

斜坡段桥梁基桩受力与变形分析的传递矩阵法

尹平保^{1,3†}, 王翱^{1,3}, 赵衡², 杨锐波^{1,3}, 赵明华²

[1. 长沙理工大学 土木工程学院, 湖南 长沙, 410114;

2. 湖南大学 岩土工程研究所, 湖南 长沙, 410082;

3. 桥梁工程安全控制教育部重点实验室(长沙理工大学), 湖南 长沙, 410114]

摘要:根据斜坡段桥梁基桩的水平承载特性,建立了考虑斜坡效应的桩-土相互作用模型及挠曲微分方程;基于 m 法和传递矩阵法,推导了桩身内力与位移分析的传递矩阵解答;通过模型试验,测得了黏土和砂土斜坡地基比例系数,拟合得到了斜坡地基比例系数与坡度间的关系式,验证了理论解答的合理性;以某工程实例为基础,分析了斜坡坡度和桩顶水平荷载对斜坡基桩受力与变形的影响.研究表明:斜坡地基比例系数随桩土交界面处桩身水平位移增大而呈非线性关系减小;黏土和砂土斜坡地基比例系数均随斜坡坡度增加而减小;基桩桩顶水平位移和桩身最大弯矩均随斜坡坡度和桩顶水平荷载增加而增大;当斜坡坡度由 0° 增加至 60° 时,桩顶水平位移约增大86.4%,桩身最大弯矩约增大4.6%,桩身最大弯矩位置约下移2.0 m;桩顶水平荷载每增加50 kN,桩顶水平位移平均增大48.5%,桩身最大弯矩平均增大41.6%.

关键词:桩基础;斜坡;传递矩阵法;地基比例系数;模型试验

中图分类号: TU473

文献标志码: A

Transfer Matrix Method for Analysis of Stress and Deformation of Bridge Piles in Sloping Ground

YIN Pingbao^{1,3†}, WANG Ao^{1,3}, ZHAO Heng², YANG Kaibo^{1,3}, ZHAO Minghua²

[1. School of Civil Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China;

2. Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

3. Key Laboratory of Bridge Engineering Safety Control by Department of Education (Changsha University of Science & Technology), Changsha 410114, China]

Abstract: According to the lateral bearing characteristics of bridge piles in sloping ground, the pile-soil interaction model considering the slope effect and the differential equation of flexural deformation was established. Based on the m method and transfer matrix method, the transfer matrix solution of pile internal force and displacement analysis

* 收稿日期:2021-07-19

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52078055, 52178311), National Natural Science Foundation of China(52078055, 52178311); 长沙理工大学土木工程优势特色重点学科创新性项目(18ZDXK12), Innovative Program of Key Disciplines with Advantages and Characteristics of Civil Engineering of Changsha University of Science & Technology(18ZDXK12); 长沙理工大学桥梁工程安全控制教育部重点实验室开放基金资助项目(18KB01), Open Fund of Key Laboratory of Bridge Engineering Safety Control by Department of Education (Changsha University of Science & Technology)(18KB01); 湖南省教育厅科学研究项目(20A001, 20B040), Scientific Research Fund of Education Department of Hunan Province (20A001, 20B040).

作者简介:尹平保(1984—),男,湖南邵阳人,长沙理工大学副教授

† 通信联系人, E-mail: pingbaby921@163.com.

was derived. The proportional coefficient of clay and sand slope foundation were measured by model tests. The relationship between the proportional coefficient of slope foundation and slope angles was obtained by nonlinear fitting, and then the rationality of theoretical solutions was verified by the model test. Based on an engineering example, the influence of slopes and horizontal loads on the internal force and deformation of piles in the sloping ground were analyzed. The results show that: the proportional coefficient of sloping ground decreases nonlinearly with the increase of horizontal displacement of the pile at the pile-soil interface. The proportion coefficients of clay and sand sloping grounds decrease with the increase of slope angles. The horizontal displacement of the pile top and the maximum bending moment of the pile body increase with the increase of slope angles and horizontal loads. When the slope angle increases from 0° to 60° , the horizontal displacement of the pile top increases by about 86.4%, the maximum bending moment of the pile body increases by about 4.6%, and the position of the maximum bending moment move down by about 2.0 m. When the horizontal load is increased by 50 kN, the horizontal displacement is increased by 48.5% and the maximum bending moment is increased by 41.6% on average.

Key words: pile foundation; slope; transfer matrix method; foundation proportional coefficient; model test

在山区修建公路和铁路时,受地形、地貌等水文地质条件的制约,有些路段往往会采用半路半桥或全高架桥的形式来跨越峡谷与河流,因此难免会将桥梁基桩设置在峡谷或河岸斜坡上,而形成斜坡基桩^[1].位于斜坡上的桥梁基桩,其主要承受上部结构传递下来的竖向荷载、水平荷载和偏心弯矩等.但由于基桩前后土体不对称导致的“斜坡效应”,其水平承载特性与常规的平地桩差异显著^[2-4].

为深入分析斜坡段桥梁基桩的水平承载机理及影响规律,赵明华等^[5]通过室内模型试验,研究了复杂荷载作用下高陡横坡段桥梁双桩基础的内力与位移变化发展规律及破坏模式;Deendayal等^[6]通过室内模型试验,研究了基桩长径比和斜坡角度的共同作用对桩基承载特性的影响.Sawant等^[7]通过有限元数值模拟,分析了水平荷载作用下斜坡坡度变化对桩身弯矩以及位移分布规律的影响.在此基础上,赵明华等^[8]和尹平保等^[9]综合考虑“ $P-\Delta$ ”效应和桩土相互作用,提出了陡坡段桥梁基桩受力分析的改进有限杆单元法及幂级数法;尹平保等^[10-11]基于Matlock黏土 $p-y$ 曲线及双曲线型砂土 $p-y$ 曲线,推导了斜坡段桥梁基桩内力与位移分析的有限差分分解.总体来说,有关斜坡基桩内力与位移计算方法主要有幂级数法、有限差分法和有限杆单元法等^[12-15].其中,我国《公路桥涵地基与基础设计规范》(JTG 3363—2019)^[16]主要采用线弹性地基反力法的幂级数通解,即基于 m 法计算桩身内力与位移,并提供了大量

图表以供查询.而以有限杆单元和有限差分为主的数值计算方法,虽然计算精度较高,但其计算过程以及编程均比较复杂,难以在实际工程中推广运用.矩阵传递法^[17-18]是国内外近40年来兴起的一种计算方法,其力学概念清晰,能充分考虑桩身截面尺寸变化、土体各向异性以及复杂边界条件等,具有计算精度高,编程简单等优点,便于实际工程的应用.

