

## 基于鲁棒最近邻超圆盘的齿轮箱智能故障诊断

宋立杰<sup>1</sup>, 胡天楨<sup>1</sup>, 李宝庆<sup>1</sup>, 蒋永健<sup>2</sup>, 杨宇<sup>1</sup>, 胡暉<sup>1†</sup>

(1. 湖南大学机械与运载工程学院, 湖南长沙 410082;

2. 陆军航空兵学院某研究所, 北京 101121)

**摘要:**针对超圆盘分类器存在分类精度和分类效率较低等问题,引入松弛变量,并考虑当前类样本和异类样本的约束以避免超圆盘相交,从而得到更合理的类别区域估计,得到鲁棒超圆盘模型(Robust Hyperdisk Model, RHD),将RHD模型与最近邻分类方法结合,提出一种鲁棒最近邻超圆盘分类器(Robust Nearest Neighbor Hyperdisk Classifiers, RNNHDC). RNNHDC只需计算未知样本点到各类别RHD的距离,计算效率高,且可以直接用于多分类任务.最后将RNNHDC应用于齿轮箱故障诊断,在2个不同的齿轮箱数据集上进行实验验证,结果表明,RNNHDC分类精度高、鲁棒性强,可有效用于齿轮箱智能故障诊断.

**关键词:**超圆盘;最近邻分类;齿轮箱;模式识别;故障诊断

**中图分类号:**TH113;TH165

**文献标志码:**A

## Gearbox Intelligent Fault Diagnosis Based on Robust Nearest Neighbor Hyperdisk

SONG Lijie<sup>1</sup>, HU Tianzhen<sup>1</sup>, LI Baoqing<sup>1</sup>, JIANG Yongjian<sup>2</sup>, YANG Yu<sup>1</sup>, HU Hui<sup>1†</sup>

(1. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. Research Institute of Army Aviation College, Beijing 101121, China)

**Abstract:** Aiming at the low classification accuracy and efficiency of the original hyperdisk classifier, a Robust Hyperdisk Model (RHD) is proposed, where the relaxation variable is introduced based on the original hyperdisk model, and the constraints of current class samples and heterogeneous samples are considered at the same time to avoid the intersection of hyperdisks, so as to obtain a more reasonable category region estimation. Then, a Robust Nearest Neighbor Hyperdisk Classifier (RNNHDC) is proposed, which combines the RHD model with the nearest neighbor classification method. The RNNHDC only needs to calculate the distance from unknown sample points to each category RHD. And the RNNHDC has high computational efficiency and can be directly applied to multi-classification tasks. The RNNHDC has good classification efficiency. Finally, RNNHDC is applied to gearbox fault diagnosis. Experimental verification is carried out on two different gearbox datasets. The experimental results show that RNNHDC has better classification accuracy, robustness, and efficiency. The RNNHDC can be effectively used for gearbox intelligent fault diagnosis.

**Key words:** hyperdisk; nearest neighbor classifiers; gearbox; pattern recognition; fault diagnosis

\* 收稿日期:2021-10-28

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2020YFB2009602), National Key Research and Development Program of China (2020YFB2009602);国家自然科学基金资助项目(51975193, 51875183), National Natural Science Foundation of China (51975193, 51875183);湖南省教育厅科学研究项目(21A0017), Scientific Research of Hunan Provincial Education Department(21A0017)

作者简介:宋立杰(1981—),男,湖南衡南人,湖南大学博士研究生

†通信联系人,E-mail:huhui@hnu.edu.cn

齿轮箱是机械设备动力传递和速度转换的关键部件,长期处于载荷复杂多变的恶劣工况下,齿轮作为齿轮箱的核心部件非常容易产生缺陷,进而引发齿轮箱故障,影响机械设备稳定运行<sup>[1-2]</sup>.因此,齿轮故障诊断研究具有重要意义<sup>[3]</sup>.

模式识别是智能故障诊断方法的核心,可以分为浅层学习方法和深度学习<sup>[4]</sup>.常用的浅层学习方法主要有神经网络(Artificial Neural Network, ANN)<sup>[5-6]</sup>和支持向量机(Support Vector Machine, SVM)<sup>[7-8]</sup>.浅层学习方法凭借理论全面和计算简单等优势,在设备故障识别中取得了良好的效果.然而,浅层学习方法存在学习能力差,容易出现欠拟合等问题.近年来,随着人工智能技术的快速发展,深度学习(Deep Learning, DL)方法在设备智能故障诊断领域得到广泛应用<sup>[9-10]</sup>.深度学习方法可以利用深层神经网络结构直接从原始信号中提取特征,准确识别设备工作状态.然而,深度学习方法的模型结构复杂,模型参数的选取缺乏系统性指导准则,需要海量样本用于训练.工程实际中大多为小样本<sup>[11]</sup>,比较而言,浅层学习方法更适用于小样本情况下的设备智能故障诊断.

超圆盘(Hyperdisk, HD)是一种几何模型,其几何意义是能够拟合类别区域的半径最小圆<sup>[12]</sup>.超圆盘分类器(Hyperdisk Classifiers, HDC)是一种基于超圆盘模型和最大间隔原理的浅层学习方法,首先使用超圆盘模型对类别区域进行拟合,然后使用最大间隔原理进行分类.在齿轮故障诊断中,齿轮状态类别特征样本在特征空间的分布可以近似为一个高维圆盘,从而可以采用超圆盘模型对类别区域进行合理估计,因此超圆盘分类器可以有效进行齿轮故障智能识别.但是,超圆盘模型为包含某类全体样本的最小半径圆,模型的求解没有考虑其他不属于该类样本的影响,实际上不可避免地存在类别区域相交的情况,当出现类别区域相交时,超圆盘模型对类别区域的估计并不合理,从而导致超圆盘分类器的分类精度较低.另外,最大间隔分类的原理是寻找距离正负两类类别区域间隔最大的最优分类超平面以实现二分类,因此,超圆盘分类器无法直接应用到多分类任务中,需要构造多个二分类器采用合适的策略推广到多分类任务.对于单个二分类器,最优分类超平面的获取是一个求解复杂二次约束二次规划问题(Quadratically Constrained Quadratic Program, QCQP)的过程,时间复杂度较高,计算实时性较差.对于多分类任务,多个二分类器使得超圆盘分类器需要更长的训练时

间,进一步降低了超圆盘分类器的分类效率.

为提高超圆盘分类器的分类精度和分类效率,本文在原始超圆盘模型的基础上增加约束,同时考虑该类样本和异类样本的约束,以得到更加合理的类别区域估计,并将增加约束的超圆盘模型和最近邻分类方法<sup>[13]</sup>相结合,提出了鲁棒最近邻超圆盘分类器(Robust Nearest Neighbor Hyperdisk Classifiers, RNNHDC).RNNHDC引入松弛变量,使得超圆盘模型更加合理,可以在包括大部分该类样本的情况下,尽可能地将异类样本排除在外,提高分类精度.另外,松弛变量可以保证大部分属于该类的样本在圆盘内部,容许部分在外;或者保证大部分不属于该类的样本在圆盘外部,容许部分在内,提高了分类器的鲁棒性.RNNHDC采用了最近邻分类方法,通过估算未知样本与各类别区域样本的相似性,将未知样本分类到相似性最高的类别区域样本所属的类别,样本点与几何模型之间的接近程度可以使用样本点到几何模型之间的最短距离进行评估.RNNHDC只须计算未知样本点到各类别的超圆盘的距离,无须求解复杂的QCQP问题以获取分类超平面,并且无需构造多个二分类器就可以直接应用到多分类任务,时间复杂度较低,可以节省分类器的训练时间,提高分类效率.

