

复合材料曲梁力学性能研究

朱冬梅[†], 马涛, 刘海平, 杨阳

(北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083)

摘要:设计一种用于航天发射台高刚度组合件中的复合材料曲梁结构, 并对其力学特性进行试验及数值计算研究. 利用微机控制电子试验机对其进行静力加载试验, 得到曲梁的载荷-位移特性曲线, 并计算得到等效弹性模量. 基于 ABAQUS 有限元软件, 建立了曲梁的有限元模型, 进行不同位移载荷下的数值模拟计算, 利用试验数据对数值计算结果进行验证, 计算结果与实测结果吻合良好, 误差均在 10% 以下. 在此基础上利用有限元模型计算不同载荷下的曲梁纵向和横向位移, 得出曲梁的纵向位移小横向位移大, 横纵位移比大于 10, 并研究曲梁厚度、间隙宽度以及中部直梁长度对曲梁力学性能的影响, 得出不同几何参数变化对等效弹性模量的影响规律. 本研究对曲梁应用于减隔振装置提供一定参考.

关键词: 曲梁; 弹性模量; 有限元; 试验; 载荷-位移特性

中图分类号: TQ342.94

文献标志码: A

Study on Mechanical Performance of Composite Curved Beam

ZHU Dongmei[†], MA Tao, LIU Haiping, YANG Yang

(School of Mechanical Engineering, University of Science & Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: In this paper, a composite curved beam structure used in high stiffness components of space launch platform is designed, and its mechanical properties are studied experimentally and numerically. Firstly, the static loading test of the curved beam is carried out by a computer controlled electronic testing machine. The load-displacement characteristic curves of the curved beam are obtained, and the equivalent elastic modulus is calculated. Based on ABAQUS finite element software, the finite element model of curved beam is established, and the numerical computations under different displacement loads are carried out. The experimental data are used to verify the numerical results. The calculated results are in good agreement with the measured results, and the errors are less than 10%. Then, the finite element model is used to calculate the longitudinal and transverse displacements of curved beams under different loads. It is concluded that the longitudinal displacement of curved beam is small, the transverse displacement is large, and the ratio of transverse displacement to longitudinal displacement is greater than 10. The effects of thickness of curved beam, width of clearance, and length of central straight beam on the mechanical properties of curved beam are studied, and the rules of the influence of different geometric parameters on the equivalent elastic modulus are obtained. This study provides a reference for the application of curved beams in the vibration isolation devices.

Key words: curved beam; elastic modulus; finite element; test; load-displacement characteristics

* 收稿日期: 2018-10-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51405014), National Natural Science Foundation of China(51405014); 国家留学基金委资助项目(201706465022), China Scholarship Council(201706465022)

作者简介: 朱冬梅(1978—), 女, 河北衡水人, 北京科技大学副教授, 博士

[†] 通讯联系人, E-mail: zdm@ustb.edu.cn

曲梁是一种结构简单,具有承载能力、强度和刚度以及耐疲劳等优点,在航空航天、汽车、建筑等领域获得了广泛应用^[1-5]. 目前研究曲梁的方法主要有数值计算、近似计算和试验研究. 近年来,国内外许多学者对曲梁的性能做了大量的研究. Ranz 等^[6]通过试验研究了具有可变厚度的碳/环氧树脂层压弯曲梁的层间拉伸强度,分析了碳/环氧树脂层压弯曲梁对最大层间拉伸应力以及层离演变的影响;马丽婷等^[7]通过四点弯曲试验和落锤冲击试验,研究了复合材料层合曲梁冲击前后四点弯曲强度及其破坏模式;Liu 等^[8]基于谱分解法的线性二次型最优控制器的设计来对作为分布参数模型的曲梁结构的振动抑制进行了研究;Ghuku 等^[9]对各种荷载作用下的初始弯曲悬臂梁的大挠度特性进行了理论和试验研究;黄修长等^[10]利用 Bloch 定理和波向量法分别研究了其阻带特征和输入输出导纳特性,分析了周期数和尺寸参数对导纳的影响,利用传递矩阵法研究了曲梁周期结构在基础为弹性板的单自由度系统中的应用;吴晓等^[11]用弹性理论研究了拉压等效弹性模量不同曲梁的平面应力及位移的问题,推导出了拉压等效弹性模量不同曲梁的应力及位移表达式;Poortabib^[12]分析了弯曲复合材料夹层拟层梁在均布荷载作用下的临界屈曲荷载,研究了各种参数对梁的临界屈曲荷载的影响;鲁书浓等^[13]利用有限元方法对复合悬臂曲梁进行了数值分析,求得了复合悬臂曲梁的正应力和切应力;Musial 等^[14]通过测量混凝土和钢筋混凝土梁的本征频率的动态测定方法来测定混凝土的弹性模量;Fraternali 等^[15]提出了一种复合曲梁的几何非线性有限元模型,该模型考虑了截面比较大的旋转、比较大的剪切应变、小轴向应变以及材料在拉伸和压缩时的不同弹性响应;Kumar 等^[16]提出基于有限元法的组合梁部分分层建模,得到了分层梁在拉伸弯曲、拉伸扭转和扭转弯曲耦合项均质截面刚度;郝扣安等^[17]研究了弹性地基曲梁的内外径之比对层间正应力和平面内正应力的影响及不同材料对其力学性能的影响;王元清等^[18]利用 ANSYS 有限元分析曲梁局部参数(变化翼缘、腹板、加劲肋数量)对曲梁的承载性能的影响.

