

磁悬浮冷压缩机转子的动力学分析和试验研究

张舒月¹,李青^{1,2},伍继浩^{1†}

(1. 航天低温推进剂技术国家重点实验室,中国科学院理化技术研究所,北京 100190;

2. 华中科技大学 能源与动力工程学院,湖北 武汉 430074)

摘要:磁悬浮冷压缩机是大型超流氦制冷系统的关键部件. 针对某磁悬浮冷压缩机转子系统,通过构建基于铁木辛柯梁理论的转子有限元模型,以及将电控硬件的作用定义为等效刚度和等效阻尼,组建了闭环系统中磁悬浮转子的完整模型,并完成了临界转速和不平衡响应的仿真计算. 仿真和实验测得冷压缩机转子在相同 PID 控制器作用下的刚体临界转速分别为 27 Hz 和 28 Hz,前两阶弯曲临界转速的百分比误差均不超过 2%. 控制器的关键参数在一定范围内变化时,通过不平衡响应仿真计算和 50 000 rpm 范围内的升速实验这两种方法得到的转子动力学特性较为相符. 这验证了所提出的建模和动力学计算方法的可靠性和准确性,研究成果对冷压缩机转子的结构设计以及控制器调试具有重要参考意义.

关键词:有限元方法;主动式磁悬浮轴承;PID 控制;不平衡响应;临界转速

中图分类号:TH452

文献标志码:A

Dynamic Analysis and Experiments on Cold Compressor Research of Magnetic Suspension Rotor

ZHANG Shuyue¹, LI Qing^{1,2}, WU Jihao^{1†}

(1. State Key Laboratory of Technologies in Space Cryogenic Propellants, Technical Institute
of Physics and Chemistry, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. College of Energy and Power Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: Magnetic suspension cold compressor is one of the crucial components of the large superfluid helium refrigeration system. For the rotor system of magnetic suspension cold compressor, by constructing a finite element rotor model based on Timoshenko beam theory and defining the role of electronic control hardware as equivalent stiffness and equivalent damping, this study builds a completed magnetic suspension rotor model in the closed-loop system and completes the simulation calculation of critical speed and unbalanced response. The rigid body modal frequencies of the cold compressor rotor with the same PID controller, obtained by simulation and experiment, are 27 Hz and 28 Hz, respectively; and the percentage error of the first two critical bending modal frequencies does not exceed 2%. The rotor dynamic characteristics obtained respectively through unbalanced response simulation and the speed-up experiment within the rated speed range of 50 000 rpm, respectively, are consistent. It shows the modeling and dy-

* 收稿日期:2020-11-03

基金项目:中国财政部专项基金(ZDYZ2014-1), Special Fund of the Finance Ministry of China(ZDYZ2014-1); 航天低温推进剂技术国家重点实验室基金(SKLTSCP202104), Fund of State Key Laboratory of Technologies in Space Cryogenic Propellants(SKLTSCP202104)

作者简介:张舒月(1991—),女,河南周口人,中国科学院理化技术研究所 特别研究助理,博士

† 通信联系人, E-mail: wujihao@mail.ipc.ac.cn

dynamic calculation methods proposed in this paper are reasonable and reliable, which have essential reference significance for the cold compressor rotor's structural design and controller commissioning.

Key words: finite element method; active magnetic bearing; PID control; unbalanced response; critical speed

随着超流氦在高能物理、核聚变、超导电力等领域的广泛应用,大型超流氦低温制冷系统已成为不可或缺的基础支撑设施.对于2 K温区的大型氦低温系统,目前国际上普遍通过采用串联多级离心式冷压缩机在低温负压下对过冷槽减压降温的方法来获得1.8 K~2 K的超流氦^[1].冷压缩机作为超流氦系统核心部件,需要工作在负压低温环境下,工作转速达数万转每分钟.苛刻的运行条件对转子的支撑设备提出了较高的要求.常规的油脂润滑轴承在高转速下存在摩擦产热和寿命短等问题;气体轴承的转速较高,但由于压缩机的叶轮端需要工作在2 kPa的低压环境,采用气体轴承势必会对下端低温轴的密封提出更加严格的要求.

主动式磁悬浮轴承(Active Magnetic Bearing, AMB)利用电磁力将转子无摩擦无润滑地悬浮于空间,具有无磨损、高转速、寿命长等普适优点^[2].对于立式离心式压缩机而言,还可以采用主动控制的方式精确定位转子的轴向位置,改变叶顶间隙,控制进出压缩机的质量流率,从而达到预防压缩机喘振的目的^[3].主动式磁悬浮轴承被认为是当前超流氦制冷系统中冷压缩机转子支撑部件的最佳选择^[4].

根据冷压缩机的应用需求,建立一套准确和完善的磁悬浮转子动力学特性的计算方法对于前期磁轴承和转子的结构设计,以及后期控制参数的实际调试都具有重要意义.转子的研究历史较长,目前已有一些商业软件,如ANSYS、SAMCEF等.采用有限元方法分析其动力学特性,这也是部分学者研究磁悬浮转子时常采用的方法^[5-7].但这种方法忽略了磁悬浮轴承系统的阻尼作用,并将动态刚度简化为定刚度,只适合对临界转速和不平衡响应的估算.Mushi等^[8]构建了考虑传感器和功率放大器在内的转子状态空间模型,但该模型没有考虑反馈控制器的作用.王忠博等^[9]考虑了包含控制器在内的电控系统作用,但转子被简化为仅有一个自由度的刚性质点,难以保证这种动力学特性的计算方法对转速较高或形状细长的磁悬浮转子也同样适用.G Du^[10]等建立了四自由度转子模型,采用数值计算方法分析系统

刚度和阻尼对磁悬浮转子不平衡振动的影响,但未进行实验证实.

赵鹏^[11]采用传递矩阵法构建自由转子模型,研究了刚度对磁悬浮转子临界转速的影响,但系统的控制作用被等效为固定刚度,且该分析仅限于理论仿真.万金贵等^[12]构建了磁悬浮转子的完整模型,提出一种临界转速理论计算方法,并通过转子轴心轨迹的发散程度对临界转速进行估算,和理论结果进行比较,但是文中所建立的转子模型基于传递矩阵法,模型在表述上不够直观,不利于考虑外界激励,且没有给出转子不平衡响应的理论计算方法和对应的实验验证.

上述文献能对磁悬浮转子的动力学特性进行简单计算和分析,但由于没有考虑控制器的作用,或将转子视为简单模型等,因此对磁轴承支撑的转子动力学行为的模拟在一定程度上可能与真实情况存在偏差.Schweitzer和Maslen构建了转子有限元模型,并提出通过采用求解从不平衡干扰到转子位移的传递函数的方式获得转子的不平衡响应特性^[2].本文沿用传统转子频响特性的求解方法,理解和操作上较为方便,并对控制参数对转子动力学特性的影响规律进行了详细探讨;最后在磁悬浮冷压缩机原型实验台上对本文提出的动力学分析方法予以实验验证,实验结果和仿真结果较为符合.

