文章编号:1674-2974(2021)11-0132-10

DOI: 10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2021.11.013

变截面波形钢腹板弹性整体 屈曲计算及几何参数分析

冀伟[†],马建红 (兰州交通大学 土木工程学院,甘肃 兰州 730070)

摘 要:为研究变截面波形钢腹板的抗剪性能,首先,在正交异性板理论和薄板小挠度理论的基础上,运用伽辽金法对波形钢腹板弹性整体剪切屈曲强度的计算公式进行推导;其次,将推导公式计算值与 ANSYS 有限元计算值及规范公式计算值进行对比分析,并将公式推导值与文献试验值进行对比;最后,运用有限元法研究不同波纹型号、腹板厚度和梁高变化形式对变截面波形钢腹板弹性剪切屈曲性能的影响规律. 结果表明:推导公式计算值与有限元值试验值吻合良好,规范公式由于忽略了扭转刚度 D_{xy} 对波形钢腹板整体剪切屈曲强度的贡献,规范值计算偏于保守;随着波纹尺寸的增加,剪切屈曲强度总体呈先增大后减小的趋势,其中 1600型波形钢腹板的抗剪性能达到最大;随着腹板厚度的增加,剪切屈曲强度逐渐增大;变截面波形钢腹板的剪切屈曲强度大于等截面波形钢腹板的抗剪强度,并且随着梁底与水平方向的夹角 β 的增大,变截面波形钢腹板剪切屈曲强度增加. 所得结论可为变截面波形钢腹板的抗剪设计提供参考依据.

关键词:变截面;波形钢腹板;弹性整体屈曲;伽辽金法;小挠度理论;正交异性板中图分类号:U448.21 文献标志码:A

Elastic Global Buckling Calculation and Geometric Parameter Analysis of Corrugated Steel Webs with Variable Section

JI Wei[†], MA Jianhong

(College of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: In order to study the shear performance of variable cross—section corrugated steel webs, firstly, based on the theory of orthotropic plate and the theory of small deflection of thin plate, the calculation formula of elastic overall shear buckling strength of corrugated steel webs is deduced by Galerkin method. Secondly, the calculation value of the derived formula is compared with those of ANSYS finite element and code formula. Moreover, the derived value of the formula is also compared with the experimental value in the literature. Finally, the influence of different types of corrugations, web thickness and girder height on the elastic shear buckling behavior of variable cross—section corrugated steel web is studied by using the finite element method. The results show that the calculated value of the derived formula is in good agreement with that of the finite element method and test value. Because the contribution of

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52168019,51868039), National Natural Science Foundation of China(52168019,51868039); 兰州市科技计划资助项目(2018-4-33), Lanzhou Science and Technology Program(2018-4-33)

^{*} 收稿日期:2020-08-18

作者简介:冀伟(1982—),男,山西阳泉人,兰州交通大学教授,博士

[†]通信联系人,E-mail:jiwei1668@163.com

 D_{xy} to the global shear buckling strength of the corrugated steel web is ignored in the specifications formula, the calculation of the value of the specifications is more conservative. With the increase of the corrugated size, the shear buckling strength generally increases first and then decreases, where the shear performance of the 1600 corrugated steel web reaches the maximum. With the increase of the web thickness, the shear buckling strength increases gradually. The shear buckling strength of the variable section corrugated steel web is greater than that of the constant section corrugated steel web. With the increase of the angle β between the girder bottom and the horizontal direction, the shear buckling strength of the variable section corrugated steel web increases. The conclusion can provide a reference for the shear design of the same type of bridge.

Key words: variable cross-section; corrugated steel web; elastic global buckling; Galerkin method; small deflection theory; orthotropic plate

波形钢腹板-混凝土组合箱梁采用波形钢腹板代替了混凝土箱梁的混凝土腹板,不仅减轻了桥梁上部结构的重量,而且改善了混凝土腹板易开裂的通病,提高了桥梁的跨越能力[1-2].对于大跨度的变截面波形钢腹板-混凝土组合箱梁,波形钢腹板的抗剪性能成为制约桥梁跨越能力的主要因素.因此,研究变截面波形钢腹板的剪切屈曲性能对波形钢腹板的抗剪设计有重要意义.

国内外学者已对波形钢腹板的剪切屈曲性能进 行了大量研究、Yi 等^[3]基于小变形理论将单位长度的 矩形波形钢腹板简化为正交异性板,提出了单位长 度的矩形波形钢腹板的剪切屈曲荷载计算方法. Dou 等鬥以具有加劲肋的平钢腹板剪切屈曲的理论为基 础,得到了波形钢腹板剪切屈曲强度的计算公式. Easley 和 Mcfarland 基于能量变分法和小挠度理论, 引入屈曲位移形函数,提出了波形钢腹板的弹性整 体屈曲荷载计算公式. 随后, Easley 在已有波形钢腹 板整体剪切屈曲强度理论的基础上,提出了 Ealsey 公式. Abbas 等同对波形钢腹板工字梁的抗剪性能进 行了研究,提出了波形钢腹板屈曲强度和抗剪强度 的计算公式. 近年来, Hassanein 等[7]、Leblouba 等[8]、 Lee 等[9]、Zevallos 等[10]和 Padmanaban 等[11]利用数值 模拟和试验研究的方法对波形钢腹板剪切屈曲模式 及抗剪性能展开研究,分析了不同几何参数对波形 钢腹板抗剪性能的影响. 宋建永等[12]对不同因素影响 下的波形钢腹板的剪切屈曲极限荷载和屈曲模态进 行了研究分析. 周绪红等四利用有限元法分析了不同 几何参数对波形钢腹板剪切屈曲的影响,提出了计 算波形钢腹板屈曲强度的理论公式. 聂建国等叫推导 了弹性扭转约束边界下波形钢腹板的剪切屈曲强度 的计算公式,给出了4种简化边界条件下的波形钢腹板的剪切屈曲强度计算公式;并通过试验和数值模拟相结合的方法研究了室内试验梁的抗剪性能,对波形钢腹板屈曲强度和抗剪强度进行了研究[15-16].李立峰等[17]研究了室内波形钢腹板H型梁的基本破坏形态,通过试验值与有限元值对比,分析了波形钢腹板弹性屈曲强度和非弹性屈曲强度的计算公式.