本文将RNNHDC用于齿轮箱故障诊断,首先提取齿轮箱箱体振动加速度信号的时域和频域统计特征构建候选故障特征集;然后采用拉普拉斯分数(Laplacian Score, LS)进行敏感特征筛选<sup>[14]</sup>,构建敏感故障特征集,拉普拉斯分数越低,表示特征越显著,越能够区分不同类别样本;最后将敏感特征集作为分类器的输入特征,输入RNNHDC进行训练和故障识别.在两个不同的齿轮箱实验数据集上开展实验验证,分析RNNHDC的分类精度、分类效率和鲁棒性.对比实验结果表明,与原始的HDC相比,RNNHDC具有更高的识别精度、更快的计算速度和更好的鲁棒性.另外,RNNHDC在小样本情况下具有更优越的故障识别性能.因此,RNNHDC可以有效应用于齿轮箱智能故障诊断.

## 1 超圆盘分类器

### 1.1 超圆盘模型

超圆盘模型是超圆盘分类器的基础,样本的超圆盘模型为包含该类样本区域的最小圆,对于样本集 $X = \{x_i | i = 1, \dots, l\}$ ,其超圆盘定义如式(1)所示.

$$H_D(X) = \left\{ \sum_{i=1}^l \alpha_i \mathbf{x}_i \mid \sum_{i=1}^l \alpha_i = 1, \|\mathbf{x} - \mathbf{s}\|^2 \leq r^2 \right\} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{s}$ 为超圆盘中心; $r$ 为超圆盘半径.

超圆盘中心 $\mathbf{s}$ 和半径 $r$ 的求解可以转化为式(2)所示的优化问题.该优化问题可以采用拉格朗日乘数(Lagrange Multiplier)法进行求解,相应的拉格朗日函数如式(3)所示.

$$\min r^2 \quad (2)$$

$$\text{s.t.} \|\mathbf{x} - \mathbf{s}\|^2 \leq r^2$$

$$L = r^2 - \sum_{i=1}^l \beta_i \left[ r^2 - (\|\mathbf{x}_i\|^2 - 2\mathbf{s}\mathbf{x}_i + \|\mathbf{s}\|^2) \right] \quad (3)$$

令拉格朗日函数分别对 $r$ 和 $\mathbf{s}$ 求偏导,并令偏导数为0,可得:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^l \beta_i = 1 \\ \mathbf{s} = \sum_{i=1}^l \beta_i \mathbf{x}_i \end{cases} \quad (4)$$

将式(4)代入式(3),然后进行化简,式(2)所示的优化问题转化为式(5)所示的优化问题,式(5)中 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示向量内积.

$$\min_{\alpha} \sum_{i=1}^l \beta_i \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i \rangle - \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l \beta_i \beta_j \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle \quad (5)$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^l \beta_i = 1, \beta_i \geq 0, i = 1, \dots, l$$

式(5)所示的优化问题是一个二次规划(Quadratic Programming, QP)问题,可采用标准算法求解.在求解得到拉格朗日乘数 $\beta_i^*$ 后,超圆盘中心 $\mathbf{s}$ 和半径 $r$ 可使用式(6)求解.式(6)中 $\mathbf{x}_k$ 是圆盘边界上的任何支持向量,即满足对应拉格朗日乘数 $\beta_i^* > 0$ 的向量.

$$\begin{cases} \mathbf{s} = \sum_{i=1}^l \beta_i^* \mathbf{x}_i \\ r = \|\mathbf{x}_k - \mathbf{s}\| \end{cases} \quad (6)$$

## 1.2 最大间隔分类

通过式(5)和式(6)得到测试样本的超圆盘后,超圆盘分类器采用最大间隔方法进行分类,从根本上来讲,就是寻找能够分割两个超圆盘的最优分类超平面.具体而言,最优分类超平面就是寻找两个超圆盘之间距离最近的一对点,然后将这对点所连成的线段垂直平分的超平面.图1为HDC原理示意图.超圆盘模型可以比较松散地估计类别分布,实现更合理的类别及边界估计,提供更有效的分类.

设分割正类样本集和负类样本集的分类超平面

为 $\langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle + b = 0$ ,正类样本和负类样本分别满足 $\langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle + b > 0, \langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle + b < 0$ ,那么确定样本类别的决策函数如式(7)所示.

$$f(x) = \text{sign}(\langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle + b) \quad (7)$$

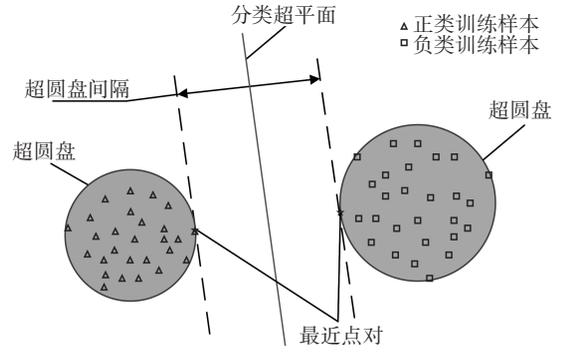


图1 HDC原理示意图

Fig.1 The principle diagram of HDC

令 $\mathbf{x}_+^* = X_+ \boldsymbol{\alpha}_+^*$ 和 $\mathbf{x}_-^* = X_- \boldsymbol{\alpha}_-^*$ 表示正类和负类两个超圆盘的最近点对,其中,权重向量 $\boldsymbol{\alpha}_+^* = [\alpha_{1+}^*, \alpha_{2+}^*, \dots, \alpha_{l_+}^*]^T$ 和 $\boldsymbol{\alpha}_-^* = [\alpha_{1-}^*, \alpha_{2-}^*, \dots, \alpha_{l_-}^*]^T$ 可以通过求解式(8)所示的QCQP问题获得.

$$\min_{\alpha, \alpha} \left\| \sum_{i=1}^{l_+} \alpha_i \mathbf{x}_{i+} - \sum_{i=1}^{l_-} \alpha_i \mathbf{x}_{i-} \right\|^2$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^{l_+} \alpha_i = 1, \left\| \sum_{i=1}^{l_+} \alpha_i \mathbf{x}_{i+} - \mathbf{s}_+ \right\|^2 \leq r_+^2, i = 1, 2, 3, \dots, l_+$$

$$\sum_{i=1}^{l_-} \alpha_i = 1, \left\| \sum_{i=1}^{l_-} \alpha_i \mathbf{x}_{i-} - \mathbf{s}_- \right\|^2 \leq r_-^2, i = 1, 2, 3, \dots, l_- \quad (8)$$