1 磁悬浮转子系统的动力学建模

超流氦制冷系统中某级压缩机如图1所示.压缩机的额定转速为50 000 rpm,其转子由轴向磁悬浮轴承和两个径向磁轴承支撑,两个电感式位移传感器分布于径向磁轴承外侧,永磁同步电机置于中间位置,用以驱动转子高速旋转.

1.1 转子的有限元模型

磁悬浮转子重4.85 kg,中间部位的直径为59.8 mm,实物如图2所示.转子由内部轴芯以及推力盘、径向磁轴承和传感器的转子轴套、叶轮、压紧螺帽等附件组成.

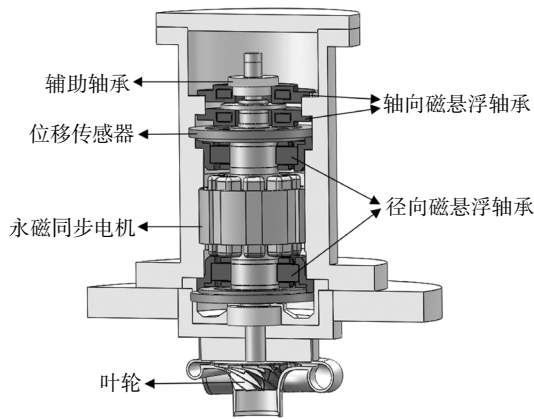


图 1 磁悬浮冷压缩机剖面结构
Fig.1 Sectional structure of magnetic suspension cold compressor

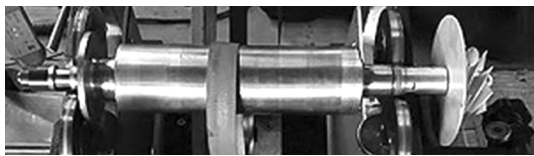


图 2 磁悬浮冷压缩机转子实物
Fig.2 Photo of magnetic suspension rotor for cold compressor

在轴的各种模型理论^[13]中,铁木辛柯梁考虑了转动惯量和剪切变形,适用于分析轴的横向振动^[14],本文基于该理论基础为转子的轴芯建立了弹性梁有限元模型.磁悬浮转子轴芯所用材料为 40 Cr,弹性模量为 2.11e11 Pa.永磁电机套筒以过盈的形式装配在轴芯的中间位置,可以和轴芯看作一个整体.但电机套筒所用材料为钕钴永磁体,因此在建模时将其弹性模量设定为轴芯材料的一半,为 1.08e11 Pa.图 3 是冷压缩机转子的有限元模型,其中,中灰色和浅灰色分别代表轴芯和电机套筒.

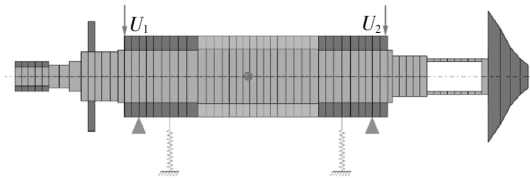


图 3 磁悬浮转子有限元模型
Fig.3 FEM of magnetic suspension rotor

电机套筒两端主要是传感器和径向磁轴承轴套,由 0.35 mm 厚的硅钢片压制而成,这部分对转子的横向弯曲影响较小,因此可忽略刚度,将其视为刚性圆盘单元.压紧螺帽、叶轮和轴向推力盘也进行了同样处理.图 3 中的深灰色部分表示刚性圆盘单元.另外,图中弹簧表示两径向磁轴承的位置,三角形表

示传感器位置.为检测和校正转子的残余不平衡质量,转子轴套两端沿半径为 25 mm 的周向各设计一圈螺纹孔,见图中“U1”和“U2”标记处.经测试,转子在这两处的残余不平衡量分别为 1.06 g·mm 和 0.82 g·mm,相角为 171°.

在为转子进行节点划分时,磁轴承、传感器、螺纹孔等关键位置均被设置为主节点.为保证计算的快速收敛,在主节点之间划分数个子节点,使相邻节点之间的距离尽可能相等.最后得到有 64 个节点的转子有限元模型,其中,径向磁轴承、位移传感器和螺纹孔位置分别位于节点 21 和 43,17 和 47,以及 15 和 48.

通过编写 MATLAB 代码完成上述转子模型的建立,得到包含各轴段单元和质量不平衡力的转子动力学方程如下所示:

$$\mathbf{M}_R \ddot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{D}_R \dot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{K}_R \mathbf{q}_R = \mathbf{F}_u \quad (1)$$

$$\mathbf{q}_R = [x_1 \ \phi_{y1} \ y_1 \ \phi_{x1} \ x_2 \ \cdots \ x_{64} \ \phi_{y64} \ y_{64}]^T$$

式中: \mathbf{q}_R 为转子的位移矢量;脚码数字代表节点数; x 和 y 分别表示径向线位移, ϕ_x 和 ϕ_y 为绕 x 和 y 的旋转角位移;质量矩阵 \mathbf{M}_R 为刚性圆盘轴段单元质量矩阵 \mathbf{M}_{dn} 和弹性轴轴段单元质量矩阵 \mathbf{M}_{sn} 之和,可用下列公式进行求解.

$$\mathbf{M}_{dn} = \begin{bmatrix} m_{dn} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{dn} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{dn} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{dn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{sn} = \frac{m_n l_n}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_n & 0 & 0 & 54 & -13l_n & 0 & 0 \\ 22l_n & 4l_n^2 & 0 & 0 & 13l_n & -3l_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 156 & 22l_n & 0 & 0 & 54 & -13l_n \\ 0 & 0 & 22l_n & 4l_n^2 & 0 & 0 & 13l_n & -3l_n \\ 54 & 13l_n & 0 & 0 & 156 & -22 & 0 & 0 \\ -13l_n & -3l_n & 0 & 0 & -22 & 4l_n^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 54 & 13l_n & 0 & 0 & 156 & -22l_n \\ 0 & 0 & -13l_n & -3l_n & 0 & 0 & -22l_n & 4l_n^2 \end{bmatrix}$$

式中: m_n 和 l_n 分别为第 n 段弹性轴单元的质量和长度, m_{dn} 和 J_{dn} 为第 n 段刚性圆盘单元的质量和直径转动惯量.阻尼矩阵 \mathbf{D}_R 和刚度矩阵 \mathbf{K}_R 的求解方法类似,可参考文献[15].