目前,已有研究成果大多基于小跨度等截面波 形钢腹板组合箱梁或 H 型室内试验梁, 对变截面波 形钢腹板的研究相对较少,并且在研究波形钢腹板 几何参数对其剪切屈曲敏感性影响时, 大多采用随 机波长. 此外,现有对波形钢腹板弹性整体剪切屈曲 强度的计算公式,如 Bergmann-Reissner 公式、Ealsey 公式、Hlavacek 公式及 Abbas 公式等,在计算波形钢 腹板的屈曲强度时,认为剪切屈曲系数仅与波形钢 腹板的边界条件有关,忽略了波形钢腹板长度的影 响,这对长度较大的波形钢腹板的剪切屈曲强度计 算不够准确. 本文在计算波形钢腹板整体屈曲长度 时,将相邻横隔板之间的波形钢腹板简化为顺桥向 (x 方向)和竖桥向(y 方向)具有不同抗弯刚度的正 交异性板,边界条件按四边简支条件考虑,运用伽辽 金法和变分原理,推导了变截面波形钢腹板弹性整 体屈曲强度的计算公式, 并运用有限元软件对变截 面波形钢腹板弹性剪切屈曲强度敏感性进行了分析 研究.

1 板的平衡微分方程

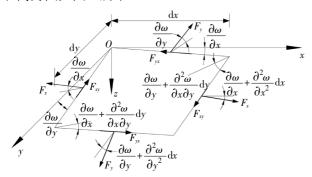
1.1 小挠度理论的基本假定

基于小挠度理论建立薄板的平衡微分方程时,

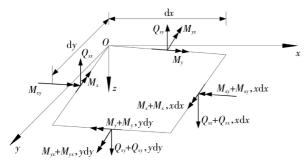
引入以下基本假定:

- 1)板发生屈曲时 z 方向正应力和剪应力为 0, 且板厚度方向任意位置的挠度近似等于板中面的 挠度.
- 2)薄板的竖向位移远小于其厚度尺寸,忽略薄板中面因弯曲变形而产生的薄膜力.
 - 3)薄板在弹性范围内发生弯曲变形.

建立变截面波形钢腹板的平衡微分方程时,将 波形钢腹板简化为正交异性板,其微元体中面变形 和内力图如图 1 所示.



(a)板微元体中面力及中面变形



(b)板微元体中面弯曲内力

图 1 板微元体中面内力变形图

Fig.1 Internal force and deformation of plate micro element

图 1 中, F_x 、 F_y 和 F_{xy} 为板的中面力, ω 为板微元体的挠度, Q_{xx} 、 Q_{xy} 为板由屈曲产生的剪力, M_x 和 M_{xy} 等为板由屈曲产生的弯矩和扭矩.

板的弹性屈曲临界荷载可认为是板平衡微分方程的多值性问题.在弹性范围内正交异形板的平衡微分方程可根据小挠度理论、板的物理方程、几何方程和力的平衡进行求解.

1.2 平衡微分方程

根据小挠度理论基本假定和力的平衡关系,各中面力在x和y方向的分力为零,仅存在z方向的分力,由图 1 可知各中面力在z方向的分力如式(1)~式(3)所示.

 F_x 在z方向的分力为:

$$F_{zx} = F_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} dxdy \tag{1}$$

 F_v 在z方向的分力为:

$$F_{zy} = F_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} dxdy \tag{2}$$

 F_{xy} 在 z 方向的分力为:

$$F_{zxy} = F_{xy} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} dxdy \tag{3}$$

薄板发生屈曲时,产生的剪力在z方向上的合力如式(4)所示.

$$F_{zh} = \left(\frac{\partial Q_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{sy}}{\partial y}\right) dxdy \tag{4}$$

根据 z 方向上各力的合力为 0,得到式(5).

$$F_{zx}+F_{zy}+F_{zxy}+F_{zh}=$$

$$F_{x}\frac{\partial^{2}\omega}{\partial x^{2}} + F_{x}\frac{\partial^{2}\omega}{\partial y^{2}} + 2F_{xy}\frac{\partial^{2}\omega}{\partial x\partial y} + \frac{\partial Q_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{sy}}{\partial y} = 0$$
(5)

根据图 1(b),分别对 x 轴和 y 轴取矩并略去高阶微分项,可得剪力与弯矩和扭矩的关系,如式(6)和式(7)所示.

$$Q_{sy} = \frac{\partial M_{y}}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \tag{6}$$

$$Q_{sx} = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} \tag{7}$$

将式(6)同时对y偏导一次,式(7)对x偏导一次,分别代入式(5)可得到板关于中面力、弯矩和扭矩的平衡微分方程,如式(8)所示.

$$F_{x} \frac{\partial^{2} \omega}{\partial x^{2}} + 2F_{xy} \frac{\partial^{2} \omega}{\partial x \partial y} + F_{y} \frac{\partial^{2} \omega}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} M_{x}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^{2} M_{y}}{\partial y^{2}} = 0$$
(8)

式(8)中含有 M_x 、 M_y 、 M_{xy} 及 ω 四个未知数,而根据正交异性板的物理方程和几何方程可得到力矩与竖向位移之间的关系,即可将式(8)简化为仅含有竖向位移 ω 的微分方程.

