文章编号:1674-2974(2020)02-0092-10

DOI: 10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2020.02.013

基于共形网格技术的 ATEM 三维数值模拟

嵇艳鞠^{1,2},任桂莹^{1,2},关珊珊^{1,2†},黎东升^{3†}
(1. 吉林大学 地球信息探测仪器教育部重点实验室,吉林 长春 130026;
2. 吉林大学 仪器科学与电气工程学院,吉林 长春 130026;
3. 吉林大学 国家地球物理探测仪器工程技术研究中心,吉林 长春 130026)

摘 要:共形网格技术可减小传统有限差分方法带来的阶梯状网格近似误差.将共形网格 技术运用到无源麦克斯韦方程组的推导中,采用线性加权平均方法,求得棱边电场的等效电导 率,更新了传统时域有限差分方法的电场迭代方程;研究了具有解析式目标体的共形参数确定 方法,利用投影思想得到共形网格位置坐标,进而求得共形参数.通过与有限元方法计算得出的 电磁响应进行比较,验证了本文方法的正确性;共形网格技术在保证计算效率的条件下,与阶梯 状网格近似方法相比提高了曲面三维异常体的计算精度;需要共形处理的电场越多,共形网格 技术的效果越明显,精度提高越多.该方法为开展地下复杂异常体的航空电磁三维正反演奠定 了基础.

关键词:航空电磁法;共形网格技术;三维曲面异常体;时域有限差分方法;线性加权平均 中图分类号:P631 文献标志码:A

3D Numerical Simulation of ATEM Based on Conformal Mesh Technique

JI Yanju^{1,2}, REN Guiying^{1,2}, GUAN Shanshan^{1,2†}, LI Dongsheng^{3†}

Key Laboratory of Geophysical Exploration Equipment, Ministry of Education, Jilin University, Changchun 130026, China;
 College of Instrumentation and Electrical Engineering, Jilin University, Changchun 130026, China;

3. National Geophysical Exploration Equipment Engineering Research Center, Jilin University, Changchun 130026, China)

Abstract: Conform mesh technique is usually adopted to eliminate the step approximation error caused by the traditional Finite Difference Time Domain (FDTD) method. In this paper, the conformal mesh technique was introduced into the derivation of passive Maxwell's equations. To update the electric field iterative equation of the traditional Finite Difference Time Domain method, a linear weighted average method was used to obtain the equivalent conductivity of the edge electric field. Using the projection theory, the position coordinates of the conformal mesh were calculated, and then the conformal parameters of the target body were obtained. The electromagnetic responses of this method are consistent with that of the finite element method. Compared with the step approximation method, the conformal mesh technique shows a higher computational accuracy when calculating a three–dimensional anomaly with a curved surface. The more the electric field is required to be processed conformally, the more obvious the effect of the

^{*} 收稿日期:2019-03-27

基金项目:吉林省教育厅高校科学技术与人文社会科学研究规划项目(JJKH20190127KJ), The Planning Project of Science and Technology and Humanities and Social Science Research of the Education Department of Jilin Province (JJKH20190127KJ); 国家自然科学基金资助项目 (41604084,41674109), National Natural Science Foundation of China (41604084,41674109); 吉林省优秀青年人才基金资助课题 (20170520104JH), Outstanding Young Talent Foundation of Jilin Province(20170520104JH)

作者简介: 嵇艳鞠(1972—), 女, 黑龙江同江人, 吉林大学教授, 工学博士

[†]通讯联系人,E-mail:guanshanshan@jlu.edu.cn;lidongsheng@jlu.edu.cn

conformal mesh technique is, the accuracy is also improved greatly as a result. This method sets the fundamental to calculate complex underground anomalies of airborne electromagnetic.