该问题可被重写为式(9).

$$\min_{\alpha, \alpha} \left( \sum_{i=1}^{l_+} \sum_{j=1}^{l_+} \alpha_i \alpha_j \langle \mathbf{x}_{i+}, \mathbf{x}_{j+} \rangle + \sum_{i=1}^{l_-} \sum_{j=1}^{l_-} \alpha_i \alpha_j \langle \mathbf{x}_{i-}, \mathbf{x}_{j-} \rangle - 2 \sum_{i=1}^{l_+} \sum_{j=1}^{l_-} \alpha_i \alpha_j \langle \mathbf{x}_{i+}, \mathbf{x}_{j-} \rangle \right)$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^{l_+} \alpha_i = 1, \sum_{i=1}^{l_+} \sum_{j=1}^{l_+} \alpha_i \alpha_j \langle \mathbf{x}_{i+}, \mathbf{x}_{j+} \rangle - \sum_{i=1}^{l_+} \sum_{j=1}^{l_-} \alpha_i \beta_j \langle \mathbf{x}_{i+}, \mathbf{x}_{j+} \rangle + \sum_{i=1}^{l_+} \sum_{j=1}^{l_+} \beta_i \beta_j \langle \mathbf{x}_{i+}, \mathbf{x}_{j+} \rangle \leq r_+^2, i, j = 1, 2, 3, \dots, l_+$$

$$\sum_{j=1}^{l_-} \alpha_j = 1, \sum_{i=1}^{l_+} \sum_{j=1}^{l_-} \alpha_i \alpha_j \langle \mathbf{x}_{i+}, \mathbf{x}_{j-} \rangle - \sum_{i=1}^{l_+} \sum_{j=1}^{l_-} \alpha_i \beta_j \langle \mathbf{x}_{i+}, \mathbf{x}_{j-} \rangle + \sum_{i=1}^{l_-} \sum_{j=1}^{l_-} \beta_i \beta_j \langle \mathbf{x}_{i-}, \mathbf{x}_{j-} \rangle \leq r_-^2, i, j = 1, 2, 3, \dots, l_- \quad (9)$$

在获取权重 $\alpha_{1+}^*, \alpha_{2+}^*, \dots, \alpha_{l_+}^*, \alpha_{1-}^*, \alpha_{2-}^*, \dots, \alpha_{l_-}^*$ 之后,分类超平面参数可通过式(10)计算得到.

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{w}^* &= \mathbf{x}_+^* - \mathbf{x}_-^* = \sum_{i=1}^{L_+} \alpha_{i+}^* \mathbf{x}_{i+} - \sum_{i=1}^{L_-} \alpha_{i-}^* \mathbf{x}_{i-} \\ b^* &= -\frac{1}{2} \mathbf{w}^T (\mathbf{x}_+^* + \mathbf{x}_-^*) = \\ &-\frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{L_+} \sum_{j=1}^{L_+} \alpha_{i+}^* \alpha_{j+}^* \langle \mathbf{x}_{i+}, \mathbf{x}_{j+} \rangle - \right. \\ &\left. \sum_{i=1}^{L_-} \sum_{j=1}^{L_-} \alpha_{i-}^* \alpha_{j-}^* \langle \mathbf{x}_{i-}, \mathbf{x}_{j-} \rangle \right) \end{aligned} \right. \quad (10)$$

从而,决策函数可写为:

$$f(\mathbf{x}) = \text{sign}(\langle \mathbf{w}^*, \mathbf{x} \rangle + b^*) \quad (11)$$

与SVM相同,超圆盘分类器可以借助核技巧拓展至非线性情形,将向量内积 $\langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle$ 替换成核函数 $k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \phi(\mathbf{x}_i), \phi(\mathbf{x}_j) \rangle$ 即可. 本文采用高斯核函数,其数学表达式如式(12)所示<sup>[15]</sup>.

$$k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

式中: $\sigma$ 为核参数.

对于多分类问题,参考支持向量机常用的一对一、一对多、二叉树等策略,本文选择一对一的策略将二分类拓展到多分类. 每两个类构造一个超圆盘分类器,如果共有 $n$ 个类别,那么需要构造 $n(n-1)/2$ 个分类器. 在进行分类时,使用全体分类器进行决策,未知样本被分类为赢得最多决策的类别.

## 2 鲁棒最近邻超圆盘分类器

### 2.1 鲁棒超圆盘模型

原始超圆盘模型的几何意义为包含某类全体样本的半径最小的圆,没有考虑其他不属于该类的样本. 原始超圆盘是一种理想模型,而实际上经常会存在类别区域相交的情况,在这种情况下,原始超圆盘模型对样本的估计并不合理.

图2为类别相交时的合理超圆盘示意图. 对于类别1样本的准确估计,如果使用包含类别1全体训练样本的最小圆,那么将会把大量类别2及类别3的样本也包含在内,如果单纯只为了排除异类样本,而使用能够排除全体异类样本的最大圆,那么就会将本属于该类的大量样本排除在外. 因此,这两种超圆盘模型都无法准确地对样本进行合理估计,从而极大影响分类的准确率,导致分类器的分类精度下降. 从图2中也可以看出,合理的超圆盘应该在包括大

部分该类样本的情况下,能够尽可能多地将异类样本排除在外.

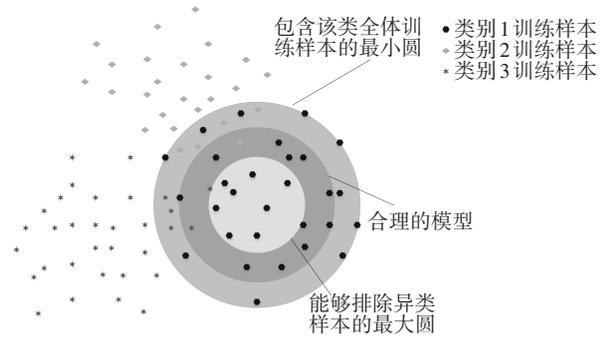


图2 类别相交时的合理超圆盘示意图

Fig.2 The principle diagram of reasonable hyperdisk when categories intersect

针对原始超圆盘模型存在对类别区域估计不合理的问题,对原始超圆盘模型进行改进,通过增加约束,在求解某个类别的超圆盘模型时,同时考虑该类样本和异类样本的约束,从而得到更加合理的类别区域估计.