鉴于此,拟在现有研究基础上,充分分析斜坡段桥梁基桩的水平受荷特点,建立考虑斜坡效应的桩-土相互作用模型及桩身挠曲微分方程;基于 m 法和传递矩阵法,推导桩身内力与位移分析的理论解答,编制相应的计算程序;再通过试验结果,验证理论解答及计算程序的可靠性;进而分析斜坡坡度和桩顶水平荷载对桩身受力与变形的影响.

1 桩身内力与变形分析的传递矩阵法

1.1 计算模型及挠曲微分方程

实际工程中,斜坡上的桥梁基桩可分为两段:一是桩身位于坡面以上的自由段 l_0 ;二是桩身位于坡面以下的入土段 l_p ,如图1所示.

假设桩顶主要承受轴向荷载 P_0 、横向荷载 Q_0 及偏心弯矩 M_0 的共同作用,以桩顶轴心为原点可以建立 $wO'Z$ 坐标系;再沿桩身纵轴线自上而下依次将桩身划分为 N 段;其中,自由段分为 k 段,入土段分为 $N-k$ 段.在图1所示的计算模型中,以第 i 微元段桩顶中心为原点,可建立 $w_iO_iZ_i$ 坐标系,见图2.

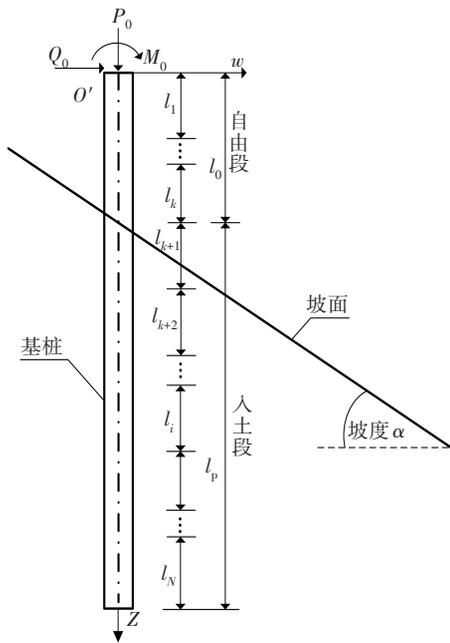


图1 桩-土相互作用模型

Fig.1 Pile-soil interaction model

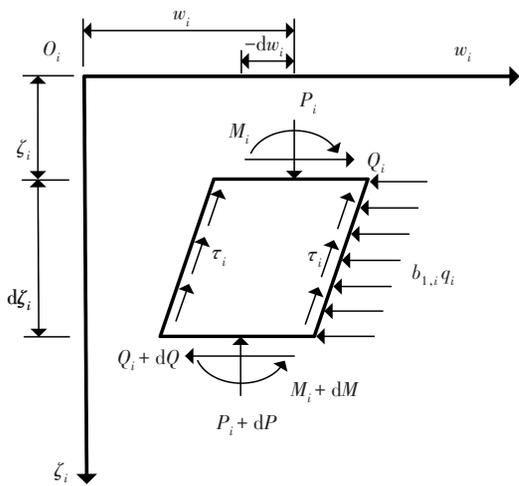


图2 基桩第*i*微元段受力分析示意图

Fig.2 Force analysis of the micro element section *i* of the pile

通过对第*i*微元段进行受力分析,即可建立该微元段的挠曲微分方程:

$$E_i I_i \frac{d^4 w_i}{d\zeta_i^4} + (P_{0,i} + f_i \zeta_i) \frac{d^2 w_i}{d\zeta_i^2} + f_i \frac{dw_i}{d\zeta_i} + b_{1,i} q_i = 0 \quad (1)$$

式中: w_i 为第*i*微元段桩身水平位移; ζ_i 为第*i*微元段计算点到段顶的距离; $E_i I_i$ 为第*i*微元段桩身抗弯刚度; $P_{0,i}$ 为第*i*微元段顶所受轴向力; $b_{1,i}$ 为第*i*微元段桩的有效计算宽度; q_i 为第*i*微元段所在岩土层的水平地基抗力; f_i 为第*i*微元段桩身轴力增长系数.

假设桩身自重和桩侧摩阻力沿深度呈线性发展,则桩身轴力增长系数 f_i 的表达式为^[14]:

$$f_i = \gamma_{c,i} A_i - 0.5 D_i \tau_i \quad (2)$$

式中: $\gamma_{c,i}$ 为第*i*微元段桩身有效重度; τ_i 为第*i*微元段对应的桩侧岩土体极限摩阻力, $i \leq k$ 时, $\tau_i = 0$; A_i 和 D_i 分别为第*i*微元段桩身截面面积和周长.

基于*m*法假定,第*i*微元段对应岩土层的水平地基抗力 q_i 可表示为^[18]:

$$q_i = m \left(\sum_{i=k+1}^{i-1} l_i + \zeta_i \right) w_i \quad (3)$$

式中: m 为地基比例系数,当 $i \leq k$ 时, $m = 0$.

将式(2)和式(3)代入式(1)整理可得:

$$\frac{d^4 w_i}{d\zeta_i^4} + (\beta_i + \chi_i \zeta_i) \frac{d^2 w_i}{d\zeta_i^2} + \chi_i \frac{dw_i}{d\zeta_i} + (\delta_i + \varepsilon_i \zeta_i) w_i m = 0 \quad (4)$$

式中: $\beta_i = \frac{P_{0,i}}{E_i I_i}$; $\chi_i = \frac{f_i}{E_i I_i}$; $\delta_i = \frac{b_{1,i}}{E_i I_i} \sum_{i=k+1}^{i-1} l_i$; $\varepsilon_i = \frac{b_{1,i}}{E_i I_i}$.

