kurtosis error of the new hardening non-Gaussian model are smaller than the existing hardening response models. The maximum Skewness error and kurtosis error is 0.311, 0.479, respectively. It is indicated that the proposed new hardening non-Gaussian model has good accuracy. At the same time, the proposed model extended the application range of the Zhao and Lu model. Finally, the new hardening non-Gaussian model was applied to simulate the hardening non-Gaussian processes, and Monte Carlo simulation method for the first passage probability of hardening structural responses was developed. Numerical example show that the proposed method has good precision for estimating the first passage probability of hardening structural responses. The long-span roof of Hanzhou New Train Station and the aqueduct of South to North Water Transfer Project were given for illustrating the use process of the proposed method.

---

* **收稿日期:**2017-05-28
基金项目:国家自然科学基金资助项目(51422814,U1134209,U1434204),National Natural Science Foundation of China (51422814, U1134209,U1434204);中南大学"创新驱动计划"资助项目(2015CXS014),Project of Innovation-Driven Plan in Central South University (2015CXS014);中南大学中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2017zzts158),Fundamental Research Funds for the Central Universities of Central South University (2017zzts158)

作者简介:张龙文(1988—),男,福建宁化人,中南大学博士研究生
† 通讯联系人,E-mail:luzhaohui@csu.edu.cn

Key words: hardening non-Gaussian processes; Monte Carlo methods; first passage; Zhao and Lu model; high order statistics

在结构动力可靠度分析中,首次穿越失效一直是重点研究问题之一. 当工程结构受到诸如地震、风及海浪等随机荷载激励时,研究结构的首次穿越失效更是具有现实的工程意义与理论价值. 目前,首次穿越失效概率的主要计算方法包括:基于超越率的解析方法[1-2]、基于扩散过程分析的半解析半数值方法[3]、数值积分方法[4]和 Monte Carlo 模拟方法[5]. 其中 Monte Carlo 模拟方法为最精确的方法,可以作为“人工试验”来验证其他方法的精度[6-7]. 因此,研究 Monte Carlo 模拟方法具有十分重要的意义.

Monte Carlo 模拟方法的关键是模拟结构的反应样本. 为了节省计算时间,可以从反应的概率分布基础上直接模拟结构反应. 但是,当结构为非线性或荷载为非高斯过程时,只能在结构反应的不完全统计信息基础上进行结构反应过程的模拟. 例如,何军[6]利用结构反应的前四阶矩,基于 Winterstein 多项式,模拟了非高斯荷载作用下结构的反应过程,并建立了结构首次失效时间分析的模拟方法.

Grigoriu 提出的转换过程理论[8]利用转换思想首次将非高斯随机过程变换为标准高斯过程的形式. 此后,发展了多种转换模型用以表示非高斯过程,并在软化反应(具有比高斯分布宽的尾部,即峰度系数>3)取得一定的成果[9]. 硬化反应(具有比高斯分布窄的尾部,即峰度系数<3)在实际工程中也经常出现[10-12],例如,由于海洋波浪或地震作用引起的结构响应、高层建筑围护结构的风压以及风力发电机组的动态响应等,但研究较少. 在已有的转换模型研究中,Winterstein 多项式[9]在软化非高斯过程情况运用广泛,但在硬化非高斯过程的运用较少,且许多文献[10-11]发现它的精度不足. 针对 Winterstein 硬化模型转换精度的不足,基于随机过程的正交展开,Ding 和 Chen[13]提出了一个更为合理的硬化模型. Ding 和 Chen 对模型的精度进行了量化,但该模型的系数过于复杂. 另外,上述两种模型无法得到类似 Winterstein[14]软化非高斯过程模型的形式,不能建立多项式系数与前四阶统计矩(均值、标准差、偏度、峰度)关系的完整表达式. 且当用标准高斯过程表示非高斯过程时,涉及一元三次方程的求根问题. Zhao 和 Lu[15]提出的四阶矩标准化的函数表达形式,能够建立三次多项式系数与统计矩之间的关系. 该模型简单,避免了上述求根问题,但在硬化非高斯过程的运用中还有待进一步考查. 因此,已有硬化非高斯过程的转换模型还存在不足,其模型的精度及适用范围需要进一步调查,以便运用于硬化非高斯结构响应的首穿失效概率计算.

本文基于 Zhao 和 Lu 模型的四阶矩标准化函数,提出了新硬化非高斯模型并运用于硬化非高斯过程的首穿失效概率计算. 首先,对已有的 Winterstein 硬化模型、Ding 和 Chen 模型以及 Zhao 和 Lu 模型的精度进行误差分析;接着,基于 Zhao 和 Lu 模型,提出了新模型,并进一步讨论了新模型的适用范围;最后,以非线性 Duffing 振子数值算例验证了本文方法在硬化非高斯结构响应首穿失效概率计算中的有效性;以杭州新火车东站大跨屋盖非高斯脉动风压、南水北调工程渡槽结构的地震反应为例,说明了本文方法的使用过程.

1 硬化非高斯过程的转换模型

1.1 Winterstein 硬化模型

Winterstein 硬化模型[9]可表达为:

$$U(t)=X_S(t)-h_3[X_S^2(t)-1]-h_4[X_S^3(t)-3X_S(t)]. \tag{1}$$

式中:$U(t)$为标准高斯过程;$X_S(t)=[X(t)-\mu_X]/\sigma_X$;$h_3=\alpha_{3X}/6$;$h_4=(\alpha_{4X}-3)/24$;$\mu_X$, σ_X, α_{3X}, α_{4X}分别为平稳非高斯过程 $X(t)$的均值、标准差、偏度和峰度.