本文设计一种 M40 碳纤维曲梁结构,其受力时,纵向保持刚度输出,维持小变形,横向位移放大,具有良好的减振和抵抗变形的能力. 首先利用试验得出初始结构参数下曲梁截面的载荷位移曲线和等效弹性模量,并利用 ABAQUS 有限元软件,对曲梁受力过程进行数值模拟,利用试验数据对有限元模

型进行检验和修正. 在此基础上,计算研究曲梁不同几何参数对截面等效弹性模量的影响.

1 试验

根据所需曲梁的使用设计要求和规格尺寸要求,确定曲梁形状与尺寸,曲梁的结构示意图如图 1 所示. 曲梁长度 $L = 400$ mm,宽度 $W = 50$ mm. 曲梁两端长度 $L_1 = 50$ mm,厚度 $h = 6.25$ mm 的直梁,分为上梁下梁两部分,上梁和下梁厚度均为 $h_1 = 3.125$ mm;曲梁中部上梁和下梁长度均为 $L_2 = 50$ mm 的直梁,曲梁中部上下两梁上端面之间距离为 $H = 21.8$ mm. 上梁与下梁之间留有填充阻尼介质的间隙,间隙最大宽度为 $H_1 = 15.55$ mm.

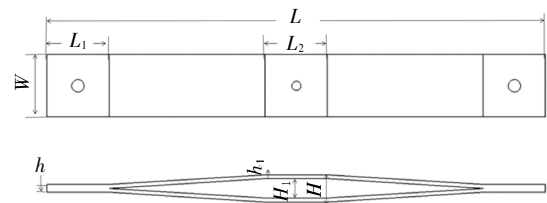


图 1 曲梁结构示意图

Fig.1 Diagram of curved beam structure

1.1 试验过程

使用微机控制电子万能试验机 WDW-100 对试验件进行拉伸试验,设备量程为 100 kN,精度 0.5 级,获得试验件载荷-位移特性曲线;用 AFT1861 应变调理器(稳定性:0.1%/2 h)和 YSV8016 动态信号采集仪(测量精度 0.3%)测量记录应变的大小. 应变片位置如图 2 所示,试验工装如图 3 所示.

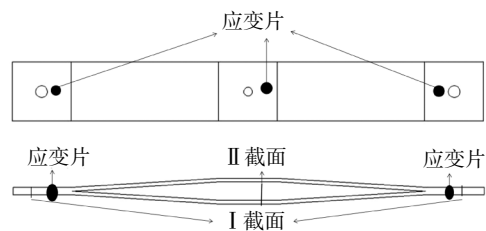


图 2 曲梁应变片位置

Fig.2 Position of the curved beam strain gauge

曲梁的两端与万能试验机相连,试件 4 点处贴单臂电阻应变片,组成 4 个单臂电桥回路与应变仪和动态信号采集仪相连,采用位移控制,施加静载荷,实时记录采集数据. 试验加载工况如表 1 所示,试验加载过程及数据采集系统照片如图 4 所示.

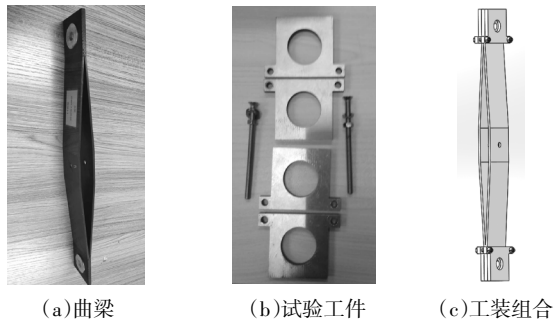


图3 试验工装
Fig 3 Test tooling

表1 曲梁试验加载工况

Tab.1 Load case of the curved beam for test

载荷类型	加载方式	加载载荷/N	加载速度/(mm·min ⁻¹)
拉伸	往复加载	300	0.2
		600	0.2
		900	0.2
		1 200	0.2

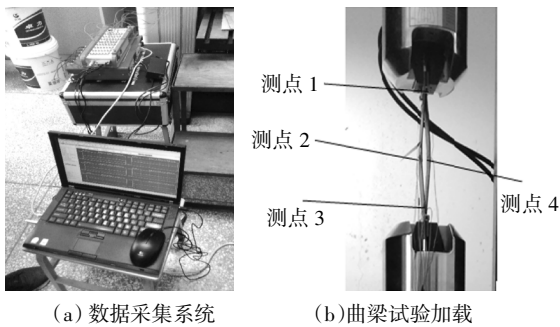


图4 试验系统
Fig.4 Testing system

1.2 试验结果

对试验数据进行处理,得到各工况条件下加载时的载荷-位移特性曲线,如图5所示.

