文章编号:1674-2974(2020)02-0053-07

DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2020.02.008

## 一种基于改进辛几何模态分解的复合故障诊断方法

杨宇\*,程健,彭晓燕,潘海洋,程军圣

(湖南大学 机械与运载工程学院,湖南 长沙 410082)

摘 要:针对辛几何模态分解方法分析结果的不确定性,提出一种改进的辛几何模态分解 方法.首先对原时间序列进行相空间变换,获得轨迹矩阵;然后通过辛几何相似变换求得特征 值和对应的特征向量,并通过对角平均得到一系列的初始辛几何分量;最后采用层次聚类方法 对初始辛几何分量进行自适应重组,进而得到最终的聚类辛几何分量.实验结果表明:改进的 辛几何模态分解方法可以有效地对旋转机械复合故障信号进行特征提取,提高故障诊断的准 确性.

关键词:层次聚类;改进的辛几何模态分解;故障诊断;旋转机械;信号处理 中图分类号:TH113 文献标志码:A

# A Composite Fault Diagnosis Method Based on Improved Symplectic Geometry Modal Decomposition

YANG Yu<sup>†</sup>, CHENG Jian, PENG Xiaoyan, PAN Haiyang, CHENG Junsheng (College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Aiming at the uncertainty of Symplectic Geometry Mode Decomposition (SGMD) method, an Improved Symplectic Geometry Mode Decomposition (ISGMD) method was proposed. Firstly, the phase space transformation of the original time series was carried out to obtain the trajectory matrix. Then the eigenvalues and the corresponding eigenvectors were obtained by symplectic geometric similarity transformation, and a series of initial symplectic geometric components were obtained by diagonal average. Finally, the hierarchical cluster method was employed to adaptively restructure the initial symplectic geometry components to obtain the final Cluster Symplectic Geometry Component (CSGC). The experimental results indicate that the ISGMD method can effectively extract features from composite fault signals of rotating machinery and improve the accuracy of fault diagnosis.

**Key words**: hierarchical cluster; Improved Symplectic Geometry Mode Decomposition (ISGMD); fault diagnosis; rotating machinery; signal processing

<sup>\*</sup> 收稿日期:2019-02-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51575168,51875183,51575167), National Natural Science Foundation of China (51575168,51875183,51575167); 湖南省重点研发计划资助项目 (2017GK2182), Key Research and Development Foundation of Hunan Province(2017GK2182)

作者简介:杨宇(1971一),女,湖南长沙人,湖南大学教授,博士生导师

<sup>†</sup>通讯联系人, E-mail: yangyu@hnu.edu.cn

齿轮、滚动轴承等零部件作为机械设备的核心 元素,其状态好坏直接关系到整个机械设备的运转 性能.当前,针对这种现象学者们已经开展研究,并 取得了一定的成果.但是大多学者只针对某单一故 障进行研究,却忽视了复合故障存在的可能性.当机 械设备出现复合故障时,多种故障信号相互耦合以 及在强噪声的干扰下使得故障类型分析难度加大<sup>III</sup>. 因此,需要采用合适的信号分析方法提取出有效的 故障信息进行分析.

经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)<sup>12-3</sup>方法作为一种典型的信号分析方法,可以将 待分析信号分解为若干个有意义的内禀模态函数 (Intrinsic Mode Function, IMF)之和. IMF 分量的频率 受采样频率的影响,同时也随着原始信号的变化而 变化,通过迭代和极值点包络可以有效地从待诊断 信号中提取出含有故障信息的分量信号.因此 EMD 方法是一种自适应的信号分析方法,适合用于处理 非平稳信号.局部特征尺度分解(Local Characteristic-scale Decomposition, LCD)[4-5] 方法是近几年提出 的一种新方法,该方法借鉴 EMD 的思想通过设置基 线信号将信号分解成多个内禀尺度分量(Intrinsic Scale Component, ISC)之和. 与 EMD 方法相比,该方 法运算速度大大提高,信号处理效率得到明显提升, 适用于在线监测. 虽然 EMD 和 LCD 在处理非平稳 信号以及运算效率方面具有一定的优势,但它们同 样也存在着许多难以克服的缺点,如端点效应和模 态混叠等.对此,相关学者已经做出大量研究工作, 并提出相应的改进方法,抑制了端点效应、模态混叠 等现象,但是又带来了新的不足.例如提出的集合模 态分解 (Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD)方法一定程度上抑制了模态混叠现象,但增 加了计算量,同时无法完全中和添加的白噪声,使 EEMD 不具有完备性.

