

混凝土框架子结构角柱快速移除数值分析

周云^{1,2,3†}, 胡翔¹, 陈太平¹, 易伟建^{1,2}

(1.湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082;

2.湖南大学 工程结构损伤诊断湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410082;

3.绿色先进土木工程材料及应用技术湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410082)

摘要:研究了钢筋混凝土(RC)框架子结构在角柱突然失效模式下剩余结构的动力响应。依据 Qian 等完成的角柱快速移除动力试验, 利用大型有限元软件 ABAQUS/Explicit 建立了精细化的有限元模型。在有限元模型中考虑了钢筋混凝土材料的应变率效应, 并进行了现场试验的全过程加载模拟, 模拟获得的位移响应曲线和破坏模式与现场试验吻合良好, 较好地模拟了混凝土框架子结构角柱快速移除试验的全过程。在成功进行了模型校验的基础上, 分析了角柱的失效时间和横向水平约束刚度对结构动力响应的影响, 结果表明, 延长结构的失效时间和增大横向水平约束刚度均能够有效地提高结构的抗倒塌性能。

关键词:钢筋混凝土结构; 连续倒塌; 快速移除; ABAQUS/Explicit

中图分类号: TU375.4

文献标志码: A

Numerical Analysis on Corner Column Sudden Removal of RC Frame Substructure

ZHOU Yun^{1,2,3†}, HU Xiang¹, CHEN Taiping¹, YI Weijian^{1,2}

(1.College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2.Hunan Provincial Key Laboratory of Damage Diagnosis for Engineering Structures, Hunan University, Changsha 410082, China;

3.Hunan Provincial Key Laboratory of Green Advanced Civil Engineering Materials
and Application Technology, Changsha 410082, China)

Abstract: The dynamic response of the remaining structures under sudden failure of a corner column in a reinforced concrete (RC) frame structure was studied. The finite element model of ABAQUS / Explicit was established based on the loss of a corner column tested by Qian K. The finite element model took into account the strain rate effect of reinforced concrete materials and simulated the actual loading process. The simulation results were in good agreement with the field-test dynamic response curves and failure modes, which simulated the whole process of sudden removal of a corner column. Based on the finite element model, the influence of corner column failure time and lateral restraint stiffness on the dynamic response of the structure was analyzed. The results show that prolonging the

* 收稿日期:2018-08-21

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51338004), National Natural Science Foundation of China(51338004); 国家重点研发计划专项项目(2016YFC0701400, 2016YFC0701308), National Key Research and Development Program of China(2016YFC0701400, 2016YFC0701308); 湖南省科技计划项目(2017SK2220), Provincial Key Research Program of Hunan(2017SK2220); 长沙市科技计划项目(kq1706019), Municipal Key Research Program of Changsha(kq1706019)

作者简介:周云(1979—), 男, 湖南长沙人, 湖南大学教授, 博士

† 通讯联系人, E-mail:zhouyun05@126.com

failure time and increasing the lateral horizontal restraint stiffness can effectively improve the collapse resistance of the structure.

Key words: reinforced concrete; progressive collapse; sudden removal; ABAQUS/Explicit

早期英国伦敦的 Roman Point 公寓倒塌事故引发了人们对结构连续倒塌的关注,结构抗连续倒塌本质上属于复杂的动力非线性过程^[1].针对混凝土框架结构连续倒塌问题,相关学者开展了大量的试验研究,但集中在混凝土子结构层次,着重研究结构倒塌受力机理的动力连续倒塌试验研究不多:2011年,Tian等^[2]进行了4个1/2缩尺的混凝土框架子结构中柱的快速移除试验,研究了构件在不同级别荷载作用下的动力响应.2012年,Qian等^[3]进行了6个1/3缩尺的混凝土框架子结构的角柱快速移除试验,研究了跨长、抗震措施等因素对结构承载力的影响.2013年,高超、宗周红等^[4]进行了3层钢筋混凝土框架结构模型在不同炸点位置、距离、当量等条件下的爆炸荷载试验.2014年,Orton等^[5]完成了一榀两层两跨的平面框架子结构的中柱快速移除试验,动力试验中观察到悬链线效应可提高结构承载能力.2013年,李凤武等^[6]完成了1/2比例的3层3跨钢筋混凝土空间框架的倒塌试验,试验结果表明,材料在瞬时荷载作用下强度的提高有利于减小动力效应对结构的影响.2014年,Yu等^[7]对一个梁柱混凝土框架子结构的中柱进行了爆炸移除试验,试验表明结构在动力响应下,钢筋的应变率可达 $10^{-2} \sim 10^{-1}/s$.2015年,何庆锋等^[8]完成了两榀两跨单层平面框架的静动载试验,研究了试件的位移、加速度和钢筋应变等动力响应数据.

