

## 一种 OFDM 稀疏信道估计系数优化方案

朱俊杰,刘昊,郑志安<sup>†</sup>

(中南林业科技大学 计算机与信息工程学院,湖南 长沙 410003)

**摘要:**围绕利用贪婪追踪算法的正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)调制系统的稀疏信道估计,研究了由于原子的错误选择所导致的恢复性能下降问题.基于针对贪婪追踪算法中最小二乘重构运算过程的分析,发现错误原子上存在严重的原子系数的过估计现象.在此基础上,提出了利用相邻符号间信道路径时延相关性的系数优化方案(coefficients optimization scheme, COS),用以提高原子选择错误时稀疏信道估计的准确性.仿真结果表明,将 COS 与传统的正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法和稀疏度自适应匹配追踪(sparsity adaptive matching pursuit, SAMP)算法融合,都有效地抑制了原子的错误选择对稀疏信道估计的影响,并且在低信噪比下提升了贪婪追踪算法的估计性能,在不同多径信道模型下的仿真测试中均具有较好的鲁棒性.

**关键词:**正交频分复用;信道估计;压缩感知;贪婪追踪算法

**中图分类号:**TP929.53 **文献标志码:**A

## A Coefficient Optimal Scheme for OFDM Sparse Channel Estimation

ZHU Junjie, LIU Hao, ZHENG Zhian<sup>†</sup>

(School of Computer and Information Engineering, Central South University of Forestry and Technology, Changsha 410003, China)

**Abstract:** Focusing on the sparse channel estimation of orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) modulation system using greedy pursuit algorithms, the problem of recovery performance degradation caused by wrong selection of atom is studied. Based on the analysis of the least-squares reconstruction process in the greedy pursuit algorithm, it is found that there is a severe overestimation of the atom coefficients on the wrong atoms. On this basis, a coefficient optimization scheme (COS) using the channel path delay correlation between adjacent symbols is proposed to improve the accuracy of sparse channel estimation when the atom selection is wrong. The simulation results show that the combining COS with the traditional orthogonal matching pursuit (OMP) algorithm and sparsity adaptive matching pursuit (SAMP) algorithm can effectively suppress the effect of wrong selection of atom on sparse channel estimation, and increase the estimation performance of greedy pursuit algorithms under low signal-to-noise ratio. The simulation tests under different multipath channel models show great robustness.

**Key words:** orthogonal frequency division multiplexing (OFDM); channel estimation; compressive sensing; greedy pursuit algorithm

\* 收稿日期:2022-11-07

基金项目:湖南省自然科学基金资助项目(2020JJ4948), Natural Science Foundation of Hunan Province (2020JJ4948);长沙市自然科学基金资助项目(kq2208424), Natural Science Foundation of Changsha City(kq2208424)

作者简介:朱俊杰(1972—),男,湖南湘潭人,中南林业科技大学教授,博士

<sup>†</sup> 通信联系人, E-mail: zhengzhian@csuft.edu.cn

正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)调制技术由于其高效的频谱利用率和抗多径干扰能力,已经被广泛研究于各种无线通信系统中<sup>[1]</sup>.尽管如此,由于无线信道中多径效应会引起严重的频率选择性衰落,接收机仍然需要基于比较精确的信道状态信息才能从接收信号中解调出用户数据.大量的实验数据表明,多路径信道的大部分能量几乎都集中在极少的信道抽头上,因此它具有稀疏特性<sup>[2]</sup>.目前作为研究热点的毫米波由于其衰落特性,其信道相比现有的电磁波具有更加明显的稀疏特性<sup>[3]</sup>.压缩感知理论方法在解决稀疏信号重构问题上,相比传统的采样方法具有高效和准确的优势.因此,基于压缩感知的稀疏信道估计因其高效的频谱利用率和良好的估计性能受到广大研究者的重视<sup>[4-8]</sup>.

稀疏信号恢复问题是OFDM稀疏信道估计技术中的重要研究议题.其中以正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法<sup>[8]</sup>为代表的贪婪算法以迭代的方式恢复信号,具有复杂度低的突出优点.这些算法在每次迭代中通过原子选择来搜索局部最优解,力求在算法结束时找到全局最优解<sup>[7-12]</sup>.对于OFDM稀疏信道估计来说,每次迭代中的原子选择过程对应多径信道的时延估计,利用选取到的原子集进行的信号重构则对应多径信道抽头系数的估计.OMP算法在每次迭代中仅从感知矩阵里选择一个原子,其恢复性能对于原子的选择十分敏感<sup>[10]</sup>.为了缓解这一敏感性,压缩采样匹配追踪(compressive sampling matching pursuit, CoSaMP)算法<sup>[11]</sup>和阶段确定匹配跟踪(stage-determined matching pursuit, SdMP)算法<sup>[6]</sup>增加搜索步长并运用回溯剪枝的思想,改进了原子选择的方式.上述几种算法都十分依赖于信道稀疏度先验信息,然而在实际情况中信道稀疏度信息是很难事先估计的.对此,研究者们提出了稀疏度自适应匹配追踪(sparsity adaptive matching pursuit, SAMP)算法<sup>[12]</sup>和一种新的自适应匹配追踪(new adaptive matching pursuit, NAMP)算法<sup>[7]</sup>,力求在无须事先获知信道稀疏度信息的情况下,也能具有较好的估计性能.