波形钢腹板屈曲产生的弯矩和扭矩可表示为关于 ω 的表达式 $^{[18]}$,如式 $^{(9)}$ 所示.

$$\begin{aligned}
M_{x} &= -D_{x} \left(\frac{\partial^{2} \omega}{\partial x^{2}} + \mu_{y} \frac{\partial^{2} \omega}{\partial y^{2}} \right) \\
M_{y} &= -D_{y} \left(\frac{\partial^{2} \omega}{\partial y^{2}} + \mu_{x} \frac{\partial^{2} \omega}{\partial x^{2}} \right) \\
M_{xy} &= -2D_{k} \frac{\partial^{2} \omega}{\partial x \partial y}
\end{aligned} \tag{9}$$

将式(9)代入式(8)可得到仅含有 ω 的板的平衡 微分方程,如式(10)所示.

$$D_{x}\frac{\partial^{4}\omega}{\partial x^{4}} + 2D_{xy}\frac{\partial^{4}\omega}{\partial x^{2}\partial y^{2}} + D_{y}\frac{\partial^{4}\omega}{\partial y^{4}} - F_{x}\frac{\partial^{2}\omega}{\partial x^{2}} - 2F_{xy}\frac{\partial^{2}\omega}{\partial x\partial y} - F_{y}\frac{\partial^{2}\omega}{\partial y^{2}} = 0$$
 (10)

式(9)和式(10)中, D_x 和 D_y 为板在两个弹性主轴方向的抗弯刚度, D_k 为板在弹性主轴的抗扭刚度,且有 $D_{xy} = 2D_k + \mu_k D_y = 2D_k + \mu_y D_x$,对于波形钢腹板, D_x 、 D_y 和 D_{xy} 的表达式如式(11)所示^[14].

$$D_{x} = \frac{q}{s} \frac{Et^{3}}{12}$$

$$D_{y} = \frac{EI_{y}}{q}$$

$$D_{xy} = \frac{s}{q} \frac{Et^{3}}{6(1+\mu)}$$
(11)

式中:E 为波形钢腹板的弹性模量; I_y 为单个周期波对 y 轴的惯性矩, $I_y = 2a_1t\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \frac{td^3}{6\sin\theta}$;q 为单个周期波的投影长度, $q = 2(c + a_1)$;s 为单个周期波的展开长度, $s = 2(a_1 + a_2)$; μ 为波形钢腹板的泊松比,其余符号的相关含义如图 2 所示.

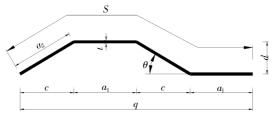


图 2 波形钢腹板的截面尺寸

Fig.2 Structure of corrugated steel web

2 波形钢腹板弹性整体剪切屈曲强度

2.1 整体剪切屈曲强度理论分析

纯受剪状态下的整体剪切屈曲的波形钢腹板计 算简图如图 3 所示,图 3 中 *l* 为波形钢腹板的计算长 度,*h* 为波形钢腹板的高度.

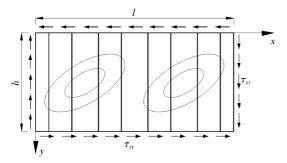


图 3 波形钢腹板弹性屈曲强度计算简图 Fig.3 Calculation diagram of elastic buckling

strength of corrugated steel web

运用伽辽金法求解纯受剪波形钢腹板弹性整体剪切屈曲强度时,无需求解板的总势能,可直接利用板在屈曲时的平衡微分方程,并假定满足板几何边界条件和位移边界条件的位移形函数从而建立伽辽金方程组进行求解^[19].

假定波形钢腹板屈曲时的位移形函数 $\omega(x)$ 如式(12)所示:

$$\omega(x) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} \sin \frac{i\pi x}{l} \sin \frac{i\pi y}{h}$$
 (12)

对于纯剪状态下的波形钢腹板, $F_x = F_y = 0$,则平衡微分方程根据式(10)可表示为:

$$L(\omega) = D_{x} \frac{\partial^{4} \omega}{\partial x^{4}} + 2D_{xy} \frac{\partial^{4} \omega}{\partial x^{2} \partial y^{2}} + D_{y} \frac{\partial^{4} \omega}{\partial y^{4}} - 2F_{xy} \frac{\partial^{2} \omega}{\partial x \partial y}$$
(13)

则伽辽金方程组可表示为:

$$\int_{0}^{l} \int_{0}^{h} L(\omega) \sin \frac{i\pi x}{l} \sin \frac{i\pi y}{h} dx dy = 0$$
 (14)

将式(12)代入式(13)进行偏导运算,联立式(13)的计算结果和式(14),注意到

$$\int_{0}^{a} \sin \frac{i\pi x}{a} \cos \frac{p\pi x}{a} dx = \begin{cases} 0, & \text{iip} 为偶数 \\ \frac{2ai}{\pi(i^{2} - p^{2})}, & \text{iip} 为奇数 \end{cases}$$
(15)

则式(14)可简化为:

$$\frac{D_{x}h\pi^{4}}{4l^{3}} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}i^{4} + \frac{D_{xy}\pi^{4}}{2lh} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}i^{2}j^{2} + \frac{D_{y}l\pi^{4}}{4h^{3}} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}j^{4} - 8F_{xy}\frac{ijrs}{(i^{2}-r^{2})(j^{2}-s^{2})} \sum_{r=1}^{m} \sum_{s=1}^{n} C_{rs} = 0$$
(16)