结构动力抗连续倒塌试验对场地条件、设备要求较高,因此一般的动力试验的构件数目较少,相关参数的对照试验组也较少.为深入研究结构在动力荷载作用下的受力机制、破坏模式和参数影响等,精细化的有限元研究是必要的.关于混凝土框架结构连续倒塌数值模拟方面,已开展的研究工作有:2008年,Sasani等^[9]根据一个3/8缩尺的混凝土框架子结构的中柱移除试验建立了有限元模型,研究了移除各层柱之后的模型动力响应.2013年,高超、宗周红等^[4]结合试验建立了角柱爆炸荷载作用下钢筋混凝土有限元模型,模型结果基本反映了实际试验过程中的动力响应.2014年,李凤武等^[10]对已

完成的1/2缩尺的3层3跨钢筋混凝土空间框架的倒塌试验,利用SAP2000建立了线性有限元模型,分析结果与试验吻合较好.2016年,Pham等^[11]根据完成的爆炸荷载快速移除试验建立了有限元模型,研究表明水平方向约束对结构防倒塌性能有至关重要的作用.2016年,何庆锋等^[12]利用有限元软件AUTO-DYN研究了钢筋混凝土框架结构在爆炸移除柱之后的结构动力响应和破坏形态,该模型考虑了材料应变率的影响.

上述研究发现,在动力响应作用下混凝土和钢筋等材料的应变率可达到一个较高水平^[6-8],而混凝土和钢筋等材料属于应变率敏感材料,即材料力学属性在不同应变率下有较大幅度的改变,材料在高应变率下的增益对防止结构的连续倒塌有较大贡献^[6],因此在结构动力连续倒塌研究中考虑材料应变率效应是十分必要的.本文拟选取Qian等^[3]在2012年完成的混凝土框架子结构角柱快速移除试验作为有限元模拟的原型试验.相对于其他学者的试验,该试验着重研究了混凝土框架子结构在动力荷载作用下的受力机理和失效模式,是理想的精细化有限元模拟原型试验.本文根据该试验提供的试件信息和试验结果,利用大型有限元软件ABAQUS/Explicit建立了精细化有限元模型,结合钢筋混凝土材料的应变率效应,较好地模拟了现场试验的加载全过程,模型结果与现场试验结果吻合良好.在成功进行模型校核的基础上,分析了角柱失效时间和横向水平约束刚度对结构抗连续倒塌性能的影响.

1 Qian等角柱快速移除试验简介

Qian等^[3]进行了6个1/3缩尺的混凝土框架子结构角柱快速移除动力试验.试件为包含角柱节点的子结构,试件外观和现场加载方案如图1所示.试件设计按照新加坡CP65标准,抗震设计按照美国ACI319—08规范,抗连续倒塌的荷载组合按照美国DOD规范选取,见表1.该试验共设计了DF1~DF6等6个工况,各试件由于不同的原因导致了部

分数据的缺失,本文选取其中的 DF1 和 DF2 试件进行数值分析,试件通过快速移除装置进行角柱轴力的快速释放,DF1 和 DF2 的角柱轴力释放过程如图 2 所示,释放时长大约在 0.003 0~0.003 5 s. 所选试件基本尺寸和配筋布置如图 3 和表 1 所示,混凝土和钢筋的材料属性如表 2 所示.