对于多分类问题,某类的训练样本集合为 $X_1 = \{\mathbf{x}_{1i} | i = 1, \dots, m\}$ ,其他各类的训练样本组成一个集合为 $X_2 = \{\mathbf{x}_{2p} | p = 1, \dots, n\}$ . 改进后的超圆盘模型变为式(13)所示的优化问题,在式(13)中, $\xi_{1i}$ 和 $\xi_{2p}$ 为引入的松弛变量, $C_1$ 和 $C_2$ 为相对应的用于调整松弛变量的惩罚系数.

$$\begin{aligned} \min r^2 + C_1 \sum_{i=1}^m \xi_{1i} + C_2 \sum_{p=1}^n \xi_{2p} \\ \text{s.t. } \|\mathbf{x}_{1i} - \mathbf{s}\|^2 \leq r^2 + \xi_{1i}, \xi_{1i} \geq 0 \\ \|\mathbf{x}_{2p} - \mathbf{s}\|^2 \geq r^2 - \xi_{2p}, \xi_{2p} \geq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $\|\mathbf{x}_{1i} - \mathbf{s}\|^2 \leq r^2 + \xi_{1i}$ 用于保证大部分属于该类的样本在圆盘内部,并容许部分在外; $\|\mathbf{x}_{2p} - \mathbf{s}\|^2 \geq r^2 - \xi_{2p}$ 保证大部分不属于该类的样本在圆盘外部,并容许部分在内. 引入松弛变量,使得改进后的超圆盘模型更加合理,可以在包括大部分该类样本的情况下,尽可能地将异类样本排除在外,提高分类器的分类精度,同时提高了分类器的鲁棒性. 因此,将改进后的超圆盘模型称为鲁棒超圆盘模型(Robust Hyperdisk Model, RHD). 需要注意的是,与原始的HD模型相比,RHD模型的求解需要全体类别的训练样本,因此,RHD模型的优化求解效率要比HD模型低.

同样使用拉格朗日乘数法求解式(13)所示的优

化问题,相应的拉格朗日函数如式(14)所示.然后,求拉格朗日函数对 $r$ 、 $s$ 、 $\xi_{1i}$ 和 $\xi_{2p}$ 的偏导,并令偏导数为0,化简后得到约束如式(15)所示.

$$L = r^2 + C_1 \sum_{i=1}^m \xi_{1i} + C_2 \sum_{p=1}^n \xi_{2p} - \sum_{i=1}^m \gamma_{1i} \xi_{1i} - \sum_{p=1}^n \gamma_{2p} \xi_{2p} - \sum_{i=1}^m \beta_{1i} \left[ r^2 + \xi_{1i} - \left( \|\mathbf{x}_{1i}\|^2 - 2s \mathbf{x}_{1i} + \|s\|^2 \right) \right] - \sum_{p=1}^n \beta_{2p} \left[ \left( \|\mathbf{x}_{1p}\|^2 - 2s \mathbf{x}_{1p} + \|s\|^2 \right) - r^2 + \xi_{2p} \right] \quad (14)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m \beta_{1i} - \sum_{p=1}^n \beta_{2p} = 1 \\ s = \sum_{i=1}^m \beta_{1i} \mathbf{x}_{1i} - \sum_{p=1}^n \beta_{2p} \mathbf{x}_{2p} \\ 0 \leq \beta_{1i} \leq C_1 \\ 0 \leq \beta_{2p} \leq C_2 \end{cases} \quad (15)$$

将式(15)代入式(14),得到式(16).

$$L = \sum_{i=1}^m \beta_{1i} \langle \mathbf{x}_{1i}, \mathbf{x}_{1i} \rangle - \sum_{p=1}^n \beta_{2p} \langle \mathbf{x}_{2p}, \mathbf{x}_{2p} \rangle - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \beta_{1i} \beta_{1j} \langle \mathbf{x}_{1i}, \mathbf{x}_{1j} \rangle + 2 \sum_{i=1}^m \sum_{p=1}^n \beta_{1i} \beta_{2p} \langle \mathbf{x}_{1i}, \mathbf{x}_{2p} \rangle - \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \beta_{2p} \beta_{2q} \langle \mathbf{x}_{2p}, \mathbf{x}_{2q} \rangle \quad (16)$$

对式(16)进行化简,令式(17)成立.

$$B = [B_1, B_2, \dots, B_{m+n}]^T = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中: $\beta_1 = [\beta_{11}, \dots, \beta_{1l}]^T$ ;  $\beta_2 = [-\beta_{21}, \dots, -\beta_{2m}]^T$ .那么,式(16)转化为式(18).

$$L = \sum_{u=1}^{m+n} B_u \langle \mathbf{x}_u, \mathbf{x}_u \rangle - \sum_{u=1}^{m+n} \sum_{v=1}^{m+n} B_u B_v \langle \mathbf{x}_u, \mathbf{x}_v \rangle \quad (18)$$

由此,RHD模型求解的优化问题转化为其对偶问题,如式(19)所示.很显然,式(19)所示的优化问题是一个QP问题,同样采用标准算法进行求解.在求解得到系数集合 $B^*$ 后,鲁棒超圆盘中心通过式(20)进行计算.鲁棒超圆盘半径使用全体向量求解,再求平均值,具体如式(21)所示.

$$\begin{aligned} \min_B & \sum_{u=1}^{m+n} B_u \langle \mathbf{x}_u, \mathbf{x}_u \rangle - \sum_{u=1}^{m+n} \sum_{v=1}^{m+n} B_u B_v \langle \mathbf{x}_u, \mathbf{x}_v \rangle \\ \text{s.t.} & \sum_{u=1}^{m+n} B_u = 1; B_u \geq 0, u = 1, \dots, l; \\ & B_u < 0, u = l+1, \dots, l+m \end{aligned} \quad (19)$$

$$s = \sum_{u=1}^{m+n} B_u \mathbf{x}_u \quad (20)$$

$$r^* = \sum_{x_i} \sqrt{\langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i \rangle - 2 \sum_{x_i} B_i^* \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i \rangle + \sum_{x_i} \sum_{x_j} B_i^* B_j^* \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle} = \sum_{x_i} \sqrt{1 - 2 \sum_{x_i} B_i^* \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i \rangle + \sum_{x_i} \sum_{x_j} B_i^* B_j^* \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle} \quad (21)$$

式中: $\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$ 均为支持向量.

## 2.2 最近邻分类

原始的超圆盘分类器采用最大间隔分类,首先寻找距离正负两类区域间隔最大的最优分类超平面以实现二分类,然后采用有效的多分类策略拓展为多分类器.二分类的最优分类超平面的获取是为求解复杂的QCQP问题,训练时间长,构造多个二分类器拓展至多分类问题进一步增加了训练时间,降低了HDC的分类效率.

最近邻分类采用样本点到几何模型之间的最短距离来评估样本点与几何模型的接近程度,将未知样本分类到相似性最高的类别.最近邻凸包(Nearest Neighbor Convex Hull, NNCH)是一种经典的采用最近邻分类的模式识别方法<sup>[16]</sup>,将最近邻方法与凸包模型相结合进行分类识别,通过计算未知样本点到各个凸包的最短距离进行分类.但是,由于凸包模型无法提前计算获得,因此,NNCH计算样本点与凸包之间的最短距离比较复杂.

