

基于 TMDI 的大跨度桥梁颤振控制理论研究

封周权^{1,2†}, 吴强强¹, 陈智¹, 刘启明³, 李聪³, 华旭刚¹

[1. 风工程与桥梁工程湖南省重点实验室(湖南大学), 湖南长沙 410082;
2. 湖南大学重庆研究院, 重庆 401135;
3. 长沙市公共工程建设中心, 湖南长沙 410013]

摘要:为解决传统调谐质量阻尼器(Tuned Mass Dampers, TMD)在低频大跨度桥梁中静位移过大的问题,提出采用调谐质量惯容阻尼器(Tuned Mass Damper Inerter, TMDI)提高大跨度桥梁的颤振临界风速.提出了一种适用于桥梁颤振控制的 TMDI 布置形式,并基于二维耦合颤振理论,建立桥梁-TMDI 系统运动微分方程,进而导出系数多项式特征方程.根据劳斯-赫尔维茨稳定性判据,计算颤振临界风速.以具有理想平板断面的简支梁为例,分析 TMDI 在桥梁颤振控制方面的有效性,并探讨了 TMDI 各参数设置对颤振控制的影响.研究表明, TMDI 可以有效提高桥梁颤振临界风速.与传统 TMD 相比,虽然引入惯容可能会稍微削弱其控制效果,但却可以大幅降低质量块静位移,从而在实际工程中具有更高的实用价值.

关键词:结构振动控制;桥梁断面;空气动力稳定性;颤振;调谐质量惯容阻尼器

中图分类号:U443.3

文献标志码:A

Flutter Control for Long-span Bridges with TMDI: A Theoretical Study

FENG Zhouquan^{1,2†}, WU Qiangqiang¹, CHEN Zhi¹, LIU Qiming³, LI Cong³, HUA Xugang¹

[1. Key Laboratory for Wind and Bridge Engineering of Hunan Province(Hunan University), Changsha 410082, China;
2. Research Institute of Hunan University in Chongqing, Chongqing 401135, China;
3. Changsha Public Engineering Construction Center, Changsha 410013, China]

Abstract: To address the issue of excessive static displacement in traditional Tuned Mass Dampers (TMD) for low-frequency and long-span bridges, this study introduces the implementation of a Tuned Mass Damper Inerter (TMDI) to increase flutter critical wind speed in such structures. This paper presents a TMDI configuration specifically designed for bridge flutter control and, based on a two-dimensional coupled flutter theory, develops the motion differential equation for the bridge-TMDI system, subsequently deriving the coefficient polynomial characteristic equation. Utilizing the Routh - Hurwitz stability criterion, the flutter critical wind speed is determined. A simply supported beam with an ideal planar cross-section serves as a case study to evaluate the efficacy of TMDI in bridge flut-

* 收稿日期:2022-12-23

基金项目:湖南省自然科学基金资助项目(2021JJ30106), Natural Science Foundation of Hunan Province(2021JJ30106);重庆市自然科学基金资助项目(2022NSCQ-MSX5727), Natural Science Foundation of Chongqing(2022NSCQ-MSX5727);长沙市政府采购研究项目(CSCG-202107060066), Changsha Municipal Government Procurement Research Project(CSCG-202107060066)

作者简介:封周权(1982—),男,湖南衡南人,湖南大学副教授,博士

† 通信联系人, E-mail: zqfeng@hnu.edu.cn

ter control and to explore the influence of various TMDI parameter settings on flutter control. The findings reveal that TMDI can effectively increase the bridge flutter critical wind speed. Compared with the traditional TMD, the integration of an inerter may have a minor impact on reducing the control effect; however, it can notably decrease the static displacement of the mass block, thus offering great practical value in real-world engineering applications.

Key words: structural vibration control; bridge decks; aerodynamic stability; flutter; Tuned Mass Damper Inerter (TMDI)

随着大跨度桥梁的发展,桥梁结构刚度和阻尼不断下降,桥梁风致振动问题越来越突出.主梁和其他主要承重构件在风的作用下较易产生大幅振动,影响结构安全.其中,颤振是影响结构安全的一种大幅风致振动,是一种自激性、发散的气动弹性不稳定现象.颤振一旦发生,可能导致桥梁结构彻底毁坏,桥梁设计过程中必须加以控制,避免桥梁颤振的发生.

目前,桥梁颤振控制措施主要有结构措施、气动措施和机械措施3种类型.在机械措施中,调谐质量阻尼器(Tuned Mass Dampers, TMD)因其简单性和有效性而被广泛采用.Gu等^[1]对采用TMD提高大跨度桥梁颤振临界风速进行了理论计算和实验研究,结果表明TMD能显著提高颤振临界风速.Lin等^[2-3]分析了多重调谐质量阻尼器(Multiple Tuned Mass Dampers, MTMD)设定参数对颤振控制的影响,并与单TMD相对比,结果表明MTMD在桥梁颤振控制方面更为有效.Chen等^[4]对桥梁-TMD进行了多模态颤振分析并研究了使用TMD控制由负阻尼引起的桥梁颤振,结果表明TMD控制性能依赖于桥梁的动力特性和气动特性.TMD在桥梁减振实际应用方面也存在着一些问题,如竖向TMD的质量块静位移过大及动位移响应过大等^[5].这些问题导致TMD在箱梁结构中使用受限,影响其实用性.