式(16)在 $i\pm r$ 、 $j\pm s$ 为奇数时成立. 当对 i、j、r 和 s 分别取值,可得到关于 C_{ij} 的伽辽金方程组,其中 C_{ij} 为非零参数,要想得到方程组的非零解,则只能有 C_{ij} 构成的系数矩阵的行列式 |C|=0. 通过计算 C_{ij} 的系数矩阵行列式可得到一系列 F_{xy} 的计算值,其中绝对值最小的非零解为波形钢腹板的弹性整体剪切屈曲荷载,由式(17)可得到波形钢腹板的弹性整体剪切屈曲强度 $\tau_{c,c}^{e}$.

$$\tau_{\rm cr,G}^{\rm e} = \frac{F_{xy}}{t} \tag{17}$$

由上述方法计算求得的波形钢腹板的弹性整体 屈曲临界荷载为近似值,其精度与 C_{ij} 系数矩阵行列 式的阶数有关. 当对 i,j,r 和 s 分别取值计算发现, C_{ij} 系数矩阵行列式可分为两组,当 i+j 为奇数时为一组,当 i+j 为偶数时为另一组,并由计算可知,当 i+j 为偶数时,求得波形钢腹板弹性整体屈曲临界荷载

(18)

值最小. 限于篇幅,本文仅对 i+j 为偶数时 C_{ij} 的系数矩阵行列式进行计算分析. 本文在计算波形钢腹板的弹性整体屈曲强度时,式(12)中取 m=n=5,并根据式(16)的成立条件,对(i,j)和(r,s)取如表 1 所示的组合形式.

表 1 (i,j)与(r,s)取值表 Tab.1 (i,j) and (r,s) values

组合	(i,j)	(r,s)
	(1,1)(1,3)(1,5)(3,1)	(2,2)(2,4)(4,2)(4,4)
取值	(3,3)(3,5)(5,1)(5,3)	(1,1)(1,3)(1,5)(3,1)
	(2,2)(2,4)(4,2)(4,4)	(3,3)(3,5)(5,1)(5,3)

根据表 1 中(i,j)和(r,s)的组合形式,计算式 (16)并令 $\zeta_1 = \frac{D_x h \pi^4}{4l^3}$, $\zeta_2 = \frac{D_{xy} \pi^4}{2lh}$, $\zeta_3 = \frac{D_y l \pi^4}{4h^3}$, 求得 系数矩阵 C 的行列式如式(18)所示:

$$|\boldsymbol{C}| = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & C_{15} & 0 & 0 & 0 & C_{19} & C_{110} & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & 0 & C_{26} & C_{27} & C_{28} & 0 & 0 & C_{211} & C_{212} \\ 0 & C_{32} & C_{33} & 0 & C_{35} & 0 & 0 & 0 & C_{39} & C_{310} & 0 & 0 \\ 0 & C_{42} & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 & 0 & 0 & C_{49} & C_{410} & C_{411} & C_{412} \\ C_{51} & 0 & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} & C_{57} & C_{58} & 0 & 0 & C_{511} & C_{512} \\ 0 & C_{62} & 0 & 0 & C_{65} & C_{66} & 0 & 0 & C_{69} & C_{610} & 0 & 0 \\ 0 & C_{72} & 0 & 0 & C_{75} & 0 & C_{77} & 0 & C_{79} & C_{710} & 0 & 0 \\ 0 & C_{82} & 0 & 0 & C_{85} & 0 & 0 & C_{88} & C_{89} & C_{810} & 0 & 0 \\ C_{91} & 0 & C_{93} & C_{94} & 0 & C_{96} & C_{97} & C_{98} & C_{99} & 0 & C_{911} & C_{912} \\ C_{101} & 0 & C_{103} & C_{104} & 0 & C_{106} & C_{107} & C_{108} & 0 & C_{1010} & C_{1011} & C_{1012} \\ 0 & C_{122} & 0 & C_{124} & C_{125} & 0 & 0 & 0 & C_{129} & C_{1210} & 0 & C_{1212} \end{vmatrix}$$

2.2 理论计算与数值计算对比分析

为了验证理论公式的正确性,选取文献[16]中算例进行数值模拟,其波形钢腹板的波形尺寸,如表 2 所示.

表 2 波形尺寸
Tab.2 Dimension of trapezoidal corrugated

$a_{ m l}/{ m mm}$	c/mm	d/mm	$\theta / (^{\circ})$	t/mm
100	80	60	37	10

运用 ANSYS 建立高度为 1 200 mm,长度不同的一组波形钢腹板有限元模型进行计算分析,并将本文计算结果与有限元结果和规范计算结果[20]进行对比. ANSYS 有限元模型的边界条件和加载方式如图 4 所示,约束板的面外平动自由度以及 AD 边和 BC 边的水平自由度,并将波形钢腹板等效为四边简支板. 边界条件和加载方式的正确性在文献 [14–15]中已得到验证.

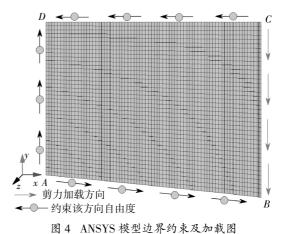


Fig.4 Boundary constraint and loading diagram of ANSYS model

规范中波形钢腹板弹性整体剪切屈曲强度的计算公式如式(19)所示.

$$\zeta_{1} = \frac{D_{x}h\pi^{4}}{4l^{3}}, \zeta_{2} = \frac{D_{xy}\pi^{4}}{2lh}, \zeta_{3} = \frac{D_{y}l\pi^{4}}{4h^{3}},$$

$$\tau_{cr,G}^{c} = 36\beta \frac{(EI_{y})^{0.25}(EI_{x})^{0.75}}{h^{2}t}$$
(19)

式中: β 为波形钢腹板约束程度相关的系数, 当边界条件为四边简支时取 1.0, 当四边固定时取 1.9; $I_x = t^3(\delta^2 + 1)/6\eta$, $\delta = d/t$, $\eta = q/s$, $I_x = t^3/(12(1 - \mu^2))$.