1.2 传递矩阵解答

式(4)可采用幂级数法进行求解,设其解答为:

$$w(\zeta_i) = \sum_{j=0}^3 \eta_{i,j} U_{i,j} \quad (5)$$

$$a_{i,j,n+4} = - \frac{\beta_i (2+n) \times (1+n) a_{i,j,n+2}}{(4+n) \times (3+n) \times (2+n) \times (1+n)} - \frac{\chi_i (1+n)^2 a_{i,j,n+1} + m (\delta_i a_{i,j,n} + \varepsilon_i a_{i,j,n-1})}{(4+n) \times (3+n) \times (2+n) \times (1+n)}$$

$n \geq 1$;

$$a_{i,j,4} = - \frac{2\beta_i a_{i,j,2} + \chi_i a_{i,j,1} + m \delta_i a_{i,j,0}}{4 \times 3 \times 2 \times 1};$$

$$a_{i,j,n} = \begin{cases} 1, & j = n \\ 0, & j \neq n \end{cases} \quad (j, n = 0, 1, 2, 3);$$

$$U_{i,j} = \sum_{n=0}^{+\infty} a_{i,j,n} \zeta_i^n$$

式中: $\eta_{i,0}, \eta_{i,1}, \eta_{i,2}$ 及 $\eta_{i,3}$ 均为待定系数.

根据关系式 $\theta_i = w_i'$, $M_i = E_i I_i w_i''$, $Q_i = E_i I_i w_i''' + P_i w_i'$ 与式(5)可得第*i*微元段的桩身转角 θ_i 、弯矩 M_i 和剪力 Q_i 分别为:

$$\begin{cases} \theta_i = \sum_{j=0}^3 \eta_{i,j} U'_{i,j} \\ M_i = E_i I_i \sum_{j=0}^3 \eta_{i,j} U''_{i,j} \\ Q_i = E_i I_i \sum_{j=0}^3 \eta_{i,j} U'''_{i,j} + P_i \sum_{j=0}^3 \eta_{i,j} U'_{i,j} \end{cases} \quad (6)$$

联立式(5)和式(6)消除待定系数 $\eta_{i,j}$ 可得:

$$\begin{bmatrix} w_i \\ \theta_i \\ M_i \\ Q_i \end{bmatrix} = \mathbf{V}_i \begin{bmatrix} w_{i,0} \\ \theta_{i,0} \\ M_{i,0} \\ Q_{i,0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: $w_{i,0}$ 、 $\theta_{i,0}$ 、 $M_{i,0}$ 及 $Q_{i,0}$ 分别为第*i*微元段顶端($\zeta_i=0$)的水平位移、转角、弯矩和剪力; \mathbf{V}_i 为第*i*微元段的内力与位移传递矩阵,其可表示为:

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{T}_i (\mathbf{T}_i |_{\zeta_i=0})^{-1} \quad (8)$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} U_{i,0} & U_{i,1} & U_{i,2} & U_{i,3} \\ U'_{i,0} & U'_{i,1} & U'_{i,2} & U'_{i,3} \\ E_i I_i U''_{i,0} & E_i I_i U''_{i,1} & E_i I_i U''_{i,2} & E_i I_i U''_{i,3} \\ X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中:

$$\begin{cases} X_1 = E_i I_i U'''_{i,0} + P_i U'_{i,0} \\ X_2 = E_i I_i U'''_{i,1} + P_i U'_{i,1} \\ X_3 = E_i I_i U'''_{i,2} + P_i U'_{i,2} \\ X_4 = E_i I_i U'''_{i,3} + P_i U'_{i,3} \end{cases} \quad (10)$$

若第*i*和*i-1*微元段桩身内力与位移连续,则有:

$$\begin{bmatrix} w_{i,0} \\ \theta_{i,0} \\ M_{i,0} \\ Q_{i,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{i-1,l_{i-1}} \\ \theta_{i-1,l_{i-1}} \\ M_{i-1,l_{i-1}} \\ Q_{i-1,l_{i-1}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: $w_{i-1,l_{i-1}}$ 、 $\theta_{i-1,l_{i-1}}$ 、 $M_{i-1,l_{i-1}}$ 及 $Q_{i-1,l_{i-1}}$ 分别为第*i-1*微元段底端($\zeta_{i-1}=l_{i-1}$)的水平位移、转角、弯矩及剪力.

根据式(7)和式(11),可得第*i*微元段与基桩顶端之间内力和位移的传递关系:

$$\begin{bmatrix} w_i \\ \theta_i \\ M_i \\ Q_i \end{bmatrix} = \mathbf{V}_i \bar{\mathbf{V}}_{i-1} \bar{\mathbf{V}}_{i-2} \bar{\mathbf{V}}_{i-3} \cdots \bar{\mathbf{V}}_1 \begin{bmatrix} w_0 \\ \theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{V}_{i-1}=\mathbf{V}_{i-1}|_{\zeta_{i-1}=l_{i-1}}$; w_0 、 θ_0 、 M_0 及 Q_0 分别为桩顶水平位移、转角、弯矩及剪力.

对于常规的桥梁桩基,其桩顶边界条件有自由、固定、铰支和弹嵌等;而桩端边界条件有自由、固定等^[9,18],对位于斜坡上的嵌岩桩,通常可假定其桩端边界条件为固定.

$$\begin{cases} M|_{z=0} = M_0, Q|_{z=0} = Q_0 & \text{桩顶自由} \\ Q|_{z=0} = Q_0, \theta|_{z=0} = 0 & \text{桩顶固定} \\ M|_{z=0} = M_0, w|_{z=0} = 0 & \text{桩顶铰支} \\ \theta|_{z=0} = 0, w|_{z=0} = 0 & \text{桩顶弹嵌} \\ M|_{z=l_0+l_p} = 0, Q|_{z=l_0+l_p} = 0 & \text{桩端自由} \\ w|_{z=l_0+l_p} = 0, \theta|_{z=l_0+l_p} = 0 & \text{桩端固定} \end{cases} \quad (13)$$

若桩顶和桩端边界条件均为自由,则 w_0 、 θ_0 、 M_0 和 Q_0 满足以下关系:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{3,1} & Y_{3,2} & Y_{3,3} & Y_{3,4} \\ Y_{4,1} & Y_{4,2} & Y_{4,3} & Y_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ \theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中: $Y_{I,J}$ 为矩阵 $\mathbf{V}_i \bar{\mathbf{V}}_{i-1} \bar{\mathbf{V}}_{i-2} \bar{\mathbf{V}}_{i-3} \cdots \bar{\mathbf{V}}_1$ 中第*I*行第*J*列元素.