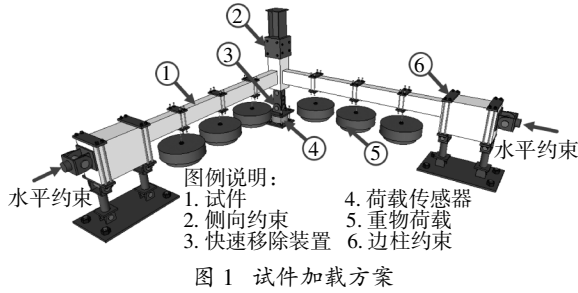


Fig.1 Specimen loading scheme

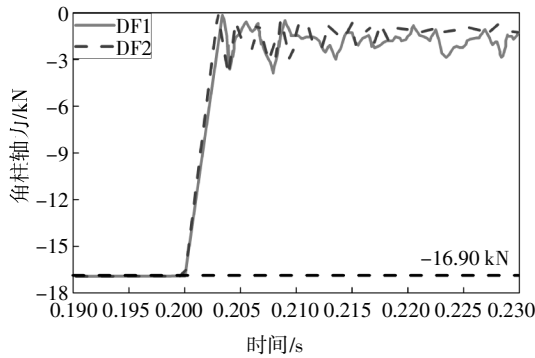


图 2 角柱轴力释放过程^[3]
Fig.2 Axial force release process of corner column

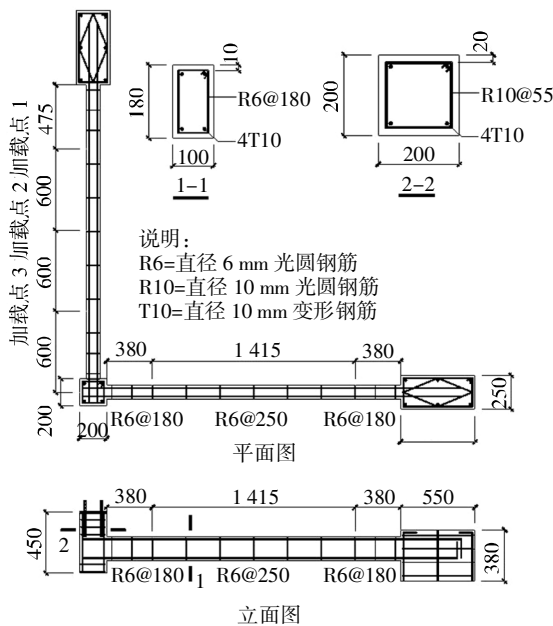


图 3 DF1 试件配筋示意图(单位:mm)
Fig.3 Dimensions and cross sectional details of DF1 (Unit: mm)

表 1 试件配筋及荷载工况^[3]

Tab.1 Specimen properties

试件编号	梁纵筋	加密区箍筋	非加密区箍筋	荷载工况	角柱荷载 /kN
DF1	4-T10 ^①	R6@180 ^①	R6@250	0.9DoD ^②	-16.9
DF2	4-T10	R6@80	R6@150	1.0DoD	-18.7

注:①R6=直径 6 mm 的光圆钢筋,T10=直径 10 mm 的变形钢筋;
②0.9DoD=0.9(1.2DL+0.5LL),DL=永久荷载,LL=可变荷载.

表 2 材料特性^[3]

Tab.2 Properties of material

项目	屈服强度 /MPa	屈服应变 /10 ⁻⁶	极限强度 /MPa	伸长率 /%	
钢筋	R6	1 530	2 650	613	20.3
	T10	1 575	2 895	695	21.7
混凝土圆柱体强度		DF1:38.1 MPa		DF2:38.2 MPa	

注:R6=直径 6 mm 的光圆钢筋,T10=直径 10 mm 的变形钢筋.

2 有限元建模方法

本文根据试验数据建立了 2 个和试件相同尺寸和边界条件的有限元模型,如图 4 所示.混凝土采用八节点的减缩积分实体单元 C3D8R,钢筋采用两节点桁架单元 T3D2,采用 ABAQUS 自带的嵌入单元来模拟钢筋和混凝土之间的锚固关系,不考虑二者之间的滑移.试件的边柱支座、梁身施加的重物以及角柱头侧向约束铁块均采用八节点的减缩积分实体单元 C3D8R.由于试验过程中,没有观察到边柱支座和梁身加载重物的变形,因此将两者设置成刚体以节约计算成本.试验过程中角柱头的侧向约束装置采用变形体来描述,变形体的下表面与角柱上表面采用 tie 连接方式.支座与梁身加载重物和混凝土的相互作用采用 ABAQUS/Explicit 中的通用接触,法向采用硬接触保证双方不能发生嵌入和穿透现象,切向方向采用罚函数来模拟混凝土与钢部件之间的摩擦,摩擦因数取 0.4^[13].为了简化试验模型,梁身的重物采用等效质量的钢部件模拟,钢部件的密度值等于梁身重物除以模型钢部件体积,DF1 模型中部件密度为 $1.34 \times 10^5 \text{ kg/m}^3$.

力场赋值曲线和竖向约束反力曲线,重力场取 9.781 N/kg ,加载时间为 1 s (约为结构自振周期的6倍).从图6中可看出约束反力整体都较为稳定,可模拟结构重物的静力加载过程,后期微小扰动是由于梁端有微小开裂,内能释放的缘故.

