

## 考虑层间接触状态的横观各向同性结构动力响应解析解

颜可珍<sup>†</sup>, 满建宏, 石挺魏, 陈帅, 刘能源  
(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

**摘要:**基于线弹性体动力学基本方程,结合坐标变换、Buchwald 势函数,建立了移动荷载作用下层状横观各向同性结构的动力控制方程,利用傅里叶变换及其微分性质得到了在 Fourier 变换域内单层有限厚度刚度矩阵和半空间无限体刚度矩阵.考虑层间接触条件组装各刚度矩阵得到总刚度矩阵,并根据边界条件求解总刚度矩阵在变换域内的解.然后,进行 Fourier 逆变换将变换域内的解转化为物理域内的解.通过与已有文献结果的对比验证了本文理论推导的正确性,随后通过参数的变化来模拟层间接触状态的改变,并分析了面层与基层层间接触状态对路面结构动力响应的影响.计算结果表明:基、面层层间接触状况越差,路面结构的整体性耐久性越差.

**关键词:**层间接触;横观各向同性层状结构;移动荷载;动力响应;Fourier 变换  
**中图分类号:**TU470;TU311 **文献标志码:**A

## Analytical Solution for Dynamic Response of Transversely Isotropic Structures Considering the State of Interlayer Contact State

YAN Kezhen<sup>†</sup>, MAN Jianhong, SHI Tingwei, CHEN Shuai, LIU Nengyuan  
(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** Based on the basic equations of linear elastodynamics, combined with the coordinate transformation and Buchwald potential function, the dynamic governing equations for a transversely isotropic multilayered pavement under moving loads are developed. The stiffness matrix for a single layer with a finite thickness and a half-plane are derived by using Fourier transform and its differential properties. Considering the interlayer conditions between layers, the global matrix are assembled with the analytical layer element of each layer. The solutions in the integral transform domain are obtained by combining with the boundary conditions. Then, the corresponding solution in the frequency domain is further recovered by applying inverse Fourier transform. The theoretical derivation of this paper is verified by comparing with the results of the existing literature. The change of interlayer conditions between layers is then simulated by changing parameters. The influence of the interlayer conditions between the surface layer and base layer on the dynamic response of the pavement structure can be calculated and analyzed. The calculation results

\* 收稿日期:2019-03-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51778224), National Natural Science Foundation of China(51778224);2017年湖南省交通运输厅科技进步与创新计划项目, Advance and Innovation Project in Science and Technology of Department of Transportation of Hunan Province

作者简介:颜可珍(1975—),男,湖南长沙人,湖南大学教授,博士生导师

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: yankz@hnu.edu.cn

show that the poor interlayer condition between the adjacent structure layers can cause the poor overall performance and durability of the pavement structure.

**Key words:** interlayer contact; transversely isotropic multilayered structure; moving load; dynamic response; Fourier transform

在许多工程实例中,以运动形式存在的荷载并不少见,例如行驶中的车辆、运行中的高铁、地铁等,它们都会造成接触面状态的改变.此外,我国现行的规范将层状弹性体系各层间的接触状态假设为完全连续状态,但该假设并不符合层间真实的接触状态.对于两种完全不同的材料(比如路面结构中沥青面层和无机结合料基层),它们二者之间的接触状态往往处于半连续半光滑的状态,因此结构设计中假设层间接触状态为完全连续是不合理的.故研究层间接触状态对层状弹性体系的动力响应影响显得尤为重要.并且,我国现行的《公路沥青路面设计规范》中是以静荷载来作为设计荷载,但是众多学者研究表明以静荷载作为设计荷载往往高估了路面的使用寿命,且运动荷载更易造成路面结构的破坏.目前,国内外许多学者针对移动荷载作用下的动力响应进行了大量研究.王春玲等<sup>[1]</sup>利用 Laplace 变换和双重 Fourier 变换得到了地基在移动荷载下的动力响应;左迎辉等<sup>[2]</sup>采用傅里叶级数的方法求得了移动荷载下 Gibson 地基模型中各点的动力响应,并讨论了土体的剪切模量、荷载移动速度等对竖向位移的影响;张昀青等<sup>[3]</sup>利用 Duhamel 积分和 Fourier 变换求得了移动荷载作用下半空间无限体动力响应的表达式,为交通荷载作用下的土体动力响应分析提供了一定的理论基础;司理涛等<sup>[4]</sup>采用虚拟激励法和广义 Duhamel 求解了移动荷载作用下粘弹性半空间体动力响应的积分形式解,并分析了荷载移动速度对动力响应的影响;周凤玺等<sup>[5]</sup>采用半解析的方法求解出了非均匀地基的解答,并讨论了荷载移动速度、非均匀参数和剪切模量对动力响应的影响,通过算例表明土体各点竖向位移与非均匀参数和剪切模量成反比,与荷载移动速度成正比;蒋建群等<sup>[6]</sup>通过 Fourier 变换求解了移动集中荷载作用下弹性半空间响应的积分形式解,并对其稳态响应进行了数值分析,研究了荷载移动速度、观测点深度和观测点距离等参数对动力响应的影响;艾智勇等<sup>[7]</sup>针对以往求解层状地基的数值方法,提出了一种新的方法即解析层元法.该方法不仅大大地提高了计算效率,还

有效地避免了计算过程中发生的数值溢出现象,具有较高的计算效率和数值稳定性.艾智勇等<sup>[8-9]</sup>采用该方法对层状地基进行了大量研究,例如荷载移动速度、土层的成层特性和地基的加固效果等对地基动力响应的影响;刘能源等<sup>[10]</sup>采用有限元数值分析方法分析了层间结合条件对加铺层受力状况的影响;宋小金等<sup>[11]</sup>等研究了行车速度与不同深度下荷载响应持续时间的关系;庄妍等<sup>[12]</sup>研究了移动荷载作用下结构安定性问题,发现移动荷载对结构有着重大的影响;詹永祥等<sup>[13]</sup>研究了运动荷载对孔隙水压力的影响;颜可珍等<sup>[14]</sup>采用谱元法研究了运动荷载下多层结构的动力响应,通过与静荷载的对比发现:运动荷载比静荷载产生更大的动力响应,更易造成结构的不稳定状态.因此研究运动荷载下多层结构的动力响应对完善我国设计规范有着重要的参考价值.