假设轴套两端螺纹孔处的残余不平衡质量分别为 m_{e1} 和 m_{e2} ,偏心距为 e_1 和 e_2 ,相位角为 φ_1 和 φ_2 ,则这两处的质量偏心引起的不平衡力 $\mathbf{f}_u(t)$ 可写作如下形式:

$$\mathbf{f}_u(t) = \mathbf{f}_{uc} \cos \omega t + \mathbf{f}_{us} \sin \omega t \quad (2)$$

式中: ω 为转子转频, \mathbf{f}_{uc} 和 \mathbf{f}_{us} 可表示为:

$$f_{uc} = \begin{bmatrix} m_{e1}e_1\omega^2 \cos \varphi_1 \\ m_{e1}e_1\omega^2 \sin \varphi_1 \\ m_{e2}e_2\omega^2 \cos \varphi_2 \\ m_{e2}e_2\omega^2 \sin \varphi_2 \end{bmatrix} \quad f_{us} = \begin{bmatrix} m_{e1}e_1\omega^2 \sin \varphi_1 \\ -m_{e1}e_1\omega^2 \cos \varphi_1 \\ m_{e2}e_2\omega^2 \sin \varphi_2 \\ -m_{e2}e_2\omega^2 \cos \varphi_2 \end{bmatrix}$$

通过引入和螺纹孔所在节点有关的转换矩阵 T_u , 将上述不平衡干扰力 f_u 扩展为整个转子上的广义不平衡力 F_u :

$$F_u = T_u f_u = (T_u f_{uc}) \cos \omega t + (T_u f_{us}) \sin \omega t \quad (3)$$

1.2 主动式电磁力

和传统油润滑轴承不同, 磁悬浮轴承产生的主动电磁力 f_a 取决于绕组线圈的控制电流 i 和转子偏离中心的位移 $x^{[2]}$:

$$f_a = \frac{4\mu_0 \nu^2 A i_0 \cos \alpha}{x_0^2} i + \frac{4\mu_0 \nu^2 A i_0^2 \cos \alpha}{x_0^3} x = k_i i + k_s x$$

式中: μ_0 为真空磁导率, A 为磁极面积, ν 为绕组匝数, x_0 和 i_0 分别为偏置位置和偏置电流, α 为磁极间夹角. k_i 和 k_s 为电流刚度和位移刚度, 仅和磁轴承的结构有关. 本文采用的两个径向磁轴承的结构相同, 实物见图 4 所示; 磁轴承的结构参数列于表 1.

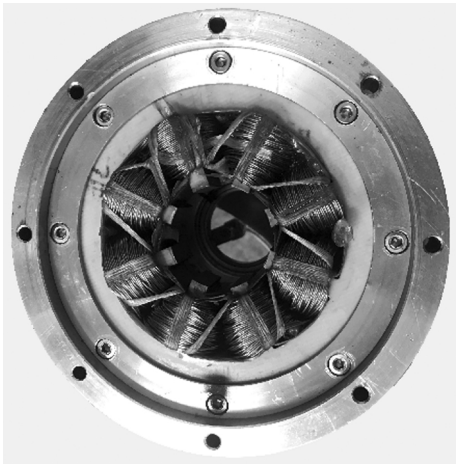


图 4 径向磁悬浮轴承定子

Fig.4 Stator of radial AMB

表 1 磁悬浮轴承的结构参数

Tab.1 Structural parameters of AMB

性质	数值
磁极面积 A/mm^2	246
线圈匝数 ν	93
保护轴承气隙 mm	0.15
磁轴承气隙 x_0/mm	0.35
偏置电流 i_0/A	1.464
电流刚度 $k_i (\text{N} \cdot \text{A}^{-1})$	108.76
位移刚度 $k_s (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	466 000

假设磁悬浮转子在某径向自由度保持稳定, 则:

$$m\ddot{x} = f_a = k_i i + k_s x \quad (4)$$

图 5 是磁悬浮转子闭环反馈系统, 转子位移 x 由传感器传递给控制器, 经计算后, 通过功率放大器转换为适当范围内的控制电流 i , 用以驱动电磁铁线圈. 因此公式(4)中位移 x 和电流 i 的关系可表示为:

$$i = G_a G_c (1 - G_s x) \quad (5)$$

式中: G_a 、 G_c 和 G_s 分别为功率放大器、控制器和传感器的传递函数. 磁悬浮转子闭环系统采用三电平功率放大器, 经扫频测试, 其增益为 0.79, 带宽达 2.3 kHz; 传感器增益为 20 000 V/m, 信号处理电路中抗混叠滤波器的带宽为 3.3 kHz. 功放和传感器的带宽远大于额定转频, 因此可以将传感器和功率放大器的传递函数简化为常数形式以突出控制器参数与系统刚度、阻尼的关系.

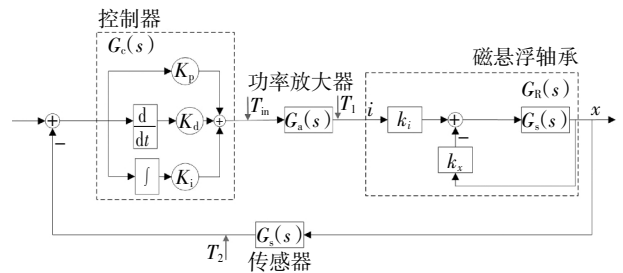


图 5 磁悬浮轴承-转子系统的闭环反馈框图

Fig.5 Closed-loop feedback block diagram of AMB-rotor system

为防止低频和高频状态下, 控制器无限放大位移偏差信号, 在 PID 基本控制器中增加积分时间常数 T_i 和微分时间常数 T_d . 本文采用的控制器形式如下式(6)所示:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{T_i s + 1} + \frac{K_d s}{T_d s + 1} \quad (6)$$

式中: K_p 、 K_i 和 K_d 分别是比例增益、积分增益和微分增益.