以上几种算法主要是针对原子选择方式的优化,即稀疏信道时延估计问题的改进.完成路径时延估计后,贪婪算法利用已经估计出来的路径时延来计算对应时延位置上的信道抽头系数值.然而,由于原子之间的非正交性以及随机噪声的影响,稀疏信号恢复算法对衰落较大的路径不可避免地会发生错

误的时延估计.对此,本文围绕如何降低错误时延估计对稀疏信号估计恢复结果的影响展开研究.

通过对OMP算法中抽头系数估计的分析,发现抽头系数的估计结果主要受到原子集估计的影响.而在原子选择错误的情况下,对应错误抽头位置上的信道系数会被过高估计,从而严重影响稀疏信道估计的精确度.为了提高抽头错误估计时的恢复性能,本文提出了一种针对贪婪算法的系数优化方案(coefficient optimization scheme, COS).该方案利用了相邻符号信道间路径时延的相关特性,体现为相邻OFDM符号的信道间多径个数和路径时延呈现低时变,而路径上的复增益呈现高时变并受到瑞利衰落的影响<sup>[13]</sup>.在该方案中,当前OFDM符号引入相邻符号时间信道上的估计结果,并基于 $l_2$ 范数最小化的准则选择最优的系数估计.最后,本文将COS分别运用至OMP算法与SAMP算法中,测试了所得到的系数优化OMP(Coefficient optimization-orthogonal matching pursuit, CO-OMP)算法与系数优化SAMP(coefficient optimization-sparsity adaptive matching pursuit, CO-SAMP)算法的性能.仿真结果表明,相对于OMP和SAMP,CO-OMP和CO-SAMP都有较为可观的提升.

## 1 稀疏信道估计模型

无线多径信道的稀疏特性体现在信道冲激响应的绝大部分能量集中在少数的信道路径上.该稀疏信道可以表示为一个长度为 $L$ 的有限冲激响应滤波器:

$$\mathbf{h}_n = [h_{n,0}, h_{n,1}, \dots, h_{n,L-1}]^T \quad (1)$$

其中,下标 $n$ 表示OFDM符号序号. $\mathbf{h}_n$ 仅在抽头 $u_i$ ( $1 \leq i \leq S, 0 \leq u_i \leq L-1$ )上具有非零复增益 $h_{n,u_i}$ ,即 $\mathbf{h}_n[u_i] = h_{n,u_i}$ . $S$ 为信道稀疏度,且 $S \ll L$ .设定一个快速傅里叶点数为 $N$ 的OFDM系统,则所有频点处的频率响应可以表示为

$$\mathbf{f}_n = \mathbf{G}\mathbf{h}_n \quad (2)$$

其中, $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N \times L}$ 是 $N$ 阶傅里叶矩阵前 $L$ 列构成的子矩阵.稀疏信道估计的目的是估计出抽头位置 $\Delta_n = \{u_1, u_2, \dots, u_S\}$ 和对应的信道系数 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_n = \{h_{n,u_1}, h_{n,u_2}, \dots, h_{n,u_S}\}$ ,从而恢复出 $\mathbf{h}_n$ 和 $\mathbf{f}_n$ .

假设导频数量为 $M$ ,导频子载波位置集合为 $\mathbf{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_M\}$ .导频位置处得到的频率响应作为稀

疏恢复的观测向量  $\mathbf{y}_n \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ . 根据压缩感知理论, 原信号的观测向量可以由对应感知矩阵中的原子进行稀疏线性表示. 因此, 可以基于公式(2)获得  $\mathbf{y}_n$  的稀疏表示:

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{\Psi} \mathbf{h}_n + \mathbf{w}_n \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{w}_n$  为随机噪声. 感知矩阵  $\mathbf{\Psi} \in \mathbb{C}^{M \times L}$  为  $\mathbf{G}$  以集合  $\mathbf{p}$  中的元素为索引提取出来的行向量构成的子矩阵.  $\mathbf{\Psi} = [\boldsymbol{\psi}_0, \dots, \boldsymbol{\psi}_l, \dots, \boldsymbol{\psi}_{L-1}]$ , 其中列向量  $\boldsymbol{\psi}_l \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  称为感知矩阵  $\mathbf{\Psi}$  的原子,  $0 \leq l \leq L-1$ . 定义  $\mathbf{\Psi}$  的互相关性为

$$\mu = \max_{0 \leq i \neq j \leq L-1} \frac{\boldsymbol{\psi}_i^H \boldsymbol{\psi}_j}{\|\boldsymbol{\psi}_i\|_2 \|\boldsymbol{\psi}_j\|_2} \quad (4)$$

$\mathbf{\Psi}$  的构造满足互相关最小原则: 根据已知的导频个数  $M$  寻找一个导频位置集合  $\mathbf{p}$ , 使得由  $\mathbf{G}$  得到的感知矩阵  $\mathbf{\Psi}$  拥有最小的互相关性  $\mu (0 < \mu < 1)^{[14]}$ .

