

盾构开挖引起邻近桩基水平位移的简化计算方法

冯国辉^{1,2,3}, 窦炳珺⁴, 黄展军⁵, 丁士龙⁴, 侯世磊⁶, 胡安峰^{1,2}, 徐长节^{1,2,3,7†}

(1. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058;

2. 浙江大学平衡建筑研究中心, 浙江 杭州 310028;

3. 华东交通大学江西省岩土工程基础设施安全与控制重点实验室, 江西 南昌 330013;

4. 浙江省大成建设集团有限公司, 浙江 杭州 310012;

5. 南昌轨道交通集团有限公司, 江西 南昌 330013;

6. 中铁十四局集团第四工程有限公司, 山东 济南 250002;

7. 江西省地下空间技术开发工程研究中心, 江西 南昌 330013)

摘要:基于盾构开挖侧穿邻近桩基引起桩-土相互作用的实际工况,提出了一种可预测桩基水平变形的简化计算方法.采用两阶段法获得盾构开挖引起邻近桩基水平位移简化计算方法,第一阶段采用 Loganathan 公式计算盾构开挖引起邻近桩基轴线处土体自由水平位移场;第二阶段把桩基简化成 Euler-Bernoulli 梁放置在 Vlasov 地基模型上,建立桩基水平位移控制方程,结合桩基两端约束情况,采用差分法获得邻近桩基的水平位移矩阵解.随后考虑群桩之间的土体遮挡效应,进一步获得邻近群桩的水平变形差分解.通过与两个既有工程案例实测以及既有地基模型计算结果对比,验证了本文方法的优越性.群桩参数分析表明:地层损失率及隧道埋深的增大均会引起邻近群桩水平位移的增大,但桩身产生最大位移处会随着隧道埋深增加而增大;桩隧之间间距的增大会引起邻近群桩水平位移的减小,但其减小速率逐渐变缓.

关键词:盾构开挖; Vlasov 地基模型; 水平位移; 有限差分法

中图分类号: TU473.1

文献标志码: A

Simplified Calculation Method for Lateral Displacement of Adjacent Pile Due to Tunneling

FENG Guohui^{1,2,3}, DOU Bingjun⁴, HUANG Zhanjun⁵, DING Shilong⁴,

HOU Shilei⁶, HU Anfeng^{1,2}, XU Changjie^{1,2,3,7†}

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. Center for Balance Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310028, China;

3. Jiangxi Key Laboratory of Infrastructure Safety Control in Geotechnical Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China;

* 收稿日期:2021-09-25

基金项目:国家自然科学基金-高铁联合基金资助项目(U1934208), National Natural Science Foundation of China-High Speed Railway Joint Fund (U1934208); 国家杰出青年基金资助项目(51725802), National Science Fund for Distinguished Young Scholars (51725802); 国家自然科学基金资助项目(51878276), National Natural Science Foundation of China (51878276); 浙江省自然科学基金委员会-华东院联合基金资助项目(LHZ19E080001), Joint Fund of the Natural Science Foundation of Zhejiang Province and Huadong Engineering Corporation Limited (LHZ19E080001)