将公式(5)代入公式(4), 并进行拉普拉斯变换, 整理得:

$$-mX\omega^2 = -(\text{Re}\{G_a G_c G_s\}k_i - k_s) - j[\text{Im}\{G_a G_c G_s\}k_i]X \quad (7)$$

如果用 k_e 表示刚度, d_e 表示阻尼, 则质量-弹簧-阻尼系统的动力学方程的拉普拉斯变换形式为:

$$-mX\omega^2 = -k_e - j d_e \omega X \quad (8)$$

联立公式(6)(7), 同时对照公式(8), 闭环系统的等效刚度和等效阻尼为:

$$k_e = k_i G_a G_s (K_p + \frac{K_i}{T_i^2 \omega^2 + 1} + \frac{K_d T_d \omega^2}{T_d^2 \omega^2 + 1}) - k_s \quad (9)$$

$$d_e = k_i G_a G_s (\frac{K_d}{T_d^2 \omega^2 + 1} - \frac{K_i T_i}{T_i^2 \omega^2 + 1}) \quad (10)$$

两径向磁轴承在 x 和 y 方向上产生的电磁力可借助刚度和阻尼 ($k_e \mathbf{q}_a + d_e \dot{\mathbf{q}}_a$) 来表示, \mathbf{q}_a 为两径向磁悬浮轴承处的线位移. 因此, 在整个转子有限元模型上的广义电磁力为:

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{T}_a (k_e \mathbf{q}_a + d_e \dot{\mathbf{q}}_a) = \mathbf{T}_a^{-1} k_e \mathbf{T}_a \mathbf{q}_R + \mathbf{T}_a^{-1} d_e \mathbf{T}_a \dot{\mathbf{q}}_R \quad (11)$$

式中: \mathbf{T}_a 为电磁力的转换矩阵.

考虑控制器等电控硬件的闭环系统中的磁悬浮转子的动力学模型可描述为:

$$\mathbf{M}_R \ddot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{D}_R \dot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{K}_R \mathbf{q}_R = \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_u \quad (12)$$

综合公式(3), 整理为如下方程:

$$\mathbf{M}_R \ddot{\mathbf{q}}_R + (\mathbf{D}_R + \mathbf{T}_a^{-1} d_e \mathbf{T}_a) \dot{\mathbf{q}}_R + (\mathbf{K}_R - \mathbf{T}_a^{-1} k_e \mathbf{T}_a) \mathbf{q}_R = \mathbf{F}_u \quad (13)$$

即:

$$\mathbf{M}_R \ddot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{K} \mathbf{q}_R = \mathbf{F}_u \quad (14)$$

2 磁悬浮转子的动力学计算

针对公式(14)所示的转子动力学微分方程组, 一般采用模态叠加或者数值分析方法分析转子的动力学特性. 模态叠加法通过解耦处理简化了原始运动方程, 但该方法忽略了系统阻尼的影响^[16]. 数值分析法通过离散时间项得到上述方程的时域近似解, 对少自由度模型的求解比较有效, 但对高阶次有限元转子模型而言费时费力^[10]. 出于方法的普适性, 这里对上述方程进行变换, 然后通过求解特征值和特征向量的形式得到临界频率和模态振型^[15], 通过求解方程的稳态解获知转子的振动情况.

2.1 特征值和特征向量

为得到一阶微分方程, 对上述二阶微分方程组进行降阶处理. 方程(14)转换为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_R \\ \mathbf{q}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_R \\ \mathbf{q}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_u \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (15)$$

即

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_R \\ \mathbf{q}_R \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_R \\ \mathbf{q}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{M}_R^{-1} \mathbf{F}_u \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}_R^{-1} \mathbf{D} & -\mathbf{M}_R^{-1} \mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

式中: 矩阵 \mathbf{A} 的特征根 λ 和特征向量 \mathbf{v} 分别对应转子系统的固有频率和模态振型. 由于转子模型考虑了陀螺效应, 因此特征根可用共轭复数表示:

$$\lambda_k = \sigma_k \pm j\omega_k \quad (k = 1, 2, \dots, 2N)$$

式中: j 为虚数单位, k 为序数, N 表示方程(16)的自由度数, 即模型节点数 n 的 4 倍. 特征值的实部 σ_k 表示特征阻尼, 虚部 ω_k 为固有频率.

2.2 质量不平衡响应

结合方程(3)和(14), 质量不平衡力作为激励时, 转子的振动方程可表示为:

$$\mathbf{M}_R \ddot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{D}_R \dot{\mathbf{q}}_R + \mathbf{K}_R \mathbf{q}_R = \mathbf{T}_u f_{uc} \cos \omega t + \mathbf{T}_u f_{us} \sin \omega t \quad (17)$$

上述方程的稳态解具有这样的形式^[12]:

$$\mathbf{q}_R = \mathbf{q}_c \cos \omega t + \mathbf{q}_s \sin \omega t \quad (18)$$

将公式(18)代入方程(17), 整理得:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_c \\ \mathbf{q}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} & -\omega^2 \mathbf{D} \\ \omega^2 \mathbf{D} & \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_u f_{uc} \\ \mathbf{T}_u f_{us} \end{bmatrix} \quad (19)$$

3 磁悬浮转子动力学特性仿真

磁悬浮转子的动力学特性不仅取决于转子和磁轴承结构, 还和控制器有关. 根据本文提出的建模方法和上述动力学计算公式, 本节将解释 PID 参数的选择依据, 并对该控制参数下磁悬浮转子的临界转速和不平衡响应进行仿真计算.

3.1 控制器参数的取值范围

对于结构已经确定的磁悬浮转子, 可以通过改变控制器参数主动调整系统的刚度和阻尼, 以实现磁悬浮转子的稳定及良好的动态性能.

公式(6)中, 微分项的截止频率和工作频率有关, 本文取 800 Hz; 积分项的截止频率较低, 取 0.75 Hz. 容易证明, 对于处于 0.75 ~ 800 Hz 频率范围内的磁悬浮转子, 公式(9)中积分增益和微分增益对控制器刚度的影响较小, 在初期进行控制器参数整定时可忽略处理, 因此:

$$k_e \approx k_i \cdot G_a G_s K_p - k_x \quad (20)$$

为稳定转子, 控制系统提供的刚度需大于磁轴承的本身负刚度^[2], 即位移刚度. 但过大的刚度要求高带宽的功率放大器, 且可能会造成磁场饱和. 如果系统刚度取位移刚度的 1 ~ 3 倍, 则由公式(20)得:

$$K_p = \frac{\alpha k_x}{k_i G_a G_s} \in (0.27, 0.80) \quad (21)$$

式中: $\alpha \in (1, 3)$.

同理, 系统阻尼和微分增益的关系式可简化为:

$$d_e \approx k_i G_a G_s K_d \quad (22)$$

为获得较好的静、动态响应性能, 压缩机和磁悬浮轴承的相关标准^[17, 18]要求额定转速范围内系统的阻尼比大于 20%. 然而大阻尼比会导致噪音信号的放大以及造成控制信号饱和. 如果将阻尼比的范围取为 20% ~ 70%, 联立阻尼比公式 $\xi = d_e / (2\sqrt{k_e m})$ 和公式(22), 得:

$$K_d = \frac{2\zeta\sqrt{mk_x}}{k_f G_a G_s} \in (3 \times 10^{-4}, 11 \times 10^{-4}) \quad (23)$$

3.2 K_p 和 K_d 对转子动力学特性的影响

公式(21)和(23)所列参数取值范围能够保证转子稳定悬浮. 在该范围内改变 K_p 和 K_d , 可进一步研究控制器关键参数对磁悬浮转子动力学特性的影响规律.

