

考虑横向惯性下填砂竹节管桩纵向振动特性

王奎华^{1,2}, 刘鑫^{1,2†}, 吴君涛^{1,2}, 肖偲^{1,2}

(1. 浙江大学 滨海与城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058;

2. 浙江大学 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058)

摘要:为研究填砂竹节管桩这一新型复合桩基的纵向振动特性,基于复刚度传递理论,采用多圈层平面应变模型模拟桩周介质的双向非均匀性,在考虑横向惯性效应和桩身阻尼的情况下,结合拉式变换及其逆变换求得桩顶阻抗解析解及桩顶速度时域响应半解析解,并利用已有解验证了本文所得解的合理性.经参数影响分析发现,桩周填砂层性质对复合桩基的动刚度和动阻尼影响较大.所建模型和所得结论为闭口填砂竹节管桩的设计施工及低应变检测提供了理论依据.

关键词:填砂竹节管桩;纵向振动特性;复刚度传递;平面应变;解析解

中图分类号: TU473

文献标志码: A

Longitudinal Vibration Characteristics of Sand-filled Nodular Pipe Pile Considering Lateral Inertial Effect

WANG Kuihua^{1,2}, LIU Xin^{1,2†}, WU Juntao^{1,2}, XIAO Si^{1,2}

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering of Ministry of Education, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: In order to study the longitudinal dynamic response of the sand-filled nodular pipe pile as a new type of composite pile foundation, the bi-directional inhomogeneity of medium around the pile is firstly simulated by multi-zone plane strain model and the complex stiffness transfer method. Then, considering the lateral inertia effect and the damping of the pile body, the analytical solutions of impedance and semi-analytical solutions of velocity response of the pile head are obtained by Laplace Transformation and Inverse Laplace Transformation. The validity of these solutions is verified by the existing analytical solutions afterwards. Finally, it is found that the properties of the sand-filled layer have great influence on the dynamic stiffness and damping by parameter influencing analysis. The proposed model and obtained conclusions provide a theoretical basis for the design, construction and low strain detection of the sand-filled nodular pipe pile.

Key words: sand-filled nodular pipe pile; longitudinal dynamic response; complex stiffness transfer; plane strain; analytical solutions

* 收稿日期:2019-06-21

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51579217,51779217), National Natural Science Foundation of China(51579217,51779217)

作者简介:王奎华(1965—),男,江苏滨海人,浙江大学教授,博士生导师

† 通讯联系人, E-mail:ericoliu@126.com

预应力混凝土圆管桩由于承载力较高,桩顶沉降较易控制等优点成为当前各种工程建设中最常使用的桩基形式.但当其在软弱土层中使用,由于桩周土体强度较低,且桩身较为光滑,导致桩侧极限摩阻力较低,这极大地浪费了预应力管桩的承载性能.填砂竹节管桩是一种新型的复合桩基,其可采用现有普通预制桩静压或锤击的沉桩工法(理论上应优先采用锤击沉桩方法,桩身的振动有利于桩周形成连续致密的填砂层),在沉桩之前,事先在预定桩位地表堆放足量的砂料;然后在沉桩的同时,砂料在自重和人工铲推作用下连续充填入竹节管桩和桩周土体的空隙中,如地表堆砂空间有限,应注意在沉桩过程中及时地补充砂料并记录所用砂料体积;沉桩完成之后,形成竹节管桩、桩周填砂层和地基土共同承载上部荷载的复合地基.由于填砂层的动态填入使得其施工质量难以控制,目前工程上使用填砂充盈率来评定填砂层施工质量的好坏,填砂充盈率为实际记录填砂用量与理论计算填砂用量(竹节间隙的总体积)的体积比值,工程中要求其取值为1.2~1.5.当填砂充盈率已知时,填砂层的其他力学参数可通过对试验室内制备相同充盈率的砂袋或砂块进行土工试验测试而获得.该复合桩基中竹节管桩的凸起部位能够有效提高承载能力,并且桩周填砂层可作为良好的排水通道,加速地基土体固结,迅速提高桩周土体强度.该桩型在软土地区使用时较普通圆管桩竖向承载力可提高20%左右^[1],具有较好的工程应用前景.

众所周知,桩基础的动态检测及各种动力试桩方法是确保桩基工程质量至关重要的一个环节.而桩的纵向振动理论是各种动力试桩方法的理论基础,对于桩纵向振动特性的研究最早基于一维波动理论展开并以普通圆桩为研究对象,Novak^[2]利用温克尔模型求解了均质土中单桩在简谐激励下的频响特性;Nogami等^[3]利用传递矩阵求得了成层土中桩顶的时域响应;王奎华等^[4]求得了均质土有限长桩受迫振动问题的解析解;杨冬英、阙仁波、崔春义^[5-10]等人求解了径向非均质土和三维波动土中桩的动力响应并将其应用于基桩完整性检测中.随着桩基振动理论的逐步完善,其被应用于各种异型桩和复合桩基纵向振动问题的研究中,李强、龚志超、孟坤^[11-13]等推导了饱和土中大直径桩的纵向振动解析解;吴文兵、高柳^[14-18]等研究了考虑桩横向惯性效应和施工挤土效应时楔形桩的振动特性并分析了相关设计参数和

材料参数的影响;李振亚、吴君涛^[19-21]等推得了静钻根植工法下竹节桩和带承台桩纵向振动响应解析解并进行了参数影响分析.由此可见国内外针对不同桩型以及各种工况条件下的桩基纵向振动特性研究也具有了扎实的理论基础,而填砂竹节管桩作为一种在承载力方面优势极为明显的新型复合桩型,国内外对其动力响应研究目前处于空白阶段.本文在考虑桩体横向惯性效应的基础上,开展对填砂竹节管桩纵向振动特性的研究及其关键因素分析,对弄清其在动力荷载下的工作性状和抗震防震设计以及完整性检测具有重要的工程实际意义.

由于多圈层平面应变土体模型在数学力学上均较为严密^[22],同时考虑到填砂竹节管桩特殊的组成结构,因此本文采用平面应变模型来模拟桩周介质的双向非均匀性,考虑桩的横向惯性效应和桩身材料阻尼,利用拉氏变换和阻抗函数传递性,推得填砂竹节管桩桩顶阻抗频域响应解析解,并在此基础上求得半正弦脉冲激励下桩顶的速度时域响应半解析解,然后针对其桩身竹节和桩周填砂层展开参数影响分析,为该种新型复合桩基的工程实践提供可靠的理论依据.

1 建立定解问题

1.1 力学计算模型

动载作用下的填砂竹节管桩是一个复杂的桩-砂-土动力耦合系统,此动力耦合系统模型如图1所示.需要说明的是本文研究对象及内容为闭口的竹节管桩单桩与桩周填砂层以及地基土组成的复合系统的纵向振动特性,考虑土塞效应以及桩身上部结构相结合的耦合振动问题将在之后予以研究.按照桩身截面尺寸和材料特性以及土层性质将整个系统分为 n 层,从下至上分别标号1至 n ,其中桩身竹节过渡段的处理方法参照吴文兵^[22]等人处理楔形桩时的微元思想,将其沿纵向划分为多个等直径的微元段,而后采用阻抗函数传递法进行逐层求解.竹节管桩总长为 H ,第 i 段桩身长度为 l_i ,顶部坐标为 h_i ,底部坐标为 l_{i-1} ;竹节过渡段长度为 d_0 ,竹节长度为 d_1 ,竹节间距为 d_2 ;A-A为正常桩身截面,其中桩身内径为 r_p^i ,桩身外径为 r_p^e ,砂石层外径为 r_s ;B-B为桩身竹节段横截面,其中竹节段外径为 r_d ,由此可得桩身竹节宽度 $d = (r_p^e - r_d)/2$;假设竹节管桩桩顶受到的半正弦脉冲激振力为 $Q(t) = Q_{\max} \sin(\pi t/T)$ (式

中: $t \in (0, T)$, T 为激振力脉冲持续时间); 桩端与桩端土的相互作用可简化为 Voigt 体, 其弹簧系数和黏壶系数 k_b 和 δ_b 的取值可根据 Lysmer 等^[23]提出的公式计算:

$$k_b = \frac{2G_b r_{p1}^e}{1 - \nu_b}, \delta_b = \frac{0.85(r_{p1}^e)^2 \sqrt{\rho_b G_b}}{1 - \nu_b} \quad (1)$$