作者简介:冯国辉(1996—),男,安徽合肥人,浙江大学博士研究生

† 通信联系人, E-mail: xucj@zju.edu.cn

4. Zhejiang Dacheng Construction Group Co., Ltd, Hangzhou 310012, China;

5. Nanchang Rail Transit Group Co., Ltd, Nanchang 330013, China;

6. China Railway 14th Bureau Group 4th Engineering Co., Ltd, Jinan 250002, China;

7. Engineering Research & Development Centre for Underground Technology of Jiangxi Province, Nanchang 330013, China)

Abstract: Based on practice engineering of pile-soil interaction induced by side-crossing tunneling, a simplified calculation method is proposed to evaluate the lateral displacement of the existing pile. The two-stage method is selected to get a simplified calculation method of the horizontal displacement of adjacent piles caused by shield tunneling. In the first stage, the Loganathan formula is applied to calculate the horizontal soil-free displacement at the pile axis caused by shield tunneling. In the second stage, the pile is simplified as an Euler-Bernoulli beam lying on the Vlasov foundation model, then the governing equation of horizontal displacement of the pile is established. After considering the boundary of the pile, the analysis of the mathematical matrix of tunneling on the adjacent pile is obtained by using a finite different method. Next, taking the soil blocking effect between pile groups into consideration, further, the difference solution for horizontal displacement of adjacent pile groups can be detected. By comparing with actual measurement in two engineering cases, the superiority of the proposed method can be verified. The parameters analysis of group piles shows that the horizontal displacement of adjacent pile groups increases with the increment of tunnel buried depth and ground loss ratio, but the depth of maximum displacement occurrences increases with the increase of the buried depth of the tunnel. The increase of the tunnel-pile horizontal distance causes the decrease of the horizontal displacement of the adjacent pile groups, but the rate of decrease slows gradually.

Key words: tunneling; Vlasov foundation model; horizontal displacement; finite difference method

在城市地铁隧道的建设中,盾构开挖会引起周边土体的应力应变场发生改变,使得邻近建筑物发生相应的变形响应,这就很有可能对邻近地下桩基的正常工作产生较大的影响.如何准确地预测盾构开挖对邻近桩基受力变形的影响已成为众多学者研究的焦点.

目前研究桩土相互作用的方法有:有限元模拟法^[1-2]、室内实验法^[3-4]、实测分析法^[5]和理论解析法,相比于前面三种方法,理论解析法具有简单实用、能耗耗时小的特性,可快速初步预测桩基在邻近隧道开挖卸载作用下的变形响应.理论解析方法大部分基于两阶段分析法:第一阶段解析获得盾构隧道开挖引起桩基轴线处自由土体位移;第二阶段将轴线处自由土体位移转化成附加应力施加在桩基上,再将桩体搁置在相应的地基模型上建立变形控制方程,最后求解控制方程得到桩基应力应变解答.第一阶段,Loganathan等^[6]提出能准确估算盾构开挖引起周边土体位移的三维计算公式,因其良好的计算精度被广泛应用于理论解析中.李早等^[7]、熊巨华等^[8]用Winkler地基模型来模拟桩-土相互作用,结合桩基两端约束情况采用有限差分法解析获得桩基

变形响应;梁发云等^[9]和可文海等^[10]将桩基简化成Euler-Bernoulli梁搁置在Winkler地基模型上,分别获得盾构开挖引起邻近被动桩的水平位移和竖向位移解析解;上官士青等^[11]从实际出发,考虑桩-土水平位移不一致的可能性,提出了桩基水平方向双位移刚度矩阵,从而获得桩基变形半解析解.由于Winkler地基模型未能考虑土体的剪切变形因素,致使在模拟桩土相互作用时其计算结果存在较大误差.为了克服这一缺点,1954年Pasternak^[12]提出了考虑土体剪切变形的Pasternak地基模型,由于Pasternak地基模型的精确度较高而被广泛地应用于地下工程研究中^[13-15].梁发云等^[16]利用Pasternak地基模型模拟桩土相互作用,解析获得受荷被动桩水平位移及其内力;Zhang等^[17]考虑桩-土三维效应,提出了三维空间效应下桩土相互作用差分解,并通过有限元和实测数据验证了解析解的正确性.为更加准确地预测盾构开挖对邻近桩基的影响,Kerr^[18]提出了三参数Kerr地基模型,Zhang等^[19]、冯国辉等^[20]利用Kerr地基模型模拟桩土相互作用,结合桩基两端约束情况,获得桩基水平位移差分解,并指出相比于Winkler和Pasternak地基模型,Kerr地基模型更具有

优越性.