冷压缩机转子被设计为刚性转子, 因此额定转速范围内转子位移振动达到最大时的频率可看作刚体临界转速. 刚体临界转速随 K_p 和 K_d 的变化曲线分别如图6和图7所示.

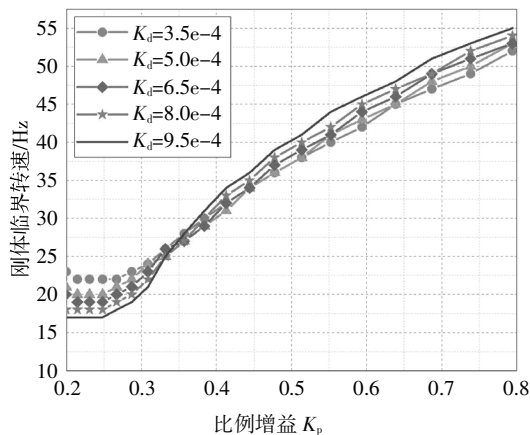


图6 临界转速随比例增益的变化曲线

Fig.6 Critical speed as the function of proportional gain

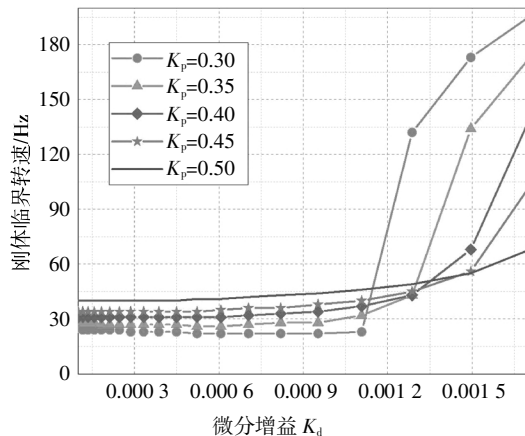


图7 临界转速随微分增益的变化曲线

Fig.7 Critical speed as the function of differential gain

由图6可知, 在0.27~0.8范围内, 随 K_p 的增加, 刚体临界转速从约20 Hz增加到53 Hz附近, 增加的速度逐渐平缓. 这表明通过增减 K_p 可改变刚体临界转速, 从而有可能避免转子在升速时的大幅振动, 使得整个过程的运行更加平稳. 此外, 由上图还可以获知, 随 K_p 增加, 临界转速和 K_d 由负相关逐渐

变为正相关. 但整体而言, 相比 K_p , K_d 对临界转速影响较小.

由图7知, 在0.0002~0.0011范围内, 随 K_d 的增加, 刚体临界转速基本保持在30 Hz, 超过0.0011, 临界转速对 K_d 异常敏感. 这说明当处于合适范围内, 临界转速几乎不受 K_d 的影响, 计算系统刚度时可对控制器的微分作用进行忽略处理; 但当 K_d 较大时, 即使微小变化, 也会造成临界转速的急剧改变, 转子工作于这种状态是十分危险的.

图8和图9分别是某传感器观测到的位移振动峰值随 K_p 和 K_d 的变化情况. 由图8可知, 随 K_p 的增加, 转子的位移振动峰值呈现先增大后减小的趋势, 这一过程的极值随 K_d 的增加而减小. 图9中位移振动峰值的变化趋势和图8类似, 即随 K_d 的增加先增大后减小, 但这一极值随 K_d 的增加而增大. 这表明在极小的 K_d 作用下, K_p 的增加反而可能会加剧转子运转过程中的位移振动.

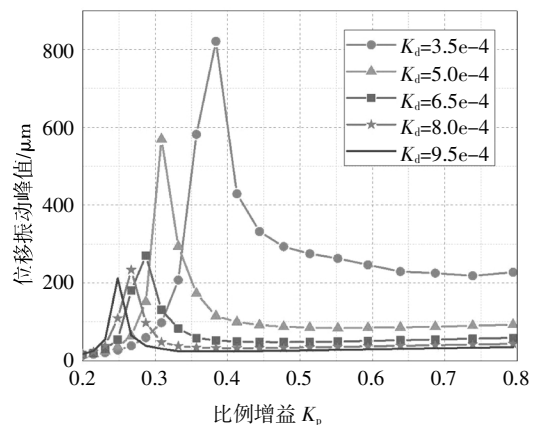


图8 位移振动峰值随比例增益的变化曲线

Fig.8 Displacement vibration peak as the function of proportional gain

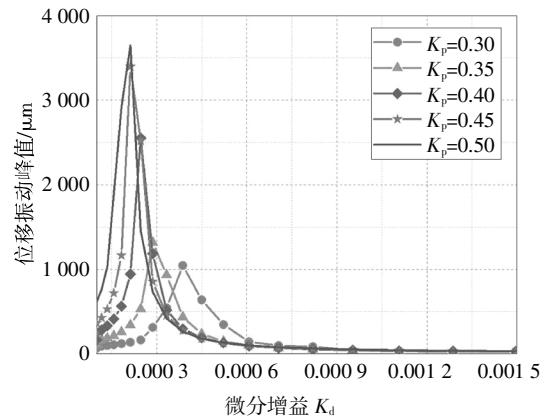


图9 位移振动峰值随微分增益的变化曲线

Fig.9 Displacement vibration peak as the function of differential gain

磁悬浮转子辅助轴承的气隙为 $150\ \mu\text{m}$, 综合考虑转子的位移振动情况, 一组合适的 K_p 和 K_i 可选择为 0.35 和 0.000 60. 控制器的积分项用于消除转子的静态误差, 本文选取为 K_p 的 10 倍, 即 $K_i = 3.5$ 作为控制器的积分增益. 为方便对比, 接下来的仿真计算和实验测试均采用上述控制器参数值.

3.3 临界转速

通过求解公式(16)中特征矩阵 A 的特征值 λ_i 可获知转子的特征频率信息. 计算不同转速下的特征频率 ω_i , 连接同一模态下的特征频率, 连线和转速的交点为转子的临界转速, 如图 10 所示, 即上述 PID 控制参数作用下的坎贝尔图.

由图 10 知, 磁悬浮转子的弯曲涡动频率随转速线性变化. 但和自由转子不同的是, 刚体临界转速在低转速下呈现非线性变化. 这是由于在控制器作用下, 闭环系统中转子的刚度并非固定值, 而是随着转速发生变化 (见公式 (9)), 且在转速小于约 2 000 rpm 时, 这种变化比较明显.