上述对于移动荷载作用下地基动力响应的研究都是基于层状弹性体系各层间的接触状态为完全连续状态,但在实际工程建设中的土基、路面等通常是分层铺筑,层与层之间由于材料的差异性和施工条件、工艺等因素的影响,层间接触状态几乎不可能做到完全连续状态,因此分析运动荷载下层状弹性体系各层间的接触状态对结构动力响应的影响更加符合实际,对完善我国《公路沥青路面设计规范》也有重要的参考价值.目前,国内已有的解析方法仅能计算层间接触状态在完全连续或完全光滑下的动力响应,且容易出现数值溢出的现象.对于不同层间接触状态下的结构动力分析主要依靠 Abaqus 有限元软件来计算,虽然计算结果较准确,但是计算一次需要大量的时间成本.解析解的优点在于计算速度快、便于参数分析,值得注意的是求解层状弹性体系在不同层间接触状态下的动力响应解析却鲜有研究.因此,本文的目的是开发一种快速高效的解析法来研究不同接触状态的层状横观各向同性结构在移动荷载作用下的动力响应.该解析法的指数项为负项,很好地避免了指数溢出的现象,并通过参数的变化来模拟层间接触状态的改变,由此分析层间接触状态对层状弹性结构设计的各项指标的影响.

### 1 单层应力和位移分量推导

#### 1.1 基本方程

以路表中心为原点建立总坐标系  $OXZ$ , 以荷载中心为原点建立局部坐标系  $O_x X_z$ , 如图 1 所示. 分布长度为  $2b$  的条形荷载  $P$  作用在路表面, 并以速度  $c$  匀速运动, 则该问题可简化为平面问题. 横观各向同性弹性体在总坐标系  $OXZ$  下的平面问题动力方程、物理方程、几何方程可参考文献[8].

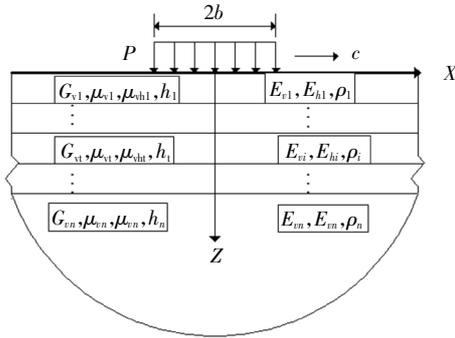


图 1 移动荷载作用在地基表面

Fig.1 Moving load on the surface of foundation

引入 Buchwald 势函数  $\Phi$ 、 $\Psi$ , 其中  $\Phi$  反映等容波势函数,  $\Psi$  反映剪切波势函数. 由两个势函数  $\Phi$ 、 $\Psi$  表示的位移、应力方程为:

$$\begin{cases} u_x = \frac{\partial \Phi}{\partial X}, \sigma_z = c_{13} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + c_{33} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} \\ u_z = \frac{\partial \Phi}{\partial Z}, \tau_{xz} = c_{44} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X \partial Z} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Z} \right) \end{cases} \quad (1)$$

如图 1 所示,  $X-Z$  为固定坐标系, 为了简化计算, 此处将引入移动坐标  $oxz$ , 其中  $x = X - ct, z = Z$ , 并分别用  $u_x, u_z$  来表示移动坐标系下水平方向和竖直方向的位移, 通过坐标变换得出:

$$\begin{cases} u_x(X - ct, Z) = u_x(x, z), \Phi(X - ct, Z) = \phi(x, z) \\ u_z(X - ct, Z) = u_z(x, z), \Psi(X - ct, Z) = \psi(x, z) \end{cases} \quad (2)$$

另外, 在移动坐标系下势函数  $\Phi$ 、 $\Psi$  对时间  $t$  的微分表达式和应力、位移对  $x, z$  的微分表达式如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \left( -\frac{\partial^2}{\partial t^2} - 2c \frac{\partial}{\partial t} + c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \phi \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \left( -\frac{\partial^2}{\partial t^2} - 2c \frac{\partial}{\partial t} + c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \psi \\ \frac{\partial}{\partial X} (u_x, \sigma_x, \tau_{xz}) = \frac{\partial}{\partial x} (u_x, \sigma_x, \tau_{xz}) \\ \frac{\partial}{\partial Z} (u_z, \sigma_z, \tau_{xz}) = \frac{\partial}{\partial z} (u_z, \sigma_z, \tau_{xz}) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\sigma_x, \sigma_z$  和  $\tau_{xz}$  为移动坐标系下平面的应力分量.

将式(1)(2)(3)代入平面问题的动力方程中, 并令  $\partial/\partial t = 0, \partial^2/\partial t^2 = 0$ , 即可得到:

$$\begin{cases} [(c_{11} - \rho c^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + c_{44} \frac{\partial^2}{\partial z^2}] \phi + (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \\ [(c_{44} - \rho c^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + c_{33} \frac{\partial^2}{\partial z^2}] \psi + (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

为了求解方程(4), 应用傅里叶变换, 实现二阶偏微分方程从物理域到积分变换域的转换. 方程(4)变换后如下所示:

$$\begin{cases} [(\theta^2 - k_3 \xi^2) \hat{\phi} + \frac{d^2 \hat{\phi}}{dz^2}] + k_1 \frac{d^2 \hat{\psi}}{dz^2} = 0 \\ [(\theta^2 - \xi^2) \hat{\psi} + k_2 \frac{d^2 \hat{\psi}}{dz^2} - k_1 \xi^2 \hat{\phi}] = 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中  $k_1 = (c_{13} + c_{44})/c_{44}, k_2 = c_{33}/c_{44}, k_3 = c_{11}/c_{44}, \theta^2 = [\rho \xi^2 c^2]/c_{44}$ .