综上所述,大部分理论在研究桩土相互作用时都是基于传统的 Winkler 和 Pasternak 地基模型,而 Pasternak 地基模型的地基参数取值较为随意,其土体剪切层参数及其地基反力系数往往凭借学者的经验取值,缺乏理论依据,而 Vlasov 地基模型^[21]能够在理论上解决 Pasternak 地基模型的缺点,使得其在预测土与结构相互作用中更为精确^[22-24]. 因此本文在前人研究的基础上,继续沿用两阶段法分析桩土相互作用,第一阶段基于 Loganathan 等^[6]提出的修正解析公式获得盾构开挖引起桩基轴线处水平附加应力,第二阶段将桩基简化成 Euler-Bernoulli 梁搁置在 Vlasov 地基模型上,建立桩基水平方向上的控制方程,结合桩基两端约束情况获得桩基变形响应解答. 随后考虑群桩之间土体遮拦效应解得盾构开挖引起的邻近群桩水平位移差分解. 最后与已有的 2 个工程实测数据对比,验证了本文方法的优越性,随后进一步分析了地层损失率、桩隧相对位置、隧道埋深变化对桩基水平位移的影响.

1 理论推导

1.1 盾构开挖引起周围土体自由场水平位移

1998 年 Loganathan 等^[6]就软土地区土体变形特性提出盾构开挖引起周围土体自由位移场公式,其表达式为:

$$U(x, z) = \varepsilon \cdot R^2 \cdot x \cdot e^{-\frac{1.38x^2}{(H+R)^2} - \frac{0.69z^2}{H^2}} \left\{ \frac{1}{x^2 + (z - H)^2} + \frac{3 - 4\nu}{x^2 + (H + z)^2} - \frac{4z(z + H)}{[x^2 + (H + z)^2]^2} \right\} \quad (1)$$

式中: ε 为地层损失率; R 为隧道半径; x 为桩基截面中心点到隧道轴线水平距离; z 为桩身某点距离地面的竖向距离; H 为隧道轴线埋深; ν 为均匀土体的泊松比.

1.2 盾构开挖对邻近单桩基桩水平位移差分解

传统的 Winkler 地基模型为单参数模型,仅考虑土与结构之间的弹簧作用,忽略了土体剪切变形的作用. 为了克服这一缺点, Vlasov 地基模型在 Winkler 地基模型的基础上增加了一个剪切变形参数,能更准确预测地基变形. 图 1 所示为隧道与既有基桩相互作用简化计算模型,考虑到桩土相互作用,拟采

用 Vlasov 地基模型,现做出以下假设:

- 1) 假设单桩基桩为一根直径为 D , 刚度为 EI 的纵向圆形截面 Euler-Bernoulli 梁;
- 2) 地基模型由 k 、 $2t$ 两个参数组成, 其中剪切层不产生压缩变形;
- 3) 单桩基桩为长为 L 的弹塑性连续变形体, 且与土体紧密接触, 其变形和土体变形协调一致;
- 4) 不考虑基桩与土体之间的摩擦.

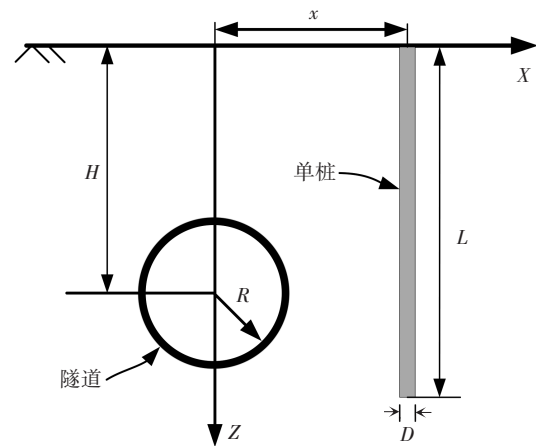


图 1 简化计算模型

Fig.1 Simplified calculation model

根据材料力学知识知, 基桩水平位移 $w(z)$ 满足的曲率方程:

$$\frac{d^2w(z)}{dz^2} = -\frac{M}{EI} \quad (2)$$

式中: $w(z)$ 表示基桩水平位移; M 表示单元体所受的弯矩; EI 表示基桩水平向抗弯刚度.

