

文章编号:1674-2974(2016)04-0038-06

振动落砂机系统的拟周期碰撞设计*

伍新^{1,2}, 文桂林^{1†}, 何莉萍¹, 徐慧东¹, 魏克湘²

(1. 湖南大学 汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 湖南长沙 410082;

2. 湖南工程学院 机械工程学院, 湖南湘潭 411104)

摘要:首先建立了落砂机系统周期运动的 Poincaré 映射, 考虑到在设计过程中经典的 Neimark-Sacker 分岔临界准则需要直接计算特征值带来的局限性, 利用不直接依赖于特征值计算的显式临界准则, 获得了系统发生 Neimark-Sacker 分岔的两参数区域图, 所获得的参数区域图有助于主动设计系统的拟周期碰撞运动. 然后应用中心流形-正则形方法进一步分析了拟周期碰撞运动的稳定性. 最后数值仿真表明在选定的系统参数处能产生稳定的拟周期碰撞运动.

关键词:落砂机; 冲击振动; Neimark-Sacker 分岔; 拟周期碰撞运动; 稳定性

中图分类号:O322; TB123

文献标识码:A

Design of Quasi-periodic Impact Motion of an Impact Shaker System

WU Xin^{1,2}, WEN Gui-lin^{1†}, HE Li-ping¹, XU Hui-dong¹, WEI Ke-xiang²

(1. State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan Univ, Changsha, Hunan 410082, China;

2. School of Mechanical Engineering, Hunan Institute of Engineering, Xiangtan, Hunan 411104, China)

Abstract: The Poincaré map of periodic motion was established, and the bifurcation diagram of two parameters was obtained by using an explicit critical criterion without using eigen values when the difficulties caused by the classical Neimark-Sacker bifurcation critical criterion described by the properties of eigenvalues were considered. The bifurcation diagram helps to proactively design the quasi-periodic impact motion of the system. Then, the stability of the quasi-periodic impact motion was further analyzed by utilizing the center manifold and normal formal theory. Finally, numerical experiments verify that the stable quasi-periodic impact motion can be generated at chosen parameters points.

Key words: shaker system; impact vibration; Neimark-Sacker bifurcation; quasi-periodic impact motion; stability

碰撞振动在实际工程领域中普遍存在, 由于碰撞和冲击过程中固有的不连续性造成的强非线性,

使得系统的动力学响应十分复杂多变, 产生丰富的非线性现象, 如分岔和混沌现象等^[1-6].

* 收稿日期: 2015-01-30

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(11225212); 国家自然科学基金资助项目(11172100, 11002052), National Natural Science Foundation of China(11172100, 11002052); 湖南省自然科学基金资助项目(2016JJ4027)

作者简介: 伍新(1976-), 男, 湖南新化人, 湖南大学博士研究生, 湖南工程学院讲师

† 通讯联系人, E-mail: glwen@hnu.edu.cn

振动落砂机是一种利用碰撞振动原理对砂箱进行落砂的机械设备. 这种周期碰撞的机械设备工作频率单一, 导致生产效率低、能耗高. 而拟周期碰撞是典型的非线性振动, 与简单的周期碰撞相比, 拟周期碰撞具有多频性, 以及振动加振荡之复式激振品质, 可提高系统的功能和效率, 同时又没有混沌运动的不可预测性和初始条件敏感性, 该特性在实际工程领域具有应用潜力, 能有效解决上述存在的一些缺陷.

近来, 国内外一些学者对振动落砂机系统非线性特性开展了理论和数值模拟分析. 罗冠炜等^[7]通过理论分析和数值仿真揭示了振动落砂机周期运动经概周期分岔和倍周期分岔通向混沌的演化过程. 丁旺才等^[8]使用中心流形-范式方法研究了振动落砂机系统在强共振下的两参数开折的局部动力学行为并通过数值仿真进一步揭示了系统共振点附近的Hopf分岔不变环面和次谐波4-4周期运动.

随着分岔理论和非线性动力学设计方法的发展, 人们开始关注如何主动利用分岔特性来提高系统的功能与效率, 通过主动选择系统的参数来设计出具有期望特性的分岔解. 然而上述文献中对振动落砂机系统的非线性现象的研究大部分是基于特征值的特性来描述的传统分岔准则. 对于一个四维多参数的落砂机碰撞振动系统, 如果按照传统的Hopf分岔临界准则, 逐点试算特征值是否满足分岔的存在条件, 这对于通过设计来主动实现分岔解具有一定的局限性. 针对传统分岔准则的不足, 文桂林等^[9]提出了新的离散系统Hopf分岔准则, 建立的Hopf分岔准则是由一些系统参数构成的代数等式和不等式组成的显式分岔临界准则, 并不依赖于特征值的计算, 这更适合分岔参数机理分析和设计.