求解微分方程(5)可得:

$$\begin{cases} \hat{\phi} = A \beta_1 e^{-\lambda_1 z} + B \beta_2 e^{-\lambda_2 z} + C \beta_1 e^{\lambda_1 z} + D \beta_2 e^{\lambda_2 z} \\ \hat{\psi} = A e^{-\lambda_1 z} + B e^{-\lambda_2 z} + C e^{\lambda_1 z} + D e^{\lambda_2 z} \end{cases} \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \theta \sqrt{[\nu(\theta \xi)^2 - (1 + k_2) + \sqrt{\chi}]/2k_2} \\ \lambda_2 &= \theta \sqrt{[\nu(\theta \xi)^2 - (1 + k_2) - \sqrt{\chi}]/2k_2} \\ \chi(\xi) &= \nu(\theta \xi)^2 - (1 + k_2)^2 - 4k_2[k_3(\theta \xi)^4 - (1 + k_3)(\theta \xi)^2] \\ \nu &= 1 + k_2 k_3 - k_3^2 \end{aligned}$$

为避免数值计算中正指数导致的数值溢出等问题, 此处把其中的正指数项  $e^{\xi z}$  改写成  $e^{-\xi(h_i - z)}$  ( $h_i$  为第  $i$  层厚度), 同时  $e^{\xi z}$  对应的待定系数  $C(\xi)$  和  $D(\xi)$  亦作相应的调整,  $C'(\xi) = C(\xi)e^{h_i}, D'(\xi) = D(\xi)e^{h_i}$ . 则

$$\begin{cases} \hat{\phi} = A \beta_1 e^{-\lambda_1 z} + B \beta_2 e^{-\lambda_2 z} + C \beta_1 e^{-\lambda_1(h_i - z)} + D' \beta_2 e^{-\lambda_2(h_i - z)} \\ \hat{\psi} = A e^{-\lambda_1 z} + B e^{-\lambda_2 z} + C e^{-\lambda_1(h_i - z)} + D' e^{-\lambda_2(h_i - z)} \end{cases} \quad (7)$$

对位移方程和应力方程(1)进行移动坐标下的傅里叶变换后, 得:

$$\begin{cases} \hat{u}_x = i \xi \hat{\phi} \\ \hat{u}_z = \frac{d \hat{\psi}}{dz} \\ \hat{\sigma}_z = -c_{13} \xi^2 \hat{\phi} + c_{33} \frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial z^2} \\ \hat{\tau}_{xz} = c_{44} i \xi \left( \frac{d \hat{\phi}}{dz} + \frac{d \hat{\psi}}{dz} \right) \end{cases} \quad (8)$$

并将变换域内的位移和应力表达式整理成矩阵的形式:

$$[\hat{u}_x^i(\xi, z) \quad \hat{u}_z^i(\xi, z) \quad \hat{\tau}_{xz}^i(\xi, z) \quad \hat{\sigma}_z^i(\xi, z)]^T = \mathbf{K}_i \mathbf{e}_i \boldsymbol{\theta}_i \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{e}_i$  是对角指数矩阵;  $\boldsymbol{\theta}_i$  是待定系数列矩阵;  $\mathbf{K}_i$  为  $4 \times 4$  的已知系数矩阵. 表示如下:

$$\begin{cases} k_{11} = k_{13} = i\xi\beta_1 \\ k_{12} = k_{14} = i\xi\beta_2 \\ k_{21} = -k_{23} = -\lambda_1 \\ k_{22} = -k_{24} = -\lambda_2 \\ k_{31} = k_{33} = (c_{33}\lambda_1^2 - c_{13}\xi\beta_1) \\ k_{32} = k_{34} = (c_{33}\lambda_2^2 - c_{13}\xi\beta_2) \\ k_{41} = -k_{43} = -\lambda_1 c_{44} i \xi (\beta_1 + 1) \\ k_{42} = -k_{44} = -\lambda_2 c_{44} i \xi (\beta_2 + 1) \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{diag}(\mathbf{e}_i) = [e^{-\lambda_1 z} \quad e^{-\lambda_2 z} \quad e^{-\lambda_1(h_i-z)} \quad e^{-\lambda_2(h_i-z)}]^T \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\theta}_i = [A_i \quad B_i \quad C_i' \quad D_i']^T \quad (12)$$

### 1.2 层间接触条件

传统的路面结构分为面层、基层、底基层和土基 4 个部分, 面层又分为上面层、中面层和下面层. 由于施工方法和施工条件的差异会导致层与层之间的接触有时并非完全连续. Matsui 等<sup>[15]</sup>采用剪切弹簧模拟相邻层状结构层之间的界面滑移, 并通过 Bisar 验证了该方法的正确性. 故本文采用下式来表示层间接触条件:

$$(1 - \alpha_x^i) \{u_x^i(\xi, h_i) - u_x^{i+1}(\xi, 0)\} = \alpha_x^i \beta_x^i \tau_{xz}^i(\xi, h_i) \quad (13)$$

式中:  $\alpha_x^i$  为层间滑移系数, 其值在 0~0.99 之间变化. 当该值为 0 时, 表示层间接触状态为完全连续状态; 当该值为 0.99 时, 表示层间接触状态无限接近光滑状态.  $b$  为荷载宽度,  $\beta_x^i$  的表达式如下:

$$\beta_x^i = b \left( \frac{1 + \mu_h^i}{E_h^i} + \frac{1 + \mu_h^{i+1}}{E_h^{i+1}} \right) \quad (14)$$

则第  $i$  层和第  $i+1$  层的状态分量关系为:

$$\begin{bmatrix} \hat{u}_x^i(\xi, h_i) \\ \hat{u}_z^i(\xi, h_i) \\ \hat{\tau}_{xz}^i(\xi, h_i) \\ \hat{\sigma}_z^i(\xi, h_i) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_i \begin{bmatrix} \hat{u}_x^{i+1}(\xi, 0) \\ \hat{u}_z^{i+1}(\xi, 0) \\ \hat{\tau}_{xz}^{i+1}(\xi, 0) \\ \hat{\sigma}_z^{i+1}(\xi, 0) \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中:

$$\mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\alpha_x^i \beta_x^i / (1 - \alpha_x^i) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由式(9)和式(15)得:

$$(\mathbf{K}_i \mathbf{m}_i) \boldsymbol{\theta}_i = (\mathbf{C}_i \mathbf{K}_{i+1} \mathbf{n}_{i+1}) \boldsymbol{\theta}_{i+1} \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{m}_i$  和  $\mathbf{n}_{i+1}$  分别表示每一层层底和下一相邻层层顶的对角指数矩阵.