式中: G_b 为桩端土体剪切模量; ν_b 为桩端土体泊松比; ρ_b 为桩端土体密度; r_{p1}^e 为第 1 段桩桩身外径。

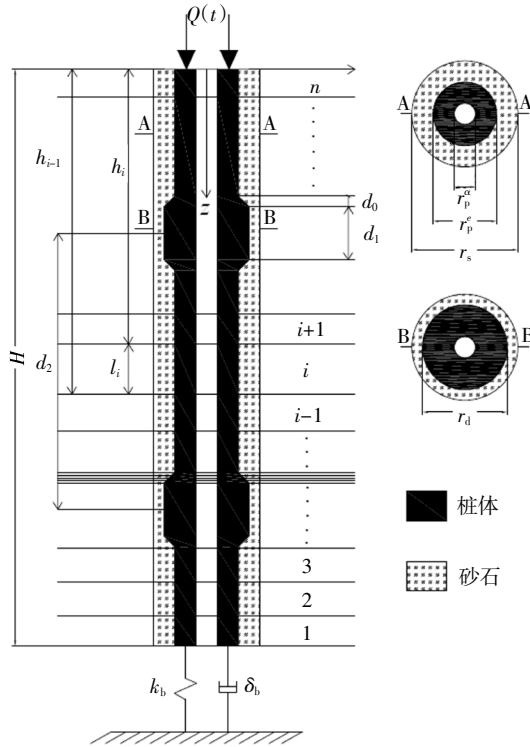


图 1 填砂竹节管桩计算模型

Fig.1 Calculating model of sand-filled nodular pipe pile

竹节管桩桩周介质存在明显的径向不均匀性, 将其沿径向按照材料属性差异分为 $m+1$ 个圈层, 如图 2 所示. 其中 1 至 j 层为桩周填砂层, $j+1$ 至 m 层为由于打桩挤土以及工后排水固结形成的扰动土层, $m+1$ 层为未扰动土层, 第 i 段桩桩周第 k 圈层介质的外边界半径为 r_{ik}^e , 内边界半径为 r_{ik}^i , 因此, $r_{pi}^e = 2r_{i1}^e$, $r_{si} = 2r_{ij}^e$ 且 $r_{ik}^e = r_{i(k+1)}^e$.

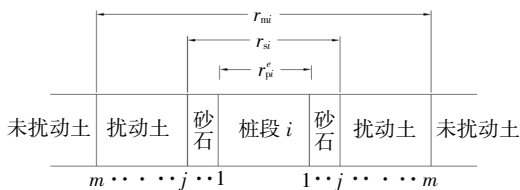


图 2 第 i 段桩桩周介质多圈层划分

Fig.2 Multi-zone division for surrounding medium

of pile section numbered i

1.2 假设条件

为了得到桩和桩周介质在桩顶激励作用下的纵向振动控制方程, 需对上述动力耦合系统作出如下假设:

- 1) 动力耦合系统振动均为小变形振动;
- 2) 竹节管桩简化为变直径、圆环截面、黏弹性的 Raleigh-Love 杆, 考虑横向惯性效应, 相邻桩段间位移和力值连续;
- 3) 桩周填砂层和土体采用平面应变模型, 且相邻圈层间刚度传递相等:

$$KK_{i(k+1)}^\alpha = KK_{ik}^e \quad (2)$$

式中: $KK_{i(k+1)}^\alpha$ 为第 i 段桩桩身周围第 $k+1$ 圈层内边界剪切刚度; KK_{ik}^e 为第 i 段桩桩身周围第 k 圈层外边界剪切刚度;

- 4) 桩与桩周介质完全连续接触, 任意段桩土接触面上, 土体动应力通过复刚度传递给桩.

1.3 桩周介质动力平衡方程

根据 Novak 提出的平面应变模型中土体的振动方程可知, 当桩顶受到竖向振动激励作用时, 第 i 段桩桩身周围第 k 圈层土体振动控制方程^[24]为:

$$r^2 \frac{d^2 w_{ik}}{dr^2} + r \frac{dw_{ik}}{dr} - s_{ik}^2 r^2 w_{ik}^2 = 0 \quad (3)$$

式中: w_{ik} 为第 i 段桩桩身周围第 k 圈层土体的竖向位移振幅; $s_{ik} = iw/V_{ik} \sqrt{1+iD_{sik}}$, i 为虚数单位, V_{ik} 为第 i 段桩身周围第 k 圈层土体剪切波速: $V_{ik} = \sqrt{G_{ik}/\rho_{ik}}$, G_{ik} , ρ_{ik} 和 D_{sik} 分别为第 i 段桩桩身周围第 k 圈层土体的剪切模量、密度和材料阻尼。

1.4 任意段桩身动力平衡方程

为适应较大直径预制桩要求以及桩身竹节的存在, 本文考虑竹节管桩的横向惯性效应, 同时保留一维弹性杆理论中的其他假定, 采用 Rayleigh-Love 杆理论建立第 i 段桩的振动控制方程:

$$E_{pi} A_{pi} \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} + \delta_{pi} A_{pi} \frac{\partial^3 u_i}{\partial z^2 \partial t} - \rho_{pi} A_{pi} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{pi} \nu_{pi}^2 I_{pi} \frac{\partial^4 u_i}{\partial z^2 \partial t^2} - f_{r_i}^\alpha = 0 \quad (4)$$

式中: u_i 为第 i 段桩桩身位移; E_{pi} , A_{pi} , δ_{pi} , ρ_{pi} , ν_{pi} 和 I_{pi} 分别为第 i 段桩的弹性模量、横截面积、桩身材料阻尼、桩体密度、泊松比和惯性矩; $f_{r_i}^\alpha$ 为第 i 段桩桩周第 1 圈层砂土对第 i 段桩的作用力。

1.5 边界及初始条件

1.5.1 边界条件

- 1) 径向无穷远处土体竖向位移为 0:

$$w_{i(m+1)}|_{r \rightarrow +\infty} = 0 \quad (5)$$

- 2) 桩顶和桩端边界条件:

$$E_{p_m} A_{p_m} \frac{\partial u_n}{\partial z} + \delta_{p_m} A_{p_m} \frac{\partial^3 u_n}{\partial z \partial t} + \rho_{p_m} \nu_{p_m}^2 I_{p_m} \frac{\partial^3 u_n}{\partial z \partial t^2} \Big|_{z=0} = -Q(t) \quad (6)$$

$$E_{p_1} A_{p_1} \frac{\partial u_1}{\partial z} + \delta_{p_1} A_{p_1} \frac{\partial^3 u_1}{\partial z \partial t} + \rho_{p_1} \nu_{p_1}^2 I_{p_1} \frac{\partial^3 u_1}{\partial z \partial t^2} + k_b A_{p_1} u_1 + \delta_b A_{p_1} \frac{\partial u_1}{\partial t} \Big|_{z=H} = 0 \quad (7)$$

3)相邻桩段接触面处位移与力值连续条件:

$$u_i \Big|_{z=h_i} = u_{i+1} \Big|_{z=h_i} \quad (8)$$

$$E_{p_i} A_{p_i} \frac{\partial u_i}{\partial z} + \delta_{p_i} A_{p_i} \frac{\partial^3 u_i}{\partial z \partial t} + \rho_{p_i} \nu_{p_i}^2 I_{p_i} \frac{\partial^3 u_i}{\partial z \partial t^2} \Big|_{z=h_i} = E_{p_{(i+1)}} A_{p_{(i+1)}} \frac{\partial u_{i+1}}{\partial z} + \delta_{p_{(i+1)}} A_{p_{(i+1)}} \frac{\partial^3 u_{i+1}}{\partial z \partial t} + \rho_{p_{(i+1)}} \nu_{p_{(i+1)}}^2 I_{p_{(i+1)}} \frac{\partial^3 u_{i+1}}{\partial z \partial t^2} \Big|_{z=h_i} \quad (9)$$

1.5.2 初始条件

桩顶激振开始时刻任意桩段位移和速度为 0:

$$u_i \Big|_{t=0} = 0, \frac{\partial u_i}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (10)$$

2 问题求解

2.1 桩周介质位移方程求解

求解方程(3)可得第 i 段桩桩身周围第 k 圈层介质竖向位移幅值为:

$$w_{ik} = A_{ik} K_0(s_{ik}r) + B_{ik} I_0(s_{ik}r) \quad (11)$$

式中: A_{ik} 和 B_{ik} 为边界条件决定的复值系数; $I_0(s_{ik}r)$ 和 $K_0(s_{ik}r)$ 分别为零阶的第一类和第二类修正贝塞尔函数。

由此可得第 i 段桩桩身周围第 k 圈层介质中的剪应力为:

$$\tau_{ik} = G_{ik}^* \frac{dw_{ik}}{dr} = -s_{ik} G_{ik} (1+iD_{ik}) [A_{ik} K_1(s_{ik}r) - B_{ik} I_1(s_{ik}r)] \quad (12)$$

式中: $G_{ik}^* = G_{ik} (1+iD_{ik})$ 为第 i 段桩桩身周围第 k 圈层介质的复值剪切模量; G_{ik} 和 D_{ik} 分别为第 i 段桩桩身周围第 k 圈层介质的剪切模量和阻尼系数; $I_1(s_{ik}r)$ 和 $K_1(s_{ik}r)$ 分别为一阶的第一类和第二类修正贝塞尔函数。