近年来,随着辛几何谱分析(Symplectic Geometry Spectrum Analysis,SCSA)<sup>[6-8]</sup>方法的提出,许多学 者对其做了大量研究.该方法是一种基于辛几何的 信号分析方法,其核心是通过辛几何相似变换在不 改变原时间序列本质特征的基础上获得相应的辛几 何分量.SGSA 方法具有较强的抗噪能力,在处理非 平稳故障信号中有着较好的效果,但它同时也存在 着自身的不足,主要有以下两点:第一,无法自适应 地选择嵌入维数构造轨迹矩阵;第二,当进行辛几何 重构时,该方法利用周期、频率等相似性来重构出最 终的辛几何分量,并需要人为设置终止条件.这些不 足会导致最终的分析结果具有不确定性,严重影响 辛几何谱分析方法的推广.针对第一点不足,Pan等<sup>19</sup> 将辛几何模态分解(Symplectic Geometry Mode Decomposition,SGMD)方法应用于故障诊断,采用功率 谱密度(Power Spectral Density, PSD)方法自适应地 确定嵌入维数,从而消除了人为设置嵌入维数给结 果带来的不确定性.但其辛几何分量的构造依然采 用频率和相关系数相似度,同时也需要人为地设置 迭代终止条件. 该缺陷将导致 SGMD 方法所得到的 最终分析结果依然存在着一定的不确定性.针对 SGMD 方法的这一缺陷,本文提出了一种改进的辛 几何模态分解(Improved Symplectic Geometry Mode Decomposition, ISGMD)方法,该方法首先对待分析的 时间序列信号进行相空间变换,获得轨迹矩阵;其次 将轨迹矩阵进行辛几何相似变换求出特征值,所求 特征值对应的特征向量经过重构得到具有原始信号 完整结构信息的辛几何分量矩阵;然后对辛几何分 量矩阵做对角平均化得到一系列的初始辛几何分 量;最后采用层次聚类方法对初始辛几何分量进行 自适应重组,进而得到最终的聚类辛几何分量(Cluster Symplectic Geometry Component, CSGC).

本文利用层次聚类(Hierarchical Cluster)方 法<sup>[10-11]</sup>不需要设置聚类的阈值就可以得到较为准确 的聚类结果这一优点,将层次聚类方法引入到 SG-MD 方法中,其目的是为了实现分量自适应地重组, 提高分析结果的准确性.基于 ISGMD 是一种非平稳 信号处理方法,同时可以将复合故障信号分解成若 干个含有不同频率信息的辛几何分量的特点,本文 的 ISGMD 方法可用于旋转机械复合故障诊断.

## 1 改进的辛几何模态分解方法

#### 1.1 相空间重构

令始时间序列为 *x* = {*x*<sub>1</sub>, *x*<sub>2</sub>, …, *x*<sub>n</sub>}, *n* 为时间序列 长度, 对时间序列进行相空间重构得 *X*:

$$\mathbf{X} = \begin{vmatrix} x_1 & \cdots & x_{1+(k-1)\tau} \\ \vdots & \vdots \\ x_{\tau} & \cdots & x_{\tau-1(k-1)\tau} \end{vmatrix}$$
(1)

式中:k 为嵌入维数; $\tau$  为延时时间; $m = n - (k - 1)\tau$ . 选择合适的嵌入维数k 和延时时间 $\tau$ ,可以得到相应 的重构矩阵X. 嵌入维数k 过大会增加计算量,同时 加大噪声的影响;嵌入维数k 过小会使数据重叠,导 致重构矩阵无意义<sup>[12]</sup>. 功率谱密度(PSD)计算简单 (只需知道原始时间序列峰值对应的频率),并且能 够自适应确定嵌入维数.因此,采用功率谱密度 (PSD)方法确定嵌入维数<sup>[12]</sup>,并定义 PSD 中最高峰的 频率为  $F_{\text{max}}$ ,  $F_{\text{s}}$ 为采样频率. 当归一化频率  $F_{\text{max}}/F_{\text{s}}$ 小 于 0.001 时, k = N/3, 否则  $k = 1.2 \times (F_{\text{s}}/F_{\text{max}})$ . 根据重 构矩阵可以构造 Hamilton 矩阵 **W** 为:

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{P} \end{bmatrix}$$

其中 
$$P = X^{\mathrm{T}}X$$
.