假设存在属于某一类的样本集合 $X = \{\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, l\}$ ,未知样本点为 $\mathbf{x}$ .计算未知样本点 $\mathbf{x}$ 到该样本集合凸包的最短距离,需求解式(22)所示的优化问题,该问题是一个QP问题,在求解得到权重系数 $\alpha^* = [\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_l^*]^T$ 后将其代入式(23),计算 $\mathbf{x}$ 到凸包的最短距离.

$$\begin{aligned} \min_{\alpha} & \left\| \mathbf{x} - \sum_{i=1}^l \alpha_i \mathbf{x}_i \right\| \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^l \alpha_i = 1, 0 \leq \alpha_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, l \end{aligned} \quad (22)$$

$$d(\mathbf{x}, \text{NNCH}(X)) = \left\| \mathbf{x} - \sum_{i=1}^l \alpha_i^* \mathbf{x}_i \right\| \quad (23)$$

由式(22)和式(23)可知,NNCH对一个未知样本点进行 $n$ 分类,就要求解 $n$ 个QP问题,这个求解过程所需要的时间仍然较多.

参考NNCH方法,采用改进后的RHD模型替代凸包模型,将最近邻分类与RHD模型相结合形成RNNHDC.由于超圆盘模型可以提前求解得到规则

的几何模型,因此,RNNHDC无须求解复杂的优化问题,可以直接使用未知样本点到RHD圆心的距离与半径之差来描述未知样本点与超圆盘的接近程度.式(24)为未知样本点到超圆盘的最短距离,这种计算方式非常简洁,因此,RNNHDC的计算效率要明显高于NNCH.

$$\phi(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{s}\| - r \quad (24)$$

对于多分类问题,在获取了未知样本点到各个类别的超圆盘的距离后,可以直接采用RNNHDC进行分类.设有 $n$ 个类别,未知样本点 $\mathbf{x}$ 到每个类别的超圆盘的接近程度为 $\phi_i(\mathbf{x})(i = 1, 2, \dots, n)$ ,最终分类结果如式(25)所示.

$$C_{\text{class}}(\mathbf{x}) = \arg \min_{i=1,2,\dots,n} \{\phi_i(\mathbf{x})\} \quad (25)$$

图3给出了包含3个类别的RNNHDC原理示意图,每个类在特征空间中的区域用超圆盘模型进行近似.对于未知样本点 $\mathbf{x}$ ,分别计算该样本点与3个超圆盘的接近程度,即: $\phi_1(\mathbf{x}) = d_1 = \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_1\| - r_1$ , $\phi_2(\mathbf{x}) = d_2 = \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_2\| - r_2$ , $\phi_3(\mathbf{x}) = d_3 = \|\mathbf{x} - \mathbf{s}_3\| - r_3$ .

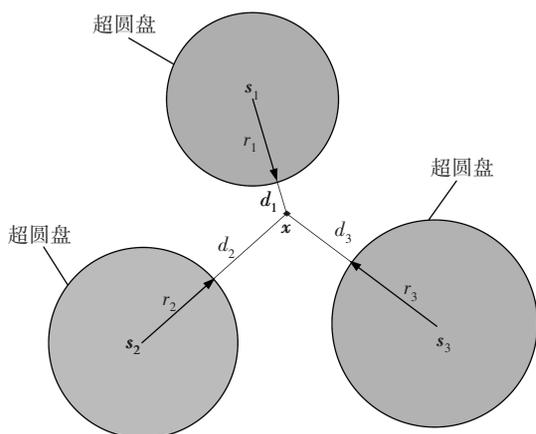


图3 RNNHDC分类原理示意图

Fig.3 The principle diagram of RNNHDC

RNNHDC的训练只是进行超圆盘模型的求取,无须求解复杂的QCQP问题,并且可以直接处理多分类问题,无须采用多分类策略进行推广.虽然改进后RHD模型的优化求解效率要比原始的HD模型的低,但是RNNHDC的整体求解所需的训练时间大大减少,提高了分类效率.

### 2.3 RNNHDC计算过程

根据以上分析,RNNHDC训练与测试的计算步骤如表1所示.

表1 RNNHDC训练与测试的计算步骤

Tab.1 Calculation flow of RNNHDC training and testing

输入:训练集 $X_{\text{train}}$ 及对应标签,参数集合 $\{C_1, C_2, \sigma\}$ ,测试集 $X_{\text{test}}$
1. for $i$ from 1 to $n$ do
2. 从 $X_{\text{train}}$ 中提取类 $i$ 的样本集合;
3. 求解式(19)所示优化问题并获取该类样本特征空间的圆心 $\mathbf{s}$ 和半径 $r$ ;
4. end for
5. for $j$ from 1 to $m$ do
6. $C_{\text{class}}(x_j) = \arg \min_{i=1,2,\dots,n} \{d_i = \phi_i(x_j)\}, x_j \in X_{\text{test}}$
7. end for
8. return $C_{\text{class}}(x_j), x_j \in X_{\text{test}}$
输出:测试集 $X_{\text{test}}$ 预测结果

## 3 基于RNNHDC的齿轮故障诊断

### 3.1 基于RNNHDC的故障诊断步骤

选取齿轮箱振动信号的时域和频域统计参数作为故障诊断的特征.时域统计参数选取12个( $p_1 \sim p_{12}$ ),具体有均值、方根幅值、均方根值、峰值、标准差、偏斜度、峭度、方差、最大值、最小值、峰峰值、绝对平均值.频域统计参数选取8个( $p_{13} \sim p_{20}$ ),具体有频率均值、频率均方根值、频率斜度、频率峭度、频率方差、频率标准差、中心频率、重心频率.时域和频域统计参数共计20个,并按照均值为0、方差为1进行归一化处理.

为了选择对故障敏感的特征参数,同时提高诊断效率,采用LS方法进行敏感特征筛选,拉普拉斯分数越低,故障特征越显著,越能够区分不同类别的样本.计算20个候选特征的拉普拉斯分数,然后选择10个拉普拉斯分数最低的特征组成特征集,用于后续的分类训练.

基于RNNHDC的齿轮故障诊断方法的主要步骤如下:

1)采集齿轮不同故障状态的振动加速度信号,将每种故障状态的数据分为训练样本和测试样本,训练样本和测试样本各占50%.

2)提取振动加速度信号的时域和频域统计参数,共计20个,进行归一化处理后构建候选特征集.

3)采用LS方法从候选特征集中筛选故障敏感特征,选择10个拉普拉斯分数最低的特征构建特征集.

4)将经过LS方法筛选后的特征集输入RNNHDC进行训练和测试,实现齿轮故障诊断.