在实际运转过程中, 磁悬浮转子只有前向涡动模态被激发^[9]. 由图 10 知, 转子的前两阶前向刚体临界转速分别在 25 和 40 Hz 附近. 前两阶前向弯曲临界转速分别为 2 502 Hz 和 4 821 Hz, 如果不考虑陀螺效应, 前两阶弯曲临界转速分别为 2 238 Hz 和 4 280 Hz. 冷压缩机的最大额定转速为 833 Hz, 距离第一阶弯曲临界转速有较大安全裕度, 远满足标准要求.

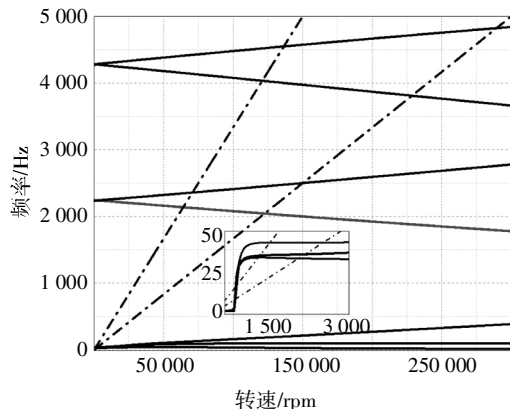


图 10 PID 控制下转子的坎贝尔图

Fig.10 Campbell diagram of the rotor with PID controller

3.4 不平衡响应

根据公式(19)求得两传感器处转子的位移振动情况, 如图 11 所示. 在上述 PID 控制器参数下, 转子在 27 Hz 附近振动较大, 上下传感器观测到的位移振动峰值分别为 $89\ \mu\text{m}$ 和 $55\ \mu\text{m}$. 越过振动峰值, 转

子运行较为平稳. 与图 10 所示坎贝尔图中的两个刚体模态不同, 不平衡响应仿真只观测到一个振动峰值, 这是由于平动模态频率和锥动模态频率过于接近.

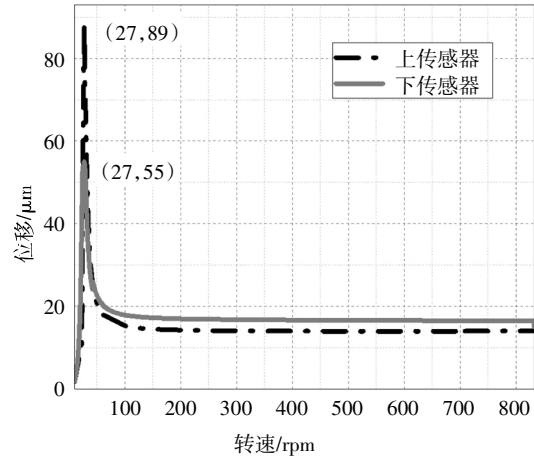


图 11 转子在上下传感器处的不平衡位移响应仿真

Fig.11 Simulation of unbalanced displacement response of the rotor at the upper and lower sensors

4 实验

4.1 模态试验

4.1.1 闭环系统的辨识

为验证本文所建立的磁悬浮转子系统数学模型的准确性, 采用安捷伦的动态信号分析仪 35670A 对闭环系统进行正弦扫频测试. 正弦信号从功率放大器的前端 (图 5 中标识为 T_m 处) 输入, 并对从被控对象输入端 (T_1) 到转子位移输出端 (T_2) 的信号进行分析, 得到闭环系统中磁悬浮转子模型第一通道的波特图, 如图 12 黑色虚线所示.

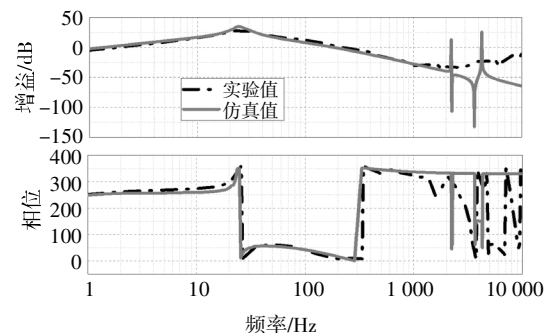


图 12 闭环系统中磁悬浮转子模型

Fig.12 Model of magnetic suspension rotor in closed loop system

图中灰色实线表示通过仿真计算, 得到的对应输入端到对应输出端的传递函数波特图. 由图可知,

在 0 ~ 2 000 Hz 范围内,经仿真计算和模态辨识实验得到的模型较为匹配,两种方法获得的刚体临界转速分别为 27 和 28 Hz.但当频率较大时难以通过这种方法辨识出磁悬浮转子模型及其弯曲模态.

4.1.2 力锤激励实验

磁悬浮转子的刚体临界转速主要受控制器影响,而弯曲临界转速主要取决于磁悬浮转子的机械结构^[2],和控制系统提供的刚度几乎没有关系,因此采用锤击法测量得到的自由转子的高阶临界转速可近似看成闭环系统中磁悬浮转子的临界转速.将转子等分为 17 个力锤敲击点,其中加速度传感器固定于节点 5.为保证力锤激励带宽,选取较硬的铝质锤头进行锤击.图 13 中前两阶弯曲临界转速分别为 2 280 Hz 和 4 199 Hz,而仿真计算结果为 2 238 Hz 和 4 280 Hz,两者分别相差 1.8%和 1.9%.

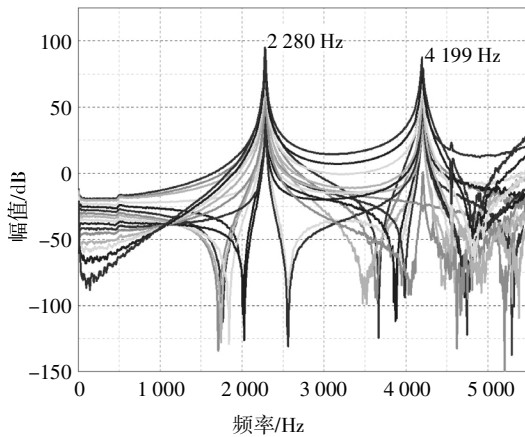


图 13 前两阶临界弯曲临界转速实验测试结果
Fig.13 Experimental results of the first two critical bending mode frequencies

4.2 动力学特性测试实验

4.2.1 实验平台

磁悬浮冷压缩机实验台如图 14 所示,它主要由磁悬浮冷压缩机本体、电控硬件系统、采集和监控系统、控制器开发系统等组成.为测试转子升速过程中的运行情况,设置转速的加速度为 500 rpm/s,转子从静止悬浮匀速缓慢升速到 50 000 rpm,传感器将测得的位移信号传至 LabVIEW 监控程序.