Key words: airborne electromagnetic surveys; conformal mesh technique; three -dimensional curved anomaly surface; Finite Difference Time Domain(FDTD) method; linear weighted average

航空瞬变电磁方法(Airborne Transient Electromagnetic Method, ATEM)采用飞行器搭载电磁系统 对大地的二次场进行快速测量,通过分析二次场获 得地下电阻率分布,从而了解地质体的构造.相比于 地面瞬变电磁法,航空瞬变电磁具有探测速度快,范 围广,可在短时间内获得较多信息等特点,更适用于 森林、沼泽、割裂地形、山区等地形复杂区域的勘探. 航空瞬变电磁法在国内外发展较为迅速,在浅覆盖 区寻找金属矿、隐蔽洞体等典型目标体探测方面起 到了重要的作用 14.常用的瞬变电磁三维正演模拟 方法包括有限差分法、积分方程法、有限元方法等, 其中有限差分法具有数学表达简单、直观高效等特 点,因此发展得较为成熟. Wang 等人5采用有限差分 法进行瞬变电磁三维数值模拟. Commer 等¹⁶2004 年 利用并行有限差分方法实现了电性源瞬变电磁三维 数值模拟,2015年对时间步长进行了改进以减少计 算时间^[7]. Li 等人^[8]基于有限差分法研究了含水结构 的瞬变电磁三维数值模拟. 随着瞬变电磁探测技术 的发展,地下复杂三维异常体结构的精细化勘探得 到关注,采用传统的时域有限差分(Finite Difference Time Domain, FDTD)方法进行地下不规则异常体的 数值模拟时,常常会由于边界处网格的阶梯状网格 近似导致较大误差,故如何处理复杂异常体的边界 问题以及提高三维不规则体的计算精度,成为地球 物理勘探中的热点问题. Cao 等人[®]提出了自适应有 限差分方法,采用局部细化的方式提高了三维不规 则异常体的模拟精度,但增加了计算的复杂性. Chang 等人^{III}采用非均匀网格方式对煤矿充水区域 的全波形瞬变电磁响应进行了数值模拟,但网格剖 分较难. 徐岩等人凹在瞬变电磁三维正演模拟时,将 起伏地形或不规则体表面网格进行了精细剖分,虽 然提高了计算精度,但会增加计算量.

共形网格技术是近年来新兴的一种数值模拟技术,它基于有限差分方法,对目标体边界进行特殊处理,以减小传统 FDTD 方法所产生的阶梯状网格近似误差,提高了有限差分方法的计算精度,在不增加

网格数量的基础上,提高了计算效率. Ilinca 等人[12] 将共形网格技术应用于材料物理学中, 解决了材料 复杂界面的热传递问题. Wang 等人^[13]提出了一种改 进的时域有限差分共形方案,可快速预测雷达截面 以及复杂三维结构的感应电流分布. Guo 等人¹⁴利用 改进的共形 FDTD 网格划分算法模拟复杂三维模型. 武超四将共形网格技术应用于无线电物理方面,研究 了复杂目标的电磁特性计算.范宜仁等人师将共形网 格技术应用于随钻电磁波测井响应数值模拟中,为 随钻快速反演提供支持. Nicolas 等人¹⁷⁷提出了一种 基于六面体网格的共形方案,并在材料边缘处进行 特定分裂,实现了细化和共形.Wei 等人18扩展了共 形时域有限差分方法,将该方法应用于地震中的弹 性波计算,并取得了很好的结果. Cabello 等人¹⁹⁾将共 形网格技术应用于雷达散射截面的计算中,取得了 较好的效果.但在三维地质体探测中,如何采用共形 网格技术更好地拟合曲面异常体的边界问题还有待 研究.

本文在传统 FDTD 方法的基础上,结合共形网 格技术开展了航空瞬变电磁的数值模拟研究.基于 介质参数等效的思想,更新了传统 FDTD 方法的电 场表达式;对于具有解析式的典型目标体,讨论了基 于解析式建模的 FDTD 共形网格生成过程,采用共 形网格技术实现了地下曲面异常体的三维数值模 拟,提高了传统 FDTD 方法对曲面异常体进行数值 模拟时的精度.