对于未扰动区土体($k=m+1$),代入边界条件(5)可得: $B_{i(m+1)} = 0$,根据剪切刚度定义以及式(2)可得第 i 段桩桩身周围扰动区土体外圈层($k=m$)和未扰动区土体圈层($k=m+1$)分界面上的剪切刚度为:

$$KK_{i(m+1)}^\alpha = -\frac{2\pi r_{im}^\alpha \tau_{i(m+1)}}{w_{i(m+1)}} = 2\pi r_{im}^\alpha \tau_{i(m+1)}, G_{i(m+1)} (1+iD_{i(m+1)}) \frac{K_1(s_{i(m+1)} r_{im}^\alpha)}{K_0(s_{i(m+1)} r_{im}^\alpha)} \quad (13)$$

对于砂石区和扰动区圈层($1 \leq k \leq m$),由剪切刚度定义及式(11)(12)可得,第 i 段桩桩身周围第 k 圈层外边界处剪切刚度为:

$$KK_{ik}^\alpha = \frac{2\pi r_{ik}^\alpha s_{ik} G_{ik}^* [A_{ik} K_1(s_{ik} r_{ik}^\alpha) - B_{ik} I_1(s_{ik} r_{ik}^\alpha)]}{A_{ik} K_0(s_{ik} r_{ik}^\alpha) + B_{ik} I_0(s_{ik} r_{ik}^\alpha)} \quad (14)$$

由此可得:

$$\xi_{ik} = \frac{A_{ik}}{B_{ik}} = \frac{2\pi r_{ik}^\alpha s_{ik} G_{ik}^* I_1(s_{ik} r_{ik}^\alpha) + KK_{ik}^\alpha I_0(s_{ik} r_{ik}^\alpha)}{2\pi r_{ik}^\alpha s_{ik} G_{ik}^* K_1(s_{ik} r_{ik}^\alpha) - KK_{ik}^\alpha K_0(s_{ik} r_{ik}^\alpha)} \quad (15)$$

同时得出第 i 段桩桩身周围第 k 圈层内边界剪切刚度为:

$$KK_{ik}^\alpha = \frac{2\pi r_{ik}^\alpha s_{ik} G_{ik}^* [\xi_{ik} K_1(s_{ik} r_{ik}^\alpha) - I_1(s_{ik} r_{ik}^\alpha)]}{\xi_{ik} K_0(s_{ik} r_{ik}^\alpha) + I_0(s_{ik} r_{ik}^\alpha)} \quad (16)$$

利用式(13)~(16)以及假设条件(2)可得到完整的桩周径向不均匀多圈层介质剪切刚度递推公式,并由此计算得到竹节管桩任意桩段与桩周填砂层接触面上的剪切刚度 KK_{ik}^α 。

2.2 任意桩段振动方程求解

由上述剪切刚度递推关系容易得到 KK_{ik}^α ,因此可得: $f_{i,i}^\alpha = KK_{ik}^\alpha u_{pi}$,将其带入任意段桩身动力控制方程(4)中,而后进行拉普拉斯变换,并结合初始条件(10)可得:

$$V_{pi}^2 \left(1 + \frac{\delta_{pi}}{E_{pi}} s + \frac{\nu_{pi}^2 p^2}{A_{pi} V_{pi}^2} I_{pi} \right) \frac{\partial^2 U_i}{\partial z^2} - \left(p^2 + \frac{K_{i1}^\alpha}{\rho_{pi} A_{pi}} \right) U_i = 0 \quad (17)$$

式中: U_i 为 u_i 的拉普拉斯变换式; $I_{pi} = \sqrt{E_{pi}/\rho_{pi}}$ 为第 i 段桩的纵波波速, $p = iw$ 。

求解式(17)可得:

$$U_i = M_i \sin\left(\frac{\bar{\xi}_i}{l_i} z\right) + N_i \cos\left(\frac{\bar{\xi}_i}{l_i} z\right) \quad (18)$$

式中: $\bar{\xi}_i = \frac{l_i}{V_{pi}} \sqrt{-\frac{p^2 + K_{i1}^\alpha/\rho_{pi} A_{pi}}{1 + \frac{\delta_{pi}}{E_{pi}} p + \frac{\nu_{pi}^2 p^2}{A_{pi} V_{pi}^2} I_{pi}}}$ 为无量纲特征值; M_i, N_i 为边界条件确定的常数。

将式(18)代入边界条件(7)中,可得:

$$\frac{M_i}{N_i} = \tan(\bar{\xi}_i H/l_i - \phi_i) \quad (19)$$

式中: $\phi_i = \arctan \frac{Z_{p0} l_i}{\bar{\xi}_i (E_{p1} A_{p1} + A_{p1} \delta_{p1} p + p^2 \rho_{p1} \nu_{p1}^2 I_{p1})}$; $Z_{p0} = A_{p1} (k_b + \delta_b p)$ 为第一段桩桩底阻抗。

同时由阻抗函数定义并结合式(19)可得:

$$Z_{p1} = -\frac{(E_{p1} A_{p1} + \delta_{p1} A_{p1} p + \rho_{p1} \nu_{p1}^2 I_{p1} p^2) \frac{\partial U_1}{\partial z} \Big|_{z=h_i}}{U_1 \Big|_{z=h_i}} = -\frac{\bar{\xi}_1}{l_1} (E_{p1} A_{p1} + \delta_{p1} A_{p1} p + \rho_{p1} \nu_{p1}^2 I_{p1} p^2) \tan(\bar{\xi}_1 - \phi_1)$$

根据边界条件(8)(9),可知相邻桩段接触面处阻抗相等,同时利用阻抗函数递推方法可得填砂竹节管桩桩顶阻抗函数为:

$$Z_{pn} = -\frac{\bar{\xi}_n}{l_n} (E_{pn} A_{pn} + \delta_{pn} A_{pn} p + \rho_{pn} V_{pn}^2 I_{pn} p^2) \times \tan(\bar{\xi}_n - \phi_n) = \frac{\rho_{pn} A_{pn} V_{pn}^2}{l_n} Z'_{pn} \quad (20)$$

式中: $\phi_n = \arctan \frac{Z_{p(n-1)} l_n}{\bar{\xi}_n (E_{pn} A_{pn} + \delta_{pn} A_{pn} p + \rho_{pn} V_{pn}^2 I_{pn})}$; Z'_{pn} 为无量纲桩顶阻抗值.

由式(20)进一步可得桩顶速度频响函数为:

$$H_v(\omega) = \frac{i\omega}{Z_{pn}} = \frac{i\omega l_n}{\bar{\xi}_n (E_{pn} A_{pn} + i\omega \delta_{pn} A_{pn} - \omega^2 \rho_{pn} V_{pn}^2 I_{pn}) \tan(\bar{\xi}_n - \phi_n)} \quad (21)$$

对桩顶的半正弦激振力做傅氏变换可得:

$$Q(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{\pi T Q_{\max} (1 + e^{-i\omega T})}{\pi^2 - \omega^2 T^2} \quad (22)$$

由式(21)(22)可得桩顶速度时域响应为:

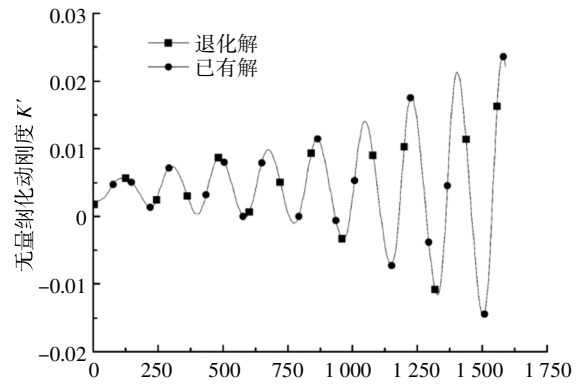
$$V(t) = \text{IFT}[H_v(\omega)Q(\omega)] = -\frac{Q_{\max}}{2} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i\omega l_n}{\bar{\xi}_n (E_{pn} A_{pn} + i\omega \delta_{pn} A_{pn} - \omega^2 \rho_{pn} V_{pn}^2 I_{pn}) \tan(\bar{\xi}_n - \phi_n)} \times \frac{T(1 + e^{-i\omega T})}{\pi^2 - \omega^2 T^2} e^{i\omega t} d\omega = -\frac{Q_{\max}}{2 A_{pn} \rho_{pn} V_{pn}} V' \quad (23)$$

式中: V' 为无量纲化的桩顶速度时域响应.