4.2.2 升速实验

采用和图 11 相同的 PID 控制参数,检测转子升速时的位移信号并借助 MATLAB 进行分析,得到位移随转速变化的曲线图,如图 15 所示.由图可知,实际观测到的转子的刚体临界转速为 28 Hz,此时上下传感器处的位移振动最大,为 93/70 μm .和仿真计算

的不平衡响应结果(图 11)相比,刚体临界转速相差较小,为 1 Hz.实验和仿真结果显示振动峰值相差 4/15 μm ,越过临界转速,转子分别稳定在 21 μm 和 16 μm 附近.

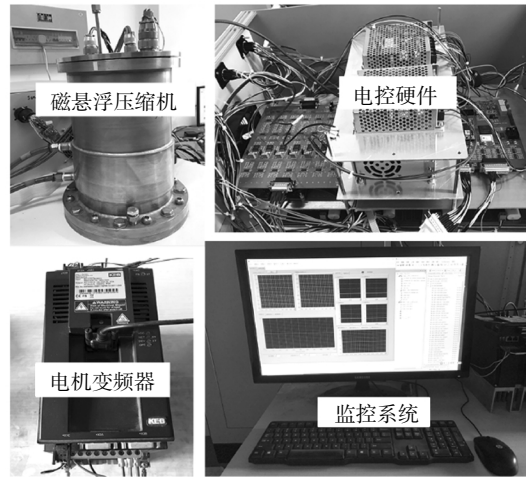


图 14 磁悬浮冷压缩机测试实验台

Fig.14 Test rig for magnetic suspension cold compressor

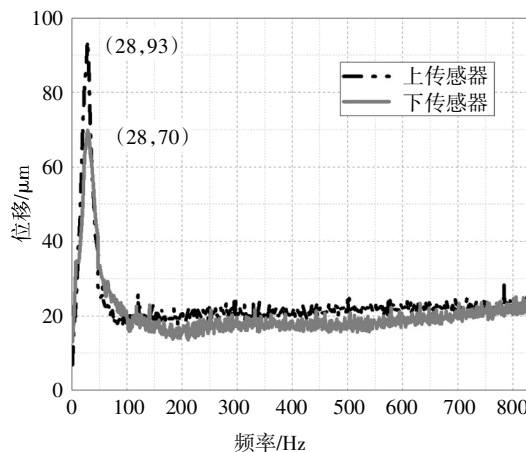


图 15 转子在升速过程中的位移振动情况

Fig.15 Displacement vibration of rotor during speed-up

4.2.3 K_p 和 K_d 对转子振动的影响

基于前文的仿真结果,当 $K_p \in (0.35, 0.50)$ 且 $K_d \in (0.000 45, 0.000 65)$ 时,转子振动幅度小于安全气隙.在该范围内分别选取五组 K_p 和五组 K_d ,并对转子升速时的振动情况进行测试.

以上传感器观测到的位移为例,保持微分增益 $K_d = 0.000 60$ 不变, K_p 分别取 0.30, 0.35, 0.40, 0.45, 0.50,实验测得转子升速时的位移振动情况,如图 16 所示.可知,随 K_p 的增加,转子的刚体临界转速从 25 Hz 逐渐增加到约 50 Hz,振动峰值随 K_p 的增加从 178 μm 逐渐减小到约 35 μm .但 K_p 较大时,如为

0.50 时,会造成转子在高转速运转时的大幅振动,这可能是由于系统刚度和阻尼会随转速的增加分别增大和减小造成的。

图 17 是保持比例增益 $K_p = 0.35$, K_d 分别取 $4.5e-4$, $5.0e-4$, $5.5e-4$, $6.0e-4$ 和 $6.5e-4$ 时,转子的位移振动情况。可见,转子的刚体临界转速对 K_d 的变化不敏感,基本维持在 30 Hz。但振动峰值随 K_d 的增加而明显降低,从 205 μm 降低至约 75 μm 。由图 16 和图 17 明显看到,越过刚性模态,转子运行稳定,位移振动基本不随 K_p 和 K_d 发生改变,保持在 21 μm 附近。

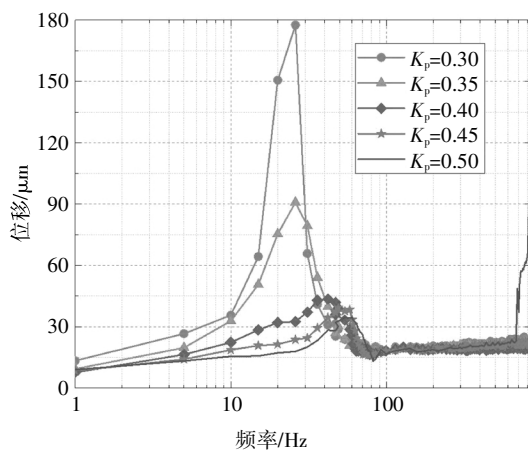


图 16 不同比例增益下转子的位移振动情况

Fig.16 Displacement vibration of the rotor as the function of proportional gains

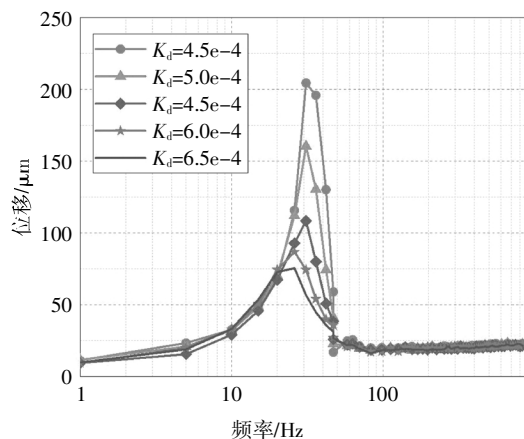


图 17 不同微分增益下转子的位移振动情况

Fig.17 Displacement vibration of the rotor as the function of differential gains

通过图 6-11 以及图 12-17 的对比分析可以发现,仿真计算和实验测试得到的转子动力学特性的变化情况较为符合,具体表现为:1)相同控制器参数下转子的位移振动情况随转速的变化趋势一致;2)

当 $K_d = 0.000\ 60$, $K_p \in (0.35, 0.50)$, 随着 K_p 的增加,仿真结果和实验结果显示刚体临界转速分别从约 20 Hz 增加到 40 Hz, 以及从 23 Hz 增加到 53 Hz 附近; 3)当 $K_p=0.35$, $K_d \in (0.000\ 45, 0.000\ 65)$, 仿真和实验结果均显示刚体临界转速受 K_d 的影响较小,基本保持在 30 Hz 附近; 4)当 $K_d = 0.000\ 60$, $K_p \in (0.35, 0.50)$, 随 K_p 的增加,仿真结果表明转子的振动峰值从 175 μm 减小到 55 μm 附近,实验显示从约 178 μm 减小到 35 μm ; 5)当 $K_p=0.35$, $K_d \in (0.000\ 45, 0.000\ 65)$, 随着 K_d 的增加,仿真结果和实验结果分别显示转子的振动峰值从 235 μm 减小到约 75 μm , 以及从 205 μm 减小到约 75 μm ; 6)越过临界转速,转子稳定运行时的振动幅值几乎不受 K_p 和 K_d 的影响,仿真结果显示转子稳定在 14 μm , 而实验测试的这一数值较大,为 21 μm , 这可能是由于转子的不平衡质量的测量值小于其真实值。