1 共形网格技术

利用常规 FDTD 方法进行数值模拟时,Yee 元胞 仅可以赋一个电导率值,在模拟曲面异常体边界时 势必会带来由于阶梯状网格近似而产生的误差.图1 为球形异常体二维截面阶梯状网格近似图,介质1 表示目标体内部,介质2表示目标体外部,其中阴影 区域表示位于目标体表面附近的网格,为了减小误 差,在附近网格处,采用介质参数等效技术,更新传 统 FDTD 迭代方程,这种技术叫做共形网格技术,而目标体附近的网格被称作共形网格.



图 1 球形异常体二维截面阶梯状网格近似图 Fig.1 Spherical two-dimensional section step approximation

在计算时,从曲面异常体的边界出发,确定共形 网格,基于线性加权平均思想,重新计算边界共形网 格处电场的等效电导率值,将等效电导率代入相应 位置的电场表达式,进行更精确的数值模拟^[20].其中, 对于具有解析式的异常体模型,可直接根据其解析 式以及整个计算区域网格的坐标,得到具体共形网 格的坐标位置以及需要共形处理的电场所在棱边位 置,为异常体表面的共形计算提供参数.

2 基于共形网格技术的电场迭代方程推导

图 2 为航空瞬变电磁法的工作原理示意图. 当 发射线圈中通入发射电流时,在整个空间产生一次 场,发射电流的瞬间变化在大地中形成涡流并产生 二次场,接收线圈接收到二次场后以感应电压的形 式记录下来,文中的数值模拟采用发射线圈与接收 线圈共中心的方式.



图2 航空瞬变电磁工作原理图

Fig.2 Schematic diagram of airborne transient electromagnetic working principle

在用有限差分方法对三维目标体进行数值模拟 时,基于 Maxwell 旋度方程进行差分离散,式(1)和 (2)为时域 Maxwell 旋度方程.常规 FDTD 方法在数 值模拟时,需要将整个计算区域离散成规则的六面 体,即近似为图 3 所示的 Yee 元胞.电场和磁场在时 间上相差半个步长交替取样,Maxwell 旋度方程离散 后推导得到显式差分方程.拟合复杂模型的曲面边 界时,在处理介质共形中,只涉及到电导率的变化,因 此只需更新 Maxwell 方程组的电场迭代方程^[21].

$$\nabla \times e(r,t) = -\frac{\partial b(r,t)}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla \times h(r,t) = j(r,t) + \varepsilon(r) \frac{\partial e(r,t)}{\partial t}$$
 (2)

式中:e(r,t)为电场强度;b(r,t)为磁感应强度;h(r,t)为磁场强度;j(r,t)为传导电流密度; $\varepsilon(r)$ 为介电常数.



图 3 FDTD 中的 Yee 元胞 Fig.3 The Yee cell of FDTD

基于共形网格技术,将传统电场迭代方程中的 电导率进行等效替代.图4为共形网格中电导率的 等效.图4(a)为三维FDTD共形网格示意图,网格被 目标体分为介质1和介质2两部分,由于介质不同, 电导率存在差异,因此,需求出共形网格中各电场位 置的等效电导率.图4(b)为三维共形网格在 *xoy* 面 上的投影,介质1的电导率为 σ_1 ,介质2的电导率为 σ_2 ,介质1与介质2的分界面将一条棱边分为两部 分,因电场分布在棱边上,故相应棱边上的等效电导 率值由分界面所截长度的线性加权平均得到.式 (3)为A边上x方向电场的等效电导率.

 $\sigma_{x}^{\text{eff}}(A) = [l_{x1}\sigma_{1} + l_{x2}\sigma_{2}]/\Delta x_{i}$ (3) 式中: σ_{x}^{eff} 表示 x 方向的等效电导率.

以 x 方向为例,将式(3)代入传统电场迭代方程 中,得式(4)所示更新后的电场方程. y、z 方向同理

可得.