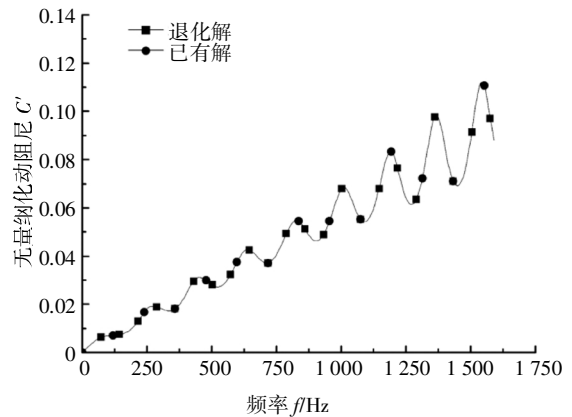
3 理论解验证

填砂竹节管桩作为一种新型复合桩基,国内外尚无针对其纵向振动特性的研究,为了更全面深入地研究该问题,令上文所得式(20)中的无量纲桩顶阻抗值 $Z'_{pn} = K' + iC'$, 实部 K' 为桩体在动荷载下的无量纲化动刚度,虚部 C' 为反映桩土系统能量耗散能力的无量纲化动阻尼.同时为验证上文所得解的正确性,采用修改计算参数的方式,使本文所建数学模型退化为常规实心圆桩计算模型,并与已有的研究成果进行对比,从而完成验证.令桩长 $H = 10\text{ m}$, 桩身内径 $r_p^i = 0$, 竹节段外径 $r_d = r_s = r_p^o = 0.6\text{ m}$, 桩身材料均匀且不考虑桩身横向惯性效应以及材料阻尼的影响,计算模型即退化为径向非均质土中等截面实心圆桩模型.如无另外说明,令桩土系统的其他参数为:桩体纵波波速为 $V_p = 4\ 000\text{ m/s}$, 桩身密度 $\rho_p =$

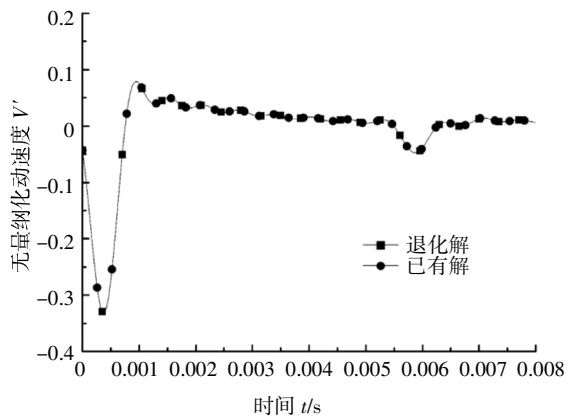
$2\ 500\text{ kg/m}^3$, 桩端土泊松比和剪切波速分别为 $\nu_b = 0.4\text{ m/s}$ 和 $V_b = 100\text{ m/s}$, 桩周土和桩端土密度 $\rho = \rho_b = 1\ 800\text{ kg/m}^3$, 桩周土体剪切波速由外向内由 100 m/s 线性增大至 150 m/s . 将退化模型的计算结果与文献[5]进行对比,如图3所示,动刚度和动阻尼曲线以及桩顶速度时域响应结果基本吻合,由此可验证本文解的正确性.



(a) 桩顶无量纲化动刚度



(b) 桩顶无量纲化动阻尼



(c) 桩顶无量纲化速度时域响应

图3 本文退化解与已有解的对比

Fig.3 Comparison between degenerate solutions from this paper and existing solutions

4 关键因素分析

填砂竹节管桩与传统圆管桩的主要区别在于桩身竹节和桩周填砂层的存在, 桩身竹节使得桩土之间存在法向接触面, 提供更大的桩侧摩阻力; 填砂层在改善了桩土接触关系的同时, 在桩周形成了稳定连续的排水通道, 可以加快周围土体的排水固结, 迅速提高地基土强度, 此两者为影响填砂竹节管桩工作性状的关键因素, 此外由于竹节管桩存在较多的面积连续变化截面, 因此横向惯性效应也较为明显. 下面主要分析这些因素对填砂竹节管桩纵向振动特性的影响. 值得一提的是, 由于填砂竹节管桩主要应用于软黏土等承载性能较差的土层地区, 在此类地区施工时, 无论静压还是锤击沉桩均会带来较明显的沉桩挤压效应, 引起桩周土的软化或硬化现象, 对桩基的纵向振动特性有一定影响. 关于沉桩效应对圆管桩纵向振动特性的影响在文献[25]中做了详细的分析研究, 填砂竹节管桩的沉桩方法与传统圆管桩基本相同, 因此从机理上讲沉桩效应对其振动特性的影响与文献[25]所述应无明显差别. 因此由于篇幅原因, 本文不再详述.

桩土系统其它性质参数与上文取值保持一致, 需要特别说明的是: 1) 将内圈层桩周填砂的剪切波速取值为 $V_s = 150 \text{ m/s}$, 最外圈层未扰动土的剪切波速取值 $V_m = 100 \text{ m/s}$, 中间圈层扰动土的剪切波速由外向内线性变化, 在界面处剪切波速连续, 以此来模拟桩周填砂层以及由于填砂层的存在所导致的桩周介质的复杂不均匀特性; 2) 图 1 所建模型出于清晰明了的目的将桩周的填砂层看做一从上而下厚度均匀的圈层, 但实际的填砂施工是随着桩体的下沉连续不断的向桩周空隙之间投入砂料, 这会使得越靠近桩端的砂料受挤压作用越大从而被更多的压入周围土体形成更大直径的填砂层, 因此实际工况下靠近桩端的填砂层厚度应大于靠近桩顶的填砂层厚度, 为了更符合工程实际同时力求计算简便, 将填砂层的厚度取为自桩端向桩顶线性减小, 具体参数见表 1.

4.1 横向惯性对纵向振动特性的影响

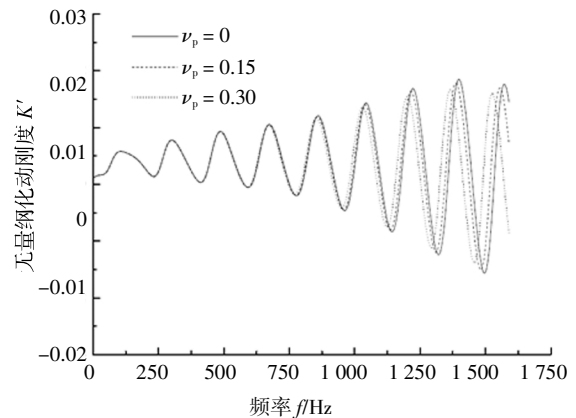
桩体的横向惯性效应随桩体材料泊松比的增大而愈为明显, 因此可将桩身泊松比 ν_p 分别取为 0、0.15 和 0.3, 而后计算不同泊松比条件下复合地基的动刚度、动阻尼和桩顶速度时域响应如图 4 所示.

表 1 填砂竹节管桩基本形状参数

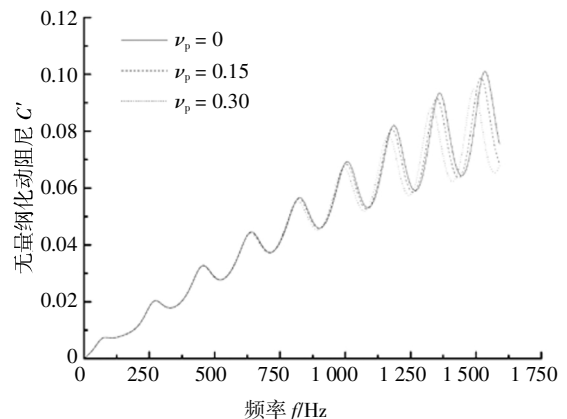
Tab.1 Basic shape parameters of sand-filled nodular pipe pile

ν_p	d_0/m	d_1/m	d_2/m
0.15	0.04	0.075	1
r_p^a/m	r_p^c/m	d/m	r_c/m
0.2	0.6	0.05	0.40~0.35①

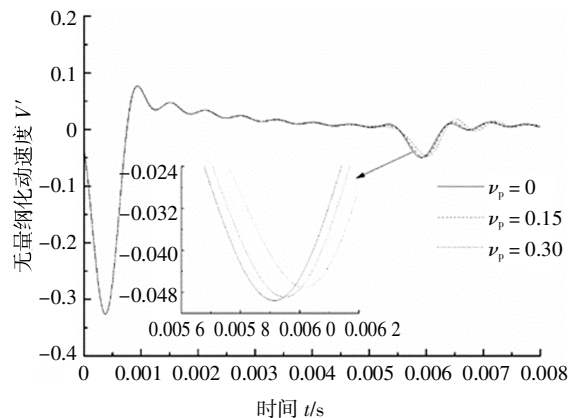
①由桩端至桩顶线性变小.