5 结 论

本文将电控硬件的刚度和阻尼作用加入转子有限元模型,得到闭环系统中磁悬浮转子的完整模型及其临界转速和不平衡响应的计算方法。基于该方法,研究了控制器关键参数对磁悬浮转子动力学特性的影响特点。通过仿真计算选择出合适的控制参数,并应用于磁悬浮冷压缩机实验台,对比实验结果和仿真结果,得到如下结论:

1)通过闭环系统正弦扫频实验和力锤激振实验测得的转子刚体临界转速和弯曲临界转速,和仿真结果相比,分别相差 1 Hz 和 2%。

2)当控制器参数在一定范围内变化时,仿真和实验结果显示:转子刚体临界转速随比例增益单调增加,但几乎不受微分增益的影响;转子升速过程中的振动峰值随比例增益单调递减,且随微分增益单调递减。

3)相同的控制器参数下,通过仿真计算和升速实验得到的转子的刚体临界转速和振动峰值较为接近,位移振动随转速的变化趋势一致。

4)实验和仿真结果的符合性较好说明了本文所提出的磁悬浮转子的建模方法和动力学分析方法的可靠性。该工作为大型超流氦低温制冷设备中冷压缩机的实际调试和应用奠定了重要的理论和实践基础。然而,本文的研究对象是第三级压缩机,且文中实验是将转子端部裸露于空气中,因此叶轮处的周向力可以假设为零。实际各级冷压缩机在工况、尺寸

等方面各有不同,尤其第一级冷压缩机的入口端为2K超流氦槽池,易受气流流动不稳定的影响,此时实际工况下磁悬浮转子的动力学特性有待进一步深入研究。

参考文献

- [1] KUENDIG A, SCHOENFELD H, VOIGT T, *et al.* The cold - compressor systems for the LHC cryoplants at CERN [C]// Proceedings of the Twentieth International Cryogenic Engineering Conference, (ICEC20). Amsterdam: Elsevier, 2005: 1043—1046.
- [2] SCHWEITZER G, MASLEN E H, BLEULER H, *et al.* Magnetic bearings theory, design, and application to rotating machinery [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2009: 27—67, 253—288.
- [3] KURVINEN E, FITTRO R, MASLEN E. Improving compressor surge performance with advanced control [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2016, 230(7): 672—679.
- [4] ZHANG S Y, PAN W, WEI C B, *et al.* Structure design and simulation research of active magnetic bearing for helium centrifugal cold compressor [J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2017, 278(1): 012162.
- [5] 彭龙, 李光军, 崔亚东, 等. 储能飞轮的转子动力学分析与测试试验[J]. 储能科学与技术, 2019, 8(3): 595—601.
PENG L, LI G J, CUI Y D, *et al.* Analyses and experimental validation testing of rotor dynamics of a flywheel [J]. Energy Storage Science and Technology, 2019, 8(3): 595—601. (In Chinese)
- [6] 雷新亮, 卿华. 基于PID控制的磁轴承转子动力学分析[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2015, 28(2): 20—25.
LEI X L, QING H. Analysis on magnetic bearing rotor dynamics based on PID control [J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2015, 28(2): 20—25. (In Chinese)
- [7] 任正义, 周元伟, 张绍武, 等. 转动惯量比对飞轮转子系统稳定性影响[J]. 机械设计与制造, 2020(3): 203—206.
REN Z Y, ZHOU Y W, ZHANG S W, *et al.* Influence of moment of inertia ratio on stability of flywheel rotor system [J]. Machinery Design & Manufacture, 2020(3): 203—206. (In Chinese)
- [8] MUSHI S E, LIN Z, ALLAIRE P E. Design, construction, and modeling of a flexible rotor active magnetic bearing test rig [J]. Mechatronics IEEE/ASME Transactions on, 2012, 17(6): 1170—1182.
- [9] 王忠博, 毛川, 祝长生. 主动电磁轴承-刚性转子系统PID控制器设计方法[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(20): 6154—6163.
WANG Z B, MAO C, ZHU C S. A design method of PID controller for active magnetic bearings-rigid rotor systems [J]. Process of the CSEE, 2018, 38(20): 6154—6163. (In Chinese)
- [10] DU G W, SHI Z, ZUO H, *et al.* Analysis of Unbalanced Response of Rigid Rotor Supported by AMBs under Coupling Dynamic and Control Methods [J]. Applied Computational Electromagnetics Society Journal, 2019, 34(4): 512—519.
- [11] 赵鹏. 磁悬浮转子系统动态特性研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2005.
ZHAO P. Research on dynamic characteristic of magnetic suspension rotor [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2005. (In Chinese)
- [12] 万金贵, 汪希平, 江鹏, 等. 磁悬浮支承转子系统动力学特性计算与分析[J]. 应用力学学报, 2008(3): 405—410+539.
WAN J G, WANG X P, JIANG P, *et al.* Dynamic performance of rotor system supported by AMB [J]. Chinese Journal of applied mechanics, 2008(3): 405—410+539.
- [13] HAN S M, BENAROYA H, WEI T. Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories. [J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 225(5): 935—88.
- [14] LEE S Y, LIN S M, LIN Y S. Instability and vibration of a rotating Timoshenko beam with precone [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2009, 51(2): 114—121.
- [15] 费钟秀. 复杂转子耦合系统有限元建模及其动力特性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2013.
FEI Z X. Research on finite element modeling and dynamic behaviors of complex multi-rotor coupled system [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2013. (In Chinese)
- [16] LEI S L, PALAZZOLO A. Control of flexible rotor systems with active magnetic bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 314(1/2): 19—38.
- [17] Axial and centrifugal compressors and expander-compressors for petroleum, chemical and gas industry services: API 617 [S]. Washington D C: American Petroleum Institute API, 2002: 180—184.
- [18] Mechanical vibration - Vibration of rotating machinery equipped with active magnetic bearings - Part 3: Evaluation of stability margin; ISO 14839-3 [S]. London: International Organization for Standardization ISO, 2006: 21—23.
- [19] HOSSEINI S A A, YEKTANEZHAD A. Primary resonance analysis of a nonlinear flexible shaft supported by active magnetic bearings using analytical method [J]. ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Ztschrift fur angewandte Mathematik und Mechanik, 2020, 100(10): 1—20.