式(14)中 M_0 和 Q_0 已知,求解式(14)即可得到 w_0 和 θ_0 .同样地,根据其他边界条件,亦可求解相应的 w_0 和 θ_0 .上述求解过程,均可编程计算.

2 斜坡地基比例系数的试验确定

桩前坡体的存在将导致斜坡地基比例系数与平坦地基有一定差异.虽然我国《公路桥涵地基与基础设计规范》(JTG 3363—2019)^[16]中已给出平坦地基比例系数的取值范围,但有关斜坡地基比例系数的确定则缺乏相应的规定或说明.为此,以实际工程中的斜坡基桩为原型,通过室内模型试验测试斜坡地基比例系数,并建立斜坡与平坦地基比例系数间的关系式.

2.1 试验概况

本模型试验主要以湖南省张家界至花垣高速公路泗溪河大桥中某位于斜坡上的桥梁基桩为原型,该基桩总长25.0 m,自由段长7.0 m,入土段长18.0 m,基桩所在边坡坡度约为30°~50°.该斜坡地层自上而下依次为:含砾石的粉质黏土(厚约1.0 m),强风化-中风化砂岩(厚约15.0 m),以下为微风化砂岩.本试验采用直径 $d_1=60$ mm的钢管桩测试地基比例系数,而以直径 $d_2=75$ mm的PPR管桩测试加载过程中桩身受力与变形.模型桩长度为2 000 mm,自由段和入土段均为1.0 m,桩端嵌入混凝土中0.2 m以模拟嵌岩.钢管桩身弹性模量 $E_s=1.35$ GPa,PPR管桩身弹性模量 $E_p=0.37$ GPa.模型斜坡填土分为黏土和砂土,其中黏土坡度 $\alpha=0^\circ$ 、 15° 、 30° 及 45° ,其物理力学参数为:内摩擦角 $\varphi=24^\circ$,黏聚力 $c=35.4$ kPa,重度 $\gamma=18.5$ kN/m³,含水率 $w=15.1\%$,塑限 $w_p=27.8\%$,液限 $w_L=45\%$,曲率系数 $C_c=3.12$,不均匀系数 $C_u=12.5$.而砂土坡度 $\alpha=0^\circ$ 、 30° 、 45° 及 60° ,其物理力学参数为:内摩擦角 $\varphi=39^\circ$,含水率 $w=2.4\%$,重度 $\gamma=15.7$ kN/m³,曲率系数 $C_c=1.05$,不均匀系数 $C_u=8.57$.试验用土的

级配曲线如图3所示,具体的模型试验布置如图4所示.

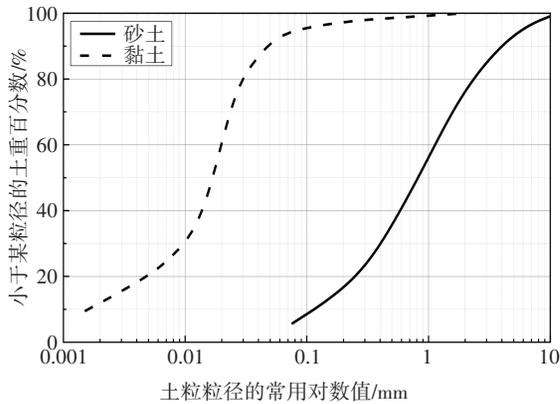


图3 试验用土级配曲线

Fig.3 The grading curve of soils

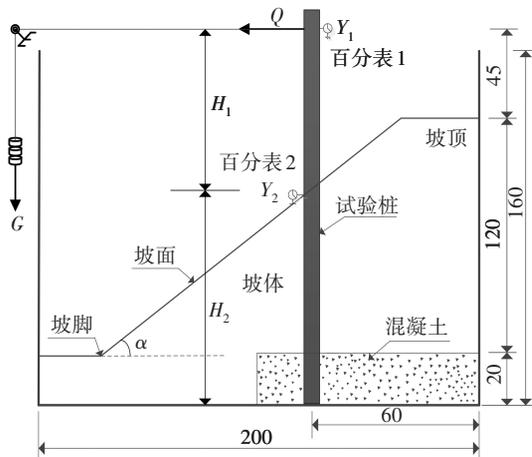


图4 模型试验布置图(单位:cm)

Fig.4 Layout of model tests(unit:cm)

2.2 试验加载

试验加载装置由定滑轮、钢丝绳、挂钩和砝码组成.采用慢速维持荷载法分级加载^[19],通过砝码在桩顶施加定向水平荷载,每级荷载为25 N,按0.5 min、15 min、30 min、60 min的时间间隔采集试验数据.各级荷载稳定标准为变形速率小于0.01 mm/5 min或累计变形速率小于0.1 mm/h.当某一级荷载作用下坡体开裂严重或桩土交界处位移达到30 mm时,即可终止加载.

2.3 斜坡地基比例系数 m_α 值的测试原理

如图4所示,在桩顶逐级施加级水平荷载 Q ,并用百分表测量水平荷载作用点处桩身水平位移 Y_1 和桩土交界面处桩身水平位移 Y_2 .据此可计算相应坡度下的等效地基比例系数 n_α 值,其计算式为^[19]:

$$n_\alpha = \frac{12(H_1 + H_2)^2 Q}{H_2^4 Y_1} \tag{15}$$

式中: H_1 为水平荷载作用点距桩土交界面的距离; H_2 为试验桩埋入土体的长度; Q 为施加的水平荷载; Y_1 为水平荷载作用点处桩身水平位移.

