文章编号:1674-2974(2020)12-0029-09

DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2020.12.004

鞋涉水问题的多体动力学与 流-固耦合系统建模及仿真分析

吴晓建1,祁祺1+,王斌1,周兵2

(1. 南昌大学 机电工程学院,江西,南昌,330031;2. 湖南大学 汽车车身先进设计制造国家重点实验室,湖南 长沙 410082)

摘 要:工程应用问题分析常涉及多体动力学与流-固耦合联合仿真,行人在湿路行走时的鞋涉水问题正是此类问题之典型,多系统联合仿真建模及完整的鞋"涉水-出水"过程模拟分析,对工程应用中类似复杂耦合问题的仿真分析具有良好的参考价值.本文基于 Adams/ View 建立人体下肢多体动力学模型以模拟行人步态,将之作为鞋运动的边界条件;而后建立 鞋涉水过程的流-固耦合模型,采用耦合欧拉-拉格朗日方法(CEL)以可视化的方式分析鞋详 细的"涉水-出水"过程,确定整个过程可分为排水、推水、水膜生成、水膜破裂和完全出水 5 个 阶段.最后,对运动鞋、平底鞋进行涉水仿真,对比各个阶段的体积分数云图、水域速度云图和 系统动能变化,采用涉水时间和消耗能量大小为涉水性能评价指标,发现平底鞋的涉水性能 弱于运动鞋.

Modeling and Simulation Analysis of Multi-body Dynamics and Fluid-solid Coupling System for Shoe Wading Problem

WU Xiaojian¹, QI Qi^{1†}, WANG Bin¹, ZHOU Bing²

(1. School of Mechanical & Electrical Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China;
2. State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Engineering application problem analysis often involves multi-body dynamics and fluid-solid coupling joint simulation, and the problem of pedestrian wading in wet road is a typical one. Multi-system co-simulation modeling and integral shoe "wading-outlet" process simulation analysis have a good reference value for the analysis of similar complex coupling problems in engineering applications. In this paper, a multi-body dynamic model of human lower limbs based on Adams/View was established to simulate pedestrian gait and then used as the boundary condition of shoe motion. A fluid-solid coupling model of shoe wading process was established, and the detailed "wading-outlet" process of the shoe was visually analyzed using the coupled Euler-Lagrange (CEL) method. It was found that the whole process can be divided into five stages: drainage, water pushing, water film formation, water film rupture and complete water discharge. Finally, wading simulation of sport shoes and flat shoes was performed, the vol-

* 收稿日期:2020-05-06
 基金项目:国家自然科学基金资助项目(51875184), National Natural Science Foundation of China(51875184)
 作者简介:吴晓建(1985—), 江西赣县人, 南昌大学讲师, 博士

[;] 通讯联系人, E-mail: 13340013571@163.com

ume fraction cloud map, water velocity map and system kinetic energy changes at various stages were compared, and the wading time and energy consumption were used as the evaluation index of wading performance, it can be found that the wading performance of flat shoes is weaker than that of sports shoes.

Key words: computer aided engineering; fluid-solid coupling; multi-body dynamics; human gait motion; coupled Euler-Lagrangian method

CAE(Computer Aided Engineering, CAE)技术在 工程分析中发挥着重要的作用, 它为工程问题的发 现、解决提供了关键性的验证和指导.然而,复杂系 统往往同时涉及多体动力学与流-固耦合等不同技 术方向,有效而准确的联合仿真已成为工程界共性 技术难点. 马增辉等印采用 ALE (Arbitrary Lagrange-Euler, ALE)法进行了水陆两用飞机降落耐波性的研 究;江旭东等四采用耦合欧拉-拉格朗日 CEL(Coupled Euler-Lagrangian,CEL)方法研究了压差驱动式 管道机器人的动力特性;雷娟棉等¹³采用 CFD (Computational Fluid Dynamics, CFD)的6自由度动网格法 分析了导弹挂载分离过程;杨晓彬等14采用 CFD 的 重叠网格法分析了飞机水上降落的水动力砰击载 荷.以上典型复杂工程应用问题侧重于流-固耦合系 统建模与仿真,未涉及与多体动力学的联合.本文所 研究的行人在雨天行走时的鞋涉水问题则是一个多 体多力学与流-固耦合仿真的问题,不同的步态和鞋 在涉水过程具有差异化的"涉水-出水"过程,准确地 将此过程予以模拟呈现对工程中复杂耦合问题的仿 真分析具有良好的参考价值.