### 3.2 实验数据集

采用齿轮数据集 A 和数据集 B 两个实验数据集来验证 RNNHDC 的性能。

数据集 A 的数据来源于东南大学动力传动系统动态模拟器(DSS)实验台,如图 4 所示<sup>[17]</sup>。实验台行星齿轮箱的次级传动齿轮中,行星齿轮、太阳轮和齿圈的齿数分别为 36、28 和 100。选择输入轴转速为 1 200 r/min 条件下的行星齿轮箱振动加速度数据进行实验分析。振动加速度传感器安装在行星齿轮箱上,传感器型号为 608A11,传感器分辨率为 350  $\mu\text{g}$ ,量程为  $\pm 50\text{g}$ ,采样频率为 5 120 Hz。

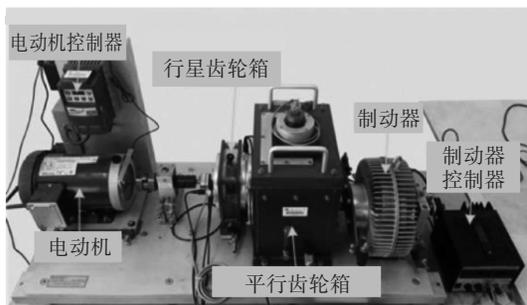


图 4 齿轮箱 DDS 实验台

Fig.4 DDS test device of gearbox

数据集 B 的数据来源于锥齿轮故障实验台的实测数据,锥齿轮故障实验台如图 5 所示。实验台齿轮箱中,主动轮齿数为 12,从动轮齿数为 24。测试时,主轴转速为 1 500 r/min,在齿轮箱顶部安装振动加速度传感器,型号为 PCB356A25,传感器的分辨率为 200  $\mu\text{g}$ ,量程为  $\pm 200\text{g}$ 。使用 LMS-SCADAS 多功能数据采集系统采集振动数据,采样频率设置为 10 240 Hz。

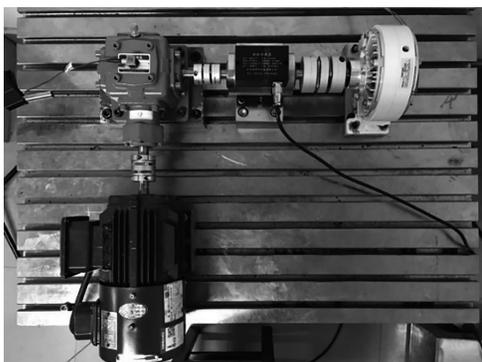


图 5 锥齿轮故障实验台

Fig.5 Failure test device of bevel gear

以 4 096 个数据点作为一个样本来构建实验数据集,数据集 A 和数据集 B 的具体信息如表 2 所示。数据集 A 为不同故障类型数据,共有正常、断齿、缺齿、齿根故障和表面缺陷 5 个不同类别的齿轮工作

状态,每种故障类别有 60 个样本,共计 300 个样本。数据集 B 为不同故障程度数据,数据集 B 仅包含正常及裂纹故障 2 种状态,但裂纹故障按照裂纹深度分为 4 类,分别为裂纹 20%、30%、40% 和 50%。每种故障类别有 60 个样本,共计 300 个样本。

表 2 实验数据集的具体信息

Tab.2 The specific information of the experimental data set

数据集	故障名称	样本数	标签
A	正常	60	1
	断齿	60	2
	缺齿	60	3
	齿根故障	60	4
	表面缺陷	60	5
B	正常	60	1
	裂纹 20%	60	2
	裂纹 30%	60	3
	裂纹 40%	60	4
	裂纹 50%	60	5

### 3.3 特征集构建

直接提取齿轮箱振动加速度信号的 20 个时域和频域统计参数作为候选特征集,然后采用 LS 方法从候选特征集中筛选敏感特征,选择 10 个拉普拉斯分数最低的特征构建新的特征集。

数据集候选特征的拉普拉斯分数如图 6 所示。根据计算结果,对于数据集 A,选择特征  $p_1$ 、 $p_2$ 、 $p_3$ 、 $p_4$ 、 $p_5$ 、 $p_6$ 、 $p_{13}$ 、 $p_{14}$ 、 $p_{18}$ 、 $p_{20}$  构建新的特征集;对于数据集 B,选择特征  $p_4$ 、 $p_5$ 、 $p_6$ 、 $p_{11}$ 、 $p_{13}$ 、 $p_{14}$ 、 $p_{15}$ 、 $p_{16}$ 、 $p_{18}$ 、 $p_{20}$  构建新的特征集。

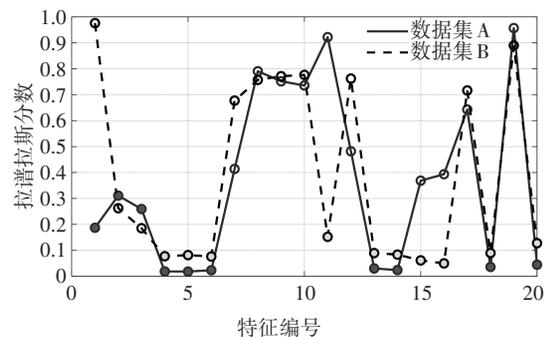


图 6 数据集候选特征的拉普拉斯分数

Fig.6 Laplace scores of candidate features in dataset

### 3.4 实验结果及分析

RNNHDC 实际上分为两大部分,一部分是在原始 HD 模型的基础上增加约束获得 RHD 模型,提升分类精度和鲁棒性;另一部分是将原始的最大间隔分类转换为最近邻分类,非常明显地提高了计算效

率. RHD 的分类精度大于 HD 模型,但是 RHD 的计算效率要低于 HD 模型. 然而,相对于超圆盘模型与最近邻分类相结合所带来的计算效率提升,RHD 的影响较弱.

为研究 RNNHDC 的性能,引入最近邻超圆盘分类器 (Nearest Neighbor Hyperdisk Classifiers, NNHDC) 进行对比研究. NNHDC 是处于 HDC 和 RNNHDC 的一种中间状态,是原始 HD 模型与最近邻原理相结合的分类方法,可以更加直观地展示 RNNHDC 的改进效果.

将采用 LS 方法筛选后构建的新特征集输入分类器进行齿轮故障诊断. 为验证 RNNHDC 的优越性,在表 2 所示的 2 个数据集上采用 SVM、HDC、NNCH、NNHDC 和 RNNHDC 进行分类识别,考察不同分类器的分类精度、分类效率和鲁棒性. 以上 5 种分类器中,SVM 和 HDC 是基于最大间隔原理进行分类,NNCH、NNHDC 和 RNNHDC 是基于最近邻原理进行分类.

3.4.1 分类精度和分类效率测试

在使用分类器之前,首先需要确定分类器所需的相关参数,采用网格搜索法对 5 种不同的分类器 SVM、HDC、NNCH、NNHDC 和 RNNHDC 的相关参数进行优化选择.

对于 RNNHDC,首先使用网格搜索算法对最优高斯核宽度参数进行选取,取值范围为  $\sigma \in \{2^{-5}, 2^{-4.5}, \dots, 2^5\}$ ,然后使用网格搜索算法联合优化两个惩罚系数  $C_1$  和  $C_2$ ,取值范围均为  $\{1, 1/2, \dots, 1/29\}$ . 为了方便,将每个超圆盘的同类惩罚系数设置为相同的值. 2 个惩罚系数在最优高斯核宽度下的网格搜索结果分别如图 7 和图 8 所示,根据网格搜索结果,2 个惩罚系数选择分类准确率最高时对应的值. 具体的参数取值如表 3 所示.