(a) 桩顶无量纲化动刚度



(b) 桩顶无量纲化动阻尼



(c) 桩顶无量纲化速度时域响应

图 4 横向惯性对纵向振动特性的影响

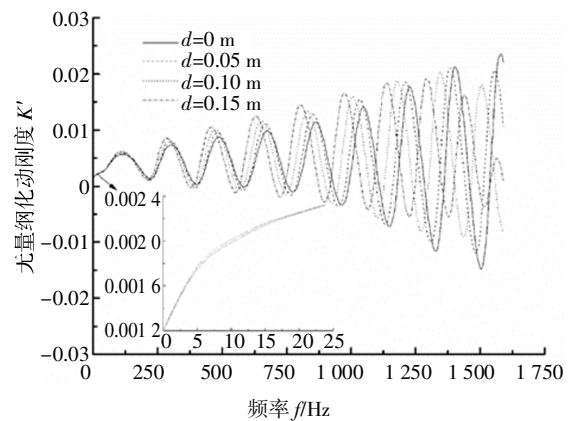
Fig.4 Influence of lateral inertia effect on longitudinal vibration characteristics

由图 4(a)和图 4(b)可知,低频段的动刚度和动阻尼基本不受桩体横向惯性效应的影响,高频段动刚度和动阻尼曲线上的峰值和峰值频率均随横向惯性效应的增大而减小;由图 4(c)可看出,桩顶速度响应受横向惯性效应的影响较为明显,桩底反射信号会随着横向惯性效应的增大而减弱且到达桩顶的时间出现延迟,这是由于桩身横向惯性效应会导致波在传播过程中能量损失增大.因此横向惯性效应不利于桩底反射信号的收集,同时由于信号延迟现象也有可能导导致低应变检测中对桩长的误判,在实际工程中应充分考虑桩身横向惯性效应的影响.

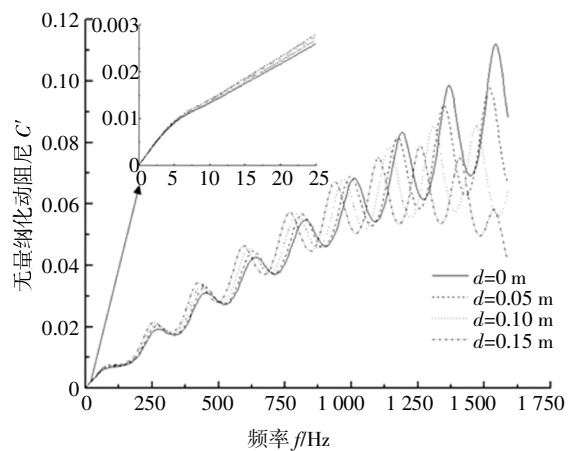
4.2 竹节宽度对纵向振动特性的影响

竹节管桩的竹节部分是一种渐扩—扩径—渐缩的连续凸起结构体,且沿桩身以一定距离均匀分布.竹节宽度反映了竹节凸起的程度,保证填砂竹节管桩桩土系统其他基本参数不变,单改变竹节宽度 d 的值,分别令其为 0(均匀截面桩)、0.05 m、0.10 m 和 0.15 m,而后代入上文推导解中计算,从而分析其对填砂竹节管桩纵向振动特性的影响,结果如图 5 所示.

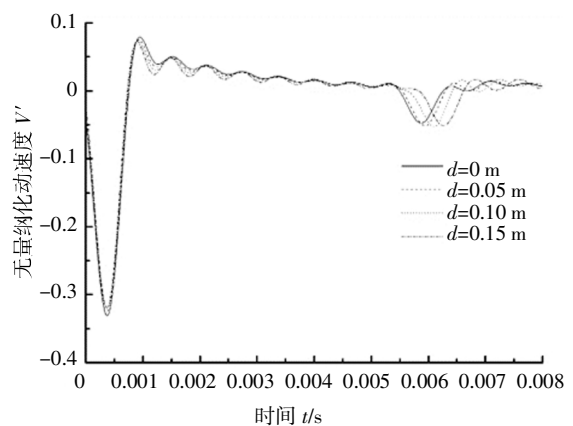
由图 5(a)可看出,随着竹节宽度的增大,桩顶动刚度曲线上的共振频率减小,同时共振处振动幅度增大;在抗震设计较为关注的低频段,竹节宽度越大,动刚度越大,这说明竹节宽度较大的竹节管桩具有较好的抗震效果,且不同竹节宽度之间的动刚度差值在 16 Hz 附近达到最大值,而后差值逐渐减小,这也反映出较大宽度的竹节对应的动刚度曲线共振频率较小;在高频段,填砂竹节管桩的桩顶动刚度曲线逐渐趋于紊乱.由图 5(b)可看出,桩顶动阻尼曲线随竹节宽度的变化规律与桩顶动刚度曲线变化规律基本相同:共振频率随竹节宽度的增大而减小,其共振处振幅增大;同时在低频段,相同振动频率下竹节宽度越大,动阻尼值越大,在抗震设计中,较大的动阻尼有利于地震能量波耗散,抗震效果较好.从图 5(c)中可以看出,当 $d>0$ 时,桩顶速度时域响应曲线在入射信号和反射信号之间存在明显的波动信号,这是由于桩身竹节是一种渐扩—扩径—渐缩的连续结构体,入射波在到达竹节处时会产生反射,从而造成了曲线上的波动现象;同时竹节宽度越大,曲线上的波动现象越明显,并且桩底反射信号到达桩顶时间推迟越久,这是因为桩的横向惯性效应,当竹节宽度增大时,桩身竹节处横断面惯性矩也会相应增大,横向惯性效应越明显,从而导致桩底反射信号相应推迟.



(a) 桩顶无量纲化动刚度



(b) 桩顶无量纲化动阻尼



(c) 桩顶无量纲化速度时域响应

图 5 竹节宽度对纵向振动特性的影响

Fig.5 Influence of nodular width on longitudinal vibration characteristics

4.3 竹节过渡段长度对纵向振动特性的影响

竹节过渡段是指竹节段和正常桩身段之间的渐缩或渐扩连续变阻抗截面段,为了研究该部分的长度变化对填砂竹节管桩纵向振动特性的影响,在保证竹节长度和竹节宽度及其他桩土系统基本参数不变的情况下,分别令竹节过渡段的长度 d_0 为 0.04 m、

0.08 m、0.12 m 和 0.16 m 并做计算分析,分析结果如图 6 所示.

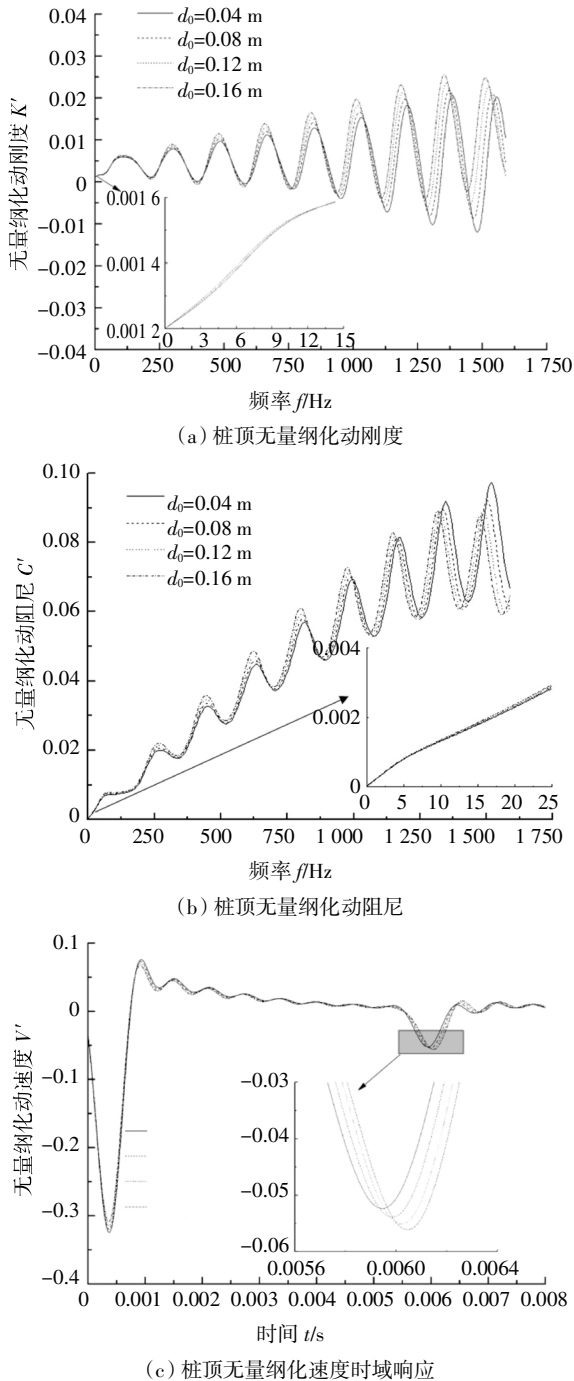


图 6 竹节过渡段长度对纵向振动特性的影响

Fig.6 Influence of nodular transition length on longitudinal vibration characteristics