斜坡地基比例系数 m_α 与等效地基比例系数 n_α 之间的关系式为:

$$m_\alpha = \frac{n_\alpha}{b_1} \tag{16}$$

式中: b_1 为基桩计算宽度^[16].

2.4 试验结果与分析

通过试验并结合式(15)和式(16),可得斜坡地基比例系数 m_α 与桩土交界面处桩身水平位移 Y_2 之间的关系曲线,如图5和图6所示. $Y_2=6$ mm时对应的斜坡地基比例系数 m_α ,如表1所示.

由图5和和图6可以看出,斜坡地基比例系数 m_α 值随桩土交界面处的桩身水平位移 Y_2 增大而呈非线性关系减小;当桩土交界面处桩身水平位移相同时,斜坡坡度越大,斜坡地基比例系数 m_α 值越小;相对而言,黏土斜坡地基比例系数大于砂土斜坡.

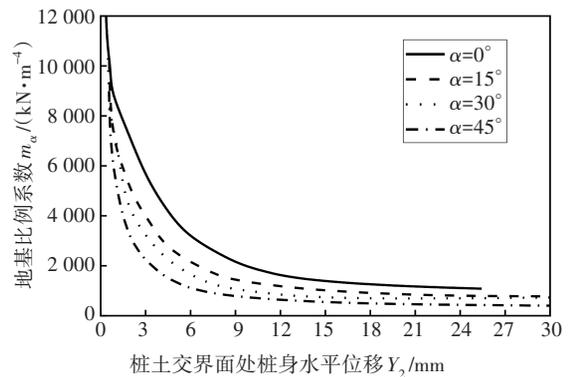


图5 黏土斜坡地基 m_α - Y_2 曲线

Fig.5 The m_α - Y_2 curves of clay slope ground

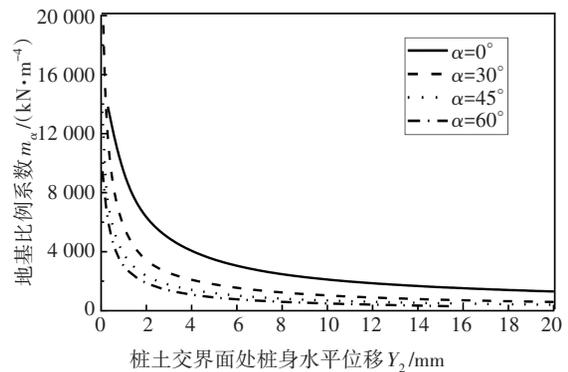


图6 砂土斜坡地基 m_α - Y_2 曲线

Fig.6 The m_α - Y_2 curve of sand slope ground

表 1 实测斜坡地基比例系数 m_α
Tab.1 The tested value m_α of sloping ground

类别	坡度 $\alpha / (^\circ)$	斜坡地基比例系数 $m_\alpha / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-4})$	λ
黏土	0	3 118	1.000
	15	2 118	0.675
	30	1 528	0.549
	45	1 134	0.379
砂土	0	2 736	1.000
	30	1 343	0.491
	45	942	0.344
	60	706	0.246

根据表 1,经非线性拟合可得斜坡地基比例系数比值 λ 与斜坡坡度 α 之间的关系式:

黏土斜坡地基:

$$\lambda = 6 \times 10^{-5} \alpha^2 - 1.65 \times 10^{-2} \alpha + 1 \quad (17)$$

砂土斜坡地基:

$$\lambda = 8 \times 10^{-5} \alpha^2 - 1.83 \times 10^{-2} \alpha + 1 \quad (18)$$

式中: $\lambda = \frac{m_\alpha}{m_0}$, m_α 为斜坡坡度为 α 的地基比例系数, m_0 为平地地基比例系数.

斜坡地基比例系数比值 λ 与斜坡坡度 α 之间的关系曲线如图 7 所示. 由图 7 可知, 斜坡地基比例系数比值 λ 随斜坡坡度 α 增加而成非线性关系减小; 拟合得到的 λ - α 关系曲线与实测结果吻合较好.

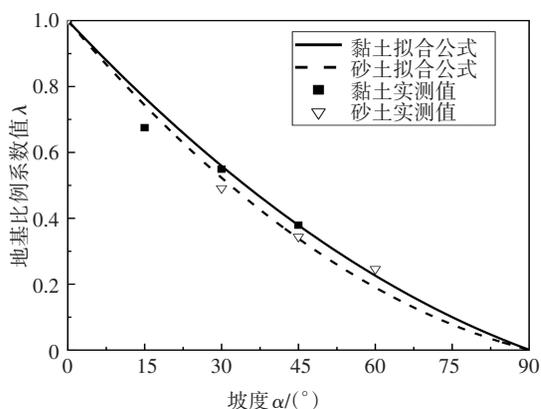


图 7 λ - α 关系曲线

Fig.7 The relation curves of λ - α

3 试验验证及影响因素分析

3.1 试验验证

为验证斜坡基桩内力与位移计算传递矩阵法的

合理性,以黏土斜坡模型试验中水平荷载 $Q_0=150 \text{ N}$ 为例,计算得到不同坡度下桩身水平位移和弯矩随埋深的变化发展规律曲线,其与试验结果的对比如图 8 和图 9 所示;地面处桩身水平位移及桩身最大弯矩对比如表 2 所示.