鞋的涉水过程指在积水路面行走时,鞋在人体 下肢运动的驱动下和水进行接触的过程.整个过程 同时涉及结构体、空气和水三相的相互作用,包括流 动介质突变引起的载荷突变、自由液面变化、姿态变 化等众多的复杂问题.

同时,鞋的运动往往与人体的下肢运动相关,其 姿态以及运动形式往往是复杂多变的,进而导致涉 水运动成为复杂的多体动力学-流-固耦合问题.

本文将行人行走的鞋涉水问题分析分为两个基本方面,首先建立人体下肢模型,采用多体动力学分析,得到鞋体运动的边界条件;然后建立鞋涉水多体运动的流-固耦合模型.其中,耦合欧拉-拉格朗日 CEL方法,采用基于体积分数的流-固耦合边界追踪 算法,自动在结构和流体域间进行载荷、位移、速度 等信息的传递,能够解决空化射流冲击^[5]、存在大变 形的切削问题⁶⁶以及震荡过程的流固耦合问题⁷⁷.因 而本文将采用 CEL 方法对鞋"涉水-出水"过程的 流-固耦合问题进行模拟.

最后,基于以上研究方法,对比分析运动鞋和平 底鞋的"涉水-出水"过程,通过涉水过程时间和所需 能量等,评价两种鞋涉水性能的强弱.本文以生活中 常见的行人在湿地行走,其鞋涉水现象为研究对象, 开展复杂系统多体动力学-流固耦合仿真技术研究, 尽管不是直接的工程问题,但对类似工程问题的建 模及分析具有良好的借鉴作用.

1 鞋涉水过程的分析方法

1.1 基于 Adams 的人体步态运动

采用 Adams 多体动力学仿真软件模拟人体行走 步态,进行足部动力学和运动学分析.通过把上身视 为一个质量块,下肢部分分成大腿、小腿和足部,以 及在各关节之间设立运动副和驱动,建立人体下 肢简化模型.这种简化方法可以解决步态仿真模 型不易稳定的问题,且较为准确地反映出人体步态 运动.

1.2 耦合欧拉-拉格朗日法

应用于传统有限元分析的拉格朗日方法,以物体的坐标为基础、以有限元网格的节点为物体的质点,可以跟踪质点的运动,从而描述物体的运动,但遇到大变形问题时,会由于网格变形扭曲而失去原有的精度,甚至导致计算无法继续.欧拉方法常用于流体动力学计算,以网格为空间,以网格节点为空间点,材料不随单元变形而在网格中流动,因此可以解决包含大变形和流体流动的问题,但在本文鞋涉水过程流固耦合(Fluid-Structure Interaction,FSI)分析中,欧拉分析虽然可有效进行流体流动分析,却在捕捉结构流固交界面上存在一定困难;并且欧拉方法固存的数值耗散问题导致其对计算资源和时间要求较高.由此可知,单纯的拉格朗日算法和单纯的欧拉

算法都有各自的缺陷和不足,也有着各自的优势;如 果将两者有机地结合起来,可以解决一些只用单一 方法所不能解决的问题.耦合欧拉-拉格朗日 CEL 方法就是基于这一目的最早由 Noh¹⁸提出的,它采用 有限差分法求解带有移动边界的二维流体动力学问 题.在 Noh 的研究中,网格点可以随物质点一起运 动,但也可以在空间中固定不动,甚至网格点可以在 一个方向上固定,而在另一个方向上随物质一起运 动.因此,CEL 算法在解决物体的大位移时,比如碰 撞、流体动力学及流体-固体之间相互作用时有强大 的优势.

2 基于 Adams 的人体步态运动建模

2.1 人体下肢运动的几何模型

2.1.1 动力学建模数据

因本研究只关注人体下肢的运动,故省略人体 上肢建模.下肢结构的主要参数如表1所示,其中, 脚直接使用鞋的几何模型.

Tab.1 Main parameters of human lower limb		
-	部件	长度/mm
	大腿	420
	小腿	370
	腾部	300

表1 下肢主要参数

2.1.2 模型平衡控制

人体模型是一种非线性且不易稳定的系统,如 何调整各关节之角度或速度来保持平衡一直是非常 复杂的难点问题.本文提出一种简化方法解决模型 运动过程中的平衡问题,即假设人体运动过程中质 心位置变化不大,在此条件下胯部的运动和地面成 平行状态,因此在胯部设一平衡杆来控制胯部运动 实现平衡,如图1所示.