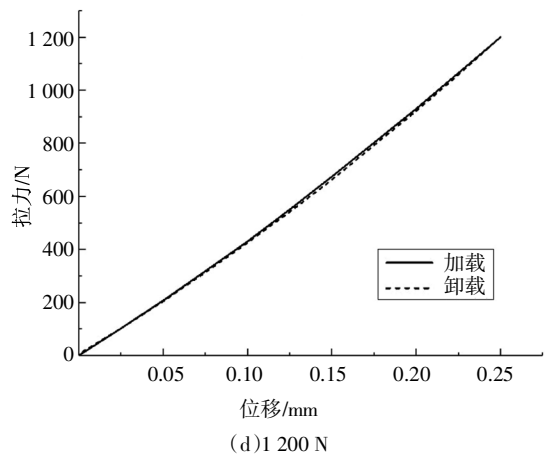
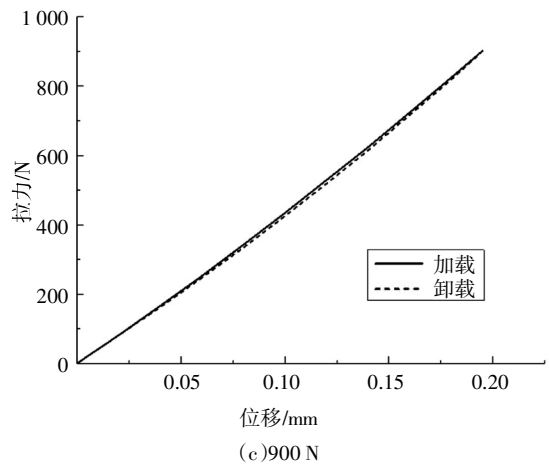
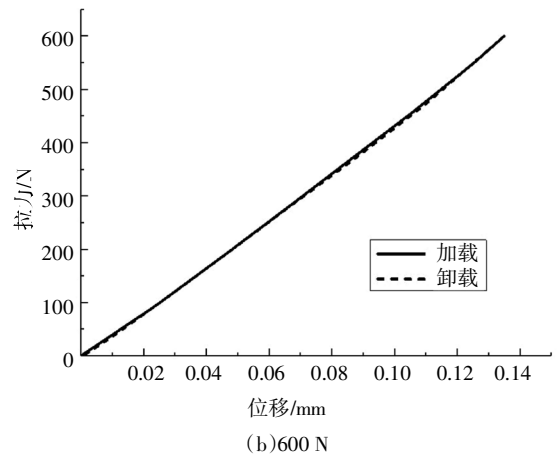
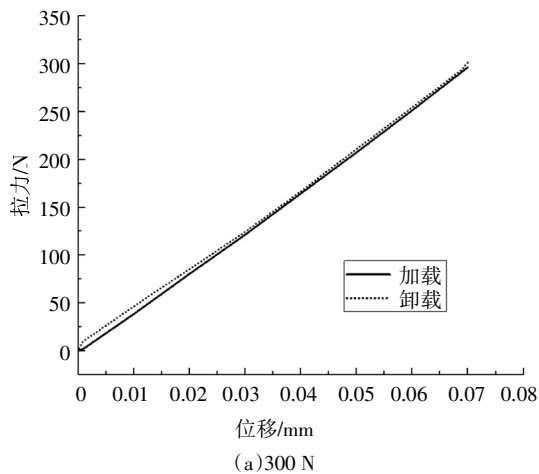


图5 加载不同载荷下的载荷-位移曲线
Fig.5 Load-displacement curves under different loads

从图5可以看出,试验件在拉伸时,载荷-位移曲线近似呈线性,加卸载曲线重合性都较好,载荷-位移曲线的线性度和回零情况都较好.

1.3 等效弹性模量

曲梁是对称结构.对于试件,测点1和测点3以及测点2和测点4其横截面几何尺寸相同,如表2所示.在轴向力(拉伸或压缩)的作用下,其受力状态

相同,分别观察测点 3、测点 2 和测点 4 的应变值,如表 3 所示,可知应变值基本相同.说明试验数据可靠,可用于曲梁截面 I 和截面 II 处等效弹性模量的测量.

令 $\varepsilon_{ij} = (\varepsilon_i + \varepsilon_j)/2$,其中 ε_{ij} 表示同一截面不同测点的平均值, i, j 表示测点编号.

表 2 曲梁截面几何尺寸

Tab.2 Geometry of curved beam section

试件截面	厚/mm	宽/mm	横截面积/mm ²
截面 I	6.25	50	312.5
截面 II	3.125	50	156.25

表 3 不同力下各测点的应变

Tab.3 Strain of the measured points under different forces $\mu\varepsilon$

测点	载荷/N			
	300	600	900	1 200
1	-140.53	-281.32	-418.03	-546.42
2	90.94	176.83	256.34	330.52
3	-149.36	-292.09	-429.70	-559.73
4	85.24	165.98	241.15	310.75

由表 3 得, $\Delta\varepsilon_{1,3}$ 的平均值为 135.93 $\mu\varepsilon$,由公式 $E_I = \Delta P/\Delta\varepsilon_{1,3}A_I$ 得截面 I 等效拉伸等效弹性模量为 7.06 GPa;同理可得 $\Delta\varepsilon_{2,4}$ 的平均值为 77.51 $\mu\varepsilon$,由公式 $E_{II} = \Delta P/\Delta\varepsilon_{2,4}A_{II}$ 得截面 II 等效拉伸等效弹性模量为 24.77 GPa.