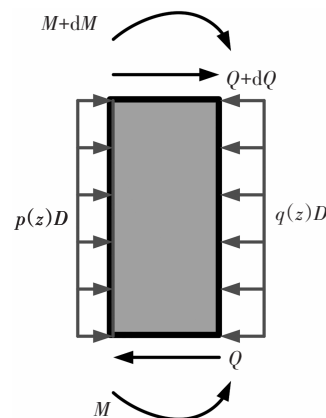


图 2 单元受力分析

Fig.2 Force analysis of element

其单元体平衡方程为:

$$\begin{aligned} & \text{静力平衡} \\ & Q + dQ + p(z)Ddz = Q + q(z)Ddz \end{aligned} \quad (3)$$

量,可采取加权平均法算得土体弹性模量为22 MPa. 基于本文研究情况,将桥梁桩基简化成 Euler-Bernoulli 梁搁置在 Vlasov 地基模型上,根据文献[20]的假定可知本工程单桩桩顶和桩端均为自由端,本算例分别使用3种不同的计算方法获得桩基水平位移与实测数据对比如图6所示.

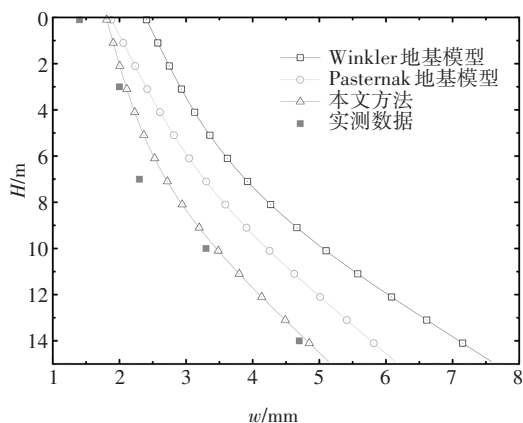


图6 桩基计算水平位移与实测数据曲线

Fig.6 Horizontal displacement calculation and measured datas curve of pile foundation

由图6可看出,相比于 Winkler 和 Pasternak 差分解,本文方法的计算结果更加接近实测数据,这是由于 Winkler 地基模型并没有考虑土体剪切对桩基水平位移的影响, Pasternak 地基模型在选取地基模型参数上不够明确,而本文方法所选取的土体剪切刚度参数更明确,得到的基桩水平变形也更加符合实际. 然而本文方法及其他方法的计算结果仍与实测数据有所差别,作者认为这是由于地质情况复杂,其地基参数选取时无法避免误差,但总体来说,本文方法计算结果较为贴近实测数据,也证明了本文方法的合理性.

2.2 既有文献群桩算例比较

为验证本文方法对计算群桩水平位移的有效性,以 Loganathan 等^[6]三维边界元 GEPAN 模拟盾构开挖引起邻近 2×2 群桩水平位移结果与本文解结果进行验证. 简化计算图如图7所示,其假定土体为各向同性弹性均匀体,土体弹性模量为24 MPa,泊松比0.5,桩基模量为30 GPa,桩底插入地表以下深度为25 m,桩基直径为0.8 m,隧道开挖半径3 m,隧道轴线距离地表埋深20 m,地层损失率1%. 前排桩与隧道轴线水平距离 $x_1 = 4.5$ m,后排桩与隧道轴线水平

距离 $x_2 = 6.9$ m,两桩轴线间距为2.4 m.