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{K}_{i+1} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix}$$

$$\text{diag}(\mathbf{m}_i) = [e^{-\lambda_1 h_i} \quad e^{-\lambda_2 h_i} \quad 1 \quad 1]^T$$

$$\text{diag}(\mathbf{n}_{i+1}) = [1 \quad 1 \quad e^{-\lambda_1 h_i} \quad e^{-\lambda_2 h_i}]^T$$

### 1.3 边界条件

假设多层结构表面作用为恒定速度移动的荷载  $P(x)$ , 荷载宽度为  $b$ , 则:

$$P(x) = \begin{cases} P(x), & |x| \leq b/2 \\ 0, & |x| \geq b/2 \end{cases} \quad (17)$$

故边界条件可写成

$$\begin{cases} \sigma_z(x, 0, t) = P(x) \\ \tau_{xz}(x, 0, t) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

对  $\sigma_z(x, 0, t)$  进行傅里叶变换可以得到:

$$\sigma_z(x, 0, t) = -P(x) \sin(\xi b) / \xi b \quad (19)$$

多层结构体系的最底层为半空间无限体, 即当  $z \rightarrow \infty$  时:

$$\begin{cases} u_z(x, z, t)_{z \rightarrow \infty} = u_x(x, z, t)_{z \rightarrow \infty} = 0 \\ C_n(\xi) = D_n(\xi) = 0 \\ C_n'(\xi) = D_n'(\xi) = 0 \end{cases} \quad (20)$$

所以多层结构的最底层(半空间无限体)只有两个待定系数, 即:

$$\boldsymbol{\theta}_n' = [A_n \quad B_n]^T \quad (21)$$

### 1.4 多层结构总刚度矩阵的建立

总刚度矩阵(22)是由式(16)重复组合形成的对角矩阵, 该矩阵充分考虑了层间接触条件:

$$\begin{bmatrix} D_0 \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{K}_1 \mathbf{m}_1 & -\mathbf{C}_1 \mathbf{K}_2 \mathbf{n}_2 \\ & \mathbf{K}_2 \mathbf{m}_2 & -\mathbf{C}_2 \mathbf{K}_3 \mathbf{n}_3 \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & \mathbf{K}_i \mathbf{m}_i & -\mathbf{C}_i \mathbf{K}_{i+1} \mathbf{n}_{i+1} \\ & & & & \ddots & \ddots \\ & & & & & \mathbf{K}_{n-1} \mathbf{m}_{n-1} & -\mathbf{C}_{n-1} \mathbf{K}_n \mathbf{n}_n \\ & & & & & & \mathbf{K}_n \mathbf{m}_n & \mathbf{D}_n \mathbf{m}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_i \\ \vdots \\ \theta_{n-1} \\ \theta_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

式中:  $\mathbf{D}_n, \mathbf{K}_i, \mathbf{C}_i \mathbf{K}_{i+1}$  均为与层间条件有关的已知系数矩阵;  $\mathbf{D}_0$  是与层间条件无关的系数矩阵, 表达式如下:

$$\mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix}_{z=0}, \mathbf{D}_n = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \\ K_{31} & K_{32} \\ K_{41} & K_{42} \end{bmatrix}_{z=0} \quad (23)$$

总刚度矩阵由  $4(n-1)+2$  个矩阵组成,即小矩阵的个数等于待定系数的个数.由式(22)可以求解每个待定系数,然后可以求得各层在傅里叶变换域内的动力响应解答,最后通过逆变换求得在物理域内的解答.

## 2 数值计算与分析

### 2.1 算法验证

为了验证本文解析方法的正确性,算例采用文献[2]中的结构模型参数和运动荷载参数.取横观各向同性系数  $n = 1$ ,即横观各向同性模型转化成各向同性均质模型,其中  $E = 290 \text{ MPa}$ ,  $\mu = 0.45$ ,  $\rho = 1650 \text{ kg/m}^3$ ,  $h = 5 \text{ m}$ ,荷载长度  $2b = 4 \text{ m}$ ,荷载大小为  $P = 400 \text{ kPa}$ ,荷载速度  $c = 20 \text{ m/s}$ [2].图 2 表示在移动荷载中心处,地基中竖向位移随土体深度变化的曲线,并与文献[2]的计算结果进行对比.另外,采用参考文献[9]的模型计算参数,其中,  $n = E_h/E_v$ ,  $m = G_v/E_v$ ,  $C_r = \sqrt{C_v/\rho}$ ,  $M_r = c/C_r$ ,  $u_z' = u_z G_v / pb$ ,取值  $M_r = 0.5$ .算例采用 4 层结构模型,各层  $m$  取值均为 0.4,  $\mu_{hi}$  和  $\mu_{vi}$  均取值为 0.25. Case3 各层参数如下:  $n_1 = 3, n_2 = n_3 = 2, n_4 = 1$ ; Case4 各层参数如下:  $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 1$ .按照本文的方法进行计算并与文献[9]的结果进行比较,计算结果如图 3 所示.从图 2、图 3 中可以看出,本文算法的计算结果与文献的结果基本吻合,从而验证了本文方法的正确性.