为了对该模型进行误差分析,通过反算硬化非高斯过程的偏度与峰度,并分别与其目标值进行对比分析. 对于非高斯过程 $X(t)$的前四阶中心矩可通过式(2)计算.

$$m_1=\int_{-\infty}^{+\infty} f(U)\varphi(U)\mathrm{d}U, \tag{2a}$$

$$m_i=\int_{-\infty}^{+\infty}[f(U)-m_1]^i\varphi(U)\mathrm{d}U, i=2,3,4. \tag{2b}$$

式中:$\varphi(U)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-U^2/2)$是标准正态分布的概率密度函数;$f(U)$为等式(1)的反函数,表达为:

$$X_S = f(U) = [\sqrt{\xi^2(U)+c} + \xi(U)]^{1/3} - [\sqrt{\xi^2(U)+c} - \xi(U)]^{1/3} - a. \tag{3a}$$

式中：

$$\xi(U) = 1.5b(a+U) - a^3; \tag{3b}$$

$$a = h_3/(3h_4);\ b = 1/(3h_4);\ c = (b-1-a^2)^3. \tag{3c}$$

记 δ_{3X} 与 δ_{4X} 分别为偏度与峰度的误差，偏度与峰度计算公式表达如下：

$$\delta_{3X} = m_3/m_2^{3/2} - \alpha_{3X}, \tag{4a}$$

$$\delta_{4X} = m_4/m_2^2 - \alpha_{4X}. \tag{4b}$$

根据式(2a)(2b)(3a)(3c)及(4a)(4b)计算模型误差. 图 1、图 2 分别给出了 Winterstein 硬化模型在 $\alpha_{3X}=0.0$、0.2、0.4、0.6 不同目标偏度系数下，随着峰度变化的偏度误差曲线和峰度误差变化曲线.

1)图 1 说明了随着目标偏度的增大，误差变大，且误差曲线的离散性较大.

2)图 2 说明了在不同目标偏度下，峰度的误差曲线变化趋势基本一致，且随着峰度的增大而减小. 当峰度 $\alpha_{4X}=1.5$ 时，峰度误差达到 1.

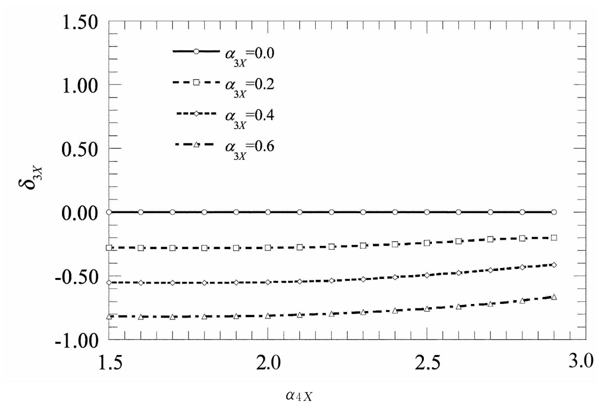

图 1　Winterstein 硬化模型的偏度误差

Fig. 1　Bias of skewness from the Winterstein's polynomial

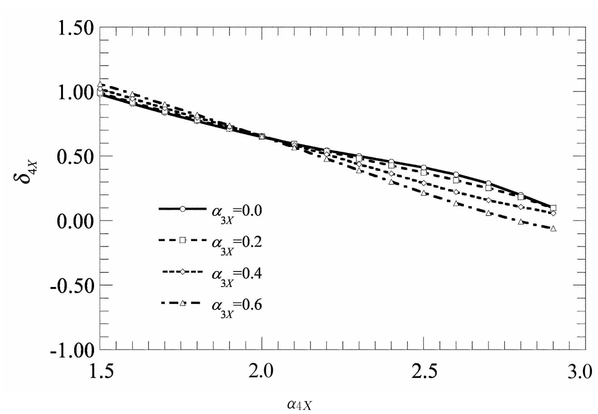

图 2　Winterstein 硬化模型的峰度误差

Fig. 2　Bias of kurtosis from the Winterstein's polynomial

根据式(3a)可知，当 $\alpha_{3X}=-0.2$，-0.4，-0.6 时，偏度误差及峰度误差的绝对值与 α_{3X} 取正值时相同.

1.2　Ding 和 Chen 模型

Ding 和 Chen 模型表达为[13]：

$$U(t) = b_2 X_S(t) + b_3[X_S^2(t) - \alpha_{3X} X_S(t) - 1] + b_4[X_S^3(t) - \alpha_{4X} X_S(t) - \alpha_{3X}]. \tag{5a}$$

其中，b_2、b_3、b_4 为模型系数，可表达为：

$$b_2 = \varphi\left[1 - \frac{\alpha_{3X}^4 + 1.2\alpha_{3X}^2 - 0.18}{7.5\exp(0.5\alpha_{4X})}\right]; \tag{5b}$$

$$b_3 = -\frac{0.8\alpha_{3X}^5 + \alpha_{3X}^3 + 0.77\alpha_{3X}}{(\alpha_{4X}-1)^2 + 0.5}; \tag{5c}$$

$$b_4 = -\varphi\left[0.04 - \frac{11.5\alpha_{3X}^4 + 6.8\alpha_{3X}^2 + 3.5}{(\alpha_{4X}^2 + 0.4)^2 + 0.15}\right]; \tag{5d}$$

$$\varphi = [1 - 0.06(3 - \alpha_{4X})]^{1/3}. \tag{5e}$$

式(5a)的反函数可表达为：

$$X_S = [\sqrt{\eta^2(U)+\tilde{c}} + \eta(U)]^{1/3} - [\sqrt{\eta^2(U)+\tilde{c}} - \eta(U)]^{1/3} - \tilde{a}. \tag{6a}$$