将群桩桩基简化成 Euler-Bernoulli 梁放置在3种不同地基模型上,分别得到 Winkler 和 Pasternak 地基模型差分解与本文方法后排桩水平位移计算结果如图8所示. 根据文献[17]的建议,群桩桩基两端均简化为自由端,其中 Winkler 与 Pasternak 地基模型差分解结果来自文献[17]. 从图8可知,三维边界元 GEPAN 与三种地基模型计算结果呈现的位移变化趋势基本上是一致的,相比于 Winkler 和 Pasternak 地基模型的差分结果,本文方法的计算结果更加贴近于三维边界元程序 GEPAN 计算数据,从而验证了本文方法的可靠性. 同时进一步说明本文差分解的优越性.

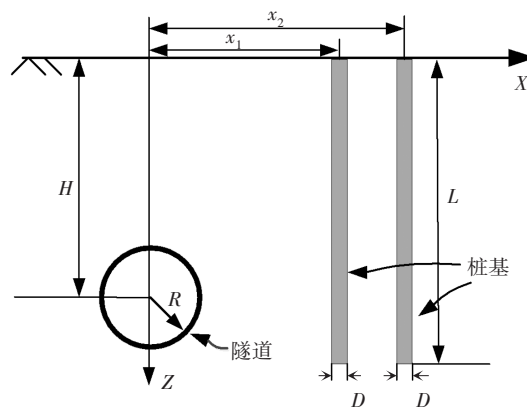


图7 隧道与群桩简化示意图

Fig.7 Simplified diagram of tunnel and pile group

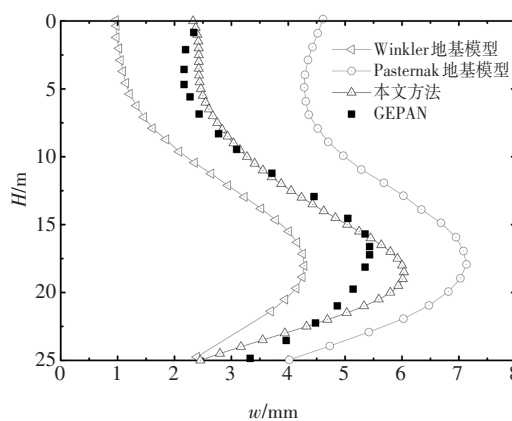


图8 后排桩水平位移

Fig.8 Horizontal displacement of back row pile

3 参数分析

为了研究土体损失率、桩隧相对位置、隧道埋深

对桩基受力变形的影响,以Loganathan等^[6]三维边界元GEPAN模拟盾构开挖对邻近2×2群桩影响的工程为例,群桩桩基两端均为自由端.在研究某一参数对桩土相互作用的影响时,其余参数不变.

3.1 不同地层损失率对桩基水平位移的影响

为研究不同地层损失率下盾构开挖对邻近群桩水平位移的影响,取5组不同地层损失率数据进行参数分析,分别为 $\varepsilon=0.5\%$ 、 1.0% 、 1.5% 、 2.0% 、 2.5% ,采用本文方法计算后排桩基水平位移.

图9所示为不同地层损失率下盾构开挖引起的邻近群桩(后桩)水平位移曲线图.由图9可看出,在地层损失率从0.5%增至2.5%的过程中,后桩水平变形一直保持增大,每增加0.5%,其增幅基本上保持恒定.这是因为等比例增大的地层损失率,会导致桩基轴线处土体自由位移场等比例增大,此时在相同增大的附加位移场作用下,桩基受到的土体附加荷载也会等比例增大,最后致使桩基产生的实际水平位移也在等比例增大.

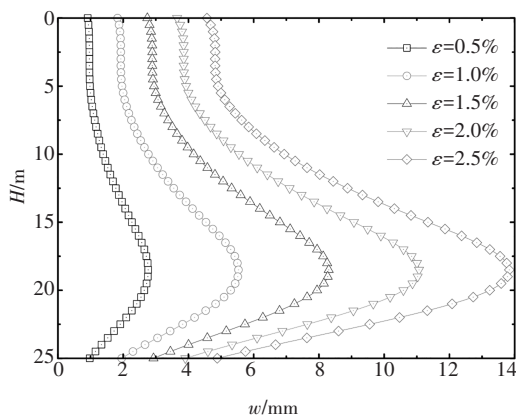


图9 不同地层损失率下的桩基水平位移

Fig.9 Horizontal displacement of pile with different ground loss ratios

3.2 不同桩隧相对位置对桩基水平位移的影响

为研究桩基受力变形与桩隧相对位置之间的关系,取5组不同桩隧距离 x_2 进行分析,分别为 $x_2=6\text{ m}$ 、 7 m 、 8 m 、 9 m 、 10 m ,并采用本文方法计算后排桩基水平位移.