由公式(3)可知,  $\mathbf{h}_n$  可以由接收端已知的  $\mathbf{y}_n$  和  $\mathbf{\Psi}$  通过稀疏恢复算法估计得到.

## 2 时延估计误差的影响

算法1给出了贪婪迭代算法中具有代表性的OMP算法的伪代码. 算法1假设信道稀疏度  $S$  已知, 由此令迭代次数  $k = S (1 \leq k \leq S)$  时算法终止. 其中  $\mathbf{A}_n^{(k)} \in \mathbb{C}^{M \times k}$  和  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_n^{(k)} \in \mathbb{C}^{k \times 1}$  分别表示第  $k$  次迭代中得到的原子集估计和信道系数估计.

OMP算法的第  $k$  次迭代主要由原子选择、系数估计两个步骤组成.

### 算法1 OMP算法

输入:  $\mathbf{y}_n, \mathbf{\Psi}, S$

输出:  $\Delta_n, \hat{\mathbf{h}}_n$

初始化:  $k = 0, \mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{y}_n, \Delta_n^{(0)} = \emptyset$  和  $\mathbf{A}_n^{(0)} = \emptyset$ .

1: for  $k = 1$  to  $S$

原子选择:

$$2: \lambda^{(k)} = \underset{l \in \{0, 1, \dots, L-1\}}{\operatorname{argmax}} \boldsymbol{\psi}_l^H \mathbf{r}^{(k-1)};$$

$$3: \Delta_n^{(k)} = \Delta_n^{(k-1)} \cup \lambda^{(k)};$$

$$4: \mathbf{A}_n^{(k)} = \mathbf{A}_n^{(k-1)} \cup \boldsymbol{\psi}_{\lambda^{(k)}};$$

系数估计:

$$5: \hat{\boldsymbol{\theta}}_n^{(k)} = \left( (\mathbf{A}_n^{(k)})^H \mathbf{A}_n^{(k)} \right)^{-1} (\mathbf{A}_n^{(k)})^H \mathbf{y}_n;$$

$$6: \mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{y}_n - \mathbf{A}_n^{(k)} \hat{\boldsymbol{\theta}}_n^{(k)};$$

7: end for

$$8: \hat{\mathbf{h}}_n[\Delta_n] = \hat{\boldsymbol{\theta}}_n^{(k)}.$$

原子选择: 如步骤2所示, 将前一次迭代过程后的残差向量  $\mathbf{r}^{(k-1)}$  与感知矩阵  $\mathbf{\Psi}$  进行相关运算, 找出最大相关的原子  $\boldsymbol{\psi}_{\lambda^{(k)}}$ .  $\lambda^{(k)}$  是第  $k$  次迭代中通过相关计算求得的最大相关原子的索引,  $0 \leq \lambda^{(k)} \leq L-1$ . 将  $\boldsymbol{\psi}_{\lambda^{(k)}}$  放入前一次迭代得到的原子集  $\mathbf{A}_n^{(k-1)}$  中, 获得更新后的原子集  $\mathbf{A}_n^{(k)}$ .

系数估计: 获得  $\mathbf{A}_n^{(k)}$  之后, OMP利用观测向量  $\mathbf{y}_n$  和  $\mathbf{A}_n^{(k)}$  进行基于最小二乘 (least square, LS) 的稀疏重构运算, 得到信道抽头系数估计  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_n^{(k)}$ . 随后, 通过步骤6从观测向量  $\mathbf{y}_n$  中减去原子集  $\mathbf{A}_n^{(k)}$  的贡献  $\mathbf{A}_n^{(k)} \hat{\boldsymbol{\theta}}_n^{(k)}$  以获得新的残差向量  $\mathbf{r}^{(k)}$ .  $\mathbf{r}^{(k)}$  与  $\mathbf{A}_n^{(k)}$  中各原子正交, 以避免后续迭代过程中  $\mathbf{A}_n^{(k)}$  里面的原子被重复选择.