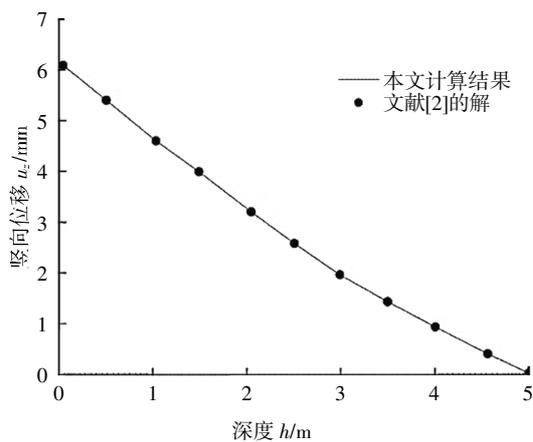


图 2 竖向位移与文献[2]的比较

Fig.2 Compared of the vertical displacement with reference[2]

为了更好地说明该解析法适用于分析多层弹性体系层间接触的问题,本文将计算结果与Abaqus 的计算结果进行对比. Abaqus 模型采用C3D8R单元,

模型尺寸取  $6 \text{ m}(X \text{ 向、纵向}) \times 5 \text{ m}(Y \text{ 向、横向}) \times 5 \text{ m}(Z \text{ 向、竖向})$ ,荷载以恒定速度沿  $X$  方向移动,如图 4 所示.边界条件:与  $X$  方向垂直的两个面的  $X$  向位移为 0;与  $Y$  方向垂直的两个面的  $Y$  向位移为 0;模型底部为完全固定.荷载的大小取  $0.7 \text{ MPa}$ ,移动速度为  $10 \text{ m/s}$ ,荷载长度为  $22.78 \text{ cm}$ ,宽为  $15.68 \text{ cm}$ .模型各结构层参数如下:  $E_{vi} = 1550, 1500, 50 \text{ MPa}$ ;  $E_{hi} = 775, 1500, 50 \text{ MPa}$ ;  $\mu_{vi} = \mu_{hi} = 0.25, 0.25, 0.4$ ;  $\rho_i = 2300, 2100, 1800 \text{ kg/m}^3$ ;  $G_{vi} = 580, 620, 20 \text{ MPa}$ ;  $h_i = 0.18 \text{ m}, 0.38 \text{ m}, \infty (i = 1, 2, 3)$ .

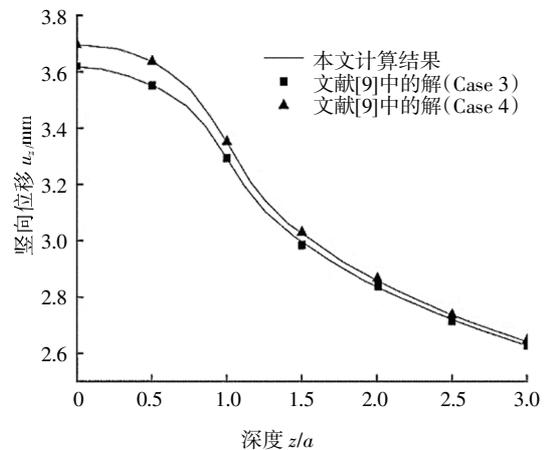
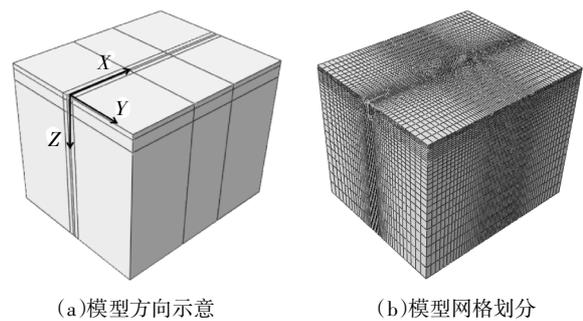


图 3 横观各向同性体竖向位移与文献[9]的比较

Fig.3 Compared of the vertical displacement of an transversely isotropic with reference[9]



(a)模型方向示意 (b)模型网格划分

图 4 有限元模型

Fig.4 Finite element model

有研究[16-17]表明采用摩擦系数能够很好地模拟路面各结构层间的接触状态.当摩擦系数  $f$  小于 0.4 时,层间接触状态较差;当摩擦系数  $f$  接近于 1 时,层间接触状态较好.故该Abaqus 模型仅考虑面层与基层的层间接触状态,其他层间接触状态为完全连续.取摩擦系数  $f = 0.5$  来表示半光滑半连续的中间接触状态,对应的滑移系数为 0.5.表 1 列出了

Abaqus模型模拟结果与本文解析方法的计算结果.

表1 基层底部拉应力计算结果

Tab.1 The calculation results of tensile stress on the bottem for the base layer

面层与基层的层间接触状态	Abaqus 结果		本文解析解结果	
	基层底部拉应力/kPa	耗时/h	基层底部拉应力/kPa	耗时/s
半光滑半连续	171.21	2.5	167.32	160
完全连续	168.35	0.7	165.46	56

从表1可以看出,2种计算方法在2种接触状态下的计算结果分别相差1.72%和2.27%,这种误差都是在工程误差的允许以内.对比2种方法的计算耗时,可以发现本文的解析法大大节约了计算时间,这有利于节约时间成本.故本文针对层间接触问题提出的解析方法具有准确、高效的优点.

2.2 层间接触条件的影响

本文建立4层的横观各向同性路面典型结构,路面各层厚度及基本材料特性见表2.假设荷载移动速度为20 m/s,荷载宽度  $a = 23$  cm,荷载大小  $P(x)=0.7$  MPa.在横观各向同性路面中,面层和基层均考虑为横观各向同性体,面层和基层的横观各向同性系数(即水平方向的弹性模量  $E_h$  与竖直方向的弹性模量  $E_v$  的比值)分别为  $n_1$  和  $n_2$ ,其值均为0.4.