图10所示为不同 x_2 值下盾构开挖引起的邻近群桩(后桩)水平位移曲线图.由图10可以看出,在 x_2 的值从6 m增至10 m的过程中,后桩最大水平位移逐渐减小,但其减小速率是不断变缓的.这是由于一方面随着后排桩越来越远离开挖隧道时,隧道对后

排桩的影响必定是逐渐减小的,另一方面,随着后排桩远离前排桩,前排桩对后排桩的遮蔽效应逐渐减弱,这样会导致后排水平位移减小速率逐渐变缓.

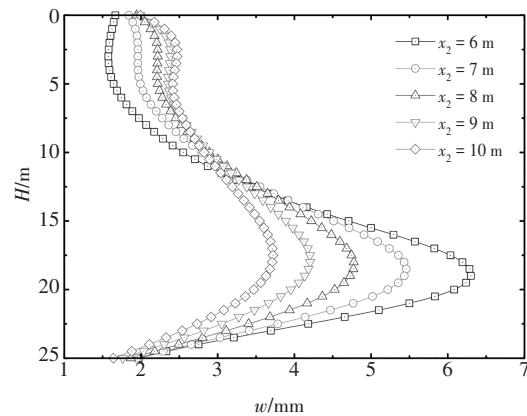


图10 不同 x_2 值下的桩基水平位移

Fig.10 Horizontal displacement of pile with different values of x_2

3.3 不同隧道埋深对桩基水平位移的影响

为研究桩基受力变形与隧道埋深之间的关系,假定隧道轴线埋深小于既有基桩的埋置深度,此时取5组不同隧道埋深 H 进行分析,分别为 $H=16\text{ m}$ 、 17 m 、 18 m 、 19 m 、 20 m ,并采用本文方法计算后排桩基水平位移.

图11所示为不同隧道埋深下盾构开挖引起的邻近群桩(后桩)水平位移曲线图.由图11可看出,在隧道埋深从16 m增至20 m的过程中,后桩最大水平位移缓慢增大,且出现最大水平位移的位置深度是在不断增大的.这是由于,随着隧道埋深增加,隧道开挖引起桩基轴线处出现最大自由位移场的位置也会增大,故桩基出现最大实际水平位移的位置也在增加.

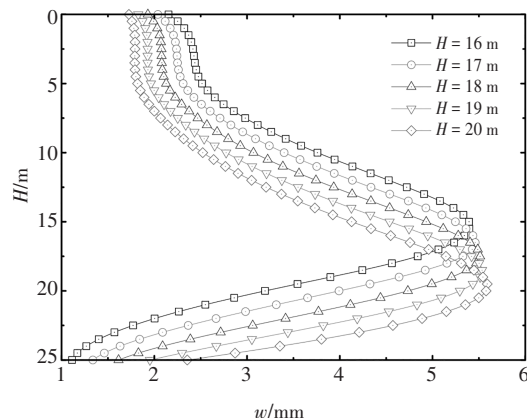


图11 不同隧道埋深值下的桩基水平位移

Fig.11 Horizontal displacement of pile with different depths of tunnel

4 结 论

1) 基于两阶段分析法获得盾构开挖引起邻近桩基水平位移数值解, 第一阶段利用 Loganathan 公式解得桩基轴线处土体自由水平位移场, 第二阶段将桩基简化成 Euler-Bernoulli 梁搁置在 Vlasov 地基模型上, 结合桩基两端边界条件采用有限差分法获得桩基变形解答响应。