经过  $S$  次迭代, OMP算法根据抽头位置估计  $\Delta_n^{(k)}$  和对应的系数估计  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_n^{(k)}$  恢复信道冲激响应  $\hat{\mathbf{h}}_n$ . 若OMP在迭代过程中选择了错误的原子, 会导致稀疏估计结果与实际值之间出现较大的偏差. 假设第  $n$  个OFDM符号的信道路径数为  $S = 2$ , 真实的抽头位置为  $\Delta_n = \{u_1, u_2\}$ . 若OMP的支撑集估计正确, 此时的原子集可以表示为  $\mathbf{A}_n = [\boldsymbol{\psi}_{u_1}, \boldsymbol{\psi}_{u_2}]$ . LS的系数估计结果为:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_n = \left( (\mathbf{A}_n)^H \mathbf{A}_n \right)^{-1} (\mathbf{A}_n)^H \mathbf{y}_n = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{u_1}^H \boldsymbol{\psi}_{u_1} & \boldsymbol{\psi}_{u_1}^H \boldsymbol{\psi}_{u_2} \\ \boldsymbol{\psi}_{u_2}^H \boldsymbol{\psi}_{u_1} & \boldsymbol{\psi}_{u_2}^H \boldsymbol{\psi}_{u_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{u_1}^H \mathbf{y}_n \\ \boldsymbol{\psi}_{u_2}^H \mathbf{y}_n \end{bmatrix} \approx \frac{1}{(1 - \mu^2)M} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{u_1}^H \mathbf{y}_n - \mu \boldsymbol{\psi}_{u_2}^H \mathbf{y}_n \\ -\mu \boldsymbol{\psi}_{u_1}^H \mathbf{y}_n + \boldsymbol{\psi}_{u_2}^H \mathbf{y}_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中,  $\boldsymbol{\psi}_{u_1}^H \boldsymbol{\psi}_{u_1} = \boldsymbol{\psi}_{u_2}^H \boldsymbol{\psi}_{u_2} = M$ ,  $\boldsymbol{\psi}_{u_1}^H \boldsymbol{\psi}_{u_2}$  和  $\boldsymbol{\psi}_{u_2}^H \boldsymbol{\psi}_{u_1}$  都小于等于  $\mu M$ . 令  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_n = [\beta_{u_1}, \beta_{u_2}]^T$ , 则有

$$\beta_{u_1} \approx \frac{1}{(1 - \mu^2)M} (\boldsymbol{\psi}_{u_1}^H \mathbf{y}_n - \mu \boldsymbol{\psi}_{u_2}^H \mathbf{y}_n) \quad (6)$$

和

$$\beta_{u_2} \approx \frac{1}{(1 - \mu^2)M} (-\mu \boldsymbol{\psi}_{u_1}^H \mathbf{y}_n + \boldsymbol{\psi}_{u_2}^H \mathbf{y}_n) \quad (7)$$

由于  $M$  和  $\mu$  都是固定值, 系数估计的结果主要受相关运算的结果  $(\mathbf{A}_n)^H \mathbf{y}_n = [\boldsymbol{\psi}_{u_1}^H \mathbf{y}_n, \boldsymbol{\psi}_{u_2}^H \mathbf{y}_n]^T$  影响. 由于残差的不断更新, 残差中剩余路径的能量逐渐减小, 且受到更多的噪声影响. 当第二条路径的抽头位置通过算法1中的步骤2被错误估计成  $e$  时,  $\mathbf{A}_n = [\boldsymbol{\psi}_{u_1}, \boldsymbol{\psi}_e]$ . LS的系数估计结果变为

$$\hat{\theta}'_n = [\beta'_{u_1}, \beta_e]^T \approx \frac{1}{(1-\mu^2)M} \begin{bmatrix} \psi_{u_1}^H \mathbf{y}_n - \mu \psi_e^H \mathbf{y}_n \\ -\mu \psi_{u_1}^H \mathbf{y}_n + \psi_e^H \mathbf{y}_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

此时  $\psi_e$  相比  $\psi_{u_2}$  与  $\mathbf{y}_n$  具有更大的相关结果, 即  $\psi_e^H \mathbf{y}_n > \psi_{u_2}^H \mathbf{y}_n$ , 因此可得

$$|\beta_e| > |\beta_{u_2}| \quad (9)$$

错误抽头位置  $e$  上的系数被过高估计. 而感知矩阵  $\Psi$  经过特定算法构造后, 其互相关性  $\mu$  通常小于 0.3<sup>[14]</sup>, 因此真实抽头位置上的系数估计  $|\beta'_{u_1}| \approx |\beta_{u_1}|$ . 由此可见, 由于错误时延上路径系数的过高估计, 其最终的系数估计结果通常具有更大的  $l_2$  范数:

$$\|\hat{\theta}'_n\|_2 > \|\hat{\theta}_n\|_2 \quad (10)$$

### 3 信道抽头系数优化方案

对于路径抽头位置发生错误估计的情况, 我们希望在错误的抽头位置上得到较小的系数估计值, 以降低稀疏信号恢复的误差. 抽头位置上的系数估计主要受到对应原子和观测向量  $\mathbf{y}_n$  的相关运算的影响. 与  $\mathbf{y}_n$  越相关的原子, 其对应抽头位置上的系数估计值越大. 由 OMP 算法的原子选择过程可知, 贪婪追踪算法每次迭代选取与  $\mathbf{y}_n$  的残差最相关的原子, 因此当前符号所得到的原子集中的原子都与  $\mathbf{y}_n$  具有很强的相关性.