由图 6(a)可以看出,竹节过渡段长度增大对动刚度曲线的影响类似于竹节宽度增大对其影响,曲线上的共振频率减小同时共振处的振动幅度加大;在低频范围内,相同频率下的动刚度值随竹节过渡段长度的增大而增大.由图 6(b)可以看出,动阻尼曲

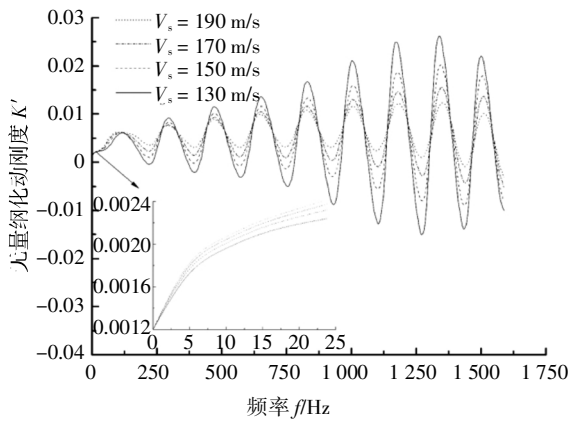
线上的共振频率和共振处的振动幅度随竹节过渡段长度的变化规律与动刚度曲线相同,同时低频阶段的动阻尼值随竹节过渡段长度的增大而增大,这是因为竹节过渡段长度的增大使得桩土接触面积增大,桩土作用力相应增大,从而具有较好的抗震效果.从图 6(c)中可以看出,桩顶速度时域曲线上,桩底反射信号随竹节过渡段长度的增大而增大,这是因为过渡段长度增大会使过渡段的截面阻抗变化率减小,从而使得波传播过程中能量损耗较小;同时可以看出,反射信号到达桩顶的时间也会随过渡段长度的增大而延迟,这同样是由于横向惯性效应所致.

4.4 填砂密实度对纵向振动特性的影响

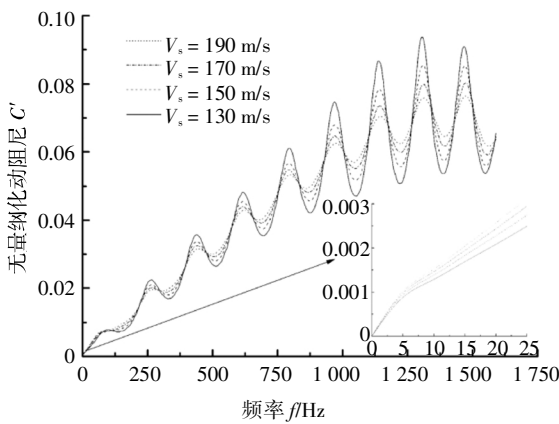
桩周填砂层是填砂竹节管桩的重要组成部分,在锤击或静压沉桩压入竹节管桩的同时,通过人力或机械的方式将砂料不断的填入桩和周围土体之间的空隙中,直至沉桩完成后在桩周形成连续稳定的填砂层.填砂充盈率(填砂用量和桩土间空隙体积的比值)是反映填砂层质量最主要的因素,一般要求填砂充盈率根据地区不同取值为 1.2~1.5,而填砂的密实度在很大程度上决定了该参数,填砂密实度越大,充盈率也相应增大;同时填砂密实度也可反映压桩速度的快慢,当填砂速度一定时,压桩速度越快,桩土间空隙内填入的砂量也越少,砂土被挤压的程度越低,从而导致填砂密实度较小,反之,则填砂密实度较大.因此填砂密实度是填砂竹节管桩复合桩基十分重要的参数指标.

砂土介质中流固耦合很少,其剪切波速较能表征砂土的结构性,反映砂土颗粒排列和联结特征^[26],同时相同粒径级配的砂土其剪切波速随密实度的增大而增大,因此可以通过改变桩周填砂层剪切波速来代表不同的填砂密实度:分别令桩周填砂层剪切波速 V_s 为 130 m/s、150 m/s、170 m/s 和 190 m/s 来代表 4 种由松至密的填砂密实度.图 7 所示为填砂密实度对填砂竹节管桩纵向振动特性的影响.

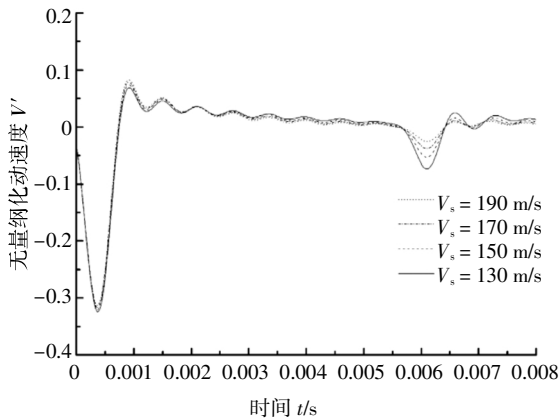
由图 7(a)可以看出,随着填砂密实度的增大,桩顶动刚度曲线共振频率基本无变化,但共振处震荡幅度减小,且随着密实度的增大,减小幅度越来越小;并且在地震设计较为关注的低频段,动刚度随密实度的增大而增大,且随着频率的增加,不同密实度之间的动刚度差值越来越大,这说明较大密实度的填砂层在低频段具有较大的动刚度,抗震效果较好.由图 7(b)可以看出相同的规律:填砂层密实度的不同对动阻尼曲线上的共振频率几乎无影响,但共振



(a) 桩顶无量纲化动刚度



(b) 桩顶无量纲化动阻尼



(c) 桩顶无量纲化速度时域响应

图7 填砂密实度对纵向振动特性的影响

Fig.7 Influence of filled sand compactness on longitudinal vibration characteristics

处的振荡幅度会随密实度的增大而减小,且减小幅度随密实度的增大越来越小;在低频段,高密度填砂层的填砂竹节管桩桩顶动阻尼值较大,承受动荷载时有利于能量的耗散,抗震效果较好.由图7(c)可以看出,速度时域响应曲线上由于桩身竹节反射而存在的波动信号随着桩周填砂密实度的增大而减小;由曲线上的桩底反射信号可以看出,填砂层密实

度越大,桩底反射信号越微弱,这同样是由于桩底反射波能量在传播过程中被过多的耗散所致.而桩底反射信号是各种动态测桩方法的重要参考,因此,在竹节管桩打入过程中,应合理地控制压桩速度和填砂速度,使得桩周填砂层处于最优的填砂密实度和充盈率范围,一方面达到其改善桩土接触关系,构建桩周排水层的目的,另一方面又可保证桩底反射信号较为清晰,便于后续的桩基动态检测.关于最优的填砂密实度和充盈率范围有待进一步试验和理论研究.

4.5 填砂粒径对纵向振动特性的影响

填砂粒径是选择填砂层材料时的重要参数,研究其对填砂竹节管桩纵向振动特性的影响,具有重要的工程实践意义.在本部分的研究中,为保证单一变量要求,令填砂充盈率和填砂密实度保持不变,即填砂孔隙率保持恒定.根据苏立君等人^[27]的试验研究,同一孔隙率下不同粒径砂土的渗透系数随均值粒径的增加而增加,因此改变填砂粒径将影响填砂层的渗透性,进而影响因渗透作用而导致的扰动土区范围.因目前尚无填砂层渗透性和扰动土区范围之间关系的定量研究,因此本文中假设细砂、中砂和粗砂的影响范围分别为 $0.5r_{s1}$ 、 $0.75r_{s1}$ 和 r_{s1} ,保持其他参数不变,分析结果如图8所示.

从图8(a)和图8(b)可以看出,填砂粒径对动刚度和动阻尼曲线的影响随着频率的增大逐渐减小,超过一定频率($f = 750$ Hz)后,基本不再有影响;在低频段,同一频率下的动刚度和动阻尼随填砂粒径的增大而增大,抗震效果提高,这是因为粒径较大的填砂层渗透性较好,有利于增强周围土体的排水固结效果,从而提供更大的侧摩阻力.从图8(c)可以看出,填砂粒径对桩顶时域响应无论是在波动段还是桩底反射信号几乎都没有影响,由此可见,粒径较大的填砂层有利于周围土体更好更快地排水固结,从而提高地基土强度,同时动态检测时的桩底反射信号几乎无实际影响,因此单从填砂竹节管桩纵向振动响应方面来考虑,在选择填砂层材料时可尽量选择粒径较大的干砂.

值得一提的是,扰动区影响范围的变化也可反映地基土固结过程对填砂竹节管桩纵向振动特性的影响,即地基土固结程度越大,扰动区的影响范围也越大.为避免重复计算分析,地基土固结过程对其纵向振动特性的影响可参照该部分的分析结果.