Fig.1 Geometric model of human walking

2.2 人体下肢运动的动力学模型

2.2.1 模型的运动约束

下肢建模是人体能否实现步行及步行质量好坏的关键所在,尤以关节结构为集中体现.人体膝关节由胫骨--股骨和髌骨--股骨关节组成,这样膝关节就成为胫骨和股骨相咬合的关节¹⁹⁻¹⁰;同时,膝关节和髋关节都只有一个自由度,可以用转动副连接.将地面设置为固定副,胯部和平衡杆之间为移动副.在各转动副设置驱动器,设置地面和脚之间的接触形式为碰撞.创建出符合实际的步态运动模型,如图 2 所示.



图 2 步态运动仿真模型 Fig.2 Gait motion simulation model

2.2.2 模型的运动控制

人的行走是一个周期活动过程,一个步态周期 为从脚跟着地到脚跟再次着地的时间.如图 3 所示, 步态周期分为支撑相和摆动相.其中,支撑相是指脚 跟着地到脚离地,每只脚的支撑相又分为首次触地、 支撑初期、支撑中期、支撑末期 4 个部分,占整个步 态周期的 62%左右;摆动相是脚尖离地到脚跟着地, 分为摆动早期、摆动中期、摆动末期,大约占整个步 态周期 38%^[11].本文使用 step 函数对关节角度进行 控制,以模拟行人的步态运动.



2.2.3 模型的运动仿真

设置仿真总时间为2s,仿真步数为500,即每个 仿真步长为0.004s,仿真结果如图4所示.



Fig.4 Gait simulation results

对比图 3 和图 4 可以发现,所建立的人体步态 仿真模型,其模拟结果与步态周期吻合度高,能够较 为准确地反映出行走过程中鞋的运动与姿态.

为进一步开展鞋涉水流-固耦合仿真,提取出鞋

参考点的速度和角速度作为有限元仿真的边界条件, 参考点选取了髋关节和脚跟连线中点的位置,具体如 图5所示,参考点的速度和角速度值如图6所示.







3 鞋涉水过程流固耦合仿真

3.1 鞋涉水的系统描述

鞋涉水有限元模型主要包括三部分,即欧拉区 域、鞋体和刚性地面.其中欧拉区域为欧拉体,鞋体 和刚性地面为拉格朗日体.考虑到鞋体--地面--流体 之间的复杂的接触关系,通过罚函数法的通用接触 算法来描述多体间的运动.

先以运动鞋为例分析其涉水过程.模型如图 7 所示,运动鞋单只质量为 0.29 kg,鞋长 250 mm,鞋底 最厚处为 30 mm、最薄处 8 mm.为减少网格数量和 计算消耗,暂不考虑鞋底花纹影响,且对鞋体模型进行适当简化.



Fig.7 Sports shoes model

将鞋体材料简化为橡胶来模拟鞋体的弹性行为. 通过 Mooney-Rivlin 模型描述橡胶材料鞋体模型的超弹性本构关系,则有:

和 I_2 为第一、第二 Green 不变量.

Ogden^[12]已经证明,在应变能密度和应力、应变 之间存在如下关系:

$$t_1 - t_2 = 2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_3^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$
(2)

$$t_2 - t_3 = 2(\lambda_2^2 - \lambda_3^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$
(3)

$$t_1 - t_3 = 2(\lambda_1^2 - \lambda_3^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$
(4)

式中:t 为真实应力; λ_1 为主伸长比. 对于单轴拉伸实 验, $t_2 = t_3 = 0$, 三个方向主伸长 $\lambda_1 = \lambda_u$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 1/$ $\sqrt{\lambda_u}$,则应力应变关系为:

$$t = 2(\lambda_u^3 - 1)(\lambda_u C_{10} + C_{01})$$
(5)

对于双轴拉伸实验, $t_1 = t_2, t_3 = 0$ 三个方向主伸 长 $\lambda_3 = 1/\lambda_B^2, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_B,$ 则应力应变关系为:

$$t = 2\left(\lambda_{B}^{2} - \frac{1}{\lambda_{B}^{4}}\right) (C_{10} + \lambda_{B}^{2}C_{01})$$
(6)

对于平面拉伸实验, $t_3 = 0$,三个方向主伸长 $\lambda_1 = \lambda_s$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 1/\lambda_s$ 则应力应变关系为:

$$t = 2\left(\lambda_{s}^{2} - \frac{1}{\lambda_{s}^{2}}\right)(C_{10} + C_{01})$$
(7)

对橡胶材料试件进行单轴拉伸、双轴拉伸和平 面拉伸实验,得到橡胶材料的实验数据.由此,根据 式(5)、(6)、(7)拟合橡胶材料的拉伸实验数据,结果 如图 8 所示(各条曲线表示材料拉伸数据和各种本 构方案下的拟合曲线).最终获得 Mooney–Rivlin 模 型参数 C_{10} = 0.181 MPa, C_{01} = 0.003 84 MPa.