近年来,惯容的提出使得振动控制由传统的二元减振(阻尼和刚度)拓展为三元减振(惯容、阻尼和刚度)^[6].惯容是由Smith^[7]提出的一种新型双节点机械元件,元件两端作用力与两端相对加速度成正比,这个比例系数称为惯性质量.惯容机械元件能够将线性运动转化为高速旋转运动,从而实现惯性质量远大于实际物理质量,目前可以产生比实际质量高两个数量级的惯性质量^[8].惯容在土木工程振动控

制领域的应用得到了国内外许多学者的关注和研究^[9].Wang等^[10]研究3种不同的建筑模型,证明了用惯容减小建筑物振动的性能优势.Ikago等^[11]提出了一种调谐黏滞质量阻尼器(Tuned Viscous Mass Damper, TVMD)以减轻建筑物的地震响应,拟采用的TVMD已在日本的钢结构建筑中应用^[12].Lazar等^[13]将弹簧、阻尼、惯容结合在一起,形成了调谐惯容阻尼器(Tuned Inerter Damper, TID),以减少建筑物地震响应,结果表明只需增加少量质量即能实现更优的振动控制性能.Marian等^[14]将惯容与传统的TMD连在一起形成了调谐质量惯容阻尼器(Tuned Mass Damper Inerter, TMDI)以减少随机支座激励结构系统的振动响应,结果表明TMDI比TMD在减少支座激励振动响应方面效果更好.Wen等^[15]、Pietrosanti等^[16]进一步对比和讨论了TVMD、TMDI和TID减少结构地震响应方面的性能.李亚敏等^[17]研究了电磁惯容阻尼器对超长斜拉索的减振性能,结果表明其响应控制效果优于黏滞阻尼器.Xu等^[18]进行了TMDI在控制桥梁涡振方面的性能研究,结果表明TMDI可以明显降低桥梁涡激振动响应,且能够有效减小质量块静位移和动位移.

因惯容具有放大物理质量的特性,把惯容加入传统TMD系统中形成TMDI从而改善传统TMD的性能.目前国内外尚未见到将TMDI用于大跨度桥梁颤振控制方面的研究.本文提出使用TMDI控制大跨度桥梁颤振,以期提高其颤振临界风速.本文介绍了一种TMDI用于桥梁颤振控制的适用布置形式,建立具有弹簧、阻尼、惯容的单自由度TMDI系统的自由振动方程.基于二维耦合颤振理论推导了桥梁-TMDI系统运动微分方程.最后基于具有理想平板断面的简支梁算例,研究了TMDI参数设定对桥梁颤振控制的影响.

1 基本理论

1.1 单自由度 TMDI 系统

单自由度 TMDI 系统由质量、弹簧、阻尼和惯容 4 部分组成,如图 1 所示,结构质量和刚度分别用 m 和 k 表示,阻尼和惯容分别用 c 和 b 表示,结构位移以静力平衡位置为基准,用 x 表示.单自由度 TMDI 的自由振动微分方程为:

$$(m + b)\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (1)$$

令 $x = Ge^{\lambda t}$,代入式(1),则有:

$$[(m + b)\lambda^2 + c\lambda + k]Ge^{\lambda t} = 0 \quad (2)$$

令 $\omega^2 = k/(m + b)$,得

$$\lambda^2 + \frac{c}{m + b}\lambda + \omega^2 = 0 \quad (3)$$

式(3)的两个根为:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2(m + b)} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4(m + b)^2} - \omega^2} \quad (4)$$

式中: t 为时间; G 为复数幅值; λ 为复数变量; $\omega = \sqrt{k/(m + b)}$ 为系统固有频率.定义 $\varepsilon = c/2(m + b)\omega$ 为系统结构阻尼比.所求的根式中的根号项为零的情况即为临界阻尼条件.

对于悬挂式竖向 TMD,文献[5, 19]提出采用 $x_0 = g/\omega_{TMD}^2$ 估算质量块静位移,沿用该形式结合单自由度系统结构动力分析,对于悬挂式竖向 TMDI,采用 $x_0 = mg/(m + b)\omega_{TMDI}^2$ 估算质量块静位移.其中, g 为重力加速度, ω_{TMD} 、 ω_{TMDI} 分别为 TMD、TMDI 的频率.

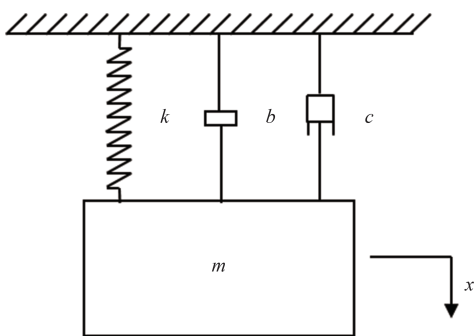


图 1 单自由度竖向 TMDI 系统

Fig.1 Single degree of freedom vertical TMDI system

1.2 桥梁-TMDI 系统布置形式

为了更好地控制桥梁主梁结构的扭转振动,在靠近箱梁横截面边缘位置布置 2 个对称的 TMDI.在最初提出的 TMDI 系统中^[14],惯容一端连接质量块,一端接地可以更好地利用惯容放大物理质量的特

性,但由于桥梁主梁断面位置较高,在实际工程中难以实现,故采用如图 2 所示的布置形式.TMDI 的惯容 b_2 、弹簧 k_2 、阻尼 c_2 三者并联在质量 m_2 和主梁顶底面之间, l 为 TMDI 到桥梁截面中心的距离, h_1 、 α_1 分别为桥梁的竖弯位移、扭转广义位移, h_2 、 h_3 分别为两个 TMDI 质量块相对于主梁的竖向位移,线性惯容力 F 与惯容两端的加速度 μ_a 和 μ_b 之差成正比.