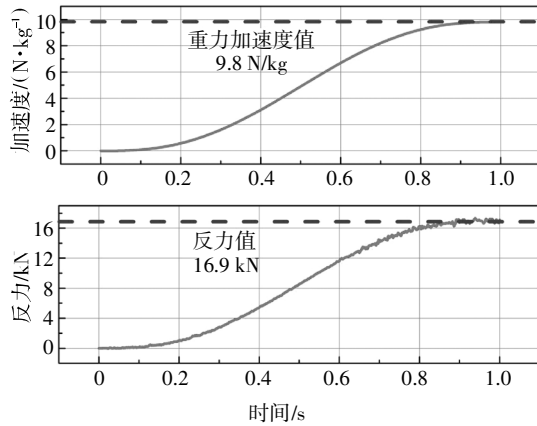


图6 荷载加载曲线
Fig.6 Loading curve

2)移除第一步中角柱底面的竖向约束,将得到的角柱约束反力反向施加到角柱底面,并同时施加第一步中的重力场,以此来等效第一步中的静力加载过程.若该过程中出现较大的动能变化,则说明第一步中提取的约束反力时间间隔过大,需要减小时间间隔重新提取约束反力值,直到模型整体的动能变化处于可接受范围之内.

3)待重力场施加完毕并保持不变,将施加在角柱底面的约束反力在试验记录的释放时长内迅速减小到零,以此模拟试验过程中的快速释放过程.

采用上述过程的意义在于 ABAQUS 软件中约束只能瞬时移除,不能模拟试验中在有限时长内释放内力的过程,但是力荷载能够按照一定的时间-幅值曲线释放,模拟内力释放过程,同时也为后文对结构失效时间的讨论提供前提.

3 试验与模拟结果比较

3.1 数值稳定分析

能量平衡是评估数值分析是否得到了合理可靠的响应的重要参考依据^[18].总能量是指全过程中能量的总和,包括内能、黏性耗散能、动能、外力功等,在数值模型中近似一个常数.内能包括可恢复的弹性应变能,非弹性过程中的能量耗散、伪应变能等.伪应变能包括储存在沙漏阻力以及在壳和梁单元的横向剪切中的能量,出现大量的伪应变能则

表明必须对网格进行细化或进行其他修改. ABAQUS/Explicit 有 2 个能量限制准则来保证数值结果的有效性:1)总能量在计算过程中幅值扰动不超过均值的 1%;2)伪应变能占总内能比例不超过 5%.图7所示为试件 DF1 模型的历史能量曲线,总能量和伪应变能占比均能满足限制准则要求,最大的伪应变能占比为 4.1%,说明模型网格划分可以提供合理的数值结果.

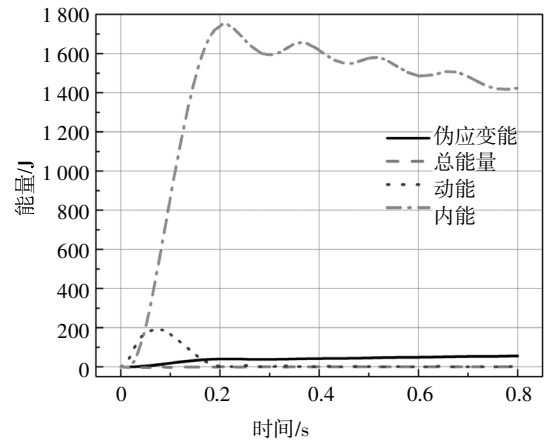


图7 DF1 模型的历史能量曲线

Fig.7 Historical energy curve of DF1 model

3.2 试验结果与模拟结果对比

DF1 和 DF2 试件现场试验与数值模拟的角柱竖向位移响应曲线对比如图8所示.从图8中可看出模拟曲线与试验曲线吻合良好,变化趋势相同.对于 DF1 试件,试验值与模拟值基本重合,位移峰值误差为 1.9%,平均周期误差为 5.6%.对于 DF2 试件,位移响应曲线后期振动段吻合较好,峰值误差为 1.5%,平均周期误差为 4.5%.前期位移响应下降段吻合较差,可能的原因是实际过程中的内力释放曲线与模拟过程中采用的线性曲线不同,初期释放较慢,后期迅速加快,因此与采用线性释放曲线的模拟位移曲线相比,位移有滞后的现象,等完全释放完毕,角柱达到最低点,试验与模拟曲线有相近的位移值.图9所示为现场试验破坏模式与模型受拉损伤对比图. ABAQUS 塑性损伤模型受拉损伤反映的是材料在受拉过程中刚度的折损,虽然不能直接代表结构裂缝的产生和发展,但是能够在一定程度上反映结构破坏的位置和程度.从图9中可看出,现场试验和模拟结果显示边柱端梁上部,中柱端梁下部,以及中柱后侧混凝土均受到不同程度的受拉破坏,试验与模型吻合良好.