采用 CEL 算法时,为防止欧拉区域和刚体地面接触失效,同时保证水花溅起高度的捕捉,需要设置欧拉区域远大于拉格朗日区域.

在 Abaqus 中对水的材料属性进行特殊定义,具体通过材料的状态方程实现,在此选用 Mie-Gruneisen 方程^[13],如公式(8)所示:

$$p = \frac{\rho_0 C_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2} \left(1 - \frac{\Gamma_0 \eta}{2}\right) + \Gamma_0 \rho_0 E_m \tag{8}$$

式中:p 为液体压强, Γ_0 ,s 为材料常数; $\eta = 1 - \rho_0/\rho$ 为名义体积压缩应变; ρ_0 为材料初始密度; E_m 为单 位质量内能; C_0 为材料初始声速.

3.2 有限元模型的建立

欧拉区域的主要尺寸为1000 mm×500 mm× 150 mm,为了保证欧拉区域和刚性地面的成功接触, 设置接触区域尺寸为1000 mm×500 mm×5 mm.划 分鞋体单元为四结点线性四面体单元 C3D4,地面单 元为四结点三维双线性刚性四边形单元 R3D4,欧拉 区域为八结点线性欧拉六面体单元 EC3D8R.建立 有限元模型如图9所示.



为防止欧拉材料流出边界,设置欧拉区域边界 的所有法向速度为 0. 地面为解析刚体,约束其所有 自由度. 将鞋体表面节点耦合到鞋的参考点上,将 Adams 得到的运动数据添加到鞋参考点上,以设置 鞋体的边界条件,且设置欧拉区域、鞋体和刚性地面 的接触为通用接触.

在 CEL 算法中,欧拉区域及自由表面通过体积 分数描述^[14-15].体积分数1代表欧拉材料充满欧拉单 元;0代表欧拉单元中不存在欧拉材料.初始状态下 欧拉区域体积分数都为0,这表示初始状态下欧拉 区域没有欧拉材料分布.为了描述水的初始分布,需 设定欧拉材料在欧拉区域的初始分布,本文初始分 布的体积模型来自于布尔操作,通过体积分数工具 指定其初始材料分布.根据鞋体的初始位置,得出欧 拉模型和初始水域模型如图10所示.



图 10 欧拉模型和水域初始节点分布 Fig.10 Euler model and initial node distribution in waters finite element model

3.3 计算结果分析

经过有限元分析计算,图 11 给出了 CEL 计算 所得鞋涉水过程.选取了几个比较重要的时刻,可以 看出,随着鞋的运动,CEL 算法可以清楚地计算水的 运动过程.



第 12 期



图 11 涉水计算结果 Fig.11 Wading results

进一步地,将鞋"涉水-出水"过程分为5个阶段,如图11(a)~(e),左侧为水的体积分数云图,右侧 为鞋体的应力云图.第一阶段鞋体运动使其前端与 地面接触,在这一过程中,发生了冲击,使鞋体周围 的水有向外排出的趋势,为排水阶段,如图11(a);第 二阶段鞋体开始向前运动,推鞋前端的水向前运动, 为推水阶段,如图11(b);第三阶段,鞋继续向前运 动,鞋前的水继续堆积,在鞋前端产生一个水膜,为 水膜生成阶段,如图11(c);第四阶段,鞋继续向前 运动,并伴随向上抬起动作,鞋前的水膜开始破 裂,为水膜破裂阶段,如图11(d);第五阶段,鞋前 的水膜完全破裂,鞋从水中出来,为完全出水阶段, 如图11(e).

读取水区域动能变化曲线如图 12 所示.可以看 到出现了能量峰值,峰值和陡升起点分别在 0.125 s 和 0.175 s.