表2 路面结构材料参数

Tab.2 The material parameters of pavement structure

结构层	$E_v$ /MPa	$E_h$ /MPa	$\mu_v$	$\mu_{vh}$	$G_v$ /MPa	厚度 /cm	密度/ ( $kg \cdot m^{-3}$ )
面层	1 400	560	0.25	0.25	560	10	2 400
基层	1 500	600	0.25	0.25	600	36	2 300
底基层	650	650	0.25	0.25	260	20	2 100
土基	40	40	0.25	0.25	16	—	1 800

在2017年最新颁布的《公路沥青路面设计规范》中,将沥青混合料层层底拉应变、无机结合料稳定层层底拉应力和路基顶面竖向压应变作为沥青路面的设计指标,其对应的力学响应分别为行车方向的水平拉应变、行车方向的水平拉应力和竖向压应变.另外,路表弯沉是直接反映路面强度的一个重要指标.

本文将着重研究面层与基层的层间接触状态对路面动力响应的影响.另外,其他层与层之间的接触状态均考虑为完全连续状态.面层与基层的层间接

触状态用滑移系数  $\alpha$  来表示,当  $\alpha$  取值为0时,表示完全连续状态;当  $\alpha$  取值为0.99时,表示完全光滑状态.

2.2.1 层间接触条件对路表弯沉的影响

弯沉是指路面在荷载作用下的竖向变形,它反映了路面结构的整体刚度.路表弯沉值越小,表明路面结构的整体性越好,刚度越大,路面的抗变形能力越好.

由图5可知,随着滑移系数的增大,路表弯沉不断增大,滑移系数为0.99(即完全光滑)时的路表弯沉明显大于其他状态的路表弯沉.完全光滑时的路表弯沉比完全连续(即滑移系数为0)时的路表弯沉大4.75%.其他接触状态相比于完全连续状态的路表弯沉分别增大1.39%、1.62%、2.35%和2.96%.由此可知层间接触状态对路面结构的整体性有较大的影响,层间接触状态越好,整体性越好,抗压入能力越强,弯沉值越小.因此,若将路面结构看做完全连续会高估路面结构的整体性强度,对结构设计不利.

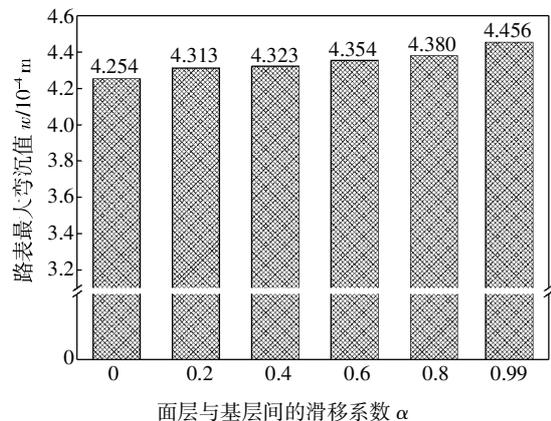


图5 滑移系数对路表弯沉的影响

Fig.5 The effects of silp coefficient on the road surface displacement

2.2.2 层间接触条件对面层底部应变的影响

我国《公路沥青路面设计规范》将沥青混合料的层底拉应变作为一个重要的设计指标.沥青面层层底拉应变与路面结构的使用性能关系密切,过大的层底拉应变可能导致路面产生横向裂缝,影响路面的正常使用.不同层间接触条件对面层层底拉应变的影响如图6、图7所示.

由图6可知,不同接触条件下面层底部纵向应变时程曲线基本类似,在荷载移动过程中,纵向应变由压应变慢慢变为拉应变,最后再变为压应变,最后

变为零.当荷载移动到测点的正上方时,应变值最大且为受拉状态.正是由于这种拉压的反复状态,使得路面可能产生疲劳开裂.由图 7 可知,随着滑移系数的减小(接触状态逐渐变好),面层底部的纵向应变峰值逐渐减小.完全连续状态的纵向应变明显小于非完全连续状态,而完全光滑时的纵向应变明显大于非完全光滑状态.

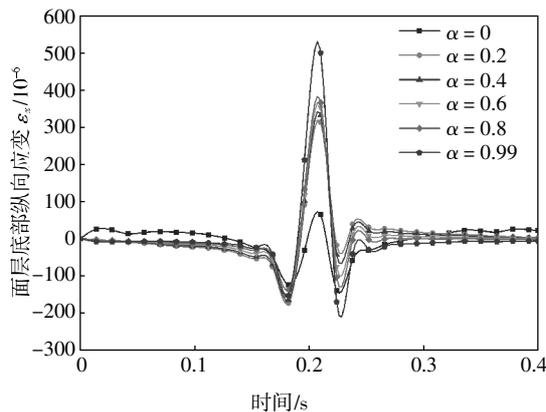


图 6 面层底部纵向应变时程曲线

Fig.6 Time history curve of longitudinal strain at bottom of surface layer

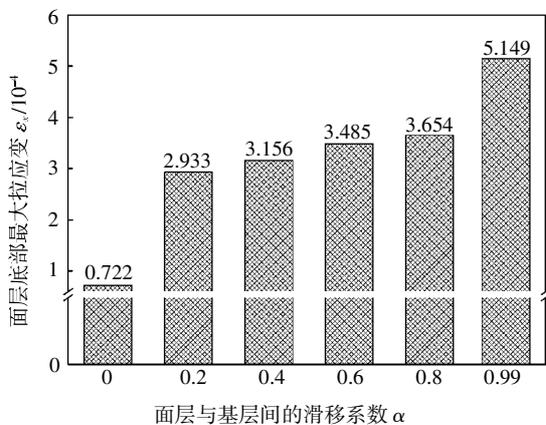


图 7 滑移系数对面层底部纵向应变的影响

Fig.7 The effects of slip coefficient on the longitudinal strain at bottom of surface layer

### 2.2.3 层间接触条件对基层底部拉应力的影响

基层底部拉应力是控制基层疲劳开裂的重要指标,我国《公路沥青路面设计规范》亦将基层底部拉应力作为一个重要的设计指标.不同层间接触状态对基层底部拉应力的影响如图 8 所示.