在移动通信中, 相邻符号间多径信道的路径数和路径时延具有时域相关性. 可以认为在两个 OFDM 符号时间内, 信道路径时延保持不变. 因此, 同一信噪比下相邻符号的抽头位置估计结果具有相似的结构: 包括由于路径能量较高被正确估计的抽头位置, 和由于信道随机噪声影响而产生的不同的错误位置估计. 假设第  $n$  个 OFDM 符号和前一个符号在迭代选择原子时, 受随机噪声的影响都发生了错误选择. 将二者的观测向量进行抽头位置估计后的结果分别表示为  $\Delta_{n-1} = \{\mathbf{u}, \mathbf{e}_{n-1}\}$  和  $\Delta_n = \{\mathbf{u}, \mathbf{e}_n\}$ . 其中  $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, \dots, u_{S-D}\}$  表示正确的抽头位置估计.  $\mathbf{e}_n = \{e_{n,1}, e_{n,2}, \dots, e_{n,S-D}\}$  表示第  $n$  个符号上的错误的抽头位置估计,  $\mathbf{e}_{n-1}$  同理.  $D \in \{1, 2, \dots, S\}$  为  $S$  个 nonzero 抽头中发生错误估计的数量. 由于噪声的随机性, 错误选择的位置各不相同, 满足  $\mathbf{e}_{n-1} \neq \mathbf{e}_n$ . 对于同一符号的

观测向量  $\mathbf{y}_n$ , 基于  $\Delta_{n-1}$  和  $\Delta_n$  两种不同抽头位置估计恢复的信道系数可以表示为

$$\hat{\theta}_n^{(n-1)} = \left( (\mathbf{A}_{n-1})^H \mathbf{A}_{n-1} \right)^{-1} (\mathbf{A}_{n-1})^H \mathbf{y}_n = [\beta_{u_1}^{(n-1)}, \dots, \beta_{u_{S-D}}^{(n-1)}, \beta_{e_{n-1,1}}, \dots, \beta_{e_{n-1,D}}]^{T} \quad (11)$$

和

$$\hat{\theta}_n^{(n)} = \left( (\mathbf{A}_n)^H \mathbf{A}_n \right)^{-1} (\mathbf{A}_n)^H \mathbf{y}_n = [\beta_{u_1}^{(n)}, \dots, \beta_{u_{S-D}}^{(n)}, \beta_{e_{n,1}}, \dots, \beta_{e_{n,D}}]^{T} \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{A}_{n-1}$  和  $\mathbf{A}_n$  分别为由  $\Delta_{n-1}$  和  $\Delta_n$  得到的原子集.  $[\beta_{u_1}^{(n-1)}, \dots, \beta_{u_{S-D}}^{(n-1)}]$  和  $[\beta_{u_1}^{(n)}, \dots, \beta_{u_{S-D}}^{(n)}]$  对应真实抽头位置上的系数估计,  $[\beta_{e_{n-1,1}}, \dots, \beta_{e_{n-1,D}}]$  和  $[\beta_{e_{n,1}}, \dots, \beta_{e_{n,D}}]$  表示错误抽头位置上的系数估计. 由于  $\mathbf{e}_n$  是观测向量  $\mathbf{y}_n$  通过贪婪迭代搜索得到的, 原子  $\{\psi_{e_{n,1}}, \psi_{e_{n,2}}, \dots, \psi_{e_{n,S-D}}\}$  与  $\mathbf{y}_n$  具有最大的相关性. 因此可得:

$$\|[\beta_{e_{n,1}}, \dots, \beta_{e_{n,D}}]\|_2 > \|[\beta_{e_{n-1,1}}, \dots, \beta_{e_{n-1,D}}]\|_2 \quad (13)$$

且此时

$$\|[\beta_{u_1}^{(n)}, \dots, \beta_{u_{S-D}}^{(n)}]\|_2 \approx \|[\beta_{u_1}^{(n-1)}, \dots, \beta_{u_{S-D}}^{(n-1)}]\|_2 \quad (14)$$

从而有

$$\|\hat{\theta}_n^{(n)}\|_2 > \|\hat{\theta}_n^{(n-1)}\|_2 \quad (15)$$

由此可见, 通过引入相邻符号的抽头估计结果  $\Delta_{n-1}$  来对当前符号进行稀疏重构, 可以自适应地降低错误原子分量上系数的过高估计, 并且体现为系数估计结果的  $l_2$  范数的减小. 算法 2 展示了本文基于上述思想所提出的系数优化方案的伪代码.