Fig.4 Equivalent of conductivity in a conformal grid

$$e_{x}^{n+1}(i+1/2,j,k) = [2\varepsilon - \Delta t_{n}\sigma_{x}^{\text{eff}}(i+1/2,j,k)]/[2\varepsilon + \Delta t_{n}\sigma_{x}^{\text{eff}}(i+1/2,j,k)]e_{x}^{n}(i+1/2,j,k)]/[2\varepsilon + \Delta t_{n}\sigma_{x}^{\text{eff}}(i+1/2,j,k)]e_{x}^{n}(i+1/2,j,k) + 2\Delta t_{n}/[2\varepsilon + \Delta t_{n}\sigma_{x}^{\text{eff}}(i+1/2,j,k)][h_{x}^{n+1/2}(i+1/2,j,k) - h_{z}^{n+1/2}(i+1/2,j,k)]/[h_{x}^{n+1/2}(i+1/2,j,k+1/2) - h_{y}^{n+1/2}(i+1/2,j,k-1/2)]/\Delta z_{k}]$$

$$(4)$$

$$f : e_{x}^{n+1}(i+1/2,j,k)$$

$$(4)$$

式中: $e_x^{n+1}(i+1/2,j,k)$ 表示在n+1时刻(i+1/2,j,k)位 置上x方向的电场值; Δt_n 为n时刻取样的时间间 隔; $\sigma_x^{\text{eff}}(i+1/2,j,k)$ 表示在(i+1/2,j,k)位置处的等效 电导率; Δx_i 为x方向第i个网格的步长; Δy_j 为y方向 第j个网格的步长; Δz_k 为z方向第k个网格的步长.

3 共形参数确定方法

通过分析三维共形网格可知,在利用共形网格 技术进行数值模拟时,其关键是得到需要共形的网 格位置以及网格共形参数 l₂₁ 和 l₂₂.本文以球形异常 体表面的共形网格为例,分析说明具有解析式目标 体的共形参数确定方法.

设球心坐标为(x_0, y_0, z_0),球形异常体半径为 R, 如图 5 所示.将球形异常体向 xoy 面上投影,设投影 圆形内部,一条平行于 z 轴的网格线 $l_z (\sum_{n=1}^{i} \Delta x_n, \sum_{n=1}^{j} \Delta y_n)$ 与球形异常体相交,根据球面方程,可得出两个 交点的 z 方向坐标分别为 $z_{min}, z_{max}^{[22]}$.

若交点 z 满足式(5),则可判断 z 所在的网格编 号为 k:

$$\sum_{n=1}^{k-1} \Delta z_n < z \leqslant \sum_{n=1}^k \Delta z_n \tag{5}$$

设 *z*_{min} 所在的网格编号为 *k*_{min}, *z*_{max} 所在的网格编 号为 *k*_{max}, *l*_{21k} 为 *z* 方向编号为 *k* 的网格线被目标体所 截的内部长度, *l*_{22k} 为 *z* 方向编号为 *k* 的网格线被目 标体所截的外部长度,由此可得 z 方向的共形网格 坐标及共形参数,如式(6)和式(7)所示.



图 5 球形异常体共形网格参数示意图

Fig.5 Schematic diagram of spherical conformal mesh parameters

$$\begin{cases} l_{z1k_{mn}} = \sum_{n=1}^{k_{mn}} \Delta z_n - z_{min} \\ l_{z2k_{mn}} = z_{min} - \sum_{n=1}^{k_{mn}-1} \Delta z_n \\ l_{z1k_{mn}} = z_{max} - \sum_{n=1}^{k_{mn}-1} \Delta z_n \\ l_{z2k_{mn}} = \sum_{n=1}^{k_{mn}} \Delta z_n - z_{max} \end{cases}$$
(6)

同理,可分别得到 x 方向、y 方向的共形网格坐标及共形参数.

4 模型计算及分析

4.1 精度验证

为了验证共形网格技术的有效性,建立5980 m×5980 m×3910 m 的包含吸收边界条件的计算区域,大地被剖分为127×127×63 个非均匀网格.采用

发射与接收共中心的测量装置,发射线圈位于整个 计算区域的中心,距地面高度为 30 m,发射波形为负 阶跃波,电流大小为 300 A,其中三维异常体为三棱 柱模型,位于发射线圈的正下方,截面为等腰三角 形,腰长为 20√34 m,底边长为 120 m,三棱柱高度 为 300 m,三维异常体埋深为 250 m,异常体电导率 为 1 S/m,围岩电导率为 0.01 S/m. 图 6 为三棱柱模型 设置示意图.