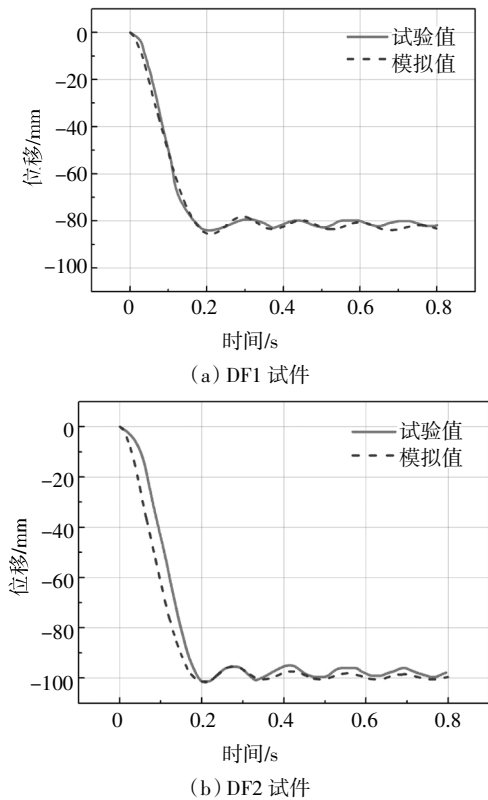


图8 DF1和DF2试件试验与模拟角柱竖向位移对比
Fig.8 Comparison of vertical displacement between DF1 and DF2

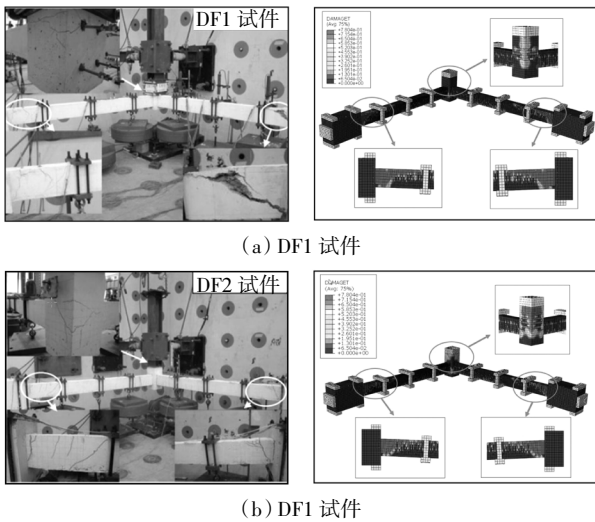


图9 试件破坏形式与模型受拉损伤对比
Fig.9 Comparison of failure mode between field test and finite element model

4 参数分析

在成功地对精细化有限元模型校核准确的基础上,本文进一步地分析了角柱的失效时间和横向水平约束刚度2个参数对结构动力响应的影响。

4.1 失效时间对结构动力响应的影响

根据美国 DOD 规范要求,角柱的失效时间需要小于失效后剩余结构自振周期的 1/10. Qian 等现场试验中 DF1 和 DF2 试件剩余结构的自振周期分别为 0.156 s 和 0.161 s,失效时间分别为 0.003 5 s 和 0.003 0 s,满足规范要求.为了研究失效时间对结构动力响应的影响,分别采用试件实际失效时间和剩余结构平均自振周期的 0.5 倍、1.0 倍、2.0 倍 4 种工况进行对比分析。

4.1.1 角柱位移响应曲线

不同失效时间下角柱位移响应如图 10(a)所示.从图 10(a)中可看出,失效时间的增大对结构的自振周期影响较小,但很大程度上削弱了结构的动力效应,峰值位移也随失效时间的增大而减小.当采用 2.0 倍自振周期作为试件失效时间时,相对于现场试验位移曲线,试件 DF1 和 DF2 峰值位移分别减小了 37.3%和 38.0%.当失效时间超过 1.0 倍自振周期时,位移响应曲线趋势发生了明显的改变。

4.1.2 横向水平约束反力响应

不同失效时间下边柱水平约束反力响应曲线如图 11(a)所示.从图 11(a)中可看出,与位移响应曲线相同,随着失效时间的增加,曲线的波动趋势越发平缓,动力效应随之减弱.当采用 2.0 倍自振周期作为试件失效时间时,相对于现场试验水平约束反力峰值分别减小了 53.3%和 41.3%.同时,所有工况中水平约束力均由最初的正值(受拉)转变为最终的负值(受压),说明中柱移除后试件的传力路径发生了明显的改变,并且整个过程中均未产生悬链线效应,这与 Qian 等在现场试验中得出的结论一致。