2 有限元模型建立及验证

2.1 模型建立

在 ABAQUS 中建立曲梁的有限元模型,设置材料参数:密度 $\rho = 1\ 630\text{ kg/m}^3$;弹性模量 $E_1 = 320\text{ GPa}$, $E_2 = 6\ 200\text{ MPa}$, $E_3 = 6\ 200\text{ MPa}$;泊松比 $\nu_1 = 0.30$, $\nu_2 = 0.30$, $\nu_3 = 0.35$;剪切模量 $G_{12} = 4\ 100\text{ MPa}$, $G_{13} = 4\ 100\text{ MPa}$, $G_{23} = 3\ 500\text{ MPa}$.创建 50 层复合层,以旋转角为 $45^\circ/O_3/-45^\circ/O_3/-45^\circ/O_3/45^\circ$ 的方式铺层,单层厚度 0.125 mm,材料为 M40.在曲梁上下两端 10 mm 处建立参考点 RP-1 和参考点 RP-2,采用八结点线性六面体单元进行网格划分,如图 6 所示.采用 ABAQUS 动力显示分析方法,设置接触和边界条件,参考点 RP-1 和参考点 RP-2 和梁上下两端

侧面刚性耦合,在参考点 RP-1 处施加 y 方向拉伸载荷 (300 N、600 N、900 N、1 200 N),参考点 RP-2 处为完全约束.

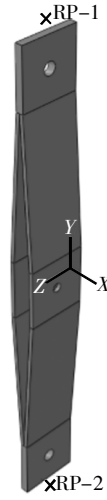


图 6 曲梁有限元模型

Fig.6 Finite element model of curved beam

2.2 计算结果分析

将载荷分别设置为 300 N、600 N、900 N、1 200 N,得到不同载荷下的应力云图,如图 7 所示,图中单位为 MPa;载荷-位移曲线如图 8 所示.



(a) 300 N



(b) 600 N



(c) 900 N

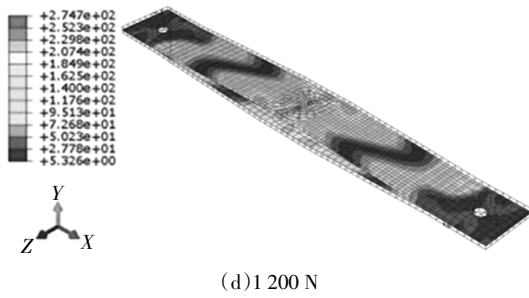


图7 不同载荷下的应力云图

Fig.7 Stress nephogram under different loads

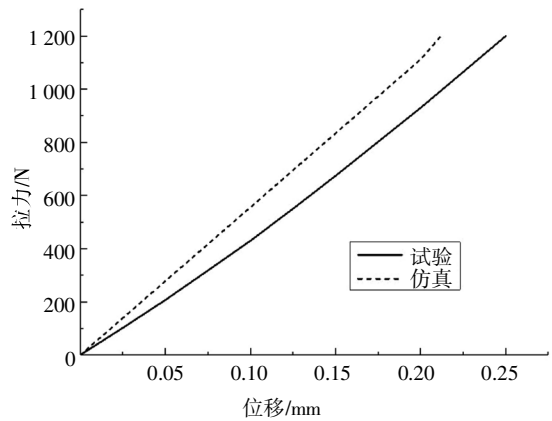
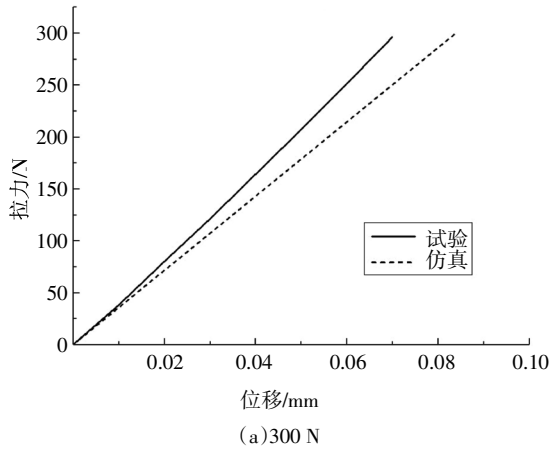
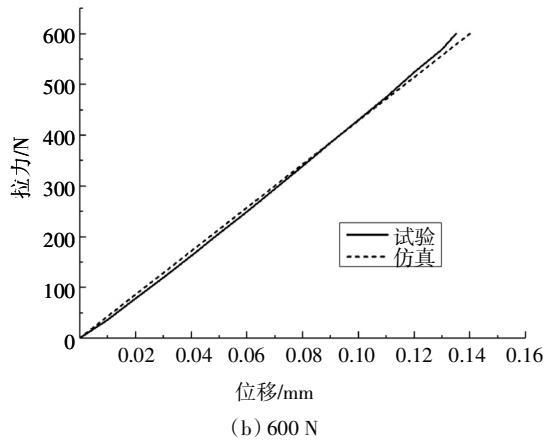