2) 通过收集两个既有工程实测数据以及既有地基模型理论计算结果进行对比, 进一步说明相比于传统的 Winkler 和 Pasternak 地基模型差分解结果, 本文方法计算结果更贴近实测数据, 更具有优越性。

3) 盾构开挖引起邻近群桩水平位移的参数分析表明, 地层损失率及隧道埋深的增大均会引起群桩水平位移的增大, 但隧道埋深的增大也会引起桩身最大水平位移的位置下移; 桩隧之间距离的增大会引起桩基水平位移的减小, 其减小速率逐渐变缓。

参考文献

- [1] LIU C, ZHANG Z X, REGUEIRO R A. Pile and pile group response to tunnelling using a large diameter slurry shield-case study in Shanghai [J]. *Computers and Geotechnics*, 2014, 59: 21-43.
- [2] SOOMRO M A, HONG Y, NG C W W, *et al.* Load transfer mechanism in pile group due to single tunnel advancement in stiff clay [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2015, 45: 63-72.
- [3] XIANG Y Z, LIU H L, ZHANG W G, *et al.* Application of transparent soil model test and DEM simulation in study of tunnel failure mechanism [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2018, 74: 178-184.
- [4] 周东, 刘汉龙, 仇文岗, 等. 被动桩侧土体位移场的透明土模型试验[J]. *岩土力学*, 2019, 40(7): 2686-2694.
ZHOU D, LIU H L, ZHANG W G, *et al.* Transparent soil model test on the displacement field of soil around single passive pile [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, 40(7): 2686-2694. (In Chinese)
- [5] 冷伍明, 陈琛, 徐方, 等. 深厚软土区超长桩基压缩变形测试及分析[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2019, 46(11): 87-96.
LENG W M, CHEN C, XU F, *et al.* Measurement and analysis of compression deformation of a super-long pile foundation in deep soft deposit [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2019, 46(11): 87-96. (In Chinese)
- [6] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1998, 124(9): 846-856.
- [7] 李早, 黄茂松. 隧道开挖对群桩竖向位移和内力影响分析[J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(3): 398-402.
LI Z, HUANG M S. Analysis of settlement and internal forces of group pile due to tunneling [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(3): 398-402. (In Chinese)
- [8] 熊巨华, 王远, 刘侃, 等. 隧道开挖对邻近单桩竖向受力特性影响[J]. *岩土力学*, 2013, 34(2): 475-482.
XIONG J H, WANG Y, LIU K, *et al.* Effects of tunneling on vertical bearing behaviors of adjacent single pile [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(2): 475-482. (In Chinese)
- [9] 梁发云, 张浩. 开挖土体侧移作用下被动单桩能量变分分析方法[J]. *岩土工程学报*, 2012, 34(S1): 19-23.
LIANG F Y, ZHANG H. Variational solution of single passive pile subjected to lateral soil movement induced by adjacent excavation [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, 34(S1): 19-23. (In Chinese)
- [10] 可文海, 管凌霄, 薛齐, 等. 盾构隧道开挖引起的邻近群桩竖向位移研究[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2020, 51(8): 2353-2360.
KE W H, GUAN L X, XUE Q, *et al.* Study on vertical displacement of adjacent pile group caused by shield tunnelling [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2020, 51(8): 2353-2360. (In Chinese)
- [11] 上官士青, 杨敏, 李卫超. 分别考虑桩和土水平向位移的被动桩简化算法[J]. *建筑结构学报*, 2018, 39(1): 162-172.
SHANGGUAN S Q, YANG M, LI W C. Simplified method of passive piles with independent lateral displacement of piles and soil [J]. *Journal of Building Structures*, 2018, 39(1): 162-172. (In Chinese)
- [12] ПАСТЕРНАК Л. О новом методе анализа упругого фундамента с помощью двух констант [M]. М.: Государственное издательство литературы по строительству и археологии, 1954.
PASTERNAK P L. On a new method of analysis of an elastic foundation by means of two-constants [M]. Moscow: Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi Po Stroitelstou i Arkhitekture, 1954. (In Russian)
- [13] 程康, 俞帆, 梁荣柱, 等. 考虑桩基剪切效应的盾构开挖对邻近桩基水平向变形分析[J]. *岩土工程学报*, 2018, 40(S2): 178-182.
CHENG K, YU F, LIANG R Z, *et al.* Horizontal deformation of adjacent single pile under tunneling considering shearing effect of piles [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, 40(S2): 178-182. (In Chinese)