本文以振动落砂机系统为研究对象, 针对传统的映射Hopf分岔临界准则在主动设计方面存在的局限性, 基于Neimark-Sacker分岔(二次Hopf分岔)理论, 使用不直接依赖于特征值计算的显式临界准则来设计系统的参数, 使其产生拟周期碰撞运动. 然后, 应用中心流形-正则形方法来分析拟周期碰撞运动的稳定性. 最后, 通过选取适当的系统参数, 数值实现了系统稳定的拟周期碰撞运动.

1 力学模型及其运动方程

对于振动落砂机系统的设计, 仅考虑垂直方向振动, 将振动落砂机系统简化为图1所示的两自由

度的质量弹簧阻尼器系统. 其中, 质量块 M, m 分别表示质量为 M 的振动基座和质量为 m 的砂箱(包括型砂和铸件), 振动基座和基础之间用刚度为 K 的线性弹簧和阻尼系数为 C 的阻尼器连接, 振动基座受到简谐力 $F\sin(\omega t + \delta)$ 的作用. 图中 X, Y 分别表示基座和砂箱的位移. 砂箱和基座不发生碰撞时, 砂箱只受重力作用, 当基座和砂箱位移相同即 $X = Y$, 并且相对速度不为零时, 它们会发生垂直方向的正碰. 为了方便计算, 振动落砂机系统采用文献[10]中的无量纲运动微分方程来描述:

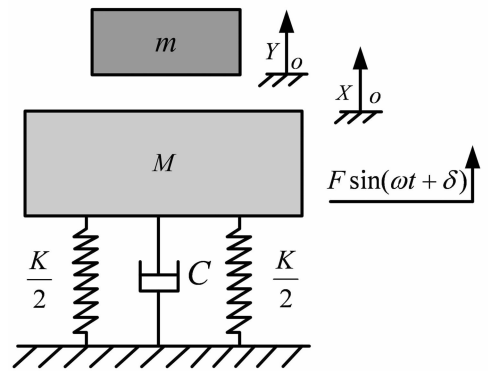


图1 振动落砂机的力学模型

Fig. 1 Schematic of an impact shaker model

$$\begin{cases} \ddot{x} + \frac{2\zeta}{z}\dot{x} + \frac{1}{z^2}x = \frac{\sqrt{(1-z^2)^2 + (2\zeta z)^2}}{z^2} \sin(\theta + \delta) & (x \neq y) \\ \ddot{y} = -e_1 & \\ \begin{cases} \dot{x}_- + \rho\dot{y}_- = \dot{x}_+ + \rho\dot{y}_+ \\ \dot{x}_- - \dot{y}_- = -\hat{R}(\dot{x}_+ - \dot{y}_+) \end{cases} & (x = y) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_- + \rho\dot{y}_- = \dot{x}_+ + \rho\dot{y}_+ \\ \dot{x}_- - \dot{y}_- = -\hat{R}(\dot{x}_+ - \dot{y}_+) \end{cases} \quad (2)$$

无量纲方程中的“ \cdot ”表示对无量纲 θ 求导数, \hat{R} 表示碰撞恢复系数.

2 振动落砂机系统周期运动的Poincaré映射

由无量纲方程(1)和(2)可知, 在系统未发生碰撞时, 基座和砂箱会遵循方程(1)做连续运动. 当发生碰撞时, 基座和砂箱的速度会遵循冲击方程(2)发生突变, 得到下一次做连续运动的初始值, 因此系统会进行碰撞、连续运动、再碰撞的循环运动. 为了使系统产生Neimark-Sacker分岔, 求得一个周期冲击运动. 其无碰撞部分的解析表达式如下^[8]:

$$\begin{aligned} x_p(\theta) &= e^{-\zeta(\theta/z)} (b_{10} \cos \eta(\theta/z) + b_{20} \sin \eta(\theta/z)) + \\ &\quad \sin(\theta + \tau_0), \\ \dot{x}_p(\theta) &= [e^{-\zeta(\theta/z)} / z] [(b_{20} \eta - b_{10} \zeta) \cos \eta(\theta/z) - \end{aligned} \quad (3)$$

$$(b_{20}\zeta + b_{10}\eta)\sin\eta(\theta/z)] + \cos(\theta + \tau_0), \quad (4)$$

$$y_p(\theta) = b_{30} + b_{40}\theta - e_1\theta^2/2, \quad (5)$$

$$\dot{y}_p(\theta) = b_{40} - e_1\theta. \quad (6)$$

表达式(3)~(6)中,确定的周期运动的相位角和积分常数如下

$$\tau_0 = \cos^{-1}\left(e_1\pi\left(\frac{1 - (2\rho + 1)\hat{R}}{1 + \hat{R}} - \frac{2\rho(\eta(c-1) + \zeta)}{\eta(s^2 + (c-1)^2)}\right)\right), \quad (7)$$