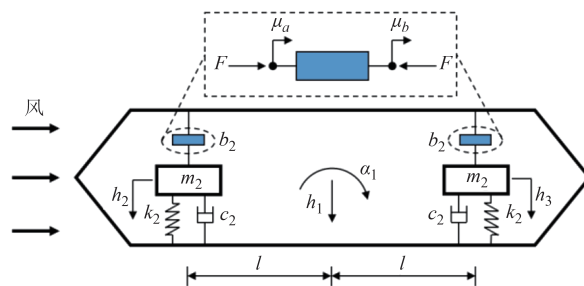


图 2 桥梁-TMDI 系统布置图

Fig.2 Layout of the bridge-TMDI

1.3 基于 TMDI 的二维耦合颤振控制理论

基于两自由度经典颤振理论^[20],考虑最低阶的竖弯和扭转模态,通常可以产生最低颤振临界风速.

本文仅考虑最低阶竖弯和扭转模态参与的二维耦合颤振,建立桥梁-TMDI 系统运动微分方程.单位长度主梁受到的气动升力 L_{se} 和气动扭矩 M_{se} ^[21]如下:

$$L_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(H_1^# \frac{\dot{h}_1}{U} + H_2^# \frac{\dot{\alpha}_1 B}{U} + H_3^# \alpha_1 + H_4^# \frac{h_1}{B} \right) \quad (5)$$

$$M_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left(A_1^# \frac{\dot{h}_1}{U} + A_2^# \frac{\dot{\alpha}_1 B}{U} + A_3^# \alpha_1 + A_4^# \frac{h_1}{B} \right) \quad (6)$$

式中: U 为来流风速; ρ 为空气密度; B 为桥面宽度; $H_i^#$ 、 $A_i^#$ 为颤振导数, $i = 1, 2, 3, 4$, 与桥梁断面形状有关.

由图 2 得 2 个 TMDI 的运动方程分别为:

$$m_2(\ddot{h}_2 + \ddot{h}_1 - l\ddot{\alpha}_1) + b_2\dot{h}_2 + k_2h_2 + c_2\dot{h}_2 = 0 \quad (7)$$

$$m_2(\ddot{h}_3 + \ddot{h}_1 + l\ddot{\alpha}_1) + b_2\dot{h}_3 + k_2h_3 + c_2\dot{h}_3 = 0 \quad (8)$$

采用分离变量法,假定桥梁竖弯振型和扭转振型分别为 $h_1 = \phi(s)\mu(t)$ 和 $\alpha_1 = \psi(s)\gamma(t)$,代入式(7)、式(8).其中, $\phi(s)$ 、 $\psi(s)$ 分别为桥梁竖弯模态、扭转模态形状函数; $\mu(t)$ 、 $\gamma(t)$ 分别为桥梁竖弯振型、扭转振型广义坐标; s 为桥梁各构件中性轴坐标.则 2 个 TMDI 的运动方程分别为:

$$m_2\phi(z_0)\ddot{\mu}(t) - m_2l\psi(z_0)\ddot{\gamma}(t) + (m_2 + b_2)\ddot{h}_2 + k_2h_2 + c_2\dot{h}_2 = 0 \quad (9)$$

$$m_2\phi(z_0)\ddot{\mu}(t) + m_2l\psi(z_0)\dot{\gamma}(t) + (m_2 + b_2)\ddot{h}_3 + k_2h_3 + c_2\dot{h}_3 = 0 \quad (10)$$

式中: z_0 为TMDI在顺桥向的位置.

桥梁结构在TMDI、气动升力和气动扭矩作用下,竖向位移、扭转位移运动方程分别为:

$$m_1\ddot{h}_1 + c_1\dot{h}_1 + k_1h_1 = L_{se} + F_{TMDI} \quad (11)$$

$$I_\alpha\ddot{\alpha}_1 + c_\alpha\dot{\alpha}_1 + k_\alpha\alpha_1 = M_{se} + M_{TMDI} \quad (12)$$

式中: m_1 、 c_1 、 k_1 分别为桥梁每延米质量、竖向阻尼、竖向刚度; I_α 、 c_α 、 k_α 分别为桥梁每延米质量惯性矩、扭转阻尼、扭转刚度; F_{TMDI} 和 M_{TMDI} 分别为TMDI作用在主梁上的竖向力和扭矩.

将式(5)~(10)代入式(11),方程两边同时乘以 $\phi(s)$ 得:

$$\begin{aligned} & [M_s + 2m_2\phi^2(z_0)]\ddot{\mu}(t) + m_2\phi(z_0)\ddot{h}_2 + m_2\phi(z_0)\ddot{h}_3 + \\ & \left(C_h - \frac{1}{2}\rho UBH_1^*C_{11}\right)\dot{\mu}(t) + \left(K_h - \frac{1}{2}\rho U^2H_4^*C_{11}\right)\mu(t) - \\ & \frac{1}{2}\rho UB^2H_2^*C_{12}\dot{\gamma}(t) - \frac{1}{2}\rho U^2BH_3^*C_{12}\gamma(t) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

式中: M_s 、 C_h 和 K_h 分别为桥梁竖弯振型的模态质量、阻尼和刚度; C_{11} 、 C_{12} 分别为竖弯模态积分、竖弯扭转模态耦合积分.