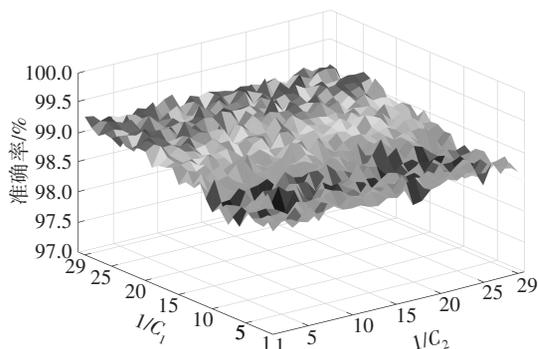


图 7 RNNHDC 惩罚系数的搜索结果(数据集 A)

Fig.7 The search results of RNNHDC penalty coefficient(database A)

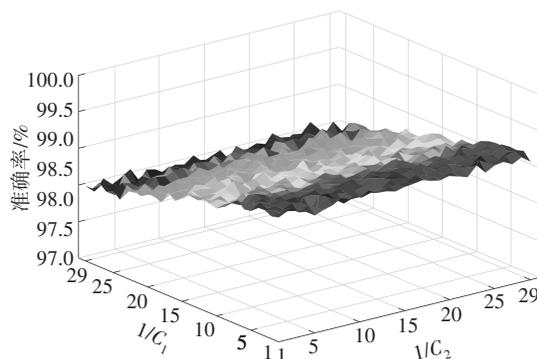


图 8 RNNHDC 惩罚系数的搜索结果(数据集 B)

Fig.8 The search results of RNNHDC penalty coefficient (database B)

表 3 RNNHDC 参数取值

Tab.3 Parameter value of RNNHDC

数据集	参数		
	$\sigma$	$C_1$	$C_2$
A	$2^1 = 2$	1/22	1/17
B	$2^{-0.5} = 0.7071$	1/4	1/11

在数据集 A 和数据集 B 上,对于每种故障类别,随机选择 30 个样本进行训练,其余 30 个样本用于测试,计算测试集分类准确率. 独立重复 20 次,统计 20 次测试的平均准确率,同时记录 20 次实验的计算时间,具体结果如表 4 所示.

表 4 不同分类器的识别准确率和运行时间

Tab.4 Recognition accuracy and running time of different classifiers

分类器	数据集 A		数据集 B	
	准确率/%	时间/s	准确率/%	时间/s
SVM	97.35±0.353	3.262 0	95.40±0.702	2.943 1
HDC	98.17±0.453	4.603 6	97.20±0.734	4.702 4
NNCH	98.03±0.418	64.568 2	96.97±0.418	66.709 8
NNHDC	98.43±0.360	0.811 2	96.80±0.719	0.776 9
RNNHDC	99.30±0.241	1.778 3	97.40±0.409	1.834 8

首先,对比分析不同分类器的分类准确率,从表 4 中的数据可以看出,在 2 个实验数据集上,SVM 的准确率最低,NNCH 和 3 个超圆盘分类器(HDC、NNHDC 和 RNNHDC) 的准确率均高于 SVM, RNNHDC 的准确率最高. 对于 3 个超圆盘分类器,在 2 个实验数据集上,RNNHDC 的准确率最高,均高于采用了原始 HD 模型的 HDC 和 NNHDC,表明增加约束后的 RHD 模型提高了分类器的分类精度.

其次,对比分析不同分类器的计算时间,从表 4 中的数据可以看出,在 2 个实验数据集上,NNCH 的

计算时间最长,且远远大于其余各分类器,这是因为 NNCH 每对一个测试样本进行一次预测都要求解与类别数量相同的二次规划问题,来获取测试样本到每个类凸包的距离. NNHDC 的计算时间最短,且远小于其余各分类器,表明超圆盘模型和最近邻分类相结合的方法可以显著提高计算效率. 超圆盘模型可以提前求解得到规则几何模型,超圆盘模型和最近邻方法相结合,直接使用未知样本点到超圆盘圆心的距离与半径之差来描述未知样本点与超圆盘的接近程度,可以显著提升分类器的分类效率. 对于 3 个超圆盘分类器 HDC、NNHDC 和 RNNHDC,在 2 个实验数据集上,HDC 的计算时间最长,NNHDC 的计算时间最短,RNNHDC 的计算时间大于 NNHDC,但远小于 HDC. 虽然 RHD 的计算效率低于 HD,但是采用最近邻分类方法后,RNNHDC 的计算效率仍然远高于原始的 HDC.

综合来看,SVM 的分类精度最低,分类效率一般;NNCH 的分类精度一般,分类效率最低;3 个超圆盘分类器 HDC、NNHDC 和 RNNHDC 在分类精度和分类效率方面的综合表现较好,其中 RNNHDC 具有最高的分类精度和较高的分类效率,综合性能最佳.

3.4.2 鲁棒性测试

为了分析 RNNHDC 的鲁棒性,进行添加离群点实验,在构造训练样本时,对每类训练样本添加偏离该类正常区域的样本点. 在数据集 A 和数据集 B 上,对于每种故障类别,随机选择 30 个样本进行训练,其余 30 个样本用于测试. 对于每个类别的训练样本,分别从其他各类中随机抽取 1 个样本添加至当前类,构造含有离群点的训练样本集;然后验证测试样本的识别准确率,随机独立重复 20 次,统计测试样本的平均识别准确率.

同样使用网格搜索法进行参数选取,为准确反映惩罚系数的调节作用,保持表 3 所示的高斯核宽度不变,仅进行惩罚系数优化. 在包含离群点训练样本集上的 RNNHDC 参数取值如表 5 所示.

表 5 惩罚系数优化后 RNNHDC 参数取值

Tab.5 Parameter value of RNNHDC after penalty factor optimization

数据集	参数		
	$\sigma$	$C_1$	$C_2$
A	$2^1 = 2$	1/22	1/19
B	$2^{-0.5} = 0.7071$	1/14	1/18

在含有离群点的训练样本集上进行对比实验,统计 SVM、HDC 和 RNNHDC 的识别准确率,具体结

果如表 6 所示. 同时与未添加离群点的准确率进行比较,计算识别准确率的下降率. 下降率为表 6 中含离群点的识别准确率相对于表 4 中不含离群点的识别准确率的下降比率.

从表 6 中可以看出,在添加离群点后,RNNHDC 的识别准确率最高,大于 SVM 和 HDC. 与未添加离群点的识别准确率相比,RNNHDC 的识别准确率下降率最小. 实验结果表明,RNNHDC 具有更好的鲁棒性.

表 6 不同分类器含离群点的识别准确率及下降率

Tab.6 Recognition accuracy and decline rate of different classifiers with outliers

分类器	数据集 A		数据集 B	
	准确率/%	下降率/%	准确率/%	下降率/%
SVM	96.50±0.894	0.873	93.80±1.269	1.677
HDC	97.40±0.820	0.784	94.67±0.869	2.803
RNNHDC	98.90±0.427	0.403	96.13±0.681	1.101

为进一步分析 RNNHDC 的鲁棒性,采用混淆矩阵表示 RNNHDC 对各故障类别的分类准确率,分别如图 9 和图 10 所示. 从图 9 和图 10 中可以看出,离群点在一定程度上降低了分类器的准确率,但是 RNNHDC 仍然具有良好的分类精度. 在数据集 A 上,RNNHDC 对健康、断齿、缺齿的识别准确率仍然可以达到 100%;齿根故障的识别准确率甚至出现了上升现象,由 98.7% 上升至 99.2%;表面缺陷故障的识别准确率出现了下降,由 97.8% 下降至 95.3%. 在数据集 B 上,裂纹 50% 故障的识别准确率出现了上升现象,识别准确率由 99.8% 上升至 100%;裂纹 40% 故障的识别准确率出现了上升现象,识别准确率由 93.8% 上升至 94.3%;其余各类的准确率出现了下降,但均在 94% 以上,其中裂纹 20% 故障的识别准确率大于 98%. 各故障类别的分类准确率结果显示,RNNHDC 具有良好的鲁棒性.