4.1.3 损伤对比

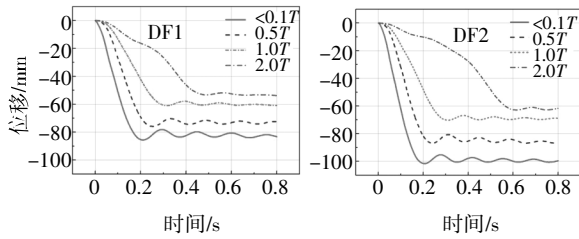
DF1 和 DF2 试件在不同失效时间下结构损伤对比如图 12 所示.从图 12 中可看出随着失效时间的增加,试件 DF1 和 DF2 的损伤范围和损伤程度都有较大程度减小。

4.2 横向水平约束刚度对结构动力响应的影响

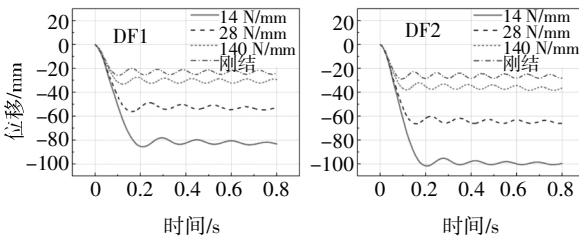
框架结构的受力性能与其周围构件的约束情况密切相关,尤其是在结构角柱失效情况下,荷载传递路径依赖于周围构件的完整性.不同大小的横向水平约束刚度反映了周边构件的约束强度.为了研究周边约束强度对结构动力响应的影响,分别采用原模型横向水平约束刚度的 1.0 倍 (14 kN/mm)、2.0 倍(28 kN/mm)、10.0 倍(140 kN/mm)和刚结 4 种工况进行对比分析。

4.2.1 角柱位移效应曲线

不同横向水平约束刚度下的位移响应曲线如图 10(b)所示.从图 10(b)中可看出,水平约束刚度的增大对结构的动力效应影响较小,但对峰值位移和自振周期影响较大.当采用无穷大刚度时,相对于原模拟试验曲线采用的 14 kN/mm 刚度,DF1 和 DF2 试件的峰值位移分别减小了 69.6%和 71.7%,自振周期分别减小了 29.8%和 31.1%.因此,现场试验过程中对于角柱侧向支撑刚度的监测十分重要.



(a) DF1 和 DF2 试件不同失效时间



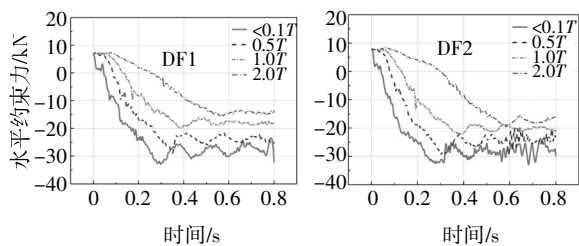
(b) DF1 和 DF2 试件不同水平约束刚度

图 10 不同工况下角柱位移响应

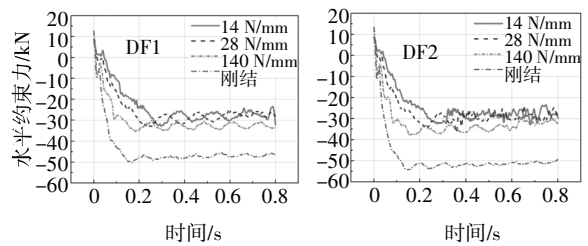
Fig.10 Displacement response curve of corner column with different conditions

4.2.2 横向水平约束反力响应

不同横向水平约束刚度下的水平约束力如图 11(b)所示.从图 11(b)中可看出,与位移响应曲线相反,随着水平刚度的增大,水平约束反力逐渐增大.当采用无穷大刚度时,水平约束反力的峰值分别增大了 51.9%和 67.8%.同样,与失效时间中讨论的一致,所有工况中水平约束力均由最初时的正值(受拉)转变为最终的负值(受压),说明整个过程中均未产生悬链线效应.