将式(5)~(10)代入式(12),方程两边同时乘以 $\psi(s)$ 得:

$$\begin{aligned} & [I_s + 2m_2l^2\psi^2(z_0)]\dot{\gamma}(t) - m_2l\psi(z_0)\ddot{h}_2 + m_2l\psi(z_0)\ddot{h}_3 + \\ & \left(K_\alpha - \frac{1}{2}\rho U^2B^2A_3^*C_{22}\right)\gamma(t) + \left(C_\alpha - \frac{1}{2}\rho UB^3A_2^*C_{22}\right)\dot{\gamma}(t) - \\ & \frac{1}{2}\rho U^2BA_4^*C_{12}\mu(t) - \frac{1}{2}\rho UB^2A_1^*C_{12}\dot{\mu}(t) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

式中: I_s 、 C_α 和 K_α 分别为桥梁扭转振型的模态质量惯性矩、阻尼和刚度; C_{22} 为扭转模态积分.

其中:

$$M_s = m_1 \int_s \phi^2(s) ds, K_h = k_1 \int_s \phi^2(s) ds, C_h = c_1 \int_s \phi^2(s) ds$$

$$I_s = I_\alpha \int_s \psi^2(s) ds, K_\alpha = k_\alpha \int_s \psi^2(s) ds, C_\alpha = c_\alpha \int_s \psi^2(s) ds$$

$$C_{11} = \int_z \phi^2(z) dz, C_{12} = \int_z \phi(z)\psi(z) dz, C_{22} = \int_z \psi^2(z) dz \quad (15)$$

桥梁-TMDI结构系统运动方程为:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}} + \mathbf{K}\mathbf{Y} = \mathbf{0} \quad (16)$$

$$\mathbf{Y} = \{\mu, \gamma, h_2, h_3\} \quad (17)$$

式中: \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{K} 分别为系统质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵; \mathbf{Y} 为系统位移向量.令 $\mathbf{Y} = \mathbf{X}e^{i\omega t}$, \mathbf{X} 为复数幅值,

代入式(16),则有:

$$(\mathbf{M}\lambda^2 + \mathbf{C}\lambda + \mathbf{K})\mathbf{X}e^{i\omega t} = \mathbf{0} \quad (18)$$

式(18)有非零解,则要求其系数行列式为零,即:

$$|\mathbf{M}\lambda^2 + \mathbf{C}\lambda + \mathbf{K}| = 0 \quad (19)$$

展开式(19),得

$$\sum_i^8 a_i \lambda^{(8-i)} = 0 \quad (20)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_0 &= 4A_2^2A_4^2 + A_1A_3(m_2 + b_2)^2 - 2A_1A_4^2(m_2 + b_2) - 2A_2^2A_3(m_2 + b_2) \\ a_1 &= A_3A_5(m_2 + b_2)^2 + 2A_1A_3c_2(m_2 + b_2) - 2A_1A_4^2c_2 + A_1A_8(m_2 + b_2)^2 - 2A_4^2A_5(m_2 + b_2) - 2A_2^2A_8(m_2 + b_2) - 2A_2^2A_3c_2 \\ a_2 &= A_3A_9(m_2 + b_2)^2 + A_1A_3c_2^2 + 2A_1A_3k_2(m_2 + b_2) + 2A_3A_5c_2(m_2 + b_2) + A_5A_8(m_2 + b_2)^2 - 2A_2^2A_3k_2 + 2A_1A_8c_2(m_2 + b_2) + A_1A_{12}(m_2 + b_2)^2 - A_6A_7(m_2 + b_2)^2 - 2A_4^2A_9(m_2 + b_2) - 2A_2^2A_{12}(m_2 + b_2) - 2A_4^2A_5c_2 - 2A_2^2A_8c_2 - 2A_1A_4^2k_2 \\ a_3 &= A_8A_9(m_2 + b_2)^2 - 2A_2^2A_8k_2 + 2A_5A_8c_2(m_2 + b_2) - A_6A_{11}(m_2 + b_2)^2 + 2A_1A_8k_2(m_2 + b_2) + A_3A_5c_2^2 + A_5A_{12}(m_2 + b_2)^2 + 2A_3A_5k_2(m_2 + b_2) + A_1A_8c_2^2 + 2A_3A_9c_2(m_2 + b_2) + 2A_1A_3c_2k_2 - 2A_4^2A_9c_2 - 2A_4^2A_5k_2 - 2A_6A_7c_2(m_2 + b_2) - 2A_2^2A_{12}c_2 + 2A_1A_{12}c_2(m_2 + b_2) - A_7A_{10}(m_2 + b_2)^2 \\ a_4 &= A_1A_3k_2^2 + A_3A_9c_2^2 + 2A_3A_9k_2(m_2 + b_2) + 2A_3A_5c_2k_2 + A_9A_{12}(m_2 + b_2)^2 + A_1A_{12}c_2^2 + 2A_1A_{12}k_2(m_2 + b_2) - 2A_2^2A_{12}k_2 + 2A_5A_{12}c_2(m_2 + b_2) + A_5A_8c_2^2 + 2A_5A_8k_2(m_2 + b_2) - 2A_4^2A_9k_2 + 2A_8A_9c_2(m_2 + b_2) + 2A_1A_8c_2k_2 - 2A_6A_7k_2(m_2 + b_2) - A_6A_7c_2^2 - 2A_6A_{11}c_2(m_2 + b_2) - 2A_7A_{10}c_2(m_2 + b_2) - A_{10}A_{11}(m_2 + b_2)^2 \\ a_5 &= A_1A_8k_2^2 + A_8A_9c_2^2 + 2A_8A_9k_2(m_2 + b_2) - A_6A_{11}c_2^2 - A_7A_{10}c_2^2 + 2A_5A_8c_2k_2 - 2A_6A_{11}k_2(m_2 + b_2) - A_7A_{10}k_2(m_2 + b_2) + A_3A_5k_2^2 + 2A_3A_9c_2k_2 + 2A_5A_{12}k_2(m_2 + b_2) + 2A_9A_{12}c_2(m_2 + b_2) + 2A_1A_{12}c_2k_2 - 2A_{10}A_{11}c_2(m_2 + b_2) - 2A_6A_7c_2k_2 + A_5A_{12}c_2^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_6 &= A_1 A_{12} k_2^2 + A_9 A_{12} c_2^2 + 2A_9 A_{12} k_2 (m_2 + b_2) + \\
 &\quad 2A_5 A_{12} c_2 k_2 + A_5 A_8 k_2^2 + 2A_8 A_9 c_2 k_2 - A_{10} A_{11} c_2^2 - \\
 &\quad 2A_{10} A_{11} k_2 (m_2 + b_2) - 2A_6 A_{11} c_2 k_2 - 2A_7 A_{10} c_2 k_2 + \\
 &\quad A_3 A_9 k_2^2 - A_6 A_7 k_2^2 \\
 a_7 &= A_5 A_{12} k_2^2 + 2A_9 A_{12} c_2 k_2 - A_6 A_{11} k_2^2 - A_7 A_{10} k_2^2 + \\
 &\quad A_8 A_9 k_2^2 - 2A_{10} A_{11} c_2 k_2 \\
 a_8 &= A_9 A_{12} k_2^2 - A_{10} A_{11} k_2^2
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