其中，

$$\eta(U) = \frac{U}{2b_4} + \frac{\alpha_{3X}}{2} + \tilde{a}(1.5 + 1.5\tilde{b} - \tilde{a}^2); \tag{6b}$$

$$\tilde{a} = b_3/(3b_4),\ \tilde{b} = (b_2 - b_3\alpha_{3X} - b_4\alpha_{4X})/(3b_4),\ \tilde{c} = (\tilde{b} - \tilde{a})^3. \tag{6c}$$

它的应用范围为：

$$(1.35\alpha_{3X})^2 + 1.25 \leqslant \alpha_{4X} < 3. \tag{7}$$

根据式(2a)(2b)(4a)(4b)及(6a)(6c)计算模型误差. 图 3、图 4 分别给出了 Ding 和 Chen 模型在 $a_{3X}=0.0$、0.2、0.4、0.6 的不同目标偏度系数下，随着峰度变化的偏度误差曲线和峰度误差曲线.

1)图 3 说明了该误差曲线离散性较大，且偏度误差的绝对值变化在 0～0.75 之间.

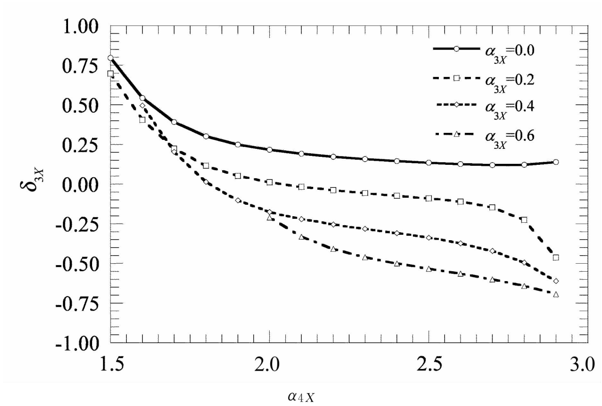

图 3　Ding 和 Chen 模型偏度误差

Fig. 3　Bias of skewness from Ding and Chen model

2)图 4 说明了在不同目标偏度下，峰度的误差曲线基本一致，且峰度误差的绝对值在 0～1 之间. 根据等式(6a)可知，当 $\alpha_{3X}=-0.2$、-0.4、-0.6时，偏度误差及峰度误差的绝对值与 α_{3X}取正值时相同.

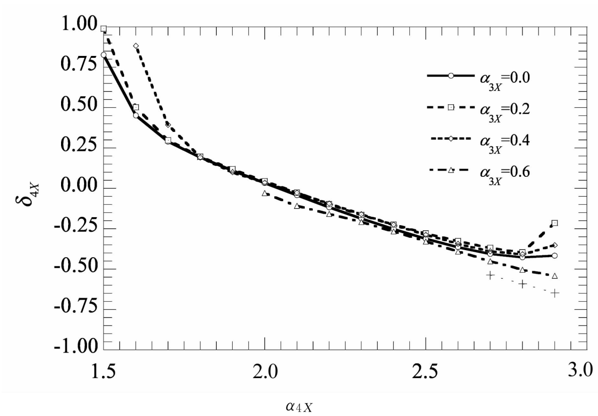

图 4 Ding 和 Chen 模型峰度误差

Fig. 4 Bias of kurtosis from Ding and Chen model

1.3 Zhao 和 Lu 模型

Zhao 和 Lu 模型[15]以一个三次多项式表达：

$$X_S=-l_1+k_1U(t)+l_1U^2(t)+k_2U^3(t). \tag{8a}$$

式中的多项式系数 l_1，k_1，k_2表达为：

$$l_1=\frac{\alpha_{3X}}{6(1+6l_2)},k_1=\frac{1-3l_2}{(1+l_1^2-l_2^2)},$$

$$k_2=\frac{l_2}{(1+l_1^2+12l_2^2)}. \tag{8b}$$

式中 l_2为：

$$l_2=\frac{1}{36}(\sqrt{6\alpha_{4X}-8\alpha_{3X}^2-14}-2). \tag{8c}$$

式(8a)的反函数可表达为：

$$U(t)=-\frac{\sqrt[3]{2}p}{\sqrt[3]{-q+\Delta}}+\frac{\sqrt[3]{-q+\Delta}}{\sqrt[3]{2}}-\frac{l_1}{3k_2}. \tag{9a}$$

式中：

$$\Delta=\sqrt{q^2+4p^3},\quad p=\frac{3k_1k_2-l_1^2}{9k_2^2}; \tag{9b}$$

$$q=\frac{2l_1^3-9k_1k_2l_1+27k_2^2[-l_1-X_S(t)]}{27k_2^3}. \tag{9c}$$

根据式(2a)(2b)(4a)(4b)及(8a)～(8c)计算模型误差. 图 5 与图 6 分别给出了 Zhao 和 Lu 模型在 $\alpha_{3X}=0.0$、0.2、0.4、0.6 的不同目标偏度系数下，随着峰度变化的偏度误差曲线和峰度误差曲线. 图 5 与图 6 均表明 Zhao 和 Lu 模型在不同目标偏度系数下的误差趋近于 0. 因此，通过对比 Winterstein 硬化模型与 Ding 和 Chen 模型的误差曲线，Zhao 和 Lu 模型显示的误差最小. 根据等式(8a)～(8c)可知，当 $\alpha_{3X}=-0.2$、-0.4、-0.6 时，偏度误差及峰度误差的绝对值与 α_{3X}取正值时相同. 然而，Zhao 和 Lu 模型的应用范围需满足以下等式：

$$\alpha_{4X}\geqslant(7+4\alpha_{3X}^2)/3. \tag{10}$$

因此，对于在 $\alpha_{4X}\leqslant 2.3$ 时的强非高斯硬化过程，该模型将不再适用.