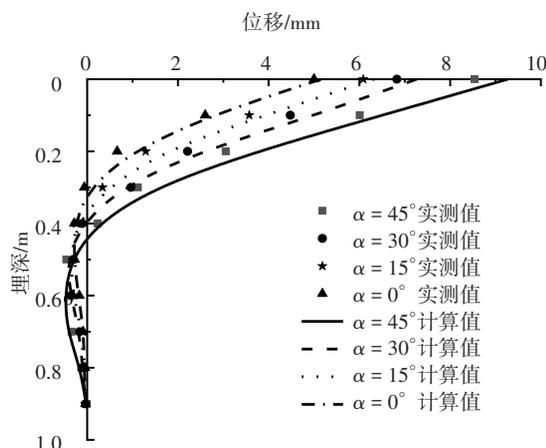


图 8 不同坡度下桩身水平位移曲线

Fig.8 Horizontal displacement of piles under different slopes

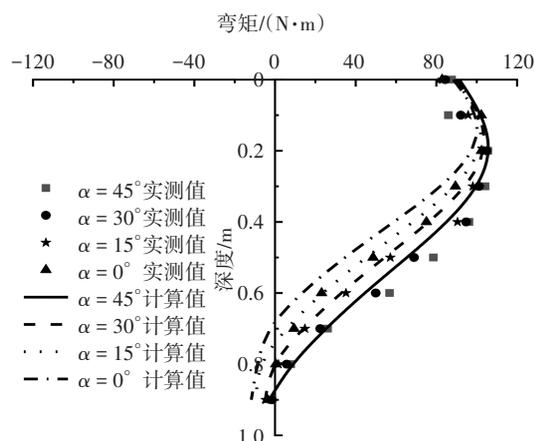


图 9 不同坡度下桩身弯矩曲线

Fig.9 Bending moment of piles under different slopes

表 2 桩身弯矩与位移计算结果对比
Tab.2 Comparison of bending moment and displacement of piles

坡度 $\theta / (^\circ)$	$M_{\max} / (\text{N} \cdot \text{m})$		误差/%	Y_2 / mm		Y_2
	试验值	计算值		试验值	计算值	
0	102.40	99.60	-2.73	5.00	5.16	3.20
15	103.43	101.84	-1.54	6.08	6.32	3.95
30	104.88	105.09	0.20	6.83	7.26	6.30
45	105.53	107.48	1.84	8.54	9.27	8.54

注: M_{\max} 为桩身最大弯矩.

由图 8 和图 9 可知,对于黏土斜坡中的模型桩,当试验荷载 $Q_0=150\text{ N}$ 时,不同斜坡坡度条件下实测桩身水平位移和弯矩曲线与计算曲线均吻合较好.另外,表 2 显示理论计算得到的桩身最大弯矩和桩土交界面处桩身水平位移结果与试验结果之间的最大误差为 8.54%,由此可验证斜坡段桥梁基桩受力与变形分析的传递矩阵法及程序是合理可行的.

3.2 影响因素分析

为进一步探讨斜坡坡度及桩顶水平荷载对桩身内力与位移的影响,以张花高速中某斜坡上的桥梁基桩为例^[20],利用传递矩阵法对其进行影响因素分析.该基桩所在斜坡的坡度约为 40° ;基桩自由段长为 4 m ,直径为 1.8 m ;入土段长度为 25 m ,直径为 2.0 m ;桩身混凝土弹性模量 $E_c = 29.6\text{ GPa}$.桩侧岩土体地基比例系数 $m = 4.0\text{ MN/m}^4$;作用在桩顶的轴向荷载 $P_0 = 7\,312\text{ kN}$,水平力 $Q_0 = 50\text{ kN}$,弯矩 $M_0 = 520\text{ kN}\cdot\text{m}$.

3.2.1 斜坡坡度的影响

受斜坡效应的影响,斜坡段桥梁基桩的受力与变形与平地桩差异如何尚值得深入探讨.为此,保持其他参数不变,分别计算斜坡坡度 $\alpha = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ 及 60° 时桩身水平位移和弯矩,其沿深度的变化发展规律曲线如图 10 和图 11 所示.

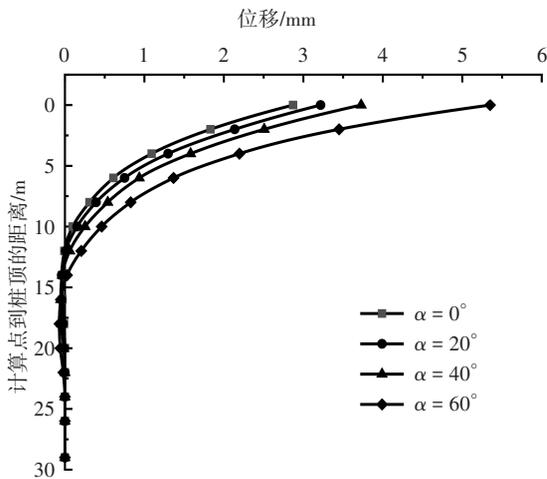


图 10 不同坡度下桩身水平位移曲线

Fig.10 Pile displacement under different slopes

图 10 和图 11 显示,在相同的荷载水平下,基桩桩身水平位移和弯矩均随斜坡坡度增加而增大.当斜坡坡度 $\alpha = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ 及 60° 时,桩顶水平位移分别为 $2.87\text{ mm}, 3.22\text{ mm}, 3.73\text{ mm}$ 及 5.35 mm ;与 $\alpha=0^\circ$ (平地桩)相比, $\alpha=20^\circ, 40^\circ$ 及 60° 对应的桩顶水平位移增幅分别为 $12.2\%, 30.0\%$ 及 86.4% .桩身最大弯矩

随斜坡坡度增加而有小幅增大,当 $\alpha=0^\circ$ 时,桩身最大弯矩位置约为坡面以下 2.0 m 处;而当 $\alpha=60^\circ$ 时,桩身最大弯矩位置则下移至坡面以下 4.0 m 处.由此可见,斜坡坡度增大会使桩顶水平位移显著增加,且对桩身最大弯矩位置有一定影响.这是因为斜坡坡度增大导致桩前浅层土体的水平抗力减弱,促使水平荷载向斜坡深处传递.当以桩身水平位移控制基桩水平承载力时,斜坡基桩的水平承载力将随斜坡坡度增加而减小.