式中:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= M_s + 2m_2 \phi^2(z_0), A_2 = m_2 \phi(z_0), A_3 = I_s + 2m_2 l^2 \psi^2(z_0), \\
 A_4 &= m_2 l \psi(z_0), A_5 = C_h - \frac{1}{2} \rho U B H_1^{\#} C_{11}, A_6 = -\frac{1}{2} \rho U B^2 H_2^{\#} C_{12}, \\
 A_7 &= -\frac{1}{2} \rho U B^2 A_1^{\#} C_{12}, A_8 = C_{\alpha} - \frac{1}{2} \rho U B^3 A_2^{\#} C_{22}, \\
 A_9 &= K_h - \frac{1}{2} \rho U^2 H_4^{\#} C_{11}, A_{10} = -\frac{1}{2} \rho U^2 B H_3^{\#} C_{12}, \\
 A_{11} &= -\frac{1}{2} \rho U^2 B A_4^{\#} C_{12}, A_{12} = K_{\alpha} - \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 A_3^{\#} C_{22}
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

式(20)多项式解的实部都小于零代表衰减振动,结构处于稳定状态;多项式有一个解实部大于零代表发散振动,结构处于发散状态;多项式任一解实部等于零为临界状态,此时计算的风速即为颤振临界风速. 根据劳斯-赫尔维茨稳定性判据,编写桥梁-TMDI 系统颤振临界风速的求解程序.

2 算例

2.1 算例验证

为了检验本文理论方法及求解程序的正确性和可靠性,采用文献[22]中具有理想平板断面的简支梁模型进行验证. 设置纵桥向为 x 轴、横桥向为 z 轴、竖向为 y 轴,简支梁桥桥长 L 取 300 m,桥宽 B 取 40 m. 材料属性弹性模量 E 取 210 GPa,泊松比为 0.3. 竖向抗弯惯性矩 I_{zz} 取 10 m^4 , 横向抗弯惯性矩 I_{yy} 取 85.714 m^4 , 抗扭惯性矩 I_{xx} 取 5.076 m^4 . 每延米质量 m 为 20 t, 每延米质量惯性矩 I_m 为 $4.5 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}$, 空气密度 ρ 为 1.248 kg/m^3 .

采用 BEAM4 单元模拟主梁,采用 MASS21 单元模拟质量和质量惯性矩,全桥模型共 30 个梁单元、29 个质量单元,对于细长梁的质量采用集中质量矩阵近似. 模型左端支座约束 UX,UY,UZ,ROTX,右端支座约束 UY,UZ,ROTX,如图 3 所示. 表 1 为简支梁前 10 阶模态分析结果.



图 3 简支梁有限元模型

Fig.3 Finite element model for simply supported beam

表 1 简支梁前 10 阶模态分析结果

Tab.1 The first ten modal analysis results of simple supported beam

模态阶数	频率/Hz	振型描述
1	0.178 8	1 阶正对称竖弯
2	0.502 9	1 阶正对称扭转
3	0.523 6	1 阶正对称侧弯
4	0.715 4	1 阶反对称竖弯
5	1.004 3	1 阶反对称扭转
6	1.503 0	2 阶正对称扭转
7	1.609 6	2 阶正对称竖弯
8	1.997 6	2 阶反对称扭转
9	2.094 4	1 阶反对称侧弯
10	2.486 8	3 阶正对称扭转

假定各阶模态阻尼比为零,选取简支梁 1 阶正对称竖弯及 1 阶正对称扭转模态,计算简支梁的颤振临界风速. 文献[21,23]零攻角理想平板颤振导数解析解为无量纲折算频率 $k(k = b_b \omega/U)$ 或无量纲频率 $K(K = 2k)$ 的函数,与桥面半宽 b_b 、振动圆频率 ω (由模态分析结果可知)、来流风速 U (程序搜索计算给出) 等参数有关. 颤振临界风速计算结果为 135.01 m/s, 颤振频率为 0.397 8 Hz. 根据文献[22]可知,具有理想平板断面的简支梁颤振临界风速精确解为 136.30 m/s, 颤振频率精确解为 0.391 4 Hz,具体结果对比见表 2. 说明本文理论方法及求解程序具有较高的精度.