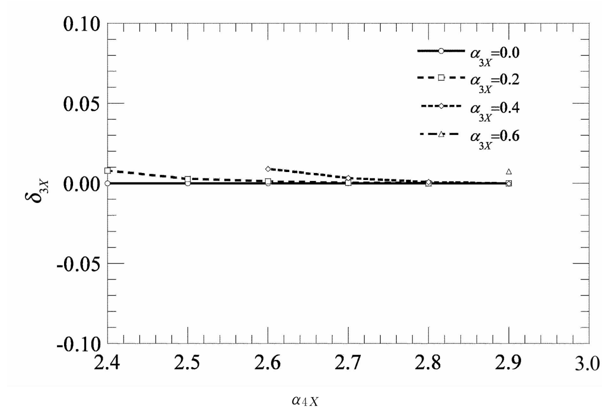

图 5 Zhao 和 Lu 模型偏度误差

Fig. 5 Bias of skewness from Zhao and Lu model

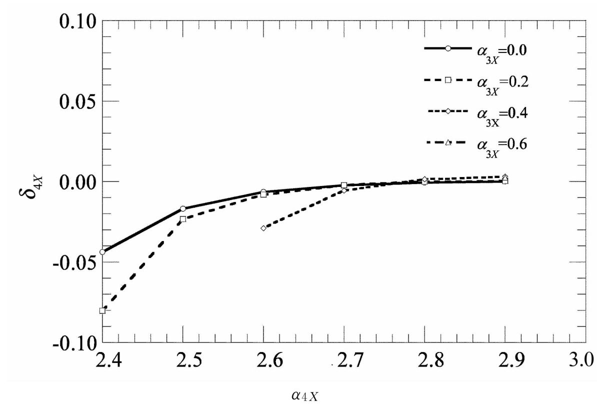

图 6 Zhao 和 Lu 模型峰度误差

Fig. 6 Bias of kurtosis from Zhao and Lu model

2 新硬化模型

2.1 Zhao 和 Lu 模型系数的修正

为了扩大 Zhao 和 Lu 模型的适用范围，基于上节模型的误差分析，该模型的多项式系数 k_1和 k_2分别修订为 m_1和 m_2：

$$m_1=\frac{1.5-3\tilde{l}_2}{(1+0.15\tilde{l}_2+l_1^2-\tilde{l}_2^2)}, \tag{11a}$$

$$m_2=\frac{\tilde{l}_2-0.1}{(1-2\tilde{l}_2+l_1^2+12\tilde{l}_2^2)}. \tag{11b}$$

式中 l_2修订为 $\tilde{l}_2$，表达为：

$$\tilde{l}_2=\frac{1}{36}(\sqrt{6\alpha_{4X}-8\alpha_{3X}^2-6}-2). \tag{11c}$$

图 7 与图 8 给出了新模型在 $\alpha_{3X}=0.0$、0.2、0.4、0.6 的不同目标偏度系数下,随着峰度变化的误差曲线. 图 7 说明偏度误差绝对值的最大值在 0.3左右,图 8 说明峰度误差绝对值小于 0.5. 根据等式(8a),(11a)～(11c)及 l_1 可知,当 $\alpha_{3X}=-0.2$、-0.4、-0.6 时,偏度误差及峰度误差的绝对值与 α_{3X} 取正值时相同.

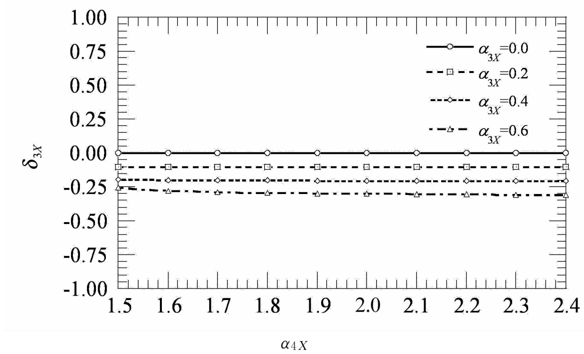

图 7　新模型偏度误差

Fig. 7　Bias of skewness from the new model

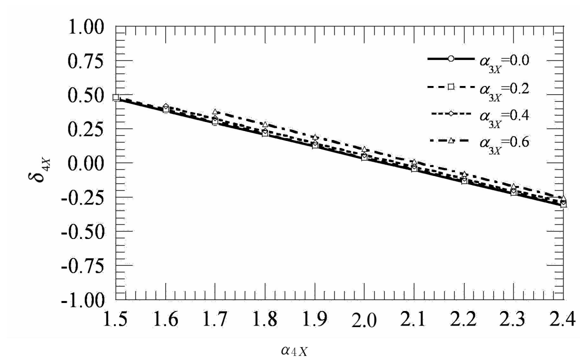

图 8　新模型峰度误差

Fig. 8　Bias of kurtosis from the new model

表 1 与表 2 分别给出了 Winterstein 硬化模型、Ding 和 Chen 模型以及新模型在目标偏度 $\alpha_{3X}=0.0$、0.2、0.4、0.6 下的偏度误差绝对值最大值、峰度误差绝对值的最大值. 表 1 说明了本文修正模型偏度误差绝对值的最大值最小,最大误差为 0.311. 另外,在 $\alpha_{3X}=0.0$ 时误差为 0. Winterstein 硬化模型与 Ding 和 Chen 模型均有较大的误差,最大误差分别为 0.819 和 0.797.