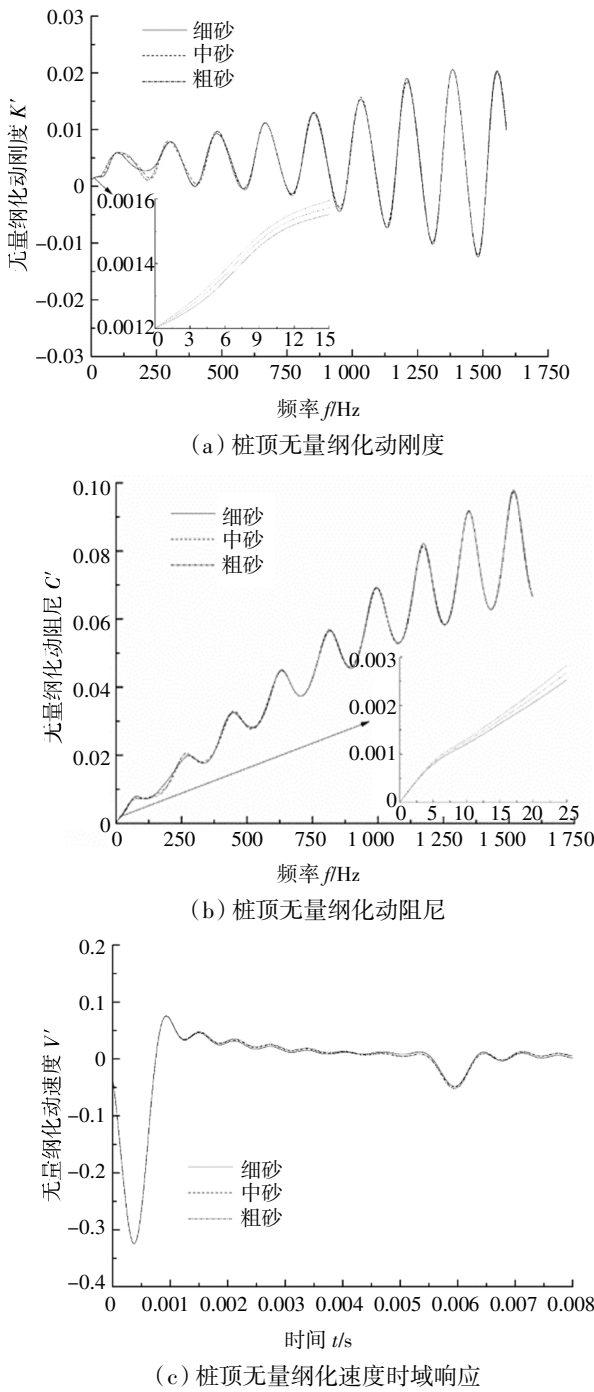


图 8 填砂粒径对纵向振动特性的影响
 Fig.8 Influence of filled sand particle size on longitudinal vibration characteristics

4.6 填砂层厚度不均匀性对纵向振动特性的影响

为了研究填砂层厚度不均匀对复合桩基纵向振动特性的影响,需沿深度设置不同的填砂层厚度.考虑到实际工程中桩顶处的填砂层受沉桩挤压作用较小,其厚度应与竹节宽度基本相同;同时,填砂层的厚度与填砂层的外半径有直接关系.因此参数分析过程中取桩顶处的填砂层外半径 r_{s1} 与竹节管桩竹节

段外半径相同且保持不变,通过改变桩端处的填砂层外半径 r_{s2} 来反映填砂层厚度沿深度的不均匀性,且填砂层外半径由桩端至桩顶线性变化.分析计算结果如图 9 所示, r_{s1} 越大,填砂层厚度越不均匀;当 $r_{s1}=0.35$ m 时,桩周填砂层厚度均匀.

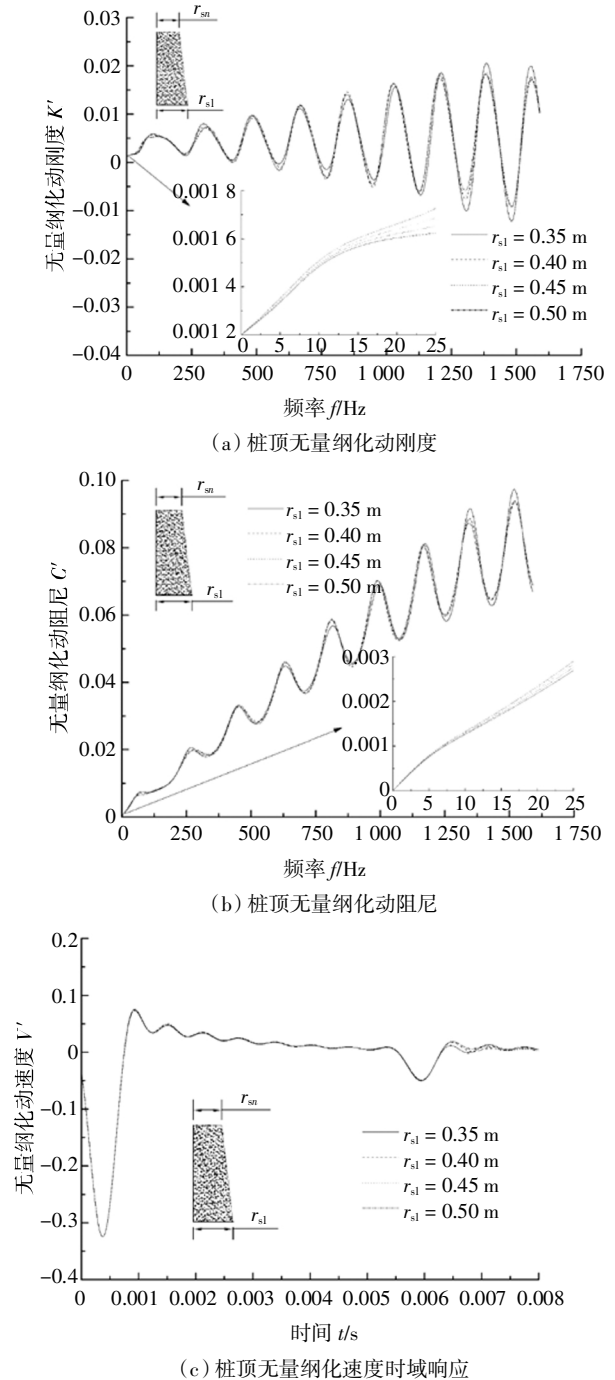


图 9 填砂层厚度不均匀性对纵向振动特性的影响
 Fig.9 Influence of thickness inhomogeneity of the sand-filled layer on longitudinal vibration characteristics

从图 9(a)(b)中可以看出,填砂层厚度不均匀性的增大会使得填砂层的平均厚度增大,从而导致低

频段的动刚度和动阻尼值增大,桩基抗震效果提高,但动刚度和动阻尼曲线上的共振频率值基本不受填砂层厚度不均匀性的影响;从图9(c)可以看出,桩顶速度时域响应曲线受填砂层厚度不均匀性的影响同样很小,在桩底反射信号到达之前的曲线基本重合,桩底反射信号强度也基本不变。

5 结 论

填砂竹节管桩是由竹节管桩、桩周填砂层和地基土共同组成的新型复合桩基,本文推导了填砂竹节管桩桩顶阻抗解析解和速度时域响应半解析解并分析了关键参数对其纵向振动特性的影响,得出以下结论:

1)本文建立的填砂竹节管桩复合桩基计算模型及方法反映了填砂竹节管桩的特殊组成结构,经验证后适用于对其纵向振动特性的分析,具有一定理论价值。

2)考虑桩体的横向惯性效应后,桩底反射信号出现一定程度的减弱和延迟。竹节宽度和竹节过渡段长度的增大会使得低频范围内的桩土系统动刚度和动阻尼增大,增强抗震效果;同时桩顶速度时域曲线上的反射信号强度随之增强,且延迟现象更加明显,这在实际工程中容易导致对桩长的误判。

3)随着填砂密实度的增大,低频段的动刚度和动阻尼均有所提高,复合桩基的抗震效果提高,但桩顶速度时域曲线上的反射信号会随之减弱,不利于低应变检测中对反射信号的采集。施工过程中,应注意控制压桩和填砂速度,使填砂层密实度既满足对充盈率的要求,又能保证桩底反射信号的有效采集。

4)在填砂充盈率和密实度不变的条件下,低频范围内粒径较大的填砂层具有较大的动刚度和动阻尼值,但桩顶速度时域响应受砂料粒径的影响很小。因此实际工程中推荐优先使用粒径较大的填砂层材料,填砂层厚度不均匀性主要体现在由于挤压作用使得靠近桩端处的填砂层厚度相对桩顶处较大,这种现象有利于提高桩基的整体抗震效果,但对桩顶的速度时域响应曲线并无明显影响。

参 考 文 献

[1] 蔡邦国,姜玉龙,王理璞,等.填砂竹节桩的承载性能对比研究[J].山西建筑,2018,44(31):62—64.
CAI B G,JIANG Y L,WANG L P,*et al.* Comparative study on bear-

ing behavior of sand-filled nodular pipe piles [J].Shanxi Architecture,2018,44(31):62—64. (In Chinese)

[2] NOVAK M. Dynamic stiffness and damping of piles [J]. Canadian Geotechnical Journal,1974,11(4):575—598.