正交辛矩阵 Q 为:

$$\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H} & \boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$
(2)

因为 Q 矩阵是正交辛矩阵,因此矩阵 Q 有着辛 矩阵的性质.在辛变换的过程中,保留了 Hamilton 矩 阵的结构特征,所以变换后的矩阵依然是 Hamilton 矩阵.式(2)中 H 是上三角矩阵,其中  $H_{kxk} = (h_{ij})_{kxk}$ , 当  $i \ge j + 1$  时, $h_{ij} = 0$ .通过对矩阵 W 进行变换,就 可以计算出上三角矩阵 H 的特征值  $\lambda$  (H),由 Hamilton 矩阵的性质可得  $\lambda$  (W) =  $\lambda$  (H), $\lambda$  (P) =  $\sqrt{\lambda(W)} = \sqrt{\lambda(H)}$ ,由矩阵的性质可知:特征值的数 量为 k 个,所以按降序的顺序排列矩阵 P 的特征值 为  $\sigma_1,\sigma_2, \dots, \sigma_k$ ,设 $A_i(i = 1, 2, \dots, k)$ 为矩阵 P 特征 值  $\sigma_i$ 所对应的特征向量,令  $N_i = A_i^T X^r, M_i = A_i N_i(i = 1, 2, \dots, k)$ ,则可以获得一个新的重构矩阵  $Z_i = M_i^r$ , 进而重构的相空间矩阵可以表示为:

$$\mathbf{Z} = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_k \tag{3}$$

1.3 对角平均

采用对角平均将重构矩阵  $Z_i(1 \le i \le k)$ 转化为一 个长度为 n 的辛几何分量,经过对角平均后,获得可 以生成 k 组长度为 n 的辛几何分量,具体过程如下: 记  $Z_{m \times k} = (z_{ij})_{m \times k}, 1 \le i \le m, 1 \le j \le k, \ \diamondsuit k^* = \min(m, k), m^* = \max(m, k), n = m + (k-1)\tau. \ \boxminus m < k \ \bowtie y_{ij}^* = z_{ij},$ 否则  $y_{ij}^* = z_{ij}$ [9].

$$y_{t} = \begin{cases} \frac{1}{t} \sum_{k=1}^{t} y_{q,t-q+1}^{*}, 1 \leq t \leq k^{*} \\ \frac{1}{k^{*}} \sum_{q=1}^{k^{*}} y_{q,t-q+1}^{*}, k^{*} \leq t \leq m^{*} \\ \frac{1}{n-t+1} \sum_{q=t-d+1}^{n-d^{*}+1} y_{q,t-q+1}^{*}, m^{*} \leq t \leq n \end{cases}$$

$$(4)$$

由式(4)可以逐一确定  $y_1, y_2, \dots, y_n$ ,所以就得到 了与重构矩阵  $Z_i$  相对应的一组一维长度为 n 的序列  $Y_i$ .按照上述步骤对 k 个重组矩阵  $Z_i$  进行对角平均, 即可获得 k 组长度为 n 的序列  $Y_i$ , 对应着原始时间 序列分解出的 k 个不同频带的独立分量.将 k 组序 列  $Y_i$ 构成新的矩阵 Y, 进而对角平均所得到的初始 辛几何分量可以表示为:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Y}_1 + \boldsymbol{Y}_2 + \dots + \boldsymbol{Y}_k \tag{5}$$