表 2 说明了本文修正模型在 $\alpha_{3X}=0.0$、0.2、0.4、0.6 时相比 Winterstein 硬化模型与 Ding 和 Chen 模型的峰度误差绝对值的最大值最小,最大误差为0.479,最小误差为 0.428. 而 Winterstein 硬化模型与 Ding 和 Chen 模型的误差绝对值的最大值均有接近甚至大于 1 的情况. 因此,根据表 1 与表 2 的误差对比分析,说明新模型能提供更高的精度.

表 1　不同模型的偏度误差绝对值的最大值

Tab. 1　The maximum absolute value of the skewness error for different models

模型	$\alpha_{3X}=0.0$	$\alpha_{3X}=0.2$	$\alpha_{3X}=0.4$	$\alpha_{3X}=0.6$
Winterstein 模型	0	0.280	0.555	0.819
Ding 和 Chen 模型	0.797	0.697	0.609	0.693
新模型	0	0.104	0.207	0.311

表 2　不同模型的峰度误差绝对值的最大值

Tab. 2　The maximum absolute value of the kurtosis error for different models

模型	$\alpha_{3X}=0.0$	$\alpha_{3X}=0.2$	$\alpha_{3X}=0.4$	$\alpha_{3X}=0.6$
Winterstein 模型	0.981	0.992	1.02	1.06
Ding 和 Chen 模型	0.827	0.990	0.884	0.542
新模型	0.476	0.479	0.456	0.428

2.2　新模型的适用范围

根据式(11c)可知,偏度系数 α_{3X} 与峰度系数 α_{4X} 的关系应该满足以下等式:

$$1+\frac{4}{3}\alpha_{3X}^2\leqslant\alpha_{4X}<3. \tag{12}$$

一般地,对于常见分布的范围,偏度系数与峰度系数的关系为[16]:

$$1+\alpha_{3X}^2\leqslant\alpha_{4X}. \tag{13}$$

图 9 显示了新模型、Ding 和 Chen 模型以及式(13)的适用范围. 说明了式(12)涵盖了大部分的硬化非高斯分布的范围,且比 Ding 和 Chen 模型的适用范围更大.

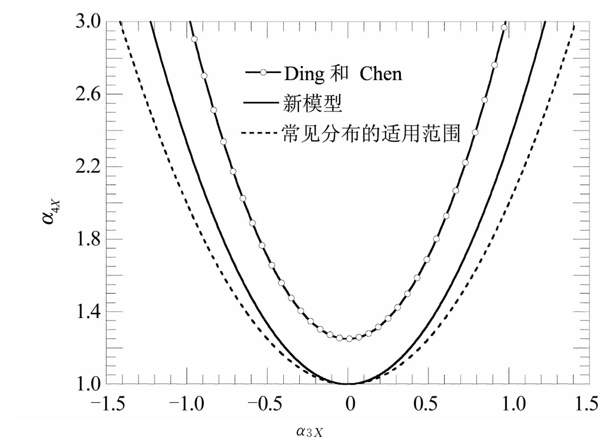

图 9　修正模型适用范围

Fig. 9　Application region of the revised model

3　硬化非高斯过程的首穿失效概率

3.1　*U-X* 变换模拟硬化非高斯过程样本

对于标准高斯过程 $U(t)$,一般情况下可根据两种模型生成[17−18]. 基于硬化非高斯过程前 4 阶统计矩(均值 μ_X、标准差 σ_X、偏度 α_{3X} 和峰度 α_{4X})以及标准高斯过程 $U(t)$、硬化非高斯过程 $X(t)$ 可以通过式(8a)表达为含有标准高斯过程 $U(t)$ 的形式. 当

采用新模型生成样本时,k_1 和 k_2 分别为 m_1 和 m_2. 若采用 Winterstein 模型以及 Ding 和 Chen 模型生成样本,则可分别根据等式(3a)~(3c)以及(6a)~(6c)进行计算. 图 10 说明了三次多项式生成硬化非高斯过程 $X(t)$样本的过程.

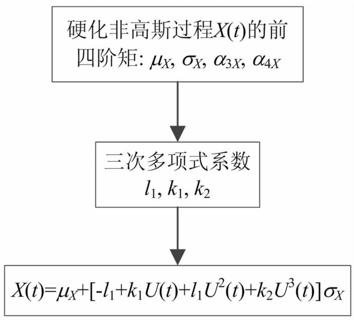

图 10 硬化非高斯过程 $X(t)$样本生成

Fig. 10 Schematic of calculating non-Gaussian structure sample $X(t)$

3.2 首穿失效概率

首穿失效概率定义为在$[0,T]$的时间范围内,随机过程超越界限 x 至少一次的概率 $p_f(T)$,表示为[5]:

$$p_{\mathrm{f}}(T)=p[\max_{t\in T}X(t)\geqslant x]. \tag{14}$$

根据 $U(t)$-$X(t)$变换,可以通过图 10 方法生成样本 $X(t)$,再根据式(15)的分段函数判定样本是否失效. 式(15)表示为:

$$I_j=\begin{cases}1,\text{任意 } t_k\in[0,T]: \\ \qquad X_j(t_k)\geqslant x \text{ 且 } X_j(t_{k-1})<x; \\ 0,\text{其他}.\end{cases} \tag{15}$$

首穿失效概率可通过式(16)进行计算:

$$p_{\mathrm{f}}(T)=\frac{n}{N_{\mathrm{sim}}}. \tag{16}$$

式中:n 为 I_j 的总和;N_{sim} 为结构硬化非高斯过程 $X(t)$ 的样本数. 图 11 说明了首穿失效概率的计算过程.