---

#### 算法 2 基于 $l_2$ 范数最小化的系数优化方案

---

输入:  $\mathbf{y}_n, \Delta_{n-1}, \Delta_n, \Delta_{n+1}$

输出:  $\hat{\mathbf{h}}_n$

初始化: 根据  $\Delta_{n-1}, \Delta_n, \Delta_{n+1}$  构造  $\mathbf{A}_{n-1}, \mathbf{A}_n, \mathbf{A}_{n+1}$ .

1:  $X = \underset{x \in \{n-1, n, n+1\}}{\operatorname{argmin}} \left\| \left( (\mathbf{A}_x)^H \mathbf{A}_x \right)^{-1} (\mathbf{A}_x)^H \mathbf{y}_n \right\|_2$ ;

2:  $\hat{\mathbf{h}}_n[\Delta_x] = \left( (\mathbf{A}_x)^H \mathbf{A}_x \right)^{-1} (\mathbf{A}_x)^H \mathbf{y}_n$ .

---

为了避免恶劣的抽头估计结果对本符号稀疏重构的影响, 该方案不直接输出由当前符号的抽头估计结果得到的系数估计, 而是通过引入相邻符号的抽头估计, 并选取具有最小  $l_2$  范数的系数估计作为系数优化的结果.



## 4 实验仿真

在本节中,首先基于 OMP 算法和 SAMP 算法验证了 COS 抑制错误原子分量上系数过高估计问题的可行性.随后通过归一化均方误差(normalized mean square error, NMSE)性能测试了 COS 对于 OMP 和 SAMP 的性能增益,其中 NMSE 的公式定义为  $E\left(\left\|\mathbf{h}_n - \hat{\mathbf{h}}_n\right\|_F^2 / \left\|\mathbf{h}_n\right\|_F^2\right)$ .仿真假设 OMP 算法已知信道稀疏度先验信息,最大迭代次数设置为信道的稀疏度.SAMP 算法无须事先获知信道稀疏度先验信息,基于当前迭代更新后的残差能量与理想的信道噪声能量先验信息的比较作为迭代停止条件的判断依据,并且更新步长大小设置为 1<sup>[12]</sup>.作为比较,本文也将讨论存在非理想信道噪声能量估计 3 dB 误差下的 SAMP 算法的性能.本文分别采用了 4GLTE 中的 EPA 信道模型和 EVA 信道模型<sup>[15]</sup>,以及随机多路径信道模型进行性能仿真.随机路径信道模型的路径数和离散路径延迟服从均匀分布,路径增益服从瑞利分布.导频辅助的 OFDM 系统参数如表 1 所示.

表 1 OFDM 系统参数

Tab 1 OFDM system parameters

含义	符号	数值
有效子载波数		700
子载波间隔(kHz)		15
快速傅里叶变换长度		1 024
导频数量	$M$	40
信道长度	$L$	100
信道路径数随机范围		[5, 12]
离散路径时延随机范围		[0, 60]

图 1 和图 2 分别比较了同一信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)下的 OMP 算法和 SAMP 算法,以及使用了 COS 的 CO-OMP 算法和 CO-SAMP 算法的信道冲激响应(channel impulse response, CIR)恢复结果,此时的信道稀疏度设置为 5.在图 1 中,对于真实的抽头位置 11, 12, 13 和 17, OMP 算法的系数估计值与 CO-OMP 算法的系数估计值基本一致,且能量较大的路径增益系数与真实值比较接近.观察错误抽头位置, OMP 在错误抽头位置 60 上的估计值远大于真实信道抽头 14 上的系数.而 CO-OMP 在错误位置 87 上的系数估计值远远小于 OMP 在错误位置 60 上的系数估计值.由此可见, COS 可以在几乎不影响真实抽头位置上系数估计的同时,有效地抑制错误位

置上的系数过估计.由图 2 可知, SAMP 算法和 CO-SAMP 算法之间也有着相同的结论.另外, SAMP 算法通过比较残差能量与基于理想信道噪声能量估计的大小来判断何时停止迭代,这减少了低信噪比下抽头错误估计的可能性. COS 进一步优化了 SAMP 的系数估计结果,使得正确位置 11 和 12 上的系数估计值更加接近真实值,从而使得 CO-SAMP 具有更高的稀疏恢复性能.

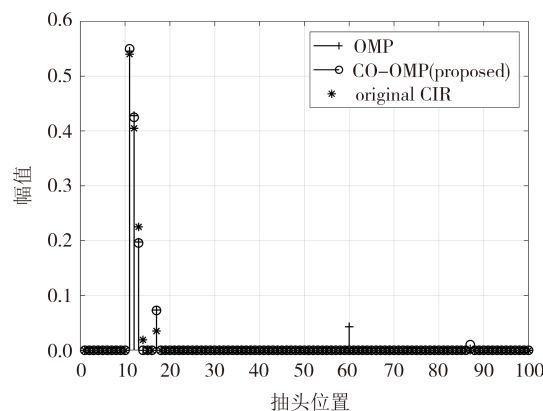


图 1 OMP 和 CO-OMP 的信道冲激响应恢复比较 (SNR = 7 dB)