图8 不同载荷下的载荷-位移试验与仿真对比曲线

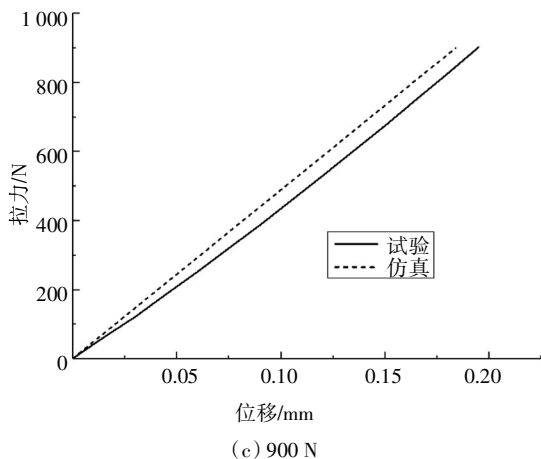
Fig.8 Comparison curves of load-displacement test and simulation under different loads



(a)300 N



(b) 600 N



(c) 900 N

由图8可以得出,在载荷分别300 N、600 N、900 N、1 200 N时,对应的位移大小分别为0.084 mm、0.14 mm、0.184 mm、0.212 mm,经对比计算得出与试验数据误差分别为5%、6.1%、12.4%、15.2%。通过图7应力云图得到对应各个测点的应变值如表4所示。

表4 曲梁仿真应变数据

Tab.4 Simulation strain data of curved beam

测点	载荷/N			
	300	600	900	1200
1	-132.50	-260.01	-387.51	-520.06
2	89.35	179.67	257.46	333.41
3	-132.81	-262.62	-390.43	-522.24
4	85.35	167.12	244.17	314.17

根据1.3节等效弹性模量的计算方法,得到曲梁I截面等效拉伸弹性模量为7.41 GPa,与试验数据误差为4.9%;II截面等效拉伸弹性模量为26.13 GPa,与试验数据误差为5.5%。可以看出I、II截面误差均在10%以下,说明利用ABAQUS数值分析结果和试验实测结果吻合良好。

2.3 不同载荷下横纵位移分析

根据2.1节设置的条件,在如图9所示中梁的a表面和b表面分别建立点集,并历程输出位移,分别在300 N、600 N、900 N、1 200 N拉伸载荷作用下,分析步时间为1 s,随机选取曲梁上端面a面上节点的最大位移取平均值,a面上节点的位移即为纵向位移。同理随机选取曲梁外侧面端面b面上节点的最

大位移, 求出平均值. 由于曲梁是对称结构, 从仿真结果得出 b 面关于 YOZ 对称面 c 面和 b 面位移相同, 故 b 面上的节点在横向上的两倍位移即为梁的横向位移. 计算出的结果如表 5 所示.

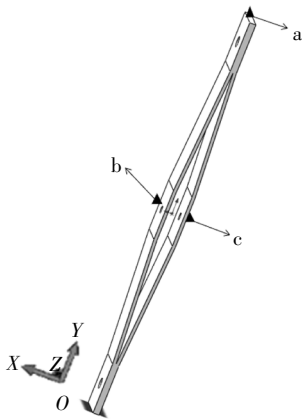


图 9 横纵面的示意图

Fig.9 Schematic diagram of horizontal and vertical planes

表 5 不同载荷条件下曲梁横纵向位移

Tab.5 Longitudinal and transverse displacement of curved beam under different loads

载荷/N	横向位移/mm	纵向位移/mm	横纵位移比
300	0.79	0.07	11.29
600	1.52	0.14	10.86
900	2.22	0.21	10.57
1 200	2.83	0.28	10.10

从表 5 可以得出, 曲梁在受拉伸载荷条件下, 纵向维持小变形, 而横向位移较大, 横纵位移比大于 10, 体现了纵向保持刚度输出、维持小变形、横向位移放大的特点.

3 曲梁各参数对曲梁性能的影响

3.1 曲梁厚度

曲梁的厚度 h 是曲梁重要的参数之一, 也是对曲梁性能尤其是弹性模量有着重要影响的因素之一. 根据曲梁的设计要求, 曲梁中部宽度为设计基准, 改变厚度时梁的宽度不应发生变化, 仍保持 $H = 21.8 \text{ mm}$. 为得到较为精确的数据, 曲梁厚度变化位置如图 10 所示.

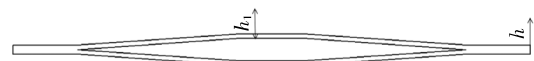


图 10 曲梁厚度示意图

Fig.10 Schematic diagram of curved beam thickness

设置曲梁的厚度 h_1 分别为 5.75 mm、6 mm、6.25 mm、6.5 mm、6.75 mm, 分别对不同厚度的曲梁加载, 载荷分别为 300 N、600 N、900 N、1 200 N, 利用有限元仿真得到位移变化值, 如表 6 所示. 根据 1.3 节等效弹性模量的计算方法得到等效弹性模量如图 11 所示.