这两个时刻的水的体积分数云图如图 13 (a)所示;水域速度云图如图 14(a)所示.可以发现,陡升起点出现在排水阶段,峰值出现在水膜发展阶段,这是由于,排水和推水过程使水体发生大范围运动,使系统动能陡升.在后续阶段中,因鞋体出水,水和鞋的相对冲击减小,导致水域动能减小,但仍出了一个峰值,其起始时间和峰值时间分别在 0.335 s 和 0.365

s. 后两个时刻的体积分数云图如图 13(b)所示;水域 速度云图如图 14(b)所示. 可以发现,为了补充因 鞋的划水运动而产生的水坑,水开始向水坑运动; 并且这段时间内飞溅的水下落到水面上,使系统动 能增大.



4 不同鞋的涉水性能比较

选取鞋长和运动鞋相同的平底鞋作为对比,两 者比较明显的特征区别在于平底鞋鞋头前端没有上 翘.为确保可比性,设置运动鞋底厚度的最厚和最薄 尺寸与运动鞋一致,且平底鞋的前端鞋面高度与运 动鞋的大致相当.根据以上原则选择图 15 所示平底 鞋模型并加以适当简化.



图 15 平底鞋建模 Fig.15 Flat shoes model

除鞋体模型外,其他模型和行人步态等边界条件均保持不变,通过计算,比较相同时刻水的体积分数云图和速度云图等来分析两种鞋涉水性能.

图 16 和图 17 分别为两种模型在主要时刻下的 体积分数云图和水域速度云图.时刻 1 中运动鞋模 型处于水膜破裂阶段,平底鞋处于水膜生成阶段,可 以发现平底鞋生成的水膜大于运动鞋生成的水膜. 时刻 2 中运动鞋处于水膜破裂末期,平底鞋处于水 膜破裂初期,平底鞋水膜包裹鞋体的面积大于运动 鞋.时刻 3 中运动鞋处于完全出水阶段,平底鞋处于 水膜破裂阶段,平底鞋溅起的水花大于运动鞋溅起 的水花.

图 18 为运动鞋和平底鞋计算模型的系统动能 比较,可以发现平底鞋的水域系统动能大于运动鞋 的水域动能,因为步态数据的一致,动能峰值位置基 本相同.





(b)时刻 2(左:运动鞋;右:平底鞋)



(e)时刻3(左:运动鞋;右:平底鞋)
 图16体积分数云图结果比较
 Fig.16 Comparison of volume fraction results



(a)时刻1(左:运动鞋;右:平底鞋)



(b)时刻2(左:运动鞋;右:平底鞋)



(c)时刻3(左:运动鞋;右:平底鞋)图17 速度云图结果比较

Fig.17 Comparison of velocity results





通过对不同时刻下的体积分数云图和水域速度 云图分析,可以发现,在相同运动步态下,平底鞋溅 起的水花大于运动鞋,因而从涉水到完全出水过程 所花费的时间大于运动鞋;通过分析不同模型水系 统的动能变化,可以发现平底鞋系统水区域动能大 于运动鞋,因此,平底鞋的涉水-出水过程要花费更 多的能量.以涉水时间和消耗能量大小为涉水性能 评价指标,平底鞋的涉水性能弱于运动鞋.

5 结论与展望

1)建立了行人步态多体动力学仿真模型和鞋涉 水流-固耦合模型,采用耦合欧拉-拉格朗日方法完 整分析了鞋"涉水-出水"过程,并对瞬态过程进行了 可视化,从而将鞋"涉水-出水"过程分为排水、推水、 水膜生成、水膜破裂和完全出水 5 个阶段.

2)在相同的行人步态和鞋底高度情况下,对两种不同的鞋进行涉水仿真,通过对比各个阶段的体积分数、水域速度和水域动能变化,发现所研究的平底鞋的涉水性能弱于运动鞋.

3)本研究开展的多体动力学-流-固耦合系统仿 真,可为类似复杂工程应用问题仿真分析提供技术 参考,也可为鞋的涉水性能分析及鞋的优化设计提 供一定的借鉴.

本文下一步可开展的研究工作主要有:

1)不同的步态可能导致不同的涉水性能,可以选择多种步态运动以分析其在鞋涉水过程中的影响.

2)在流-固耦合仿真当中,可考虑鞋的底部花 纹,以及鞋的亲水性,由此引起行走时水随着鞋的运 动被浇起从而将鞋头打湿,探究不同的鞋头形状和 步态产生的鞋头浇水现象的差异化,在此基础上以 进一步对鞋头设计给予理论指导.