在数值计算时,采用加载初始场的方式代替实际探测中的发射源,采用数字滤波算法解决计算 式中含有的一阶贝塞尔函数积分问题,之后利用 线性滤波方法进行频时转换,得到时间域的初始 场值^[13-24].

为了验证采用共形网格技术进行数值模拟的有效性,将阶梯状网格近似结果及共形网格处理后结果与有限元方法进行了对比.三棱柱模型截面电导率阶梯状网格近似赋值示意图如图7(a)所示,其中虚线内部近似为异常体电导率值.在利用共形网格

技术处理时,需要将共形网格内部电场处的电导率 作等效,截面上需共形处理的电场位置示意图如图 7 (b)所示,以三棱柱截面左侧为例,箭头所在位置表 示 x、y 方向需共形的电场位置坐标.



图 8(a)为阶梯状网格近似和共形网格技术处理 后的电磁响应与有限元方法的电磁响应对比图.由 于有限元方法采用四面体模拟地下异常体,故该方 法可精确剖分三棱柱模型,因此将有限元方法对三 棱柱模型的数值模拟作为基准解. 由图 8(a)可知,3 种方法得出的曲线一致性较好. 从图 8(b)中可以看 出,在1ms之前,两种处理方法的相对误差相差不 大,而在1ms后,可看出利用共形网格技术处理后 的相对误差小于阶梯状网格近似方法处理的相对误 差,减小了传统 FDTD 方法在目标剖分过程中引入 的阶梯状网格近似误差,验证了共形网格技术的有 效性.由于在对三棱柱模型进行阶梯状网格近似时, 采用的最小网格为10m,因此两者之间的误差相差 不大,当增大最小剖分网格尺寸后,经共形网格技术 处理后的数值模拟优势会更加明显.图 8(c)为空中 垂直磁场的等值线分布.





4.2 球形异常体模型的数值模拟

采用与4.1节中同样的系统模型参数,建立 4060 m×4060 m×2950 m 的包含吸收边界层的计 算区域,大地被剖分为111×111×77个网格.初始场 及时间步长的选取方式与 4.1 节相同. 在发射源的正 下方设置球形异常体模型,半径为100m,埋深为 100 m, 剖分异常体的网格步长为 10 m, 计算区域示 意图如图 9(a)所示. 以球形异常体的最大横截面为 例,作如图 9(b)所示的球形异常体截面阶梯状网格 近似示意图,并将与球形异常体边界有交点的棱边 处的电场进行共形处理.其中,异常体电导率为1S/ m, 围岩电导率为 0.01 S/m. 球形异常体模型基准解 采用 5 m×5 m×5 m 的小网格进行剖分. 计算区域不 变,将球形异常体附近网格剖分成5m×5m×5m的 小网格,此时大地被剖分为 163×163×160 个网格,将 此时的电磁响应作为基准解进行分析.图 10(a)为阶 梯状网格近似和共形网格技术处理后的电磁响应与 基准解的电磁响应对比图.图 10(b)为两种处理方法 的相对误差曲线,从图中可以看出在 0.4 ms 之前,两 种处理方法的误差相差不大,而在 0.4 ms 后,共形处 理的相对误差明显小于阶梯状网格近似处理的相对 误差, 共形网格技术在处理复杂异常体边界问题时 具有明显优势,相对误差减小了1.65%.图 10(c)为 空中垂直磁场的等值线分布图.