表 6 不同曲梁厚度下的位移

Tab.6 Displacement of curved beams with different thicknesses

曲梁厚度/mm	载荷/N			
	300	600	900	1 200
6.75	0.060	0.125	0.207	0.283
6.5	0.065	0.136	0.211	0.283
6.25	0.071	0.14	0.213	0.284
6	0.077	0.149	0.217	0.285
5.75	0.084	0.156	0.221	0.286

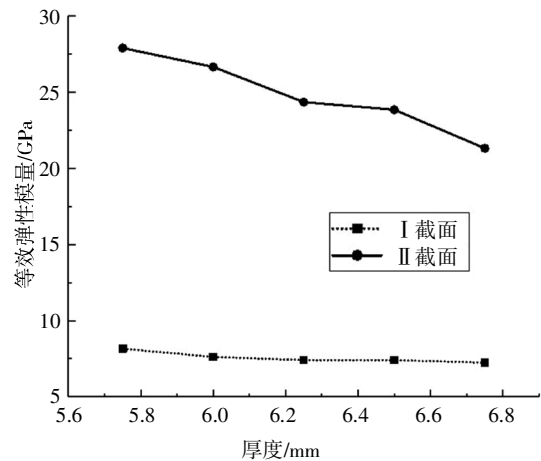


图 11 不同厚度截面等效弹性模量

Fig.11 Elastic modulus curves of different thickness sections

从表 6 可以得出, 当曲梁厚度发生变化时, 曲梁在载荷较小时位移差别较为明显, 但随着载荷的增加, 位移差逐渐减小, 可以认为曲梁厚度对曲梁的拉伸位移影响较小. 从图 11 可以看出, I 截面、II 截面和等效弹性模量变化趋势一致, 等效弹性模量均随着厚度的减小而增大, 呈现于曲梁厚度相反的变化趋势. 产生上述变化的原因可能是曲梁厚度的增加, 而梁的受载不变, 增厚的横截面面积远大于应变减

小后的应变量,由公式 $E_x = \Delta P / \Delta \varepsilon_{i,j} A_x$ 可知,弹性模量随着厚度的增大而减小;从仿真结果可以看出,随着厚度的增大, I 截面和 II 截面的应力和名义应变都减小,但截面的应力值与名义应变值之比是减小的,故两截面的等效弹性模量不断减小.

3.2 曲梁间隙宽度 H_1 对曲梁性能的影响

本曲梁作为发射平台隔振的关键零件,以阻尼填充的间隙宽度为设计基准,故曲梁间隙宽度也是重要的参数.改变曲梁间隙对曲梁的性能影响进行仿真数据分析,根据曲梁的设计要求,曲梁厚度保持不变,仍保持 $h = 6.25 \text{ mm}$.为得到较为精确的数据,曲梁间隙宽度变化位置如图 12 所示.

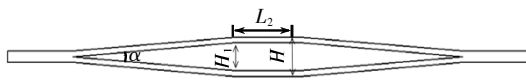


图 12 曲梁间隙宽度变化位置示意图
Fig.12 Sketch of curved beam gap width

设置曲梁的间隙宽度 H_1 分别为 13.75 mm、14.75 mm、15.75 mm、16.75 mm、17.75 mm,分别对不同间隙宽度的曲梁加载,加载载荷分别为 300 N、600 N、900 N、1 200 N,利用有限元仿真得到位移变化值,如表 7 所示;根据 1.3 节等效弹性模量的计算方法得到等效弹性模量如图 13 所示.

表 7 不同曲梁间隙宽度下的位移

Tab.7 Displacement of curved beams with different clearance widths mm

间隙宽度 /mm	载荷/N			
	300	600	900	1 200
17.75	0.10	0.174	0.227	0.293
16.75	0.09	0.158	0.221	0.286
15.75	0.07	0.140	0.213	0.284
14.75	0.06	0.133	0.192	0.283
13.75	0.05	0.119	0.185	0.280

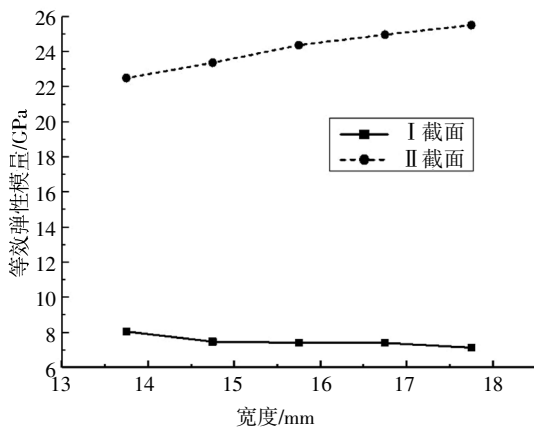


图 13 不同间隙宽度下截面等效弹性模量

Fig.13 Elastic modulus curves of different clearance widths

根据表 7 可以得出,当曲梁的间隙宽度发生变化时,曲梁拉伸位移随载荷的增减而变化较为明显,随间隙宽度的增加,曲梁的拉伸位移增大.由图 13 得出 I 截面、II 截面的等效弹性模量呈相反的变化趋势, I 截面等效弹性模量随曲梁间隙增大而减小, II 截面等效弹性模量随曲梁间隙增大而增大.从仿真结果可以得出,当间隙增大时, I 截面名义应变值变大而横截面面积不变,由 $E_x = \Delta P / \Delta \varepsilon_{i,j} A_x$ 得出等效弹性模量减小;截面 II 由于间隙增大,名义应变值减小,则等效弹性模量增大.