Fig. 1 Comparison of channel impulse response recovery between OMP and CO-OMP under SNR = 7 dB

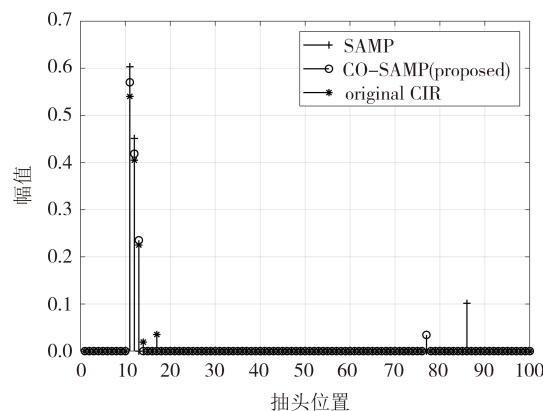


图 2 SAMP 和 CO-SAMP 的信道冲激响应恢复比较 (SNR = 7 dB)

Fig. 2 Comparison of channel impulse response recovery between SAMP and CO-SAMP under SNR = 7 dB

图 3~图 5 分别展示了 OMP、CO-OMP、SAMP 和 CO-SAMP 在不同信道模型下的 NMSE 性能.为了体现稀疏恢复算法的优势,本文还使用了所有子载波都放置导频下的 LS 算法的估计性能作为对比.由图可知, OMP 和 SAMP 等稀疏恢复算法比全导频下的 LS 算法具有更好的 NMSE 估计性能,且导频的开销远小于后者. SAMP 算法因为其基于理想的信道噪声

能量估计的迭代停止条件,减少了信道噪声对抽头选择的干扰.同时,每次迭代对已选原子的裁剪优化,使得SAMP算法具有比OMP算法更优秀的稀疏恢复性能.但是,当信道噪声估计存在偏差时,会较大地影响SAMP算法和CO-SAMP算法的性能.COS抑制了信道抽头估计结果中错误原子分量上系数过高的问题,使得所估计的信道冲激响应更接近真实值.观察分析图3~图5可知,CO-OMP与CO-SAMP稀疏信道估计系数优化方案分别比OMP与SAMP具有明显的NMSE性能提升,且在低SNR的时候具有2~3 dB的提升.即使是基于非理想的信道噪声能量的SAMP算法,COS也可以为其带来可观的性能提升.同时随着SNR的逐渐增大,COS带来的NMSE性能提升也随之减小.这是因为SNR越大,OMP与SAMP在抽头位置估计阶段出错的概率越小.COS旨在减弱错误原子对稀疏信号估计的影响,因此COS在高SNR处的性能提升相对较小.由此可见,COS的引入可以提高稀疏信道估计的抗随机噪声的能力.