将式(18)中系数矩阵 *C* 的行列式分别取 6×6、8×8、10×10 和 12×12 计算得到的波形钢腹板整体屈曲强度,将本文结果与有限元结果和规范计算结果进行了对比,如图 5 所示.

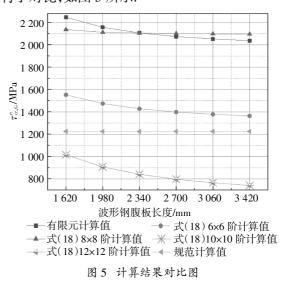


Fig.5 Comparison of calculation results

从图 5 可以看出,波形钢腹板弹性整体剪切屈曲强度本文方法值与 ANSYS 有限元值的变化趋势

一致,当波形钢腹板的高度一定时,随着波形钢腹板 长度 l 的增加,波形钢腹板的屈曲强度逐渐降低,由 于规范中未考虑波形钢腹板的长度, 故规范计算结 果仅与波形钢腹板的波形、边界条件及高度有关,与 波形钢腹板的长度无关.对本文计算方法,计算结果 精度与式(19)中 ζ_1 、 ζ_2 、 ζ_3 及 F_{xy} 的系数有关, ζ_1 、 ζ_2 、 ζ_3 及 F_{rx} 的系数与波形钢腹板挠曲位移函数中 $m \times n$ 的 取值有关,且 $m \setminus n$ 的取值又决定式(18)的计算阶数, 因此,m,n 取值较小或较大均影响式(18)的计算结 果精度. 当式(18)取 6×6 阶的行列式时,本文方法计 算值与 ANSYS 有限元计算值的最大误差为 33.05%, 最小误差为 30.90%; 当式(18)取 8×8 阶的 行列式时, 二者的最大误差为 4.89%, 最小误差为 0.07%; 当式(18)取 10×10 阶和 12×12 阶的行列式 时,本文方法值与有限元值的最大误差为63.55%, 最小误差为 54.76%. 由于 $m \setminus n$ 的取值大小对 $\zeta_1 \setminus \zeta_2 \setminus$ ζ_1 及 F_{xx} 系数的影响并非倍数或指数的增减,因此, 整体剪切屈曲强度的计算结果精度与式(18)的阶数 增减不存在规律性. 综上所述,当 C_{ij} 的矩阵行列式 阶数为 8×8 时,本文计算方法计算的波形钢腹板整 体屈曲强度更精确;而对于规范,由于忽略了 D_{xx} 对 波形钢腹板弹性整体剪切屈曲强度的贡献, 故规范 的计算结果偏保守, 规范计算结果与有限元结果的 最大误差为 45.48%, 最小误差为 39.87%. 因此, 利用 本文理论计算波形钢腹板的整体剪切屈曲强度时应 将 C_{ii} 的矩阵行列式阶数为 8×8 .

2.3 理论计算与试验计算对比分析

通过上述分析可知,式(18)取 8×8 阶行列式计算波形钢腹板的剪切屈曲时,计算结果与有限元结果吻合良好.为进一步验证本文方法的准确性,以文献[21]中两组发生弹性整体剪切屈曲的波形钢腹板试验梁的试验结果为工程背景,将式(18)的 8×8 阶行列式计算值与试验值进行对比. 两组试验梁的波形钢腹板波纹型号几何参数如表 3 所示,两组试验梁波形钢腹板高均为 609.6 mm,长均为 304.8 mm.将本文结果与文献[21]的试验结果进行对比,如表 4 所示.

表 3 文献[21]试验梁几何参数

Tab.3 Geometric parameters of test girders in literature

试验梁	$a_{ m l}/{ m mm}$	c/mm	d/mm	<i>θ</i> /(°)	t/mm
V241209A	19.8	11.9	14.2	50	0.622 3
V241209C	19.8	11.9	14.2	50	0.635 0

表 4 计算值和试验结果对比

Tab.4 Comparison between calculation and test

试验梁	试验值/MPa	本文方法值/MPa	相对误差
V241209A	186.4	178.6	4.18%
V241209C	204.8	195.2	4.69%

从表 4 可以看出,本文结果与试验结果吻合良好,其误差在 5%以内,进一步验证了本文所提方法的正确性.

3 波形钢腹板剪切屈曲敏感性分析

本节分析了波形钢腹板型号、波形钢腹板的厚 度和梁高对波形钢腹板剪切屈曲性能的影响。

3.1 已建桥梁所用波形钢腹板及梁高

国内外通用的波形钢腹板波纹型号、波形钢腹板厚度和梁高变化分别如表 5 和表 6 所示.

表 5 波形钢腹板波纹型号和厚度

Tab.5 Corrugated type and thickness of corrugated steel web

		`	•			
社公刊 日	a ₁ /mm c/mm	11	θ/(°) -	t/mm		
波纹型号		d/mm	6/(*)	min	max	
700 型	175	175	100	29.74	8	8
900 型	250	200	150	36.87	8	8
1000 型	340	160	160	45.07	9	28
1120 型	300	260	150	30.00	8	12
1200 型	330	270	200	36.53	12	12
1260 型	350	280	210	36.87	12	12
1500 型	400	350	200	30.00	12	25
1600 型	430	370	220	30.77	14	30
2000 型	512	488	150	36.87	16	25
2400 型	645	555	330	36.63	_	_

从表 5 可以看出,国内外通用的波形钢腹板波纹型号共 10 种,分别为 700 型、900 型、1000 型、1120 型、1200 型、1260 型、1500 型、1600 型、2000 型和 2400 型.其中 2400 型是文献[22]提出的一种新型波纹型号,还未将其运用于实际工程中.