3.3 中部直梁长度 L_2 对曲梁性能的影响

曲梁上梁和下梁的夹角 α 也是影响阻尼间隙面积大小的因素,在不改变曲梁间隙宽度 H_1 的条件下,可以通过改变中部直梁的长度 L_2 来实现,如图 12 所示.根据曲梁的设计要求,曲梁厚度保持不变,仍保持 $h = 6.25 \text{ mm}$,曲梁中部上下两梁上端面之间距离保持不变,保持 $H = 21.8 \text{ mm}$.曲梁中部直梁长度变化位置如图 14 所示.

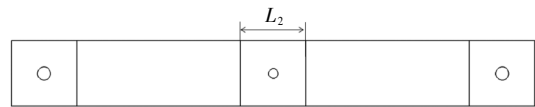


图 14 中部直梁示意图

Fig.14 Schematic diagram of central straight beam

设置曲梁的中部直梁长度 L_2 分别为 30 mm、40 mm、50 mm、60 mm、70 mm,分别对不同中部直梁长度的曲梁加载,加载载荷分别为 300 N、600 N、900 N、1 200 N,利用有限元仿真得到位移变化值如表 8 所示;根据 1.3 节等效弹性模量的计算方法得到等效弹性模量如图 15 所示.

表 8 不同曲梁中部直梁长度下的位移

Tab.8 Displacement of curved beams different length of the middle straight beam mm

直梁长度 /mm	载荷/N			
	300	600	900	1 200
70	0.76	0.151	0.220	0.291
60	0.73	0.146	0.218	0.287
50	0.071	0.140	0.213	0.284
40	0.069	0.138	0.206	0.279
30	0.066	0.135	0.199	0.273

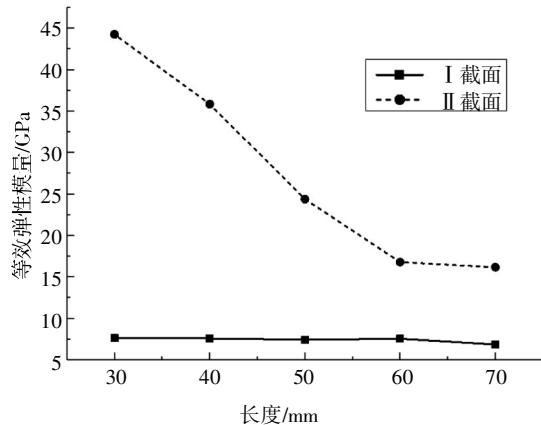


图 15 中部直梁长度不同时截面等效弹性模量

Fig.15 Elastic modulus under different lengths of the middle straight beam

由表 8 和图 15 可以得出,当曲梁的中部直梁长度发生变化时,曲梁拉伸位移随载荷的增减而存在较为微小的变化.随直梁长度的增加,曲梁的拉伸位移增大;由于其他条件不变,中部直梁长度的增加, I 截面、II 截面的名义应变都有变大的趋势,两截面的横截面积不变,由 $E_x = \Delta P / \Delta \varepsilon_{i,j} A_x$ 得出 II 截面的等效弹性模量减少显著, I 截面等效弹性模量虽然减小但变化不大,这是由于截面的名义应变值增加不大的缘故.

4 结 论

本文对一种隔振曲梁进行力学性能研究,研究其主要截面的等效弹性模量和不同载荷下拉伸位移的变化趋势.采用试验研究与有限元数值模拟相结合的方法,通过多组数据的对比分析得到变化规律.本文研究的主要结论如下:

1)使用微机控制电子万能试验机 WDW-100 对试验件进行拉伸试验,梁在拉伸载荷下纵向出现微小变形,在载荷分别为 300 N、600 N、900 N、1 200 N 时,对应的位移大小分别为 0.084 mm、0.14 mm、0.184 mm、0.212 mm,经对比计算得出与试验数据误差分别为 5%、6.1%、12.4%、15.2%.曲梁的 I 截面等效拉伸弹性模量为 7.41 GPa,与试验数据误差为 4.9%; II 截面等效拉伸弹性模量为 26.13 GPa,与试验数据误差为 5.5%. I、II 截面误差均在 10% 以下,

说明利用 ABAQUS 数值分析结果和试验实测结果吻合良好,验证了有限元仿真的有效性.

2)通过 ABAQUS 对曲梁的纵向和横向的位移仿真,得出曲梁的纵向位移较小,横向位移放大,纵横位移比大于 10,很好地体现了梁在纵向刚度输出横向位移放大的特点.

3)通过对曲梁厚度的仿真结果分析,可以计算出梁的重要截面的等效弹性模量,随着曲梁厚度的增加,曲梁拉伸位移逐渐减小.重要截面的等效弹性模量变化趋势一致,等效弹性模量均随着厚度的减小而增大,呈现于曲梁厚度相反的变化趋势.

4)通过对曲梁间隙宽度的仿真结果分析可以发现,当曲梁的间隙宽度发生变化时,曲梁拉伸位移随载荷的增减其变化较为明显,随间隙宽度的增加,曲梁的拉伸位移增大.重要截面的等效弹性模量呈相反的变化趋势, I 截面等效弹性模量随曲梁间隙增大而减小, II 截面等效弹性模量随曲梁间隙增大而增大.