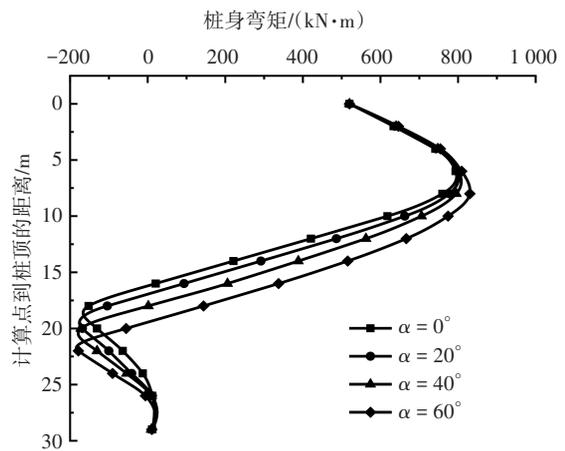


图 11 不同坡度下桩身弯矩曲线

Fig.11 Bending moment of piles under different slopes

3.2.2 桩顶水平荷载的影响

在实际工程中,风荷载、车辆制动荷载等水平荷载将会通过上部结构传递至桩顶.为探讨水平荷载对斜坡段桥梁基桩内力与桩顶水平位移的影响,假定其他参数相同,分别计算水平荷载 $Q_0=0\text{ kN}, 50\text{ kN}, 100\text{ kN}$ 及 150 kN 时的桩身水平位移和弯矩,其沿深度的变化发展规律曲线如图 12 和图 13 所示.

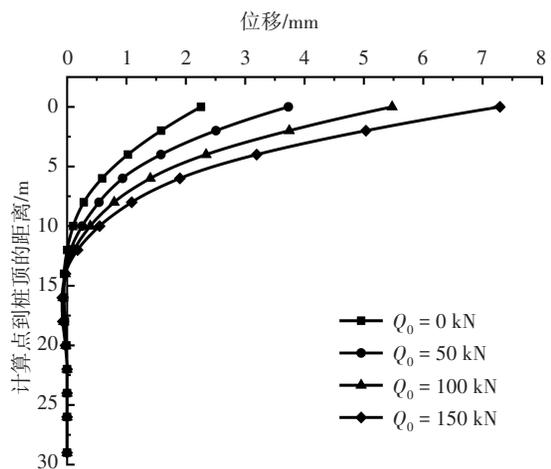


图 12 不同水平荷载下桩身水平位移曲线

Fig.12 The horizontal displacement of piles under different lateral loads

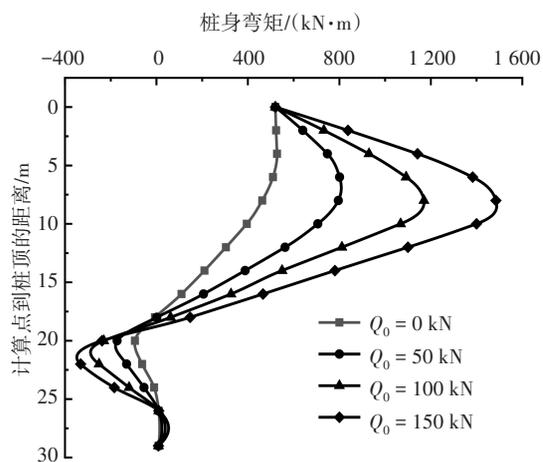


图 13 不同水平荷载下桩身弯矩曲线
Fig.13 Bending moment curve of piles
under different lateral loads

由图 12 和图 13 可知,对于斜坡坡度 $\alpha=40^\circ$ 的斜坡基桩,桩身水平位移和桩身弯矩均随桩顶水平荷载增加而显著增大。当桩顶水平荷载 $Q_0=0$ kN、50 kN、100 kN 及 150 kN 时,桩顶水平位移分别为 2.25 mm、3.73 mm、5.47 mm 及 7.29 mm,后者与前者相比,桩顶水平荷载每增加 50 kN,对应的桩顶水平位移增幅分别为 65.8%、46.6% 及 33.3%;同样地,当 $Q_0=0$ kN、50 kN、100 kN 及 150 kN 时,桩身最大弯矩分别为 527.6 kN·m、801.0 kN·m、1 170.1 kN·m 及 1 484.8 kN·m,也就是说桩顶水平荷载每增加 50 kN,对应的桩身最大弯矩增幅分别为 51.8%、46.1%、26.9%。由此可见,桩顶水平荷载对斜坡基桩桩身水平位移和最大弯矩的影响更为显著。

4 结 论

根据斜坡段桥梁基桩的水平承载特性,建立了考虑斜坡效应的桩-土相互作用模型及桩身挠曲微分方程,推导了基桩受力和变形分析的传递矩阵解答,测试了黏、砂土斜坡地基比例系数,验证了传递矩阵解答的合理性,并开展了相应的影响因素分析。得到的主要结论如下:

1) 与传统的有限元法相比,斜坡段桥梁基桩受力和变形分析的传递矩阵法,能充分考虑桩身截面尺寸变化及复杂边界条件,其力学概念清晰、参数少且易获取、无需建模,计算效率高,便于应用。

2) 斜坡地基比例系数随桩土交界面处桩身水平

位移增大而呈非线性关系减小;桩身水平位移相同时,斜坡坡度越大,斜坡地基比例系数越小;坡度相同时,黏土斜坡地基比例系数大于砂土斜坡。

3) 在相同的荷载水平下,斜坡坡度越大,基桩桩身水平位移和弯矩也越大;斜坡坡度由 0° 增加至 60° ,其桩顶水平位移约增大 86.4%,桩身最大弯矩约增大 4.6%,桩身最大弯矩位置约下移 2.0 m。

4) 斜坡坡度相同时,基桩桩身水平位移和桩身弯矩均随桩顶水平荷载增加而显著增大;桩顶水平荷载每增加 50 kN,桩顶水平位移平均增大 48.6%,而桩身最大弯矩平均增大 41.6%。