	表 6 梁高变化形式
Tab.6	Variation form of girder height

梁高变化形式	h_1/m	h_2/m	<i>l</i> /m	β/(°)
2 次抛物线	6.0	4.6	11.2	7.125
1.8 次抛物线	8.8	6.3	21.5	6.617
1.7 次抛物线	9.5	8.3	10.6	6.447
1.6 次抛物线	8.3	6.1	23.0	5.484
直线变化	7.0	4.5	43.6	3.282
等截面	2.0	2.0	4.8	0

从表 6 可以看出,实际桥梁建设中一共有 6 种梁高变化形式. 而在实际的波形钢腹板-混凝土组合梁中,中跨一般设置 4 道或 4 道以上的横隔板, 因此, 表 6 中 l 取主墩顶变截面抛物线起点处至跨间相邻横隔板间波形钢腹板长度, h_1 为墩顶处梁截面高度, h_2 为第一道横隔板处梁截面高度, 以 β 近似表示梁底与水平方向的夹角.

3.2 波纹型号对变截面波形钢腹板剪切屈曲的影响

以表 5 中 10 种波纹型号为例,选取表 6 中梁高以 2 次抛物线变化的波形钢腹板,腹板高度及长度如表 6 中所示,腹板厚度选取 24 mm,运用 ANSYS 建立有限元模型进行特征值屈曲分析,得到各波纹型号的屈曲模式和屈曲特征值如表 7 所示.

表 7 不同波纹型号的屈曲模式及特征值
Tab.7 Buckling modes and characteristic values
of different corrugated models

波纹型号	一阶屈曲模式	屈曲特征值
700 型波纹	整体屈曲	4.646
900 型波纹	整体屈曲	10.135
1000 型波纹	整体屈曲	13.178
1120 型波纹	整体屈曲	11.131
1200 型波纹	整体屈曲	19.517
1260 型波纹	整体屈曲	21.952
1500 型波纹	整体屈曲	21.166
1600 型波纹	整体屈曲	25.085
2000 型波纹	合成屈曲	17.760
2400 型波纹	合成屈曲	17.511

从表7可以看出,对于上述10种波纹型号的变截面波形钢腹板,由于2000型和2400型波纹型号

相对其他 8 种波纹型号波纹较疏,容易发生合成屈曲,其余 8 种波纹型号均发生整体屈曲,屈曲特征值总体呈现先增大后减小的趋势.各波纹型号的变截面波形钢腹板剪切屈曲强度的变化趋势如图 6 所示,整体屈曲与合成屈曲的屈曲模式示意图如图 7 所示.

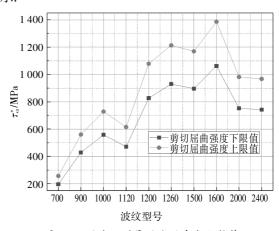
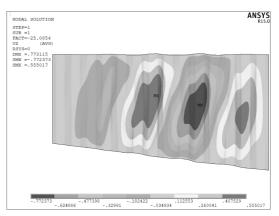
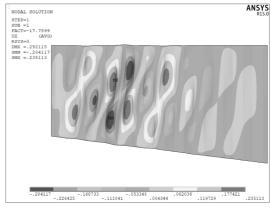


图 6 不同波纹型号屈曲强度变化趋势 Fig.6 Trend of buckling strength of different models



(a)整体屈曲



(b)合成屈曲

图 7 不同波纹型号屈曲模式示意图 Fig.7 Schematic diagram of buckling modes of different corrugated models

从图 6 可以看出,对于不同波纹型号的变截面波形钢腹板,剪切屈曲强度与屈曲特征值的变化趋势一致,总体呈现先增大后减小的趋势,1600型的波形钢腹板剪切屈曲强度达到较大值,其中1120型、1500型波形钢腹板分别较1000型和1260型的波形钢腹板剪切屈曲强度有所减小,分别减小了15.53%和3.58%.

通过对上述不同波纹型号的变截面波形钢腹板的计算分析,对于大跨度的变截面波形钢腹板-混凝土组合连续梁桥或连续刚构桥,1600型的波形钢腹板为最优选择.

3.3 腹板厚度对变截面波形钢腹板剪切屈曲影响

在上述 1600 型变截面波形钢腹板的基础上,选取不同的腹板厚度对变截面波形钢腹板剪切屈曲强度进行研究分析. 考虑到大跨度变截面波形钢腹板连续梁桥的腹板厚度均较大,所以在本节研究中,波形钢腹板的厚度选 16~30 mm,并按 2 mm 公差递增,计算得到不同厚度的 1600 型变截面波形钢腹板的一阶屈曲模式和屈曲特征值如表 8 所示.

表 8 不同腹板厚度的屈曲模式及特征值
Tab.8 Buckling modes and characteristic
values of different web thicknesses

一阶屈曲模式	屈曲特征值
合成屈曲	10.075
合成屈曲	13.210
合成屈曲	16.858
合成屈曲	21.026
整体屈曲	25.085
整体屈曲	28.116
整体屈曲	31.058
整体屈曲	33.991
	合成屈曲 合成屈曲 合成屈曲 各成屈曲 整体屈曲 整体屈曲

从表 8 可以看出,对于不同厚度的 1600 型变截面波形钢腹板,随着腹板厚度增加,一阶屈曲模式由合成屈曲向整体屈曲变化,屈曲特征值逐渐增大.各种厚度的 1600 型变截面的剪切屈曲强度变化趋势如图 8 所示.