表 2 颤振计算结果对比

Tab.2 Comparison of flutter analysis results

方法	颤振风速/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	颤振频率/Hz	颤振风速相对误差/%
本文方法	135.01	0.397 8	0.94
精确解	136.30	0.391 4	0

2.2 TMDI 参数设定

以具有理想平板断面的简支梁为算例,研究 TMDI 参数设置对颤振控制的影响. 设定 TMDI 颤振控制效率为:

$$\eta = \frac{U_{\text{TMDI}} - U_b}{U_b} \times 100\%
 \tag{23}$$

式中: U_{TMDI} 、 U_b 分别表示桥梁-TMDI 系统和桥梁原结构颤振临界风速。

TMDI 用于颤振控制的主要参数主要包括: TMDI 的安放位置、质量、惯容、频率和阻尼比. TMDI 控制效率与其惯性力有关, 一般 TMDI 安放在桥梁主梁振幅最大位置, 本文 TMDI 安放在主梁跨中位置, 为了控制桥梁扭转, TMDI 尽量安放在靠近桥梁横断面边缘位置, l 取 16 m. 对 TMDI 的质量、惯容、频率和阻尼比本文分别设定了较大取值区间以获得更好的研究结果. 分别设定 TMDI 质量比 μ_m 、TMDI 惯容比 β 、TMDI 频率偏比 μ_ω 及阻尼比 $\varepsilon_{\text{TMDI}}$.

$$\mu_m = \frac{m_{\text{TMDI}}}{m_b}, \beta = \frac{b_{\text{TMDI}}}{m_b}, \mu_\omega = \frac{\omega_{\text{TMDI}} - \omega_b}{\omega_b},$$

$$\varepsilon_{\text{TMDI}} = \frac{c_{\text{TMDI}}}{2(m_{\text{TMDI}} + b_{\text{TMDI}})\omega_{\text{TMDI}}} \quad (24)$$

式中: m_{TMDI} 、 b_{TMDI} 、 ω_{TMDI} 、 c_{TMDI} 分别为 TMDI 的质量、惯容、频率、阻尼系数; m_b 、 ω_b 分别为桥梁每延米模态等效质量、颤振频率。

2.3 TMDI 参数分析

质量比 μ_m 取 0.1~0.8, 间距为 0.1, 共 8 组; 惯容比 β 取 0~0.8, 间距为 0.1, 共 9 组; 频率偏比 μ_ω 取 -0.25~0.25, 共 15 组; 阻尼比 $\varepsilon_{\text{TMDI}}$ 取 0~0.1, 间距 0.02, 共 6 组. 对以上所有参数利用桥梁-TMDI 系统颤振临界风速求解程序对具有理想平板断面的简支梁进行颤振分析, 并与传统 TMD (惯容比 $\beta = 0$) 分析结果进行对比研究。

图 4 给出了质量比 μ_m 为 0.4、阻尼比 $\varepsilon_{\text{TMDI}}$ 为 0.04 时, 颤振控制效率与频率偏比的关系. 由图 4 可知, TMDI 的颤振控制效率略逊于 TMD, 当惯容比分别为 0.2、0.4 时, TMDI 颤振控制效率相比于 TMD (惯容比 $\beta = 0$) 分别下降了 6.78%、18.17%, 这与惯容连接在质量块和桥面板之间未能接地有关, 惯容能放大物理质量的特性并没有完全被利用. 分别用 $x_0 = g/\omega_{\text{TMD}}^2$ 和 $x_0 = mg/(m+b)\omega_{\text{TMD}}^2$ 估算 TMD、TMDI 质量块的静位移. 当惯容比分别为 0、0.2、0.4 时, 质量块的静位移分别为 1.62 m、1.08 m、0.81 m, TMDI 相比于 TMD 质量块静位移大幅降低, 分别下降了 33.33%、50.00%, 这取决于惯容比与质量比的比值. TMDI 可以在得到较好颤振控制效率情况下, 大幅降低质量块静位移, 在实际工程颤振控制方面, TMDI 更为实用。

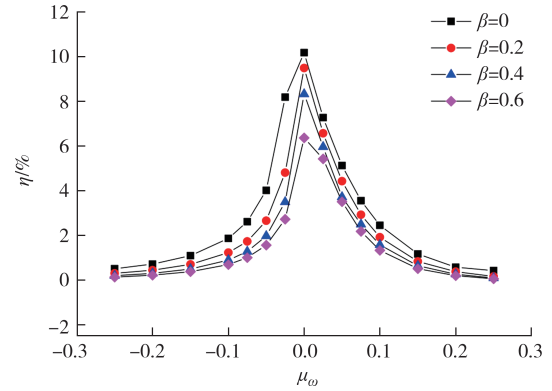
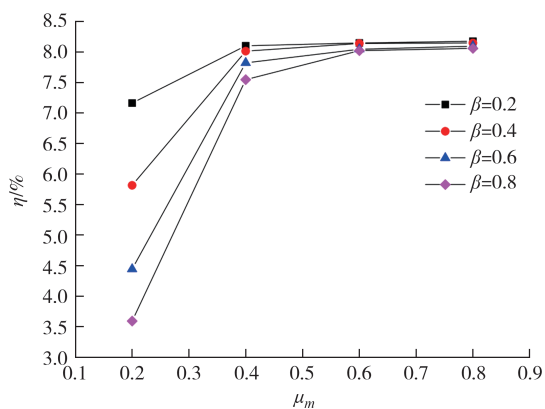
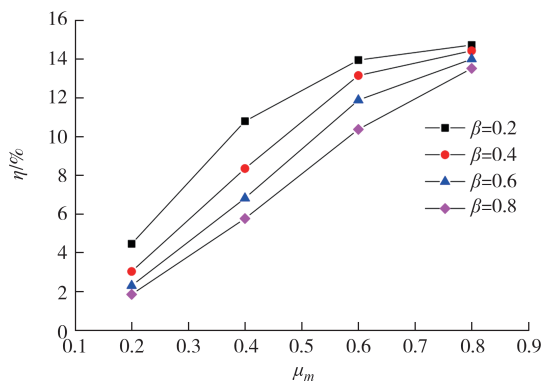
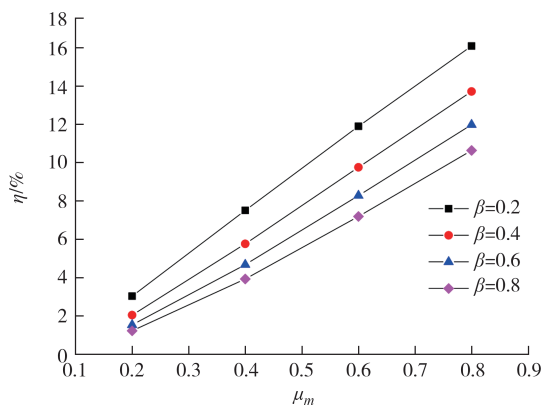