参考文献

- 马增辉,刘立胜,岳珍,等.水陆两栖飞机波浪水面上降落耐波 性数值分析[J].计算力学学报,2018,35(3):380—386.
 MA Z H,LIU L S,YUE Z,et al. Numerical investigation on seakeeping performance of amphibious aircraft landing on waves [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics,2018,35(3):380— 386. (In Chinese)
- [2] 江旭东,孙其海,滕晓艳. 基于 CEL 方法的压差驱动式管道机器 人动力特性分析[J].振动与冲击,2019,38(23):259—264.
 JIANG X D,SUN Q H,TENG X Y. Dynamic characteristics analysis for an in-pipe robot driven by pressure difference based on CEL approach [J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38 (23):259—

264. (In Chinese)

[3] 雷娟棉,牛健平,王锁柱,等.初始分离条件对航弹与载机分离 安全性影响的数值模拟研究[J].兵工学报,2016,37(2):357-366.

LEI J M, NIU J P, WANG S Z, *et al.* Numerical simulation about the effect of initial separation condition on safety of aerial bomb separated from an aircraft[J]. Acta Armamentarii,2016,37(2):357—366. (In Chinese)

- [4] 杨晓彬,许国冬.基于重叠网格法的飞机水上降落水动力砰击 载荷研究[J].振动与冲击,2020,39(2):57—63. YANG X B,XU G D. Identification of hydrodynamic impact loads during the airplane ditching based on overset grid method [J]. Journal of Vibration and Shock,2020,39(2):57—63. (In Chinese)
- [5] 姜忠涛,李烨,庞学佳,等.近场水下爆炸气泡射流载荷冲击船 体外板的动响应分析[J].振动与冲击,2018,37(9):214-220. JIANG Z T,LI Y,PANG X J,*et al.* Dynamic response of hull plates subjected to near field underwater explosion bubble jet load [J]. Journal of Vibration and Shock,2018,37(9):214-220. (In Chinese)
- [6] DUCOBU F, RIVIÈRE-L ORPHÈVRE E, FILIPPI E. Finite element modelling of 3D orthogonal cutting experimental tests with the Coupled Eulerian-Lagrangian (CEL) formulation [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2017, 134:27-40.
- [7] 马子远,俞小莉,黄钰期,等. 基于 CEL 算法的发动机润滑液瞬态振荡过程可视化研究[J]. 振动与冲击,2018,37(1):72-76.
 MA Z Y,YU X L,HUANG Y Q,*et al.* CEL algorithm-based visualization simulation of the transient oscillation of engine lubricant [J]. Journal of Vibration and Shock,2018,37(1):72-76. (In Chinese)
- [8] NOH W F. Cel:a time-dependent, two-space -dimensional, coupled eulerian -Lagrangian code [J]. Methods in Computational Physics, 1964, 3:117-179.
- [9] BEILLAS P, PAPAIOANNOU G, TASHMAN S, et al. A new method to investigate in vivo knee behavior using a finite element model of the lower limb [J]. Journal of Biomechanics, 2004, 37(7):1019– 1030.
- [10] ZHOU X, DRAGANICH L F, AMIROUCHE F. A dynamic model for simulating a trip and fall during gait [J]. Medical Engineering & Physics, 2002, 24(2):121-127.
- [11] SUNG J, CHOI S, KIM H, et al. Feasibility of rehabilitation training with a newly developed, portable, gait assistive robot for balance function in hemiplegic patients [J]. Ann Rehabil Med, 2017, 41 (2):178–187.
- [12] OGDEN R W. Large deformation isotropic elasticity: on the correlation of theory and experiment for compressible rubberlike solids[J]. Proceedings of the Royal Society A Mathematical Physical & Engineering Sciences, 1972, 328(1575):567-583.
- [13] SHYUE K. A fluid-mixture type algorithm for compressible multicomponent flow with Mie-Grüneisen equation of state[J]. Journal of Computational Physics, 2001, 171(2):678-707.
- [14] AL-ATHEL K S,GADALA M S. Eulerian volume of solid (VOS) approach in solid mechanics and metal forming[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2011,200(25):2145— 2159.
- [15] NGUYEN V T, PARK W G. A volume-of-fluid (VOF) interfacesharpening method for two-phase incompressible flows [J]. Computers & Fluids, 2017, 152: 104—119.