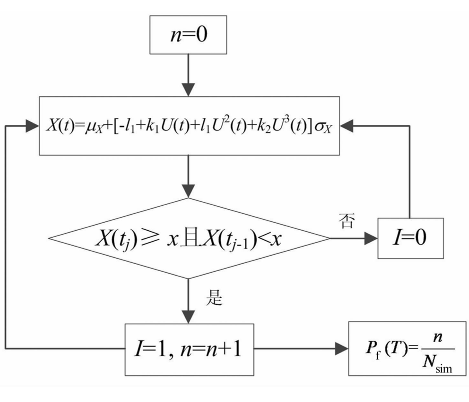

图 11 首穿失效概率计算流程图

Fig. 11 Flowchart of estimating the first passage failure probability

4 算 例

4.1 非线性单自由度 Duffing 振子

考虑一个单边功率谱为 $1/\pi$,受高斯白噪声激励的非线性单自由度的 Duffing 振子. 它的运动方程表示为:

$$\ddot{X}(t)+c\dot{X}(t)+\omega_0^2X(t)[1+\varepsilon X(t)^2]=W(t). \tag{17}$$

式中:c 为阻尼系数;ω_0 为自振频率;ε 为控制非线性的参数. 对于该系统的位移反应概率密度函数 $f(X)$有解析解[19],表达为:

$$f(X)=\sqrt{2\pi}\beta_0q\exp[-\frac{1}{2\sigma_0^2}(X^2+\frac{\varepsilon}{2}X^4)]. \tag{18a}$$

式中:

$$\sigma_0^2=\frac{1}{2c\omega_0^2},\beta_0^2=\omega_0^2\sigma_0^2,$$
$$q^{-1}=\frac{\pi}{\sqrt{2\pi c\varepsilon}}\exp[\frac{1}{8\varepsilon\sigma_0^2}K_{1/4}(\frac{1}{8\varepsilon\sigma_0^2})]. \tag{18b}$$

式(18a)说明结构响应 $X(t)$是非高斯的. 根据结构的参数及其位移概率密度函数求解前四阶矩如表 3 所示(硬化非高斯过程,$\alpha_{4X}<3$).

根据 $U(t)$-$X(t)$变换,对应表 3 的前四阶矩,模拟得到结构的一次反应样本,如图 12 所示. 考虑结构的界限水平 $x=2\sigma_X$,利用表 3 的前四阶矩,并结合上节说明的模拟方法,计算了 10 000 个样本函数的首穿失效概率. 图 13 给出了结构在 0~50 s 的首穿失效概率. 图 13 同时给出了根据穿越理论计算的解析解[19]结果,以及 Ding 和 Chen 模型、Winterstein 模型计算结果. 从图 13 可看出本文方法计算的首穿失效概率能够与解析解计算结果很好地拟合,而运用 Ding 和 Chen 模型、Winterstein 模型计算结果与解析结果均有较大差异. 图 13 说明了本文方法计算首超概率的有效性与准确性,并进一步验证了新模型的准确性.

4.2 杭州新火车东站大跨屋盖脉动风压

大跨屋盖结构往往呈现出较强的非高斯特性. Huang 等[20]对杭州新火车东站进行了风洞试验研究,并对其大跨屋盖结构的非高斯风压进行数值模拟. 基于杭州新火车东站实验数据,林巍等[21]也研究了大跨度屋盖结构表面风压的非高斯分布特性. 该风洞实验在 90°风向角的风压时程的前四阶矩列于表 4.

根据 $U(t)$-$X(t)$变换,对应表 4 中 B44 和 B46

测点的前四阶矩，分别模拟得到风压时程的典型样本如图 14(a)(b)所示.

表 3 结构参数及其位移的前四阶矩

Tab. 3 The structural parameters and the first four moments of displacement

式(17)的相关参数	μ_X	σ_X	α_{3X}	α_{4X}
$w_0=2$ rad/s, $e=0.3$, $c=0.1$	0	1.073 63	0	1.727 88

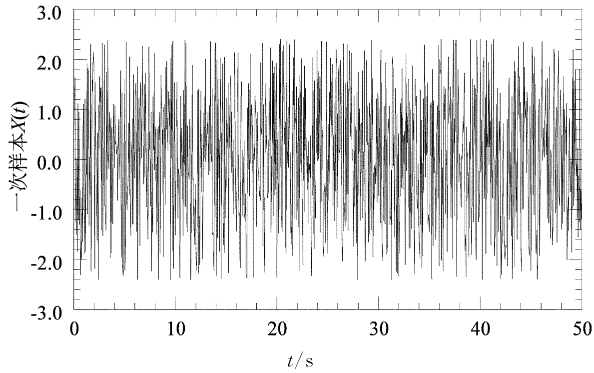

图 12 Duffing 振子反应样本 $X(t)$

Fig. 12 Sample of structural response of Duffing oscillator

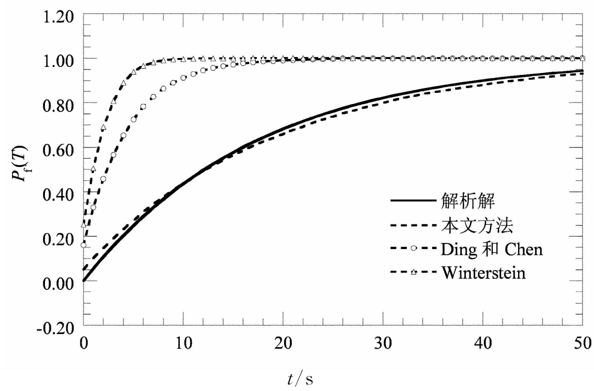

图 13 非线性单自由度的首穿失效概率

Fig. 13 The first passage failure probabilities estimated for the nonlinear SDOF oscillator