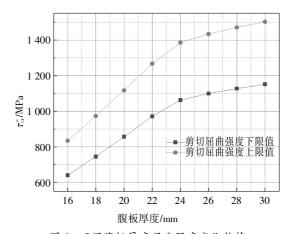


图 8 不同腹板厚度屈曲强度变化趋势

 $Fig. 8 \quad Trend \ of \ buckling \ strength \ of \ different \ web \ thicknesses$

从图 8 可以看出,随着波形钢腹板厚度的增加,波形钢腹板的剪切屈曲强度逐渐增大,弹性剪切屈曲临界力逐渐提高;但当波形钢腹板的厚度大于 24 mm 时,即发生整体剪切屈曲时,弹性剪切屈曲强度的变化速率较发生合成屈曲时的剪切屈曲强度增长率逐渐减小,变化趋于平缓.

故对于大跨度变截面波形钢腹板,腹板厚度在 16~24 mm 时,波形钢腹板的抗屈曲性能较高,在实 际桥梁设计中可优先选择此范围内的板厚.

3.4 梁高变化对变截面波形钢腹板剪切屈曲影响

在研究梁高变化形式对变截面波形钢腹板弹性 屈曲稳定性的影响时,以等截面波形钢腹板作为梁高变化形式的特例,采用 1600 型波形钢腹板为例建立 ANSYS 有限元模型,建立有限元模型时各波形钢 腹板 h_1 均取 6000 mm,l 均取 11.2 m,板厚取 24 mm,梁高变化形式如表 6 所示. 不同截面形式的波形钢腹板屈曲形式和屈曲特征值如表 9 所示.

表 9 不同截面高度的屈曲模式及特征值 Tab.9 Buckling modes and characteristic values of different section heights

β/(°)	一阶屈曲模式	屈曲特征值
0	整体屈曲	22.730
3.282	整体屈曲	23.948
5.484	整体屈曲	24.672
6.447	整体屈曲	24.937
6.617	整体屈曲	24.978
7.125	整体屈曲	25.085

从表 9 可以看出,1600 型不同梁高变化形式的 波形钢腹板,变截面波形钢腹板的屈曲特征值高于 等截面波形钢腹板的屈曲特征值高于 等截面波形钢腹板的屈曲特征值,β 为 7.125°的波形 钢腹板较β 为 0 的波形钢腹板屈曲特征值增加了 10.36%;而对于变截面波形钢腹板,随着β 的增大,变截面波形钢腹板的屈曲特征值增加,β 为 7.125°的 变截面波形钢腹板屈曲特征值增加了 4.75%. 不同梁高变化形式的波形钢腹板弹性剪切屈曲强度变化趋势 如图 9 所示.

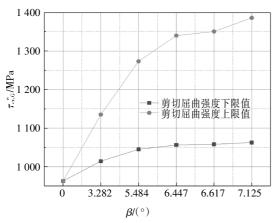
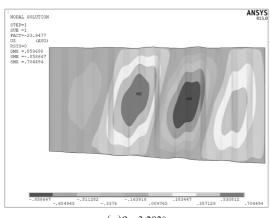


图 9 不同截面高度的屈曲强度变化趋势 Fig.9 Trend of buckling strength of different section heights

由图 9 可以看出,随着 β 值的增大,波形钢腹板的弹性剪切屈曲强度逐渐增加,但其上限值与下限值的比值逐渐减小,波形钢腹板的屈曲区域有向较大截面移动的趋势,如图 10 所示,β 值分别为 3.282°和 7.125°的变截面波形钢腹板一阶屈曲模式图,因此对于高度较大的变截面波形钢腹板,应对主墩高腹板区腹板加强以防止发生屈曲破坏.



 $(a)\beta = 3.282^{\circ}$

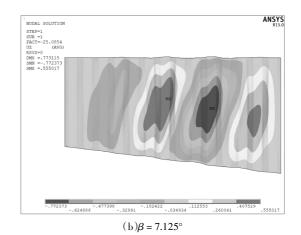


图 10 不同 β 值的一阶届曲模式图 Fig.10 First order buckling mode of different β value

4 结 论

通过对变截面波形钢腹板的弹性整体剪切屈曲强度进行分析,可得到如下结论:

- 1)文中所推导的波形钢腹板弹性剪切屈曲强度的计算公式的计算结果与有限元的计算结果吻合良好,其中 C_{ij} 的系数矩阵行列式取 8×8 阶时,计算的变截面波形钢腹板弹性整体剪切屈曲强度的精度最高.
- 2)对于不同波纹型号的变截面波形钢腹板,在相同荷载和边界条件下,1600型的波形钢腹板剪切屈曲强度达到最大值,因此对于大跨度的变截面波形钢腹板-混凝土组合梁桥连续梁桥或连续刚构桥,建议选用1600型的波形钢腹板.
- 3)对于腹板厚度在 16~24 mm 之间的 1600 型 变截面波形钢腹板,其抗屈曲性能较高,因此在实际桥梁设计中可优先选用此范围内的板厚.
- 4)对于主墩顶处腹板高度相同,并且计算长度相同的不同截面变化形式的波形钢腹板,变截面波形钢腹板的弹性剪切屈曲强度高于等截面波形钢腹板的弹性剪切屈曲强度,并且随着β值的增大,波形钢腹板的弹性剪切屈曲强度逐渐增加,但弹性剪切屈曲强度的上限值与下限值的比值逐渐减小,波形钢腹板的屈曲区域有向较大截面移动的趋势. 因此,对于高度较大的变截面波形钢腹板,应对主墩高腹板区腹板加强以防止发生屈曲破坏.