- [14] 何小龙, 杨天鸿, 周云伟, 等. 考虑管-土分离的基坑开挖引起邻近地下管线位移分析[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2019, 41(6):9-16.
HE X L, YANG T H, ZHOU Y W, *et al.* Analysis of pipeline displacement induced by adjoining foundation pit excavation considering pipeline-soil separation [J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2019, 41(6): 9-16. (In Chinese)
- [15] 冯国辉, 周逊泉, 何庆亮, 等. 隔离桩对盾构掘进引起邻近高铁桩基水平位移的影响分析[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2020, 42(4):28-35.
FENG G H, ZHOU X Q, HE Q L, *et al.* Analysis on the influence of isolation pile on horizontal displacement of adjacent pile under high-speed railway caused by shield driving [J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2020, 42(4): 28-35. (In Chinese)
- [16] 梁发云, 李彦初, 黄茂松. 基于Pasternak双参数地基模型水平桩简化分析方法[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(S1):300-304.
LIANG F Y, LI Y C, HUANG M S. Simplified method for laterally loaded piles based on Pasternak double-parameter spring model for foundations[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(S1):300-304. (In Chinese)
- [17] ZHANG Z G, HUANG M S, XU C, *et al.* Simplified solution for tunnel-soil-pile interaction in Pasternak's foundation model[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, 78: 146-158.
- [18] KERR A D. A study of a new foundation model [J]. Acta Mechanica, 1965, 1(2): 135-147.
- [19] ZHANG Z G, ZHANG C P, JIANG K M, *et al.* Analytical prediction for tunnel-soil-pile interaction mechanics based on Kerr foundation model[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2019, 23(6):2756-2771.
- [20] 冯国辉, 窦炳珺, 张高锋, 等. 隧道开挖引起水平向位移被动桩的简化计算方法[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2021, 43(2):10-18.
FENG G H, DOU B J, ZHANG G F, *et al.* Simplified calculation method for lateral displacement of passive pile caused by tunneling [J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2021, 43(2):10-18. (In Chinese)
- [21] 管凌霄, 徐长节, 可文海, 等. 盾构隧道下穿管道施工引起的管道水平位移研究[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2020, 42(6):54-62.
GUAN L X, XU C J, KE W H, *et al.* Analysis of horizontal pipeline deformation caused by shield tunnelling [J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2020, 42(6): 54-62. (In Chinese)
- [22] 刘建文, 施成华, 雷明锋, 等. 基坑开挖对下卧地铁隧道影响的解析计算方法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2019, 50(9): 2215-2225.
LIU J W, SHI C H, LEI M F, *et al.* Analytical method for influence analysis of foundation pit excavation on underlying metro tunnel [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2019, 50(9):2215-2225. (In Chinese)
- [23] LIU J W, SHI C H, LEI M F, *et al.* Improved analytical method for evaluating the responses of a shield tunnel to adjacent excavations and its application [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2020, 98: 103339
- [24] 刘齐建, 王贻荪, 曹喜仁. 一种基于Gibson土的改进Vlasov地基模型[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2002, 29(3): 101-107.
LIU Q J, WANG Y S, CAO X R. A modified Vlasov soil model in Gibson soil [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2002, 29(3): 101-107. (In Chinese)