图 4 TMDI 颤振控制效率与频率偏比的关系
($\mu_m = 0.4, \varepsilon_{\text{TMDI}} = 0.04$)

Fig.4 Relationship between TMDI flutter control efficiency and frequency offset ratio ($\mu_m = 0.4, \varepsilon_{\text{TMDI}} = 0.04$)

从图 4 可以看出, TMDI 中间有效带宽比 TMD 更窄, TMDI 颤振控制效率对频率更加敏感. TMDI 频率偏离桥梁结构颤振频率适用范围时, TMDI 颤振控制效率会迅速下降. 当频率偏比达到一定程度时, 无论怎样调整 TMDI 的其他参数, 对 TMDI 颤振控制效率提升效果都不大. 一般在频率偏比接近零的情况下, 可以获得较优颤振控制效率, 在实际工程应用中 TMDI 的频率设定非常重要。

图 5~图 7 对比了不同阻尼比 TMDI 颤振最优控制效率与质量比的关系. 由图 6 可知, 当 $\mu_m = 0.6$, 惯容比分别为 0.2、0.4、0.6、0.8 时, 颤振最优控制效率分别为 13.94%、13.14%、11.87%、10.36%, 在惯容、阻尼、弹簧并联在质量块和主梁顶底板之间的布置形式下, 惯容会削弱 TMDI 颤振控制效果. 由图 7 可知, 当 $\beta = 0.2$, 质量比分别为 0.2、0.4、0.6、0.8 时, 颤振最优控制效率分别为 3.03%、7.51%、11.90%、16.09%, 质量比的增大, 对 TMDI 颤振最优控制效率有明显的提升作用, 这与传统 TMD 的特性类似; 在给定条件下, 2 个 TMDI 的颤振控制效率达到了 16.09%, 说明 TMDI 能有效控制桥梁颤振, 提高桥梁颤振临界风速. 从图 5~图 7 对比可以看出, 质量比为 0.2 时, 阻尼比为 0.02 时的颤振控制效率最高; 质量比分别为 0.4、0.6 时, 阻尼比为 0.04 时的颤振控制效率最高; 质量比为 0.8 时, 阻尼比为 0.06 时的颤振控制效率最高. 对于阻尼比的影响, 总的来说, 当质量比较小时, 阻尼比较小更加有效; 质量比较大时, 较大的阻尼比更为有效, 阻尼比的选择范围也更广。

图 5 TMDI 颤振最优控制效率与质量比的关系 ($\varepsilon_{\text{TMDI}} = 0.02$)Fig.5 Relationship between TMDI optimal flutter control efficiency and mass ratio ($\varepsilon_{\text{TMDI}} = 0.02$)图 6 TMDI 颤振最优控制效率与质量比的关系 ($\varepsilon_{\text{TMDI}} = 0.04$)Fig.6 Relationship between TMDI optimal flutter control efficiency and mass ratio ($\varepsilon_{\text{TMDI}} = 0.04$)图 7 TMDI 颤振最优控制效率与质量比的关系 ($\varepsilon_{\text{TMDI}} = 0.06$)Fig.7 Relationship between TMDI optimal flutter control efficiency and mass ratio ($\varepsilon_{\text{TMDI}} = 0.06$)

3 结论

以具有理想平板断面的简支梁为例,经过桥梁-TMDI 系统颤振临界风速求解及参数分析研究,并与传统 TMD 控制效果进行比较,得出了以下

结论:

1) TMDI 可以有效提高桥梁的颤振临界风速,在给定条件下,颤振控制率可以达到 16.09%.

2) 虽然与 TMD 相比, TMDI 颤振控制效率略有降低,但 TMDI 可以大幅减小质量块的静态位移.在保证良好颤振控制效果的前提下,静态位移可以降低 50.00% 以上,使 TMDI 在实际工程中更具实用性.

3) 质量越大, TMDI 颤振控制效果越明显.同等条件下相对于惯容,质量对颤振控制效果影响更明显.

4) TMDI 阻尼比具有不同的质量适用范围.当质量较小时,较小的阻尼比更有效;当质量较大时,较大的阻尼比效果更佳,适用范围也更广泛.

5) TMDI 颤振控制效率对 TMDI 频率极为敏感.较小的频率偏差会导致颤振控制效率明显下降,因此在实际工程应用中, TMDI 频率设定至关重要.