由图 8 可知,虽然随着滑移系数的增大,基层底部的拉应力在变大,但是完全光滑时的基层底部拉应力仅比完全连续时大 4.84%,故层间接触条件对

基层底部拉应力影响不大.

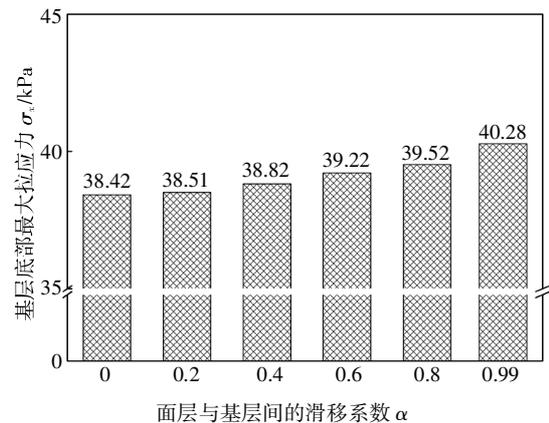


图 8 滑移系数对基层底部拉应力的影响

Fig.8 The effects of slip coefficient on the tensile stress of base layer

### 2.2.4 层间接触条件对土基顶部压应变和压应力的影响

我国《公路沥青路面设计规范》将土基顶面竖向压应变作为一个重要的设计指标,它亦是评价路面性能的重要指标,并且土基顶部过大的压应变会造成车辙、沉陷等路面病害,因此,研究土基顶部的竖向压应变显得十分重要.滑移系数对土基顶部竖向压应变的影响如图 9 所示.

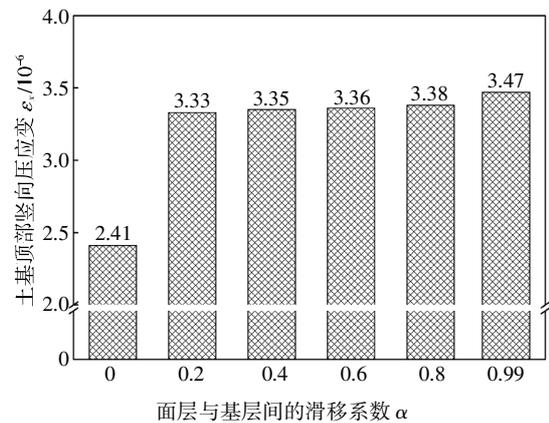


图 9 滑移系数对土基顶部竖向压应变的影响

Fig.9 The effects of slip coefficient on the vertical compressive strain of soil foundation

由图 9 可知,随着滑移系数的增大,土基顶部竖向压应变的峰值逐渐增大.在非连续状态下,增大的趋势并不明显,增大的幅度均在 5%以内.当结构层为完全连续时,土基顶部竖向压应变比非完全连续时依次减小 38.2%、39.1%、39.4%、40.2%和 44%.可

见,在非连续状态时,层间接触条件对土基顶部竖向压应变的影响不大,而在完全连续时,土基顶部竖向压应变明显小于非连续状态.故在进行路面结构设计时将路面结构看成完全连续状态可能会导致路面在早期使用阶段出现车辙或者沉陷等病害,进而缩短路面的使用寿命.

图 10 分析了不同滑移系数下,土基顶部竖向压应力的变化情况.从图中可以看出土基顶部竖向压应力的峰值和压应变峰值一样,均随着滑移系数的增大而增大.在非连续状态下,变化不明显且增长幅度均在 3%以下.非完全连续状态下的最大竖向压应力比完全连续状态时依次增大了 38.8%、39.2%、39.7%、40%和 43%,可见,在非连续状态时,层间接触条件对土基顶部竖向压应力的影响不大,而在完全连续时,土基顶部竖向压应力明显小于非连续状态.因此,层间接触状态的变坏会加剧工后长期的变形,导致路面结构的破坏,降低路面使用寿命.

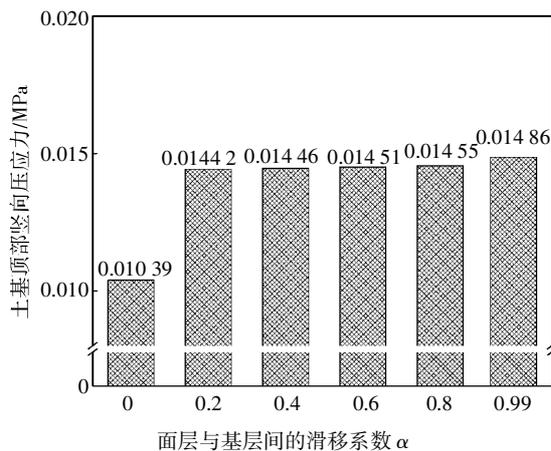


图 10 滑移系数对土基顶部竖向压应力的影响

Fig.10 The effects of slip coefficient on the vertical compressive stress of soil foundation

### 3 结论

1)本文依据弹性动力学理论,结合坐标变换、傅里叶变换和层间接触条件推导出多层横观各向同性结构的解析解.该解析解的总刚度矩阵考虑了层与层之间的接触状态,避免了连续刚度矩阵和光滑刚度矩阵的变换,并且 Abaqus 在计算层间接触时会耗费大量的时间,而本文的解析解计算速度非常快,大约只需 2 min,这大大节约了时间成本,便于实际工程的应用.本文的理论推导采用剪切弹簧模型来模

拟层间接触状态,对于层状弹性体系计算的发展具有重要的参考价值.

2)算例计算表明,层间接触状况对路面结构的动力学响应影响显著.层间接触状况越差,路面结构的整体性越差,抗压入能力也会越差,导致路表弯沉增大,进而面层底部纵向应变、基层底部拉应力和土基顶部的竖向应变和压应力也会变大.因此在路面结构设计时若将路面结构看做完全连续结构会高估路面结构的整体性强度和疲劳寿命,对结构设计不利并减少路面的使用寿命.