5)通过对曲梁中部直梁长度的两组数据分析可以发现,当曲梁的中部直梁宽度发生变化时,曲梁拉伸位移随载荷的增减而存在较为微小的变化,随直梁长度的增加,曲梁的拉伸位移增大.重要截面的等效弹性模量具有相同变化趋势,等效弹性模量均随直梁长度增大而减小.

参考文献

- [1] KURKIN E I, SADYKOVA V O. Application of short fiber reinforced composite materials multilevel model for design of ultra-light aerospace structures [J]. Procedia Engineering, 2017, 185: 182—189.
- [2] TAN E L, UY B. Experimental study on curved composite beams subjected to combined flexure and torsion [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2009, 65(8): 1855—1863.
- [3] 关天发, 袁鸿. CFRP 加固钢筋混凝土曲梁的抗弯性能试验研究[J]. 中山大学学报(自然科学版), 2008, 47(S2): 109—113.
GUAN T F, YUAN H. Experimental study on bending properties of RC curved beams strengthened with CFRP [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni, 2008, 47(S2): 109—113. (In Chinese)
- [4] 李威, 郭权锋. 碳纤维复合材料在航天领域的应用[J]. 中国光学, 2011, 4(3): 201—212.
LI W, GUO Q F. Application of carbon fiber composites in

- cosmonaut fields[J]. Chinese Optics, 2011, 4(3): 201—212. (In Chinese)
- [5] 俞瑗权, 卢朕. 碳纤维复合材料在汽车行业的应用[J]. 上海汽车, 2013(7): 48—52.
YU A Q, LU Z. Application of carbon fiber composites in automobile industry [J]. Shanghai Automobile, 2013(7): 48—52. (In Chinese)
- [6] RANZ D, CUARTERO J, MIRAVETE A, *et al.* Experimental research into interlaminar tensile strength of carbon/epoxy laminated curved beams [J]. Composite Structures, 2017, 164: 189—197.
- [7] 马丽婷, 陈新文, 王翔, 等. 碳纤维复合材料曲梁冲击后四点弯曲强度及损伤失效模式研究 [J]. 玻璃钢/复合材料, 2017(3): 17—20.
MA L T, CHEN X W, WANG X, *et al.* Study on the post impact beam strength and failure mode of carbon/epoxy laminates [J]. Grp/Composite, 2017(3): 17—20. (In Chinese)
- [8] LIU F S, JIN D P, WEN H. Optimal vibration control of curved beams using distributed parameter models [J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 384: 15—27.
- [9] GHUKU S, SAHA K N. A theoretical and experimental study on geometric nonlinearity of initially curved cantilever beams [J]. Engineering Science and Technology an International Journal, 2016, 19(1): 135—146.
- [10] 黄修长, 徐时吟, 华宏星, 等. 曲梁周期结构动力学特性和隔振性能[J]. 上海交通大学学报, 2013, 47(2): 173—179.
HUANG X C, XU S Y, HUA H X, *et al.* Research on dynamic properties and vibration isolation performance of curved beam periodic structure. [J] Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2013, 47(2): 173—179. (In Chinese)
- [11] 吴晓, 杨立军. 拉压等效弹性模量不同曲梁的弹性理论解[J]. 工程力学, 2013, 30(1): 76—80.
WU X, YANG L J. The elastic theory solution for curved beam with difference elastic modulus in tension and compression [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(1): 76—80. (In Chinese)
- [12] POORTABIB A. Critical buckling load of curved sandwich beams with composite skins subjected to uniform pressure load[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2016, 38(6): 1805—1816.
- [13] 鲁书浓, 虞爱民, 朱金龙, 等. 复合悬臂曲梁力学性能的研究 [J]. 实验室研究与探索, 2008, 27(5): 26—30.
LU S N, YU A M, ZHU J L, *et al.* Research on mechanical performance of composite cantilever beams [J]. Research and Exploration in Laboratory, 2008, 27(5): 26—30. (In Chinese)
- [14] MUSIAL M, GROSEL J. Determining the young's modulus of concrete by measuring the eigenfrequencies of concrete and reinforced concrete beams [J]. Construction and Building Materials, 2016, 121: 44—52.
- [15] FRATERNALI F, SPADEA S, ASCIONE L. Buckling behavior of curved composite beams with different elastic response in tension and compression[J]. Composite Structures, 2013, 100: 280—289.
- [16] KUMAR S K, GANGULI R, HARURSAMPATH D. Partial delamination modeling in composite beams using a finite element method[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2013, 76: 1—12.
- [17] 郝扣安, 王振清, 周利民, 等. 弹性地基复合曲梁抗弯力学性能研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2014, 35(5): 552—557.
HAO K A, WANG Z Q, ZHOU L M, *et al.* Flexural behavior of composite curved beams on an elastic foundation [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2014, 35(5): 552—557. (In Chinese)
- [18] 王元清, 刘莉媛, 丁大益, 等. 合肥新桥国际机场柱计算长度及曲梁参数分析[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2011, 27(3): 474—479.
WANG Y Q, LIU L Y, DING D Y, *et al.* Column effective length factor and girder parametric analysis for the components of Xing Qiao international airport terminal[J]. Journal of Shenyang Jianzhu University (Natural Science), 2011, 27(3): 474—479. (In Chinese)