表 4 风压时程的前四阶矩

Tab. 4 The first four moments of wind pressure time series

风向角/(°)	测点	μ_X	σ_X	α_{3X}	α_{4X}
90	B44	−0.404	0.167	−0.220	2.542
90	B46	−0.473	0.189	−0.205	2.629

在 90°风向角的风压下，测点 B44 考虑屋盖结构能够承受的界限水平 $x=-0.75$、-0.80 两种情况，计算了 10 000 个样本函数计算的首穿失效概率，图 15 给出了结构在 0～50 s 的首穿失效概率. 测点 B46 考虑屋盖结构能够承受的界限水平 $x=-0.85$、-0.90 两种情况，计算了 10 000 个样本函数的首穿失效概率，图 16 给出了结构在 0～50 s 的首穿失效概率.

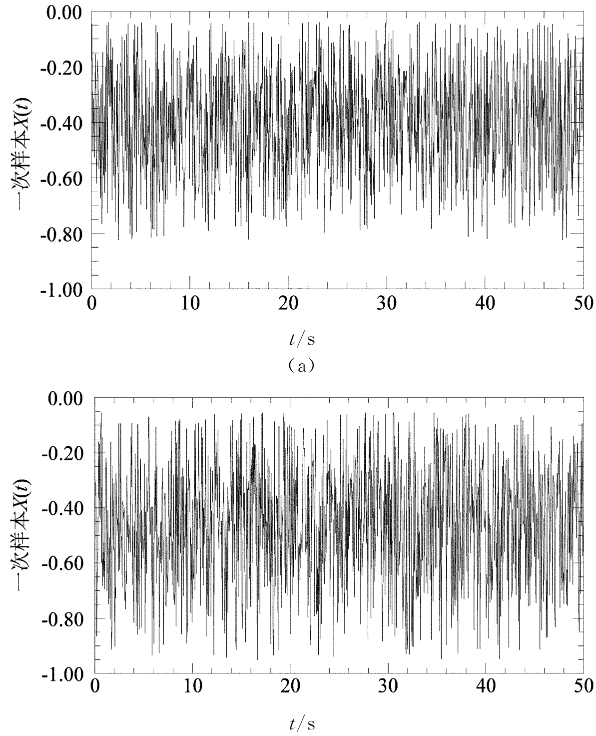

图 14 风压时程样本

Fig. 14 Sample of wind pressure time series

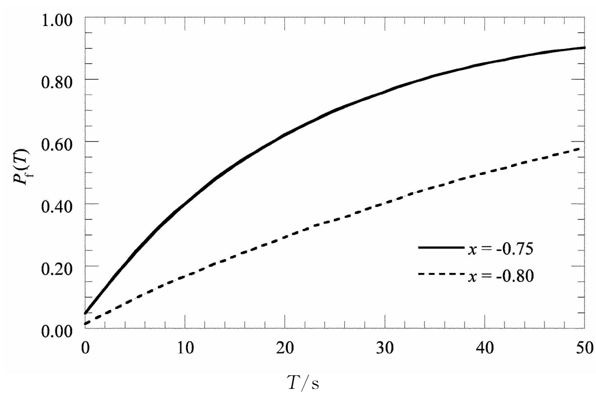

图 15 屋盖结构在测点 B44 的首穿失效概率

Fig. 15 The first passage failure probabilities of roof structure at B44

4.3 渡槽结构的抗震可靠度

南水北调中线工程某渡槽全长 114 m，共 3 跨，每跨 38 m. 该渡槽工程位于地震多发带，地震基本烈度为 8 度. 文献[22]对该实际工程结构进行了结构地震反应分析，并根据数理统计得到了在 5 000 条人工地震波下(地震波时长为 10 s)的绝对加速度反应数据的统计值.

当自振频率 $\omega_0=20$ rad/s 时，该结构的绝对加速度反应的前四阶矩分别为：$\mu_X=1.618\ 661$ m/s^2，$\sigma_X=0.064\ 916$ m/s^2，$\alpha_{3X}=-0.108\ 613$，$\alpha_{4X}=2.448\ 231$. 结构反应的前四阶矩说明该结构为硬

化非高斯过程. 考虑该渡槽的加速度限值为 $x=$ 1.75、1.76、1.765 三种情况,计算得到 10 000 个反应样本下结构 $t=5$ s 的首次穿越概率分别为:0.219、0.109、0.016 9. 它们对应的可靠度分别为:0.775 6、1.231 9、2.122 5. 计算结果表明,随着界限值的增大,渡槽结构的可靠度增大显著.

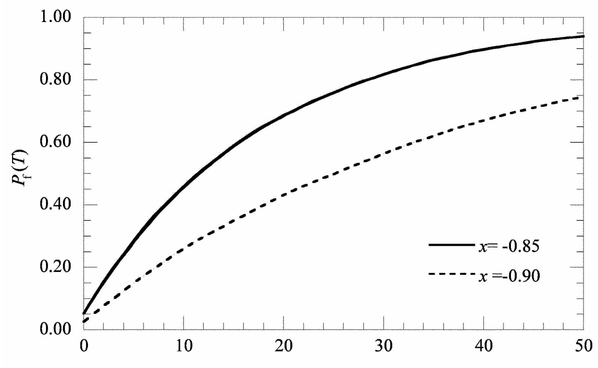

图 16 屋盖结构在测点 B46 的首穿失效概率

Fig. 16 The first passage failure probabilities of roof structure at B46

5 结 论

1) 提出了一个基于 Zhao 和 Lu 模型的新硬化非高斯模型;新模型扩展了 Zhao 和 Lu 模型的适用范围,其偏度和峰度误差绝对值的最大值分别为 0.311和 0.479.