Fig.10 Calculation results of sphere model

1.0

0.8

0.6

0.4

0.2

0

X/m



Fig.11 Electromagnetic response slice diagram of spherical anomalous body

4.3 椭球形异常体模型的数值模拟

系统模型参数的选取方式均与 4.1 节相同. 计算 区域及网格剖分数与 4.2 节相同. 在发射源的正下方 放置一个半长轴 a=150 m.半短轴 $b=50\sqrt{5}$ m.埋深 为100m的椭球形异常体,采用基于解析式建模的 共形网格技术求解椭球形异常体的时间域电磁响应. 图 12(a)为计算区域示意图,图 12(b)为椭球截面阶 梯状网格近似示意图.其中,异常体电导率为1S/m, 围岩电导率为 0.01 S/m. 将椭球形异常体附近网格剖 分成 5 m×5 m×5 m 的小网格, 网格剖分数同 4.2 节中 的描述,以此时的电磁响应作为基准解进行分析.图 13(a)为阶梯状网格近似和共形网格技术处理后的 电磁响应与基准解的电磁响应对比图.图 13(b)为两 种处理方法的相对误差曲线图,从图中可以看出在 0.5 ms之前,两种处理方法的误差相差不大,而在 0.5 ms 后共形处理的相对误差明显小于阶梯状网格 近似处理的相对误差,其中相对误差减小了4.64%. 与图 10(b)中曲线进行比较,在处理椭球形异常体 时,共形网格处理的相对误差相对于阶梯状网格近 似处理的相对误差减小较为明显. 通过分析图 9(b)、 图 12(b)可知,需要共形处理的棱边电场越多,共形 处理的效果越明显,精度就越高.







图 14 为椭球形异常体电磁响应切片图. 通过比 较球形与椭球形异常体在 *t* = 0.5 ms, *y* = 1 980 m 的 电磁响应切片图,在电磁场扩散的过程中,能够反映 出三维异常体的近似形状,并且椭球形异常体的扩 散速度要高于球形异常体的电磁场扩散速度. 图 15 为 *t* = 7 ms 时, *z* 分别为 150、200、250 m 时的椭球形 异常体感应电动势等值线分布图.

本文分别计算了三棱柱、球形异常体、椭球形异 常体作为三维异常体时的时间域电磁响应,在相同 运行环境下,计算效率如表1所示.其中三棱柱模型 利用共形网格技术以及阶梯状网格近似方法的运行 时间分别为2460s和2214s;球形异常体模型利用 共形网格技术以及阶梯状近似方法的运行时间分别 为 2 743 s 和 1 447 s; 椭球形异常体模型利用共形网 格技术以及阶梯状网格近似方法的运行时间分别为 2909 s 和 1564 s. 由于三棱柱模型的共形参数确定 只涉及到二维平面,故相对容易获得,因此与阶梯状 网格近似方法的运行时间相比较相差不多,耗时为 阶梯状网格近似处理的 1.11 倍. 球形异常体模型和 椭球形异常体模型为具有解析式的目标体, 需根据 解析式确定共形参数,因此在电场和磁场的每一次 迭代计算中都需要判断 x、y、z 三个方向共形网格的 位置,即异常体表面与网格相交位置,以及交点所分 相应棱边的内外边长.并将共形参数代入迭代式中



Fig.14 Electromagnetic response slice diagram of ellipsoidal anomalous body





进行计算,因此与三棱柱模型相比要更耗时,与阶梯 状网格近似相比,其时间比值分别为 1.90 倍和 1.86 倍.由此可知,共形网格技术可在保证计算效率的同 时提高计算精度.

| 表1 | 共形 | 网格技术及阶梯状网格近似计算效率对比表 |
|----|------|--|
| Т | ab.1 | The calculation efficiency comparison of |

conformal technology and stepped grid approximation

| 已告休措刑 | 不同方 | 共形网格运行时 回《险梯世网格近 | |
|-------|--------|---------------------|---------------------|
| 开吊冲快望 | 共形网格技术 | 阶梯状网格近似 | 间/所 梯状 网格近 似运行时间 |
| 三棱柱 | 2460 | 2214 | 1.11 |
| 球体 | 2743 | 1447 | 1.90 |
| 椭球体 | 2909 | 1564 | 1.86 |

5 结 论

本文基于传统 FDTD 方法,结合了共形网格技术,采用介质参数等效思想,求得了线性加权平均电导率,更新了电场迭代方程;研究了有解析式的三维目标体共形网格技术;采用三棱柱模型验证了共形网格技术的有效性,提高了地下曲面三维异常体的数值模拟精度.主要结论如下:

1)在不改变网格大小及数量的基础上,共形网 格技术仅对电导率进行线性加权平均处理,并将计 算求得的等效电导率代入传统 FDTD 电场表达式, 更新了电场迭代方程.共形网格技术在保证计算效 率的条件下,与阶梯状网格近似方法相比提高了曲 面三维异常体的计算精度.