参考文献

[1] 彭鲲,李立峰,裴必达.基于热点应力的波形钢腹板梁疲劳分析

- [J]. 湖南大学学报(自然科学版),2018,45(9):74-82.
- PENG K, LI L F, PEI B D. Fatigue analysis of beam with corrugated steel webs using hot spot stress method [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2018, 45(9):74—82. (In Chinese)
- [2] 赵品,荣学亮,叶见曙.波形钢腹板组合箱梁横向受力有效分布 宽度研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2016,43(7):105—110
 - ZHAO P, RONG X L, YE J S. Research on the lateral effective width of composite box-girders with corrugated steel webs [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2016, 43(7):105—110. (In Chinese)
- [3] YI J, GIL H, YOUM K, et al. Interactive shear buckling behavior of trapezoidally corrugated steel webs [J]. Engineering Structures, 2008, 30(6):1659—1666
- [4] DOU C, JIANG Z Q, PI Y L, et al. Elastic shear buckling of sinusoidally corrugated steel plate shear wall [J]. Engineering Structures, 2016, 121:136—146.
- [5] EASLEY JT, MCFARLAND DE. Buckling of light-gage corrugated metal shear diaphragms [J]. Journal of the Structural Division, 1969,95(7):1497—1516.
- [6] ABBAS H H, SAUSE R, DRIVER R G. Behavior of corrugated web I-girders under in-plane loads[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2006, 132(8):806—814.
- [7] HASSANEIN M F, ELKAWAS A A, EL HADIDY A M, et al. Shear analysis and design of high-strength steel corrugated web girders for bridge design[J]. Engineering Structures, 2017, 146:18—33.
- [8] LEBLOUBA M, JUNAID M T, BARAKAT S, et al. Shear buckling and stress distribution in trapezoidal web corrugated steel beams[J]. Thin-Walled Structures, 2017, 113:13—26.
- [9] LEE S H, PARK G W, YOO J H. Analytical study of shear buckling behavior of trapezoidal and sinusoidal corrugated web girders [J]. International Journal of Steel Structures, 2020, 20(2):525—537.
- [10] ZEVALLOS E, HASSANEIN M F, REAL E, et al. Shear evaluation of tapered bridge girder panels with steel corrugated webs near the supports of continuous bridges [J]. Engineering Structures, 2016.113:149—159.
- [11] PADMANABAN P, HENDERSON J H. Experimental and numerical studies on shear buckling behavior of corrugated web steel girders with cutouts [J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2020,45(5):4321—4331.
- [12] 宋建永,任红伟, 聂建国. 波纹钢腹板剪切屈曲影响因素分析 [J]. 公路交通科技,2005,22(11):93—96. SONG JY, REN HW, NIE JG. Nonlinear shear buckling analysis of corrugated steel webs [J]. Journal of Highway and Transportation
- Research and Development, 2005, 22(11):93—96. (In Chinese) [13] 周绪红,孔祥福,侯健,等. 波纹钢腹板组合箱梁的抗剪受力性

- 能[J]. 中国公路学报,2007,20(2):77-82.
- ZHOU X H, KONG X F, HOU J, et al. Shear mechanical property of composite box girder with corrugated steel webs [J]. China Journal of Highway and Transport, 2007, 20(2):77—82. (In Chinese)
- [14] 聂建国,唐亮. 基于弹性扭转约束边界的波形钢板整体剪切屈曲分析[J]. 工程力学,2008,25(3):1—7.

 NIE J G,TANG L. Global shear buckling of corrugated steel plates with edges elastically restrained against rotation [J]. Engineering Mechanics,2008,25(3):1—7. (In Chinese)
- [15] 聂建国,朱力,唐亮.波形钢腹板的抗剪强度[J]. 土木工程学报, 2013,46(6):97-109.
 - NIE J G, ZHU L, TANG L. Shear strength of trapezoidal corrugated steel webs [J]. China Civil Engineering Journal, 2013, 46(6):97—109. (In Chinese)
- [16] 朱力,蔡建军,聂建国. 波形钢腹板的弹性剪切屈曲强度[J]. 工程力学,2013,30(7):40—46.

 ZHU L,CAI J J,NIE J G. Elastic shear buckling strength of trapezoidal corrugated steel webs [J]. Engineering Mechanics,2013,30 (7):40—46. (In Chinese)
- [17] 李立峰,侯立超,孙君翠. 波形钢腹板抗剪性能的研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2015,42(11):56—63.
 LI L F,HOU L C,SUN J C. Research on shear mechanical property of corrugated steel webs [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences),2015,42(11):56—63. (In Chinese)
- [18] 徐芝纶.弹性力学[M]. 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2016:133—152.

 XU Z L. Elasticity [M]. 5th ed. Beijing: Higher Education Press, 2016:133—152. (In Chinese)
- [19] 陈骥. 钢结构稳定理论与设计 [M]. 6 版. 北京: 科学出版社, 2014:226—228. CHEN J. Stability of steel structures theory and design [M]. 6th ed. Beijing: Science Press, 2014:226—228. (In Chinese)
- [20] 预应力混凝土技术协会. 复合桥梁设计施工指南 [M]. 吴红军,译. 北京:人民交通出版社,2014:39—94.

 Prestressed Concrete Technology Association. Guide for design and construction of composite bridges [M]. Translate by WU H J. Beijing; People's Communications Press, 2014; 39—94. (In Chinese)
- [21] ELGAALY M, HAMILTON R W, SESHADRI A. Shear strength of beams with corrugated webs [J]. Journal of Structural Engineering, 1996,122(4);390—398.
- [22] 汪勇. 波形钢腹板梁抗剪性能分析与试验研究[D]. 南京: 东南大学, 2017: 44—46.
 - WANG Y. The shear strength and experimental study of girders with corrugated steel webs [D]. Nanjing: Southeast University, 2017: 44—46. (In Chinese)