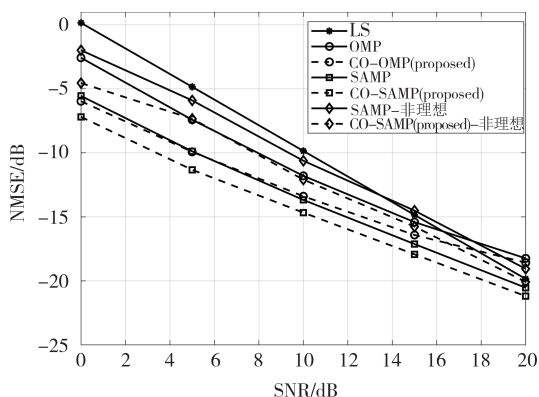


图3 EPA信道模型下的NMSE性能比较

Fig.3 NMSE performance comparisons in EPA channel model

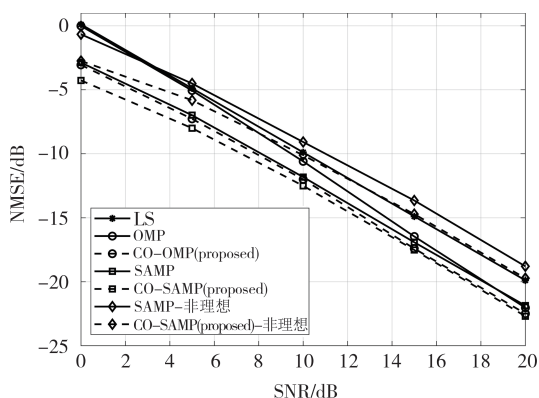


图4 EVA信道模型下的NMSE性能比较

Fig.4 NMSE performance comparisons in EVA channel model

考虑到COS中参与单次LS运算的原子个数约为信道的稀疏度 $S$ 并远小于信道的长度 $L$ 与导频个

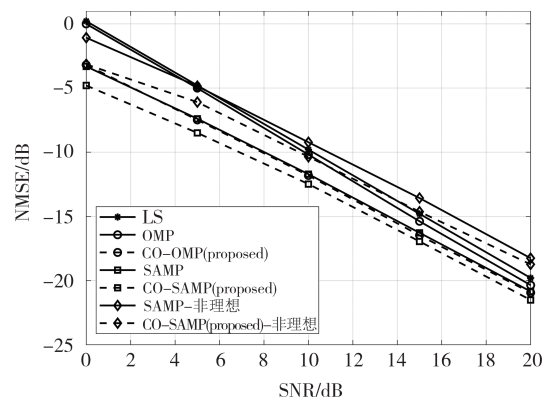


图5 随机多路径信道模型下的NMSE性能比较

Fig.5 NMSE performance comparisons in random multipath channel model

数 $M$ ,因此COS的复杂度 $O(MS + MS^2 + S^3)$ 相对于以OMP算法为例的复杂度 $O(SML)$ 几乎可以忽略不计<sup>[16]</sup>.

## 5 结论

本文针对多径信道下OFDM稀疏信道估计的问题,提出了一种适用于贪婪算法的系数优化方案.该方案通过利用相邻OFDM符号信道之间时延估计的相关特性,抑制了错误抽头位置上信道系数的过高估计.因此,它自适应地提高了稀疏信道估计对噪声的鲁棒性.实验结果表明,与传统的贪婪追踪算法相比,使用了该系数优化方案的算法在稀疏恢复性能上均有一定的提升,特别是在低信噪比情况下具有更强的抗噪声能力.

## 参考文献

- [1] 付晓梅,王思宁,胡雅琳. 基于被动时间反转-卷积神经网络的OFDM水声通信系统研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2022,49(8):169-178.  
FU X M, WANG S N, HU Y L. Research on OFDM underwater acoustic communication system based on passive time reversal-convolutional neural network [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2022, 49(8): 169-178. (in Chinese)
- [2] GAO Z, ZHANG C, WANG Z C, et al. Priori-information aided iterative hard threshold: a low-complexity high-accuracy compressive sensing based channel estimation for TDS-OFDM [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14(1):242-251.
- [3] JIANG T, SONG M Z, ZHAO X J, et al. Channel estimation for millimeter wave massive MIMO systems using separable compressive sensing[J]. IEEE Access, 2021, 9:49738-49749.

- [4] 王华华, 汤帅, 张铁严. OFDM 系统基于双准则优化的导频设计新方法[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2022, 42(5): 8-14.  
WANG H H, TANG S, ZHANG T Y. A new pilot design method based on dual-criteria optimization for OFDM systems [J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2022, 42(5): 8-14. (in Chinese)
- [5] WANG J J, YAN Z Q, SHI W, et al. Underwater acoustic sparse channel estimation based on DW-SACoSAMP reconstruction algorithm [J]. IEEE Communications Letters, 2019, 23 (11): 1985-1988.
- [6] UWAECHIA A N, MAHYUDDIN N M. Stage-determined matching pursuit for sparse channel estimation in OFDM systems [J]. IEEE Systems Journal, 2019, 13(3): 2240-2251.
- [7] HUANG Y, HE Y G, LUO Q W, et al. Channel estimation in MIMO - OFDM systems based on a new adaptive greedy algorithm [J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019, 8 (1): 29-32.
- [8] DZIWOKI G, KUCHARCZYK M. Reconstruction of sparse propagation environment with complexity reduced OMP algorithm [J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019, 8(6): 1559-1562.
- [9] 马时雨, 袁伟娜, 王建玲. 一种基于压缩感知的时变稀疏信道估计方法[J]. 华东理工大学学报(自然科学版), 2016, 42(3): 382-386.  
MA S Y, YUAN W N, WANG J L. A novel time-varying and sparse channel estimation based on compress sensing [J]. Journal of East China University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2016, 42(3): 382-386. (in Chinese)
- [10] MARQUES E C, MACIEL N, NAVINER L, et al. A review of sparse recovery algorithms [J]. IEEE Access, 2018, 7: 1300-1322.
- [11] NEEDELL D, TROPP J A. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(3): 301-321.
- [12] DO T T, GAN L, NGUYEN N, et al. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing [C]//2008 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Pacific Grove, CA, USA: IEEE, 2009: 581-587.
- [13] GAO Z, ZHANG C, WANG Z C, et al. Priori-information aided iterative hard threshold: a low-complexity high-accuracy compressive sensing based channel estimation for TDS-OFDM [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14 (1): 242-251.
- [14] MOHAMMADIAN R, AMINI A, KHALAJ B H. Compressive sensing-based pilot design for sparse channel estimation in OFDM systems [J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(1): 4-7.
- [15] 3GPP TS 36.101 User Equipment (UE) radio transmission and reception [S]. 3GPP, 2011.
- [16] ZHOU Y H, TONG F, SONG A J, et al. Exploiting spatial - temporal joint sparsity for underwater acoustic multiple-input - multiple-output communications [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2021, 46(1): 352-369.