2)可通过三维坐标投影法确定出共形网格位置,进而判断出所截网格棱边位置,以确定出曲面共形参数.

3)在共形网格处理中,网格棱边与异常体边界

的交点越多,即需要共形处理的电场越多,共形网格 技术的效果越明显,精度提高越多.

本文目前开展的工作主要是针对有解析式的三 维目标模型进行共形网格技术的研究,而对于无法 写出解析式的任意复杂模型,则应分以下几点进行 共形网格技术处理:1)通过3ds Max 等建模软件建 立三维目标模型.2)根据目标模型,生成.stl文件, 导出三角面元数据.3)由三角面元数据,通过编程 生成Yee 网格坐标以及共形参数,并导入3ds Max 中进行可视化.4)结合有限差分方法与共形网格技 术进行计算,最终实现任意三维复杂模型的高精度 数值模拟.

参考文献

- 许洋铖,林君,李肃义,等. 全波形时间域航空电磁响应三维有限差分数值计算[J]. 地球物理学报,2012,55(6):2105—2114.
 XUYC,LINJ,LISY,et al. Calculation of full-waveform airborne electromagnetic response with three-dimension finite-difference solution in time-domain[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2012, 55(6):2105—2114.(In Chinese)
- [2] 骆燕. 航空瞬变电磁法在我国浅覆盖区寻找多金属矿应用前景 [C]//中国地质学会 2013 年学术年会论文摘要汇编——S02 资 源与环境地球物理勘查理论与方法技术分会场. 昆明:中国地 质学会,2013:239-241.

LUO Y. Application of aviation transient electromagnetic method to search for polymetallic mines in China[C]//China Geological Society 2013 Annual Conference Abstracts Compilation—S02 Resources and Environmental Geophysical Exploration Theory and Methodology Sub -venue. Kunming: China Geological Society, 2013:239— 241.(In Chinese)

[3] 殷长春,任秀艳,刘云鹤,等. 航空瞬变电磁法对地下典型目标 体的探测能力研究 [J]. 地球物理学报,2015,58(9):3370-3379.

YIN C C, REN X Y, LIU Y H, *et al.* Research on the detection ability of aerial transient electromagnetic method to typical targets in underground[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(9): 3370-3379. (In Chinese)

- [4] 刘伟. 航空瞬变电磁法探测地下隐蔽洞体的前景浅析 [J]. 兵器 装备工程学报,2017,38(6):169—175.
 LIU W. Analysis of the prospect of detecting underground concealed cave by aviation transient electromagnetic method [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering,2017,38 (6):169—175. (In Chinese)
- [5] WANG T, HOHMANN G W. A finite-difference, time-domain solution for three -dimensional electromagnetic modeling [J]. Geo – physics, 1993, 58: 797–809.
- [6] COMMER M, NEWMAN G. A parallel finite –difference approach for 3D transient electromagnetic modeling with galvanic sources[J]. Geophysics, 2004, 65: 1192–1202.
- [7] COMMER M, HOVERSTEN G M, UM E S. Transient -electromagnetic finite-difference time-domain earth modeling over steel infrastructure[J]. Geophysics, 2015, 80: 147—162.
- [8] LI S C,SUN H F,LU X S,et al. Three –dimensional modeling of transient electromagnetic responses of water –bearing structure in front of a tunnel face[J]. Journal of Environmental and Engineering Geophysics, 2014, 19:13—32.
- [9] CAO J, ZHOU G F, WANG C, et al. A hybrid adaptive finite difference method powered by a posteriori error estimation technique[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2014, 259: 117–128.
- [10] CHANG J H, YU J C, LIU Z X. Three-dimensional numerical modeling of full-space transient electromagnetic responses of water in goaf[J]. Applied Geophysics, 2016, 13:539–552.
- [11] 徐岩,刘尧,邓中俊,等. 非均匀网格剖分的时域有限差分瞬变 电磁三维正演[J]. 地球物理学进展,2017,32:1279—1285. XU Y,LIU Y,DENG Z J,et al. Time domain finite difference transient electromagnetic three -dimensional forward modeling with non-uniform meshing[J]. Progress in Geophysics, 2017, 32:1279— 1285.(In Chinese)
- [12] ILINCA F, HETU J F. An immersed boundary-body conformal enrichment method for thermal flow problems [J]. Computers and Fluids, 2013, 88:616-628.
- [13] WANG J, YIN W Y. Development of a novel FDTD (2,4)-compatible conformal scheme for electromagnetic computations of complex curved PEC objects[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2013,61:299–309.
- [14] GUO Y, WANG X H, HU J. A new parallel meshing technique integrated into the conformal FDTD method for solving complex electromagnetic problems [J]. Journal of Zhejiang University-Science C (Computers & Electronics), 2014, 15:1087-1097.