(a) DF1 和 DF2 试件不同失效时间



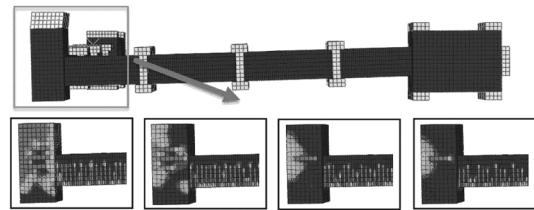
(b) DF1 和 DF2 试件不同水平约束刚度

图 11 不同工况下水平约束反力响应

Fig.11 Horizontal restraint response curve of corner column with different conditions

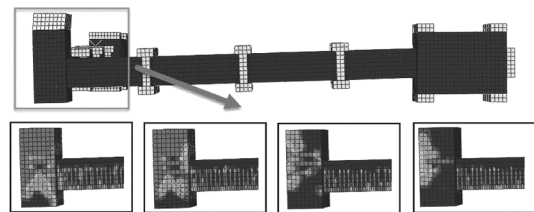
4.2.3 损伤对比

DF1 和 DF2 试件在不同水平约束刚度下结构损伤对比如图 13 所示.从图 13 中可看出随着约束刚度的增加,试件 DF1 和 DF2 的损伤范围和损伤程度都有较大程度减小.因此在实际工程中,提高失效构件的水平约束刚度,对结构防倒塌性能有显著意义.



失效时长<math><0.17T</math> 失效时长 0.57T 失效时长 1.07T 失效时长 2.07T

(a)DF1 试件

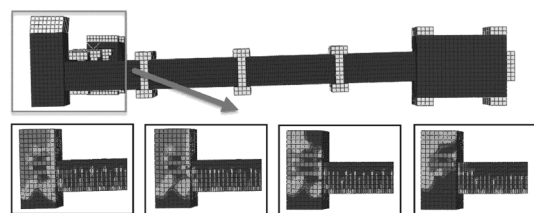


失效时长<math><0.17T</math> 失效时长 0.57T 失效时长 1.07T 失效时长 2.07T

(b)DF2 试件

图 12 DF1 和 DF2 试件在不同失效时间下的损伤对比

Fig.12 Damage comparison of DF1 and DF2 specimens under different failure time



14 kN/mm 28 kN/mm 140 kN/mm 刚结

(a)DF1 试件

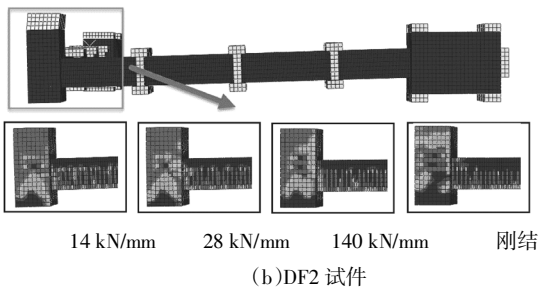


图 13 DF1 和 DF2 试件在不同横向水平刚度下的损伤对比

Fig.13 Damage comparison of DF1 and DF2 specimens under different horizontal stiffness

5 结论

本文利用大型有限元软件 ABAQUS,对 Qian K 等框架子结构角柱快速移除动力试验进行了精细化的有限元模拟.在此基础上,研究了角柱失效时间以及横向水平约束刚度对结构动力响应的影响.本文的主要结论如下:

1) 结合应变率理论的精细化有限元模型和 Qian 等框架现场试验结果吻合良好,说明 ABAQUS 塑性损伤材料模型能够很好地考虑混凝土在不同应变率下的受力性能,采用《规范》推荐的混凝土本构是可行的.

2) 失效时间的增大在很大程度上削弱了结构的动力效应,当采用 2.0 倍自振周期作为失效时间时,相对于现场试验数据,试件 DF1 和 DF2 的峰值位移分别下降了 37.3%和 38.0%,水平约束反力峰值分别减小了 53.3%和 41.3%,损伤范围和损伤程度都有较大程度减小.

3) 角柱的横向水平约束刚度对试件的动力响应影响较大,当采用无穷刚度的水平约束时,相对于现场试验数据,试件 DF1 和 DF2 的峰值位移分别下降了 69.6%和 71.7%,自振周期分别减小了 29.8%和 31.1%,水平约束反力的峰值分别增大了 51.9%和 67.8%,损伤范围和损伤程度都有较大程度减小.

参考文献

[1] 陆新征,李易,叶列平.混凝土结构防连续倒塌理论与设计方法研究[M].北京:中国建筑工业出版社,2011:1—30.
LU X Z,LI Y,YE L P.Study on the theory and design method of preventing continuous collapse of concrete structures[M].Beijing: China Architecture & Building Press,2011:1—30.(In Chinese)

[2] TIAN Y,SU Y.Dynamic response of reinforced concrete beams following instantaneous removal of a bearing column[J].International Journal of Concrete Structures and Materials,2011,5(1):19—28.