3)本文求解移动荷载作用下层状横观各向同性结构动力响应的方法,具有较好的计算效率和数值稳定性,并且很好地避免了解析法在计算时数值溢出的缺点.因此在以后三维结构及粘弹性结构计算中可以进行考虑.

### 参考文献

- [1] 王春玲,黄必成,曹彩芹.移动荷载下弹性半空间地基上矩形薄板的动力响应解析研究[J].土木工程学报,2016,49(1):116—121.  
WANG C L, HUANG B C, CAO C Q. Analytical study on dynamic response of rectangular thin plate on an elastic half-space under moving loads [J]. China Civil Engineering Journal, 2016, 49(1): 116—121. (In Chinese)
- [2] 左迎辉,徐长节,蔡袁强.移动荷载下卧基岩 Gibson 地基的动力响应[J].振动工程学报,2005,18(3):351—354.  
ZUO Y H, XU C J, CAI Y Q. Dynamic analysis of Gibson soil medium on bedrock under moving load [J]. Journal of Vibration Engineering, 2005, 18(3): 351—354. (In Chinese)
- [3] 张昫青.移动荷载作用下半无限体的动力响应解 [J].岩土力学,2004,25(6):955—957.  
ZHANG Y Q. Dynamic response of semi-infinite body under moving loads [J]. Rock & Soil Mechanics, 2004, 25(6): 955—957. (In Chinese)
- [4] 司理涛,赵岩,张亚辉.移动随机线源荷载作用下黏弹性半空间体的动力响应[J].工程力学,2016,33(6):98—106.  
SI L T, ZHAO Y, ZHANG Y H. Adynamic response of viscoelastic half-space subjected to moving random line loads [J]. Engineering Mechanics, 2016, 33(6): 98—106. (In Chinese)
- [5] 周凤玺,曹永春,赵王刚.移动荷载作用下非均匀地基的动力响应分析[J].岩土力学,2015,36(7):2027—2033.  
ZHOU F X, CAO Y C, ZHAO W G. Analysis of dynamic response of inhomogeneous subgrade under moving loads [J]. Rock & Soil Mechanics, 2015, 36(7): 2027—2033. (In Chinese)

- [6] 蒋建群,周华飞,张土乔. 弹性半空间体在移动集中荷载作用下的稳态响应[J]. 岩土工程学报,2004,26(4):440—444.  
JIANG J Q,ZHOU H F,ZHANG T Q. Steady-state response of an elastic half-space under a moving point load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2004,26(4):440—444. (In Chinese)
- [7] 艾智勇,刘文杰,任广鹏,等.基于解析层元法的成层半平面地基移动荷载动力响应研究 [J]. 岩土工程学报,2018,40(2):237—242.  
AI Z Y,LIU W J,REN G P,*et al.* Dynamic response of a multilayered half-plane under moving loads with the analytical layer-element method [J].Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2018,40(2):237—242. (In Chinese)
- [8] AI Z Y,ZHANG Y F. Plane strain dynamic response of a transversely isotropic multilayered half-plane [J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering,2015,75:211—219.
- [9] AI Z Y,REN G P. Dynamic analysis of a transversely isotropic multilayered half-plane subjected to a moving load [J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering,2016,83:162—166.
- [10] 刘能源,颜可珍,胡迎斌. 基于横观各向同性的沥青路面加铺层力学分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2017,44(5):96—103.  
LIU N Y,YAN K Z,HU Y B. Mechanical analysis of asphalt concrete overlay over old asphalt pavements considering cross-anisotropy properties[J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences),2017,44(5):96—103. (In Chinese)
- [11] 宋小金,樊亮. 移动荷载作用下沥青路面应力响应的持续时间[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2018,45(7):71—76.  
SONG X J,FAN L. Durations of stress response in asphalt pavement under moving load [J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences),2018,45(7):71—76. (In Chinese)
- [12] 庄妍,王孟,王康宇. 移动荷载作用下结构弹塑性安定分析方法及其应用研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2018,45(7):93—102.  
ZHUANG Y,WANG M,WANG K Y. Study on shakedown analysis method of elastic-plastic structures under moving loads structures and its application [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences),2018,45(7):93—102. (In Chinese)
- [13] ZHAN Y X,YAO H L,ZHANG J B,*et al.* Dynamic analysis of pavement and multi-layered transversely isotropic saturated ground system subjected to a rectangular moving load [C]//Mechanics and Mechanical Engineering. Chengdu:The 2015 International Conference on Mechanics and Mechanical Engineering (MME 2015),2015:118—126.
- [14] YAN K Z,SHI T W,YOU L Y. Spectral element method for dynamic response of multilayered half medium subjected to harmonic moving load [J]. International Journal of Geomechanics,2018,18(12):04018161.
- [15] MATSUI K,MAINA J W,INOUE T. Axi-symmetric analysis of elastic multilayer system considering interface slips[C]//International Symposium on Maintenance & Rehabilitation of Pavements & Technological Control Segundo Simposio Sobre Manutencao E Rehabilitacao De Pavimentos E Controle Tecnolologico. Auburn,2001:122—129.
- [16] 郑仲浪. 重载车辆作用下沥青路面层间力学行为研究 [D]. 西安:长安大学工程机械学院,2010:58—78.  
ZHENG Z L. Study on interfacial mechanical behavior of asphalt pavement under heavy vehicle loading [D]. Xi'an:School of Engineering Machinery, Chang'an University,2010:58—78. (In Chinese)
- [17] 刘红坡. 层间接触对半刚性沥青路面力学响应的影响 [D]. 成都:西南交通大学土木工程学院,2006:35—43.  
LIU H P. Analysis on the mechanical response of semi-rigid base pavement with contact model [D]. Chengdu:School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University,2006:35—43. (In Chinese)