- [15] 武超.复杂目标共形网格建模及电磁特性计算[D].西安:西安 电子科技大学物理与光电工程学院,2014:32—36.
 WU C. Conformal mesh modeling of complex targets and calculation of electromagnetic properties[D]. Xi'an:School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, 2014: 32—36. (In Chinese)
- [16] 范宜仁,李炜,李虎,等. 基于时域有限差分亚网格与共形网格 技术的随钻电磁波测井响应数值模拟[J]. 测井技术,2015,39: 561-566.

FAN Y R, LI W, LI H, *et al.* Numerical simulation of electromagnetic wave logging response while drilling based on time domain finite difference subgrid and conformal grid technology [J]. Well Logging Technology, 2015, 39:561—566. (In Chinese)

- [17] NICOLAS G, FOUQUET T, GENIAUT S, et al. Improved adaptive mesh refinement for conformal hexahedral meshes [J]. Advances in Engineering Software, 2016, 102:14–28.
- [18] WEI S L,ZHOU J Y,ZHUANG M W, et al. A 3-D enlarged cell technique (ECT) for elastic wave modelling of a curved free surface [J]. Geophysical Journal International, 2016, 206:1921—1932.
- [19] CABELLO M R, ANGULO L D, ALVAREZ J, et al. A new efficient and stable 3D conformal FDTD [J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2016, 26:553—555.
- [20] YU W Y, MITTRA R. A conformal finite difference time domain technique for modeling curved dielectric surfaces [J]. IEEE Microwave & Wireless Components Letters, 2002, 11:25-27.
- [21] 葛德彪, 闫玉波. 电磁波时域有限差分方法[M]. 3 版. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2011:9-28.
 GE D B, YAN Y B. Finite-difference time-domain method for electromagnetic waves [M]. 3rd ed. Xi'an: Xidian University Press, 2011:9-28. (In Chinese)
- [22] 胡晓娟.复杂目标电磁散射的 FDTD 及 FDFD 算法研究[D].西安:西安电子科技大学物理与光电工程学院,2007:16—17.
 HU X J. Study of FDTD and FDFD algorithms for electromagnetic scattering by complex targets[D]. Xi'an:School of Physics and Op-toelectronic Engineering, Xidian University,2007:16—17.(In Chinese)
- [23] 关珊珊. 基于 GPU 的三维有限差分直升机瞬变电磁响应并行计 算[D]. 长春: 吉林大学仪器科学与电气工程学院, 2012:19-27. GUAN S S. Parallel calculation of 3D FDTD helicopter transient electromagnetic response based on the GPU [D]. Changchun: College of Instrument Science and Electrical Engineering, Jilin University, 2012:19-27.(In Chinese)
- [24] WANG T, HOHMANN G W. A finite-difference, time-domain solution for three -dimensional electromagnetic modeling [J]. Geophysics, 1993, 58:797-809.