本文为 TMDI 在桥梁颤振控制工程应用中的可行性提供了理论参考. TMDI 二维耦合颤振理论适用于竖弯和扭转模态较纯的桥型,对于模态耦合复杂的桥型,多模态理论更为适用.本文基于线性颤振理论采用频域方法进行颤振分析,后续可以考虑颤振的非线性,研究 TMDI 非线性颤振过程中的动态位移响应.另外,弹簧、阻尼、惯容并联的方式,未能充分发挥惯容放大物理质量的作用,可以考虑改变三者连接方式或使惯容类接地,以更有效地发挥惯容的作用.

参考文献

- [1] GU M, CHANG C C, WU W, et al. Increase of critical flutter wind speed of long-span bridges using tuned mass dampers [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1998, 73(2): 111-123.
- [2] LIN Y Y, CHENG C M, SUN D. Wind-induced vibration control of long-span bridges by multiple tuned mass dampers [J]. Tamkang Journal of Science and Engineering, 2000, 3(1): 1-13.
- [3] LIN Y Y, CHENG C M. Performance of multiple tuned mass dampers for suppressing buffeting response and increasing flutter speed of long-span bridges [J]. Journal of the Chinese Institute of Engineers, 2001, 24(3): 273-288.
- [4] CHEN X Z, KAREEM A. Efficacy of tuned mass dampers for bridge flutter control [J]. Journal of Structural Engineering, 2003, 129(10): 1291-1300.
- [5] 陈政清, 黄智文, 王建辉, 等. 桥梁用 TMD 的基本要求与电涡流 TMD [J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2013, 40(8): 6-10. CHEN Z Q, HUANG Z W, WANG J H, et al. Basic requirements

- of tuned mass damper for bridges and the eddy current TMD[J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2013, 40(8): 6-10. (in Chinese)
- [6] 陈政清, 华旭刚, 牛华伟, 等. 永磁电涡流阻尼新技术及其在土木工程中的应用[J]. *中国公路学报*, 2020, 33(11): 83-100. CHEN Z Q, HUA X G, NIU H W, et al. Technological innovations in eddy current damping and its application in civil engineering[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2020, 33(11): 83-100. (in Chinese)
- [7] SMITH M C. Synthesis of mechanical networks: the inerter[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(10): 1648-1662.
- [8] PAPAGEORGIOU C, SMITH M C. Laboratory experimental testing of inerters[C]//*Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*. Seville, Spain, New York: IEEE, 2005: 3351-3356.
- [9] 张瑞甫, 曹嫣如, 潘超. 惯容减震(振)系统及其研究进展[J]. *工程力学*, 2019, 36(10): 8-27. ZHANG R F, CAO Y R, PAN C. Inerter system and its state-of-the-art[J]. *Engineering Mechanics*, 2019, 36(10): 8-27. (in Chinese)
- [10] WANG F C, HONG M F, CHEN C W. Building suspensions with inerters [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2010, 224(8): 1605-1616.
- [11] IKAGO K, SAITO K, INOUE N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, 41(3): 453-474.
- [12] SUGIMURA Y, GOTO W, TANIZAWA H, et al. Response control effect of steel building structure using tuned viscous mass dampers [J]. *AIJ Journal of Technology and Design*, 2012, 18(39): 441-446.
- [13] LAZAR I F, NEILD S A, WAGG D J. Using an inerter-based device for structural vibration suppression [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2014, 43(8): 1129-1147.
- [14] MARIAN L, GIARALIS A. Optimal design of a novel Tuned Mass Damper Inerter (TMDI) passive vibration control configuration for stochastically support-excited structural systems [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2014, 38: 156-164.
- [15] WEN Y, CHEN Z, HUA X. Design and evaluation of tuned inerter-based dampers for the seismic control of mdfstructures [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2016, 143(4): 04016207.
- [16] PIETROSANTI D, DE ANGELIS M, BASILI M. Optimal design and performance evaluation of systems with Tuned Mass Damper Inerter (TMDI) [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2017, 46(8): 1367-1388.
- [17] 李亚敏, 沈文爱, 朱宏平. 电磁惯质阻尼器对超长斜拉索的减振性能分析[J]. *土木工程与管理学报*, 2020, 37(6): 93-100. LI Y M, SHEN W A, ZHU H P. Vibration mitigation performance analysis of electromagnetic inertial mass damper for super-long stay cables [J]. *Journal of Civil Engineering and Management*, 2020, 37(6): 93-100. (in Chinese)
- [18] XU K, BI K M, HAN Q, et al. Using tuned mass damper inerter to mitigate vortex-induced vibration of long-span bridges: analytical study [J]. *Engineering Structures*, 2019, 182: 101-111.
- [19] LI C X, ZHOU D. Evaluation of multiple active lever-type tuned mass dampers for structures under ground acceleration [J]. *Engineering Structures*, 2004, 26(3): 303-317.
- [20] SCANLAN R H, TOMKO J J. Airfoil and bridge deck flutter derivatives [J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1971, 97(6): 1717-1737.
- [21] 陈政清. 桥梁风工程 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2005: 67-73. CHEN Z Q. *Bridge wind engineering* [M]. Beijing: China Communications Press, 2005: 67-73. (in Chinese)
- [22] 华旭刚, 陈政清. 基于 ANSYS 的桥梁全模态颤振频域分析方法 [J]. *中国公路学报*, 2007, 20(5): 41-47. HUA X G, CHEN Z Q. Full-mode flutter frequency domain analysis method of bridge based on ANSYS [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2007, 20(5): 41-47. (in Chinese)
- [23] THEODORSEN T. Report No. 496, general theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 1935, 219(6): 766-767.