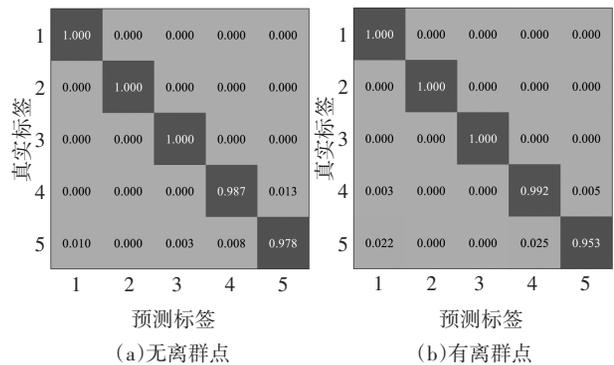


图 9 RNNHDC 的测试集混淆矩阵(数据集 A)

Fig.9 Test set confusion matrix of RNNHDC (dataset A)

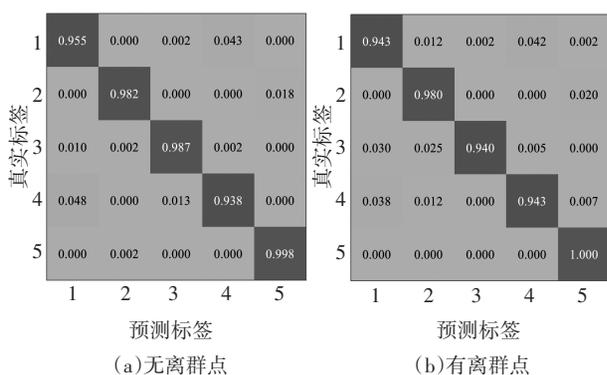


图 10 RNNHDC 的测试集混淆矩阵(数据集 B)

Fig.10 Test set confusion matrix of RNNHDC (dataset B)

## 4 结论

本文在原始超圆盘模型的基础上引入松弛变量,增加约束,得到鲁棒超圆盘模型,然后将鲁棒超圆盘模型与最近邻分类相结合,提出了RNNHDC模式识别方法.RNNHDC的类别区域估计更加合理,提高了分类精度和鲁棒性.RNNHDC只需计算未知样本点到各类别的超圆盘的距离,且可以直接应用到多分类任务,提高了分类效率.

在 2 个齿轮箱实验数据集上进行验证,结果表明,RNNHDC可以准确识别齿轮工作状态和故障类型,并且具有良好的实时性和鲁棒性,可以用于齿轮箱故障诊断.

RNNHDC的鲁棒超圆盘模型需使用全体训练样本获取超圆盘模型,当类别数量较多时,会降低计算实时性.在后续的研究中,可以寻找在保证识别精度和鲁棒性的情况下进一步提高计算效率的求解算法.

## 参考文献

- [1] LI C, SANCHEZ R V, ZURITA G, *et al.* Gearbox fault diagnosis based on deep random forest fusion of acoustic and vibratory signals[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, 76/77: 283-293.
- [2] PAN H Y, ZHENG J D, YANG Y, *et al.* Nonlinear sparse mode decomposition and its application in planetary gearbox fault diagnosis[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2021, 155: 104082.
- [3] WANG C G, LI H K, ZHANG K L, *et al.* Intelligent fault diagnosis of planetary gearbox based on adaptive normalized CNN under complex variable working conditions and data imbalance[J]. *Measurement*, 2021, 180: 109565.
- [4] 薛亚东, 高健, 李宜城, 等. 基于深度学习的地铁隧道衬砌病害检测模型优化[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2020, 47

(7): 137-146.

- XUE Y D, GAO J, LI Y C, *et al.* Optimization of shield tunnel lining defect detection model based on deep learning[J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2020, 47(7): 137-146. (In Chinese)
- [5] XU X Z, CAO D, ZHOU Y, *et al.* Application of neural network algorithm in fault diagnosis of mechanical intelligence[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 141: 106625.
- [6] 李晓峰, 刘刚, 卫晋, 等. 基于卷积神经网络与特征选择的医疗图像误差预测算法[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2021, 48(4): 90-99.
- LI X F, LIU G, WEI J, *et al.* Error prediction algorithm of medical image based on convolution neural network and feature selection[J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2021, 48(4): 90-99. (In Chinese)
- [7] ZHU X T, XIONG J B, LIANG Q. Fault diagnosis of rotation machinery based on support vector machine optimized by quantum genetic algorithm[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 33583-33588.
- [8] HANG J, ZHANG J Z, CHENG M. Application of multi-class fuzzy support vector machine classifier for fault diagnosis of wind turbine[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2016, 297: 128-140.
- [9] CHE C C, WANG H W, NI X M, *et al.* Hybrid multimodal fusion with deep learning for rolling bearing fault diagnosis[J]. *Measurement*, 2021, 173: 108655.
- [10] JIA F, LEI Y G, GUO L, *et al.* A neural network constructed by deep learning technique and its application to intelligent fault diagnosis of machines[J]. *Neurocomputing*, 2018, 272: 619-628.
- [11] YANG J, BAO W M, LIU Y M, *et al.* A pairwise graph regularized constraint based on deep belief network for fault diagnosis[J]. *Digital Signal Processing*, 2021, 108: 102868.
- [12] CEVIKALP H, TRIGGS B. Hyperdisk based large margin classifier[J]. *Pattern Recognition*, 2013, 46(6): 1523-1531.
- [13] ZHOU X F, SHI Y. Nearest neighbor convex hull classification method for face recognition[C]//9th International Conference on Computational Science. Baton Rouge, LA: ICCS, 2009:570-577.
- [14] NICA B. Cut ratios and Laplacian eigenvalues[J]. *Linear Algebra and Its Applications*, 2020, 593: 18-28.
- [15] LIU D L, SHI Y, TIAN Y J, *et al.* Ramp loss least squares support vector machine[J]. *Journal of Computational Science*, 2016, 14: 61-68.
- [16] 杨宇, 曾鸣, 程军圣. 基于局部特征尺度分解和核最近邻凸包分类算法的滚动轴承故障诊断方法[J]. *振动工程学报*, 2013, 26(1): 118-126.
- YANG Y, ZENG M, CHENG J S. Fault diagnosis approach for rolling bearing based on local characteristic-scale decomposition and kernel nearest neighbor convex hull classification algorithm[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2013, 26(1): 118-126. (In Chinese)
- [17] SHAO S Y, MCALEER S, YAN R Q, *et al.* Highly accurate machine fault diagnosis using deep transfer learning[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, 15(4): 2446-2455.