#### 1.4 分量重组

采用层次聚类方法对初始辛几何分量  $Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_k$ 进行分析并重组. 将每个一维分量  $Y_i$  看 成一个聚类中心  $t_i = (Y_i)$ ,构成 Y 的一个聚类集合  $T = (t_1, t_2, \dots, t_k)$ . 然后计算 T 中每对聚类 $(t_i, t_j)$ 的相似 度. 选取相似度最大的聚类对 $(t_i, t_j)$ ,将其合并成新 的聚类  $t_d = t_i \cup t_j$ ,同时合并两者所对应的  $Y_i$  和  $Y_j$ ,将 初始辛几何分量重新整理为  $Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{k-1}$ ,并生 成新的聚类集合  $T = (t_1, t_2, \dots, t_{k-1})$ . 循环上述步骤, 当聚类分组数为 p 时停止,此时生成 p 组最终的聚 类辛几何分量  $Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_p^*$ ,并可表示为:

$$Y = Y_1^* + Y_2^* + \dots + Y_p^*$$
(6)

#### 2 仿真信号分析

为了检验所提方法的有效性,采用轴承和齿轮 复合故障仿真信号进行验证.其中轴承系统的固有 频率为 $f_n$  = 3 000 Hz,轴承故障特征频率为 $f_g$  = 100 Hz,故障齿轮所在轴的转频为 $f_r$  = 40 Hz,采样频率为 8 192 Hz,采样点数为 4 096,设轴承和齿轮仿真信号 模型分别为:

$$x_1(t) = x_0 e^{-\varepsilon \omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1 - \varepsilon^2 t}$$
(7)

$$x_2(t) = (1+0.6+0.5\cos(20\pi t))\sin(0.2(\sin 20\pi t)) +$$

$$0.5\cos(20\pi\times5t) \tag{8}$$

$$y(t) = x_1(t) + x_2(t) + n(t)$$
(9)

式中:位移常数  $x_0 = 5$ ;阻尼系数  $\varepsilon = 0.1$ ; $\omega_n = 2\pi f_n$ ; x(t)为复合仿真信号;n(t)为信噪比,其值为 10 dB 的高斯白噪声.仿真信号时域波形图如图 1 所示,图 2 和图 3 分别为复合仿真信号的频谱图.













图 2 和图 3 中,可以明显看出轴承故障特征频 率,但是齿轮故障的特征信息(即故障齿轮所对应的 啮合频率及其边频带)被完全掩盖.因此,需要采用 信号分析方法对复合故障信号进行分解,以得到具 有各类故障信息的分量信号.同时,为了说明 ISGMD 的分析效果,拟与 EMD、LCD 和 SGMD 方法进行对 比分析,4 种方法的分解结果分别如图 4~图 7 所示.



图4 仿真信号 EMD 分解所得的分量















图 4~图 7 为 4 种方法分解所得到的分量,接着 对 4 种方法的分量信号进行包络谱分析.首先将分 量与原信号进行相关性分析,取 4 种方法分解所得 的相关系数较大的前若干个分量分别进行包络谱分 析,结合齿轮和滚动轴承的故障特征频率,最终确定 取 EMD、LCD 方法分解所得的前 4 个分量和 SGMD、 ISGMD 方法分解所得的前 2 个分量进行包络分析. 以 EMD 分解所得 IMF 分量为例,将其与复合仿真信 号进行相关性分析,所得的相关系数如图 8 所示.取 相关系数较大的前 4 个分量进行包络分析,结果如 图 9 所示.相似地,LCD、SGMD 和 ISGMD 方法分解 的分量包络图分别如图 10~图 12 所示.

从图 9~图 12 可以看出,图 9、图 10 和图 11 中 有明显的轴承故障特征频率及其倍频,但没有提取 出齿轮故障特征频率;图 12 中同时提取出了齿轮和 轴承的故障特征频率及其倍频.对比可知,ISGMD 方 法能够更好地识别出复合仿真故障信号的故障类型.









components of simulation signal

## 3 实例分析

为了验证 ISGMD 在实际故障诊断中的有效性, 运用 ISGMD 对实际的复合故障信号进行故障诊断 分析.实验台采用 6307 深沟球轴承,齿轮箱主动轮 和从动轮齿数均为 37,转速为 900 r/min,采样频率 为 8 192 Hz,轴承外圈故障特征频率为 $f_0 = 31$  Hz,故 障齿轮所在轴的转频为 $f_r = 15$  Hz.使用激光切割技 术在齿轮根部切割出槽宽为 0.15 mm,槽深为 0.10 mm 的槽,并在轴承外圈开槽,槽宽为 0.15 mm,槽深 为 0.13 mm.图 13 为复合故障信号,图 14 为实际复 合故障信号的包络谱图.