[3] NOGAMI T,KONAGAI K. Time domain axial response of dynamically loaded single piles [J]. Journal of Engineering Mechanics,1988,113(3):1512—1525.

[4] 王奎华,谢康和.有限长桩受迫振动问题解析解及其应用[J].岩土工程学报,1997,19(6):27—35.
WANG K H,XIE K H. Analytical solution to vibration of finite length pile under exciting force and its application [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,1997,19(6):27—35. (In Chinese)

[5] 王奎华,杨冬英,张智卿.基于复刚度传递多圈层平面应变模型的桩动力响应研究[J].岩石力学与工程学报,2008,27(4):825—831.
WANG K H,YANG D Y,ZHANG Z Q. Study on dynamic response of pile based on complex stiffness transfer model of radial multizone plane strain[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2008,27(4):825—831. (In Chinese)

[6] 杨冬英,王奎华,丁海平.三维非均质土中黏弹性桩-土纵向耦合振动响应[J].土木建筑与环境工程,2011,33(3):80—87.
YANG D Y,WANG K H,DING H P. Axial response of viscoelastic pile-soil coupling interaction in three-dimensional inhomogeneous soil[J]. Journal of Civil Architectural and Environmental Engineering,2011,33(3):80—87. (In Chinese)

[7] 崔春义,孟坤,武亚军,等.非均质土中不同缺陷管桩纵向振动特性研究[J].振动工程学报,2018,31(4):707—717.
CUI C Y,MENG K,WU Y J,*et al.* Vertical dynamic response of defect-pipe pile embedded in inhomogeneous soil [J]. Journal of Vibration Engineering,2018,31(4):707—717. (In Chinese)

[8] 阙仁波,王奎华,祝春林.考虑土体轴对称波动时变模量桩的纵向振动特性[J].振动工程学报,2010,23(1):94—100.
QUE R B,WANG K H,ZHU C L. Longitudinal vibration of pile with variable modulus considering axisymmetric wave effect of soil [J]. Journal of Vibration Engineering,2010,23(1):94—100. (In Chinese)

[9] 郑长杰,丁选明,黄旭,等.滞回阻尼土中大直径管桩纵向振动响应解析解 [J].岩石力学与工程学报,2014,33(S1):3284—3290.
ZHENG C J,DING X M,HUANG X,*et al.* Analytical solution of vertical vibration response of large diameter pipe pile in hysteretic damping soil [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2014,33(S1):3284—3290. (In Chinese)

[10] 龚志超,杨冬英.考虑横向惯性效应时饱和土中大直径桩的纵向振动研究[J].振动与冲击,2018,37(2):163—168.
GONG Z C,YANG D Y. Vertical vibration of a large diameter pile with transversal inertia effect in saturated soil [J]. Journal of Vibration and Shock,2018,37(2):163—168. (In Chinese)

[11] 李强,王奎华,谢康和.饱和土中大直径嵌岩桩纵向振动特性研究[J].振动工程学报,2005,18(4):500—505.
LI Q,WANG K H,XIE K H. Dynamic response for vertical vibration

- of large diameter pile in saturated soil [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2005, 18(4):500—505. (In Chinese)
- [12] 孟坤,崔春义,许成顺,等. 三维饱和层状土-虚土桩-实体桩体系纵向振动频域分析 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2019, 38(7):1470—1484.
- MENG K, CUI C Y, XU C S, *et al.* Frequency analysis of longitudinal vibration of three dimensional system including saturated layered soils, virtual soil pile and solid pile [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2019, 38(7):1470—1484. (In Chinese)
- [13] 闫启方,刘林超. 基于多圈层模型的径向非线性饱和土-管桩纵向耦合振动[J]. *科学技术与工程*, 2018, 18(11):141—147.
- YAN Q F, LIU L C. Longitudinal coupled vibration of radial nonlinear saturated soil-pipe pile based on multi-zone model [J]. *Science Technology and Engineering*, 2018, 18(11):141—147. (In Chinese)
- [14] 吴文兵,王奎华,窦斌. 任意层地基中黏弹性楔形桩纵向振动响应研究[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(8):120—127.
- WU W B, WANG K H, DOU B. Vertical dynamic response of a viscoelastic tapered pile embedded in layered foundation[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(8):120—127. (In Chinese)
- [15] 吴文兵,谢帮华,黄生根,等. 考虑挤土效应时楔形桩纵向振动阻抗研究[J]. *地震工程学报*, 2015, 37(4):1042—1048.
- WU W B, XIE B H, HUANG S G, *et al.* Vertical dynamic impedance of tapered piles considering compacting effects [J]. *China Earthquake Engineering Journal*, 2015, 37(4):1042—1048. (In Chinese)
- [16] 吴文兵,王奎华,武登辉,等. 考虑横向惯性效应时楔形桩纵向振动阻抗研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2011, 30(S2):3618—3625.
- WU W B, WANG K H, WU D H, *et al.* Study of dynamic longitudinal impedance of tapered pile considering lateral inertial effect[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2011, 30(S2):3618—3625. (In Chinese)
- [17] 王奎华,高柳,肖偲,等. 考虑桩周土竖向作用大直径楔形桩纵向振动特性[J]. *岩土力学*, 2016, 37(S2):223—231.
- WANG K H, GAO L, XIAO S, *et al.* Dynamic characteristic of large diameter tapered pile considering vertical reaction of pile surrounding soil[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, 37(S2):223—231. (In Chinese)
- [18] 王奎华,童魏烽,肖偲,等. 楔形桩的动力响应与试验研究[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2019, 46(5):94—102.
- WANG K H, TONG W F, XIAO S, *et al.* Study on dynamic response of tapered pile and model test [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2019, 46(5):94—102. (In Chinese)
- [19] 李振亚,王奎华,高柳. 考虑土体竖向波动效应的静钻根植竹节桩纵向振动阻抗研究 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2017, 36(7):1791—1802.
- LI Z Y, WANG K H, GAO L. Longitudinal dynamic impedance of static drill rooted nodular pile considering vertical wave effect of soil [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2017, 36(7):1791—1802. (In Chinese)
- [20] 吴君涛,王奎华,肖偲,等. 静钻根植工法下变截面管桩纵向振动特性分析 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2018, 37(4):1030—1040.
- WU J T, WANG K H, XIAO S, *et al.* Longitudinal vibration characteristics of static drill rooted tubular piles with variable section[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2018, 37(4):1030—1040. (In Chinese)
- [21] 王奎华,张宏志,李振亚,等. 桩底土对既有承台单桩纵向振动特性的影响研究 [J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2017, 44(11):170—176.
- WANG K H, ZHANG H Z, LI Z Y, *et al.* Study on influence of pile subsoil on vertical vibration characteristics of single pile with cushion cap [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2017, 44(11):170—176. (In Chinese)
- [22] 王奎华,杨冬英,张智卿. 两种径向多圈层土体平面应变模型的对比[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2009, 43(10):1902—1908.
- WANG K H, YANG D Y, ZHANG Z Q. Comparison on two kinds of radial multi-zone plane strain models [J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2009, 43(10):1902—1908. (In Chinese)
- [23] LYSMER J, RICHART F E. Dynamic response of footing to vertical load [J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, 1966, 2(1):65—91.
- [24] NOVAK M, ABOUL-ELLA F, NOGAMI T. Dynamic soil reactions for plane strain case[J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1978, 104(4):953—959.
- [25] 翟志明,杨冬英,龚志超. 考虑施工效应时饱和土中管桩的纵向振动研究[J]. *广西大学学报(自然科学版)*, 2017, 42(4):1431—1440.
- ZHAI Z M, YANG D Y, GONG Z C. Longitudinal vibration of pipe pile in saturated soil regarding construction effects [J]. *Journal of Guangxi University(Natural Science Edition)*, 2017, 42(4):1431—1440. (In Chinese)
- [26] 黄博,夏唐代,周新民,等. 基于微观尺度的砂土剪切波速度[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2016, 47(6):2001—2006.
- HUANG B, XIA T D, ZHOU X M, *et al.* Shear wave velocity in sand based on microscopic size [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2016, 47(6):2001—2006. (In Chinese)
- [27] 苏立君,张宜健,王铁行. 不同粒径级砂土渗透特性试验研究 [J]. *岩土力学*, 2014, 35(5):1289—1294.
- SU L J, ZHANG Y J, WANG T X. Investigation on permeability of sands with different particle sizes [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, 35(5):1289—1294. (In Chinese)