[3] QIAN K,LI B.Dynamic performance of RC beam-column substructure

ures under the scenario of the loss of a corner column—Experimental results[J]. Engineering Structures,2012,42:154—167.

[4] 高超,宗周红,伍俊.爆炸荷载下钢筋混凝土框架结构倒塌破坏试验研究[J].土木工程学报,2013,46(7):9—20.
GAO C,ZONG Z H,WU J.Experimental study on progressive collapse failure of RC frame structures under blast loading[J].China Civil Engineering Journal,2013,46(7):9—20.(In Chinese)

[5] ORTON S L,KIRBY J E. Dynamic response of a RC frame under column removal [J]. Journal of Performance of Constructed Facilities,2013,28(4):1—8.

[6] 李凤武,肖岩,赵禹斌,等.钢筋混凝土框架中柱突然失效模拟试验[J].建筑结构,2013,43(23):57—61.
LI F W,XIAO Y,ZHAO Y B,et al.Collapse tests of RC frame with sudden middle column removal [J]. Building Structure,2013,43(23):57—61.(In Chinese)

[7] YU J,RINDER T,STOLZ A,et al.Dynamic progressive collapse of an RC assemblage induced by contact detonation [J]. Journal of Structural Engineering,2014,140(6):1—13.

[8] 何庆锋,刘义仁,蒋曲狝,等.锤击作用下钢筋混凝土框架倒塌性能试验研究[J].湖南大学学报(自然科学版),2015,42(1):40—46.
HE Q F,LIU Y R,JIANG Q C,et al.Experimental study of the collapse performance of RC frame under hammer load [J]. Journal of Human University (Natural Sciences),2015,42(1):40—46.(In Chinese)

[9] SASANI M,KROPELNICKI J.Progressive collapse analysis of an RC structure [J]. The Structural Design of Tall and Special Buildings,2008,17(4):757—771.

[10] 李凤武,肖岩,赵禹斌.钢筋混凝土框架边柱突然失效模拟试验与分析研究[J].土木工程学报,2014,47(4):9—18.
LI F W,XIAO Y,ZHAO Y B.Experimental and analytical study on progressive collapse of RC frame with sudden side columns removal [J].China Civil Engineering Journal,2014,47(4):9—18.(In Chinese)

[11] PHAM A T,TAN K H,YU J.Numerical investigations on static and dynamic responses of reinforced concrete sub-assemblages under progressive collapse[J].Engineering Structures,2016,15(8):35—46.

[12] 何庆锋,周超,易伟建.爆炸移除钢筋混凝土框架柱抗倒塌性能数值模拟[J].湖南大学学报(自然科学版),2016,43(11):61—67.
HE Q F,ZHOU C,YI W J.Numerical simulation on collapse behavior of RC frames with a column removal under blast loads[J].Journal of Human University(Natural Sciences),2016,43(11):61—67.(In Chinese)

[13] OTHMAN H,MARZOUK H.Finite-element analysis of reinforced concrete plates subjected to repeated impact loads [J].Journal of Structural Engineering,2017,143(9):1—16.

[14] 聂建国,王宇航.ABAQUS 中混凝土本构模型用于模拟结构静力行为的比较研究[J].工程力学,2013,30(4):59—67.
NIE J G,WANG Y H.Comparison study of constitutive model of concrete in abaqus for static analysis of structures[J].Engineering Mechanics,2013,30(4):59—67.(In Chinese)

[15] GB 50010—2010 混凝土设计规范[S].北京:中国建筑工业出版社,2010:35—36.
GB 50010—2010 Code for design of concrete structures[S].Beijing: China Architecture & Building Press,2010:35—36.(In Chinese)

[16] CEB—Fip model code 2010—First complete draft: volume 1[S]. Lausanne,Switzerland: FIB Bulletin,2010:763—777.

[17] MALVAR L J.Review of static and dynamic properties of steel reinforcing bars[J].Materials Journal,1998,95(5):609—616.

[18] 庄茁,由小川,廖剑峰,等.基于 ABAQUS 的有限元分析和应用[M].北京:清华大学出版社,2009:256—257.
ZHUANG Z,YOU X C,LIAO J H,et al. Finite element analysis and application based on ABAQUS [M].Beijing:Tsinghua University Press,2009:256—257.(In Chinese)