图 14 只提取出轴承故障特征频率及其倍频.为 了提取出完整的故障特征信息,需采用合适的信号 分析方法对复合故障信号进行分解.同样地,为了说 明 ISGMD 方法的分析效果,继续与 EMD、LCD 和 SGMD 方法进行对比分析,4 种方法的分解结果如图 15~图 18 所示.









图 18 实验信号 ISGMD 分解得的分量 Fig.18 The components obtained by ISGMD decomposition of the experimental signal

图 15~图 18 为 4 种方法分解所得到的分量.同 仿真信号分析相似,接着对 EMD、LCD 与原信号相 关性大的前 4 个分量和 SGMD、ISGMD 与原信号相 关性大的前 2 个分量进行包络谱分析,结果如图 19~图 22 所示.





从图 19~图 22 可以看出,图 19、图 20、图 21 中 提取出了轴承故障特征频率,而齿轮故障特征频率 被完全覆盖;图 22 中同时提取出了齿轮和轴承故障 特征频率.对比可知,ISGMD 方法在复合故障诊断方 面优于 EMD、LCD 和 SGMD 方法,ISGMD 方法是一 种较好的复合故障诊断方法.

#### 4 结 论

本文提出了一种改进的辛几何模态分解方法, 采用了层次聚类方法对 SGMD 方法进行改进,使其 能够自适应地进行分量重组,并将其应用于复合故障诊断中.通过对复合故障仿真信号和实验信号分析并将 ISGMD 方法和 EMD、LCD、SGMD 方法对比,结果表明 ISGMD 方法能更好地识别复合故障.

## 参考文献

- [1] 杨宇,罗鹏,程军圣.广义变分模态分解及其在齿轮箱复合故障 诊断中的应用[J].中国机械工程,2017,28(9):1069—1073.
   YANG Y,LUO P,CHENG J S. GVMD and its applications in composite fault diagnosis for gearboxes.[J]. China Mechanical Engi – neering,2017,28(9):1069—1073. (In Chinese)
- [2] YU D J, YANG Y, CHENG J S. Application of time-frequency entropy method based on Hilbert-Huang transform to gear fault diagnosis[J]. Measurement, 2007, 40 (9):823-830.
- [3] YANG Z H, YU Z H, CHAO X, *et al.* Application of Hilbert–Huang transform to acoustic emission signal for burn feature extraction in surface grinding process[J]. Measurement, 2014, 47:14–21.
- [4] ZHENG J D, CHENG J S, YANG Y. A rolling bearing fault diagnosis approach based on LCD and fuzzy entropy[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 70:441–447.
- [5] LUO S R, CHENG J S.VPMCD based novelty detection method on and its application to fault identification for local characteristic – scale decomposition [J]. Cluster Computing, 2017, 20 (4):2955— 2965.
- [6] XIE H B, DOKOS S, SIVAKUMAR B, et al. Symplectic geometry spectrum regression for prediction of noisy time series [J]. Physical Review E, 2016, 93(1/5):052217.
- [7] LEI M, WANG Z Z, FENG Z J. A method of embedding dimension estimation based on symplectic geometry [J]. Physics Letters A, 2002,303(2):179–189.
- [8] XIE H B, DOKOS S. A hybrid symplectic geometry spectrum analysis and central tendency measure method for detection of determinism in noisy time series with application to mechanomyography[J]. Chaos, 2013, 23:023131.
- [9] PAN H Y, YANG Y, LI X, et al. Symplectic geometry mode decomposition and its application to rotating machinery compound fault diagnosis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 114: 192-194.
- [10] LIN Y C. Minimax problems under hierarchical structures [J]. Journal of Inequalities and Applications, 2015(1): 1–10.
- [11] CALÓ D G, MONTANARI A, VIROLI C. A hierarchical modeling approach for clustering probability density functions [J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2014, 71(3):79–91.
- [12] BONIZZ P,KAREL M H,MESTE O,et al. Singular spectrum decomposition: a new time series decomposition [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2014, 6(4): 107–109.