2) 通过数值算例验证了本文新模型运用于硬化非高斯过程样本的模拟以及首穿失效概率计算的有效性与准确性;通过杭州新火车东站大跨屋盖及渡槽结构的实例分析,说明了本文方法在实际工程中的应用.

3) 本文新模型可应用于实际工程的首穿失效概率计算及工程结构的动力可靠度评估. 另外,由于结构在动力作用下的破坏指标是建立在首次穿越和塑性累积损伤联合效应的基础上的,因此,考虑累积效应的结构动力问题以及首次穿越和累计效应的作用规律需要进一步深入研究.

参考文献

[1] VANMARCK E H. On the distribution of the first passage time for normal stationary process [J]. International Journal of Applied Mechanics, 1975,42(1): 215-220.

[2] 张颖,易伟建,谭平,等.大震下中间层隔震体系的随机动力可靠性分析[J].湖南大学学报(自然科学版),2009,36(3):11-15.
ZHANG Y, YI W J, TAN P, *et al*. The dynamic reliability of mid-story isolation structure under seldomly occurred earthquake [J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2009,36(3):11-15.(In Chinese)

[3] 甘春标.高斯白噪声激励下拟可积哈密尔顿系统的可靠度[J].振动与冲击, 2006, 25(2): 145-151.
GAN C B. Study on reliability of quasi integrable Hamiltonian systems under Gaussian white noises [J]. Journal of Vibration and Shock, 2006, 25(2): 145-151. (In Chinese)

[4] MADSEN P H, KRENK S. An integral equation method for the first passage problem in random vibration [J]. Journal of Applied Mechanics, 1984,51(3):674-679.

[5] BAYER V, BUCHER C. Important sampling for first passage problems of nonlinear structures [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 1999,14(1/2):27-32.

[6] 何军.非高斯荷载作用下结构首次失效时间分析的 Monte Carlo 模拟方法 [J]. 振动与冲击, 2007, 26(3):59-60.
HE J. Monte Carlo simulation for first failure time of structures excited by non-Gaussian load [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(3):59-60. (In Chinese)

[7] 马涌泉,邱洪兴."顶吸基隔"结构非平稳随机地震反应分析新方法[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2015,42(1):31-39.
MA Y Q, QIU H X. A new method for analyzing the non-stationary random seismic responses of structure with top-absorption and base-isolation [J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2015,42(1):31-39.(In Chinese)

[8] GRIGORIU M. Crossings of non-Gaussian translation processes [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110(4): 610-620.

[9] WINTERSTEIN S R. Nonlinear vibration models for extremes and fatigue [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1988, 114(10): 1772-1790.

[10] CHOI M, SWEETMAN B. The Hermite moment model for highly skewen response with application to tension leg platforms [J]. Journal of Offshore Mechanics and Arcitic Engineering, 2010, 132(2): 950-956.

[11] HUANG M F, LOU W J, CHAN C M, *et al*. Peak distributions and peak factors of wind-induced pressure processes on tall buildings [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2013, 139(12): 1744-1756.

[12] DING J, GONG K, CHEN X. Comparison of statistical extrapolation methods for the evaluation of long-term extreme response of wind turbine [J]. Engineering Structures, 2013, 57(4): 100-115.

[13] DING J, CHEN X. Moment-based translation model for hardening non-Gaussian response processes [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2016, 142(2):06015006-1-06015006-7.

[14] WINTERSTEIN S R, UDE T C, KLEIVEN G. Springing and slow-drift responses: predicted extremes and fatigue vs. simulation [C]// BOSS-94. Cambrige: Massachusetts Institute of Technology, 1994: 1-15.

[15] ZHAO Y G, LU Z H. Fourth-moment standardization for structural reliability assessment [J]. Journal of Structural Engineering, 2007, 133(7):916-924.

[16] STUART A, ORD K. Kendall's advanced theory of statistics: distribution theory [M]. 6th ed. New Jersey: Wiley, 2010:22-23.

[17] GRIGORIU M. On the spectral representation method in simulation [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 1993, 8(2):75-90.

[18] SHINOZUKA M, DEODATIS G. Simulation of stochastic processes by spectral representation [J]. Applied Mechanics Reviews, 1991, 44(4):191-204.

[19] SOONG T T, GRIGORIU M. Random vibration of mechanical and structural systems [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1993: 220-285.

[20] HUANG M F, PAN X, LOU W, *et al*. Hermite extreme value estimation of non-Gaussian wind load process on a long-span roof structure [J]. Journal of Structural Engineering, 2014, 140(9): 04014061.

[21] 林巍,黄铭枫,楼文娟.大跨屋盖脉动风压的非高斯峰值因子计算方法 [J]. 建筑结构, 2013, 43(15):83-87.
LIN W, HUANG M F, LOU W J. Peak factor method for non-Gaussian fluctuating pressures on long-span roofs [J]. Building Structure, 2013, 43(15):83-87. (In Chinese)

[22] 易明.地震作用下渡槽结构的动力可靠度分析 [D]. 郑州:郑州大学水利与环境学院, 2010:52-53.
YI M. Seismic dynamic reliablity analysis of the aqueduct structures [D]. Zhengzhou: School of Water Conservancy and Environment, Zhengzhou University, 2010:52-53. (In Chinese)