参考文献

- [1] 冯忠居. 特殊地区基础工程[M]. 北京: 人民交通出版社, 2008: 163-164.
FENG Z J. Foundation engineering in special areas[M]. Beijing: China Communications Press, 2008: 163-164. (In Chinese)
- [2] 尹平保, 贺炜, 张建仁, 等. 斜坡基桩的斜坡空间效应及其水平承载特性研究[J]. 土木工程学报, 2018, 51(4): 94-101.
YIN P B, HE W, ZHANG J R, *et al.* Study on spatial effect of slope and horizontal bearing behavior of piles in sloping ground [J]. China Civil Engineering Journal, 2018, 51(4): 94-101. (In Chinese)
- [3] PENG W Z, ZHAO M H, ZHAO H. Behaviors of a laterally loaded pile located in a mountainside[J]. International Journal of Geomechanics, 2020, 20(8): 04019021.
- [4] 尹平保, 赵明华, 杨超炜, 等. 复杂荷载下横坡段桥梁桩基承载特性试验研究[J]. 土木工程学报, 2014, 47(5): 110-117.
YIN P B, ZHAO M H, YANG C W, *et al.* Experimental study on bearing capacity of bridge piles in cross slopes under complex loads [J]. China Civil Engineering Journal, 2014, 47(5): 110-117. (In Chinese)
- [5] 赵明华, 尹平保, 杨明辉, 等. 高陡横坡段桩柱式桥梁双桩基础模型试验[J]. 中国公路学报, 2013, 26(4): 57-63.
ZHAO M H, YIN P B, YANG M H, *et al.* Model tests of double-pile foundation for pile-column bridge in high and steep cross slope [J]. China Journal of Highway and Transport, 2013, 26(4): 57-63. (In Chinese)
- [6] DEENDAYAL R, KASINATHAN M, SITHARAM T. Experimental investigation on behavior of a laterally loaded single pile located on sloping ground [J]. International Journal of Geomechanics, 2019, 19(5): 04019021
- [7] SAWANT V A, SHUKLA S K. Three-dimensional finite element analysis of laterally loaded piles in sloping ground [J]. Indian Geotechnical Journal, 2012, 42(4): 278-286.

- [8] 赵明华,杨超炜,杨明辉,等. 基于有限杆单元法的陡坡段桥梁基桩受力分析[J]. 中国公路学报,2014,27(6):51-58.
ZHAO M H, YANG C W, YANG M H, *et al.* Mechanical analysis of bridge pile foundation in high and steep slopes based on finite bar element method[J]. China Journal of Highway and Transport, 2014,27(6):51-58. (In Chinese)
- [9] 尹平保,赵明华,杨明辉,等. 考虑 $P-\Delta$ 效应的陡坡段桥梁双桩结构受力分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2012,39(1):1-6.
YIN P B, ZHAO M H, YANG M H, *et al.* Force analysis of bridge double-pile in high and steep slope with consideration of $P-\Delta$ effect[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2012, 39(1):1-6. (In Chinese)
- [10] 尹平保,聂道流,杨朝晖,等. 斜坡基桩 $p-y$ 曲线及水平承载力计算方法研究[J]. 岩石力学与工程学报,2018,37(4):996-1003.
YIN P B, NIE D L, YANG Z H, *et al.* The $p-y$ curve and computation method of the horizontal bearing capacity of piles in sloping ground[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018,37(4):996-1003. (In Chinese)
- [11] YIN P B, HE W, YANG Z J. A simplified nonlinear method for a laterally loaded pile in sloping ground[J]. Advances in Civil Engineering, 2018,2018:5438618.
- [12] SU L, LU J C, ELGAMAL A, *et al.* Seismic performance of a pile-supported wharf: three-dimensional finite element simulation[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017,95:167-179.
- [13] 魏丽敏,张超凡,翟顺,等. 考虑 m 弱化效应的水平循环受荷桩分析[J]. 中南大学学报(自然科学版),2018,49(9):2272-2279.
WEI L M, ZHANG C F, ZHAI S, *et al.* Analysis of lateral cyclic loaded pile considering weakening effect of m value[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2018, 49(9): 2272-2279. (In Chinese)
- [14] 赵明华,邬龙刚,刘建华. 考虑 $P-\Delta$ 效应的承重阻滑桩有限差分分解[J]. 工程力学,2008,25(3):102-106.
ZHAO M H, WU L G, LIU J H. Finite difference solution for load-bearing and anti-slide pile with consideration of $P-\Delta$ effect[J]. Engineering Mechanics, 2008,25(3):102-106. (In Chinese)
- [15] ZHAO M H, LIU J H, LIU D Q, *et al.* Force analysis of pile foundation in rock slope based on upper-bound theorem of limit[J]. Journal of Central South University of Technology, 2008, 15(3): 404-410.
- [16] 公路桥涵地基与基础设计规范:JTG 3363—2019[S]. 北京:人民交通出版社股份有限公司,2019.
Code for design of ground base and foundation of highway bridges and culverts: JTG 3363—2019 [S]. Beijing: China Communications Press Co., Ltd., 2019. (In Chinese)
- [17] 竺明星,龚维明,卢红前,等. 考虑侧阻与端阻影响的基桩水平承载力传递矩阵解[J]. 工程力学,2018,35(S1):230-238.
ZHU M X, GONG W M, LU H Q, *et al.* Transfer matrix solutions for lateral behavior of pile foundation considering the skin and end resistance effect [J]. Engineering Mechanics, 2018, 35(S1): 230-238. (In Chinese)
- [18] 张玲,赵明华,赵衡. 倾斜荷载下桩柱式桥墩受力变形分析传递矩阵法[J]. 中国公路学报,2015,28(2):69-76.
ZHANG L, ZHAO M H, ZHAO H. Transfer matrix method for deformation of pile type bridge pier under axial transverse load[J]. China Journal of Highway and Transport, 2015, 28(2): 69-76. (In Chinese)
- [19] 尹平保,赵明华,贺炜,等. 确定斜坡地基比例系数 m 值的模型试验研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2017,44(9):158-164.
YIN P B, ZHAO M H, HE W, *et al.* Model test study on identification of foundation proportional coefficient m in slope ground [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2017, 44(9): 158-164. (In Chinese)
- [20] 赵明华,杨超炜,陈耀浩,等. 高陡横坡段桩柱式桥梁双桩基础现场试验研究[J]. 岩土工程学报,2018,40(2):329-335.
ZHAO M H, YANG C W, CHEN Y H, *et al.* Field tests on double-pile foundation of bridges in high-steep cross slopes [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(2): 329-335. (In Chinese)