$$b_{10} = \frac{-2\pi z \rho s e_1}{\eta(s^2 + (c-1)^2)}, b_{20} = \frac{2\pi z \rho(c-1)e_1}{\eta(s^2 + (c-1)^2)}, \quad (8)$$

$$b_{30} = b_{10} + \sin(\tau_0), b_{40} = e_1\pi. \quad (9)$$

其中, $s = e^{-\zeta(2\pi/z)} \sin \eta(2\pi/z)$, $c = e^{-\zeta(2\pi/z)} \cos \eta(2\pi/z)$.

由表达式(7),可知周期运动需满足下面的一个条件:

$$\left| e_1\pi\left(\frac{1 - (2\rho + 1)\hat{R}}{1 + \hat{R}} - \frac{2\rho(\eta(c-1) + \zeta s)}{\eta(s^2 + (c-1)^2)}\right) \right| \leq 1. \quad (10)$$

基于获得的周期解(3)~(6),选择系统的 Poincaré 截面

$$\begin{aligned} \sigma &= \{(x, \dot{x}, y, \dot{y}, \theta) \in R^4 \times S, x = y, \\ &\dot{x} = \dot{x}_+, \dot{y} = \dot{y}_+\}, \\ S &= R(\text{mod } 2\pi). \end{aligned}$$

这里, R 表示实数,可建立如下的 Poincaré 映射

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= F(\mu, X_k) = \\ &\begin{pmatrix} \tilde{F}_1(\mu, \theta(x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k), x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k) \\ \tilde{F}_2(\mu, \theta(x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k), x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k) \\ \tilde{F}_3(\mu, \theta(x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k), x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k) \\ \tilde{F}_4(\mu, \theta(x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k), x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k) \end{pmatrix} = \\ &\begin{pmatrix} F_1(\mu, x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k) \\ F_2(\mu, x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k) \\ F_3(\mu, x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k) \\ F_4(\mu, x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k) \end{pmatrix} \quad (11) \end{aligned}$$

其中 $X_k = (x_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \tau_k)^T$, 分岔参数 μ 是系统参数 z, ζ, ρ, \hat{R} 和 β 中的一个或者多个. 这样系统(1)和(2)的周期碰撞运动就对应 Poincaré 映射(11)的一个不动点.

3 振动落砂机系统的拟周期碰撞运动

3.1 振动落砂机系统 Neimark-Sacker 分岔的显式临界条件

为了设计出振动落砂机系统拟周期碰撞运动,主要任务就是确定适当的系统参数,使系统(11)发

生 Neimark-Sacker 分岔. 如果采用传统的分岔临界准则,需要在参数空间内通过逐点取值来计算和验证系统的特征值是否满足 Neimark-Sacker 分岔的临界准则,这种数值搜寻的方法具有一定的盲目性和不确定性,非常耗时. 另外,虽然可以采用极点配置方法找到满足特征值分布条件的系统参数点,但该方法也是先确定特征值后再确定参数,确定的参数对于系统仍存在机理不明确问题. 特别是对于横截条件,由于需要求特征值对分岔参数的导数,极点配置方法无法解决. 因此为了克服传统分岔临界准则的局限性,本文采用不直接依赖于特征值计算的映射 Neimark-Sacker 分岔的显式临界条件来获得系统参数.

设映射(11)的一个不动点为 $X^* = (x^*, \dot{x}^*, \dot{y}^*, \tau^*)^T$, 在不动点处映射(11)的线性化矩阵的特征多项式为:

$$P_\mu(\lambda) = \lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4. \quad (12)$$

这里选取 $\mu = (\rho, \beta)$, $a_i = a_i(\rho, \beta)$ 是与分岔参数 ρ 和 β 有关的实数, $i = 1, \dots, 4$. 针对建立的振动落砂机系统周期运动的 Poincaré 映射(11),有如下的引理.

引理 1^[9] 映射(11)在 $\mu = \mu_0$ 处发生 Neimark-Sacker 分岔,当且仅当满足下列条件(I)~(V)

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad &\Delta = 1 - a_2 - a_4 + a_1a_3 + 2a_2a_4 - a_3^2 - a_4^2 + \\ &a_1a_3a_4 - a_2^2a_4 - a_2a_4^2 + a_4^3 = 0; \\ \text{(II)} \quad &1 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 > 0, 1 + a_4 > 0, \\ &1 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 > 0, 1 - a_4 > 0, \\ &1 + a_2 + a_4 - a_1a_3 - a_3^2 - a_4^2 + a_1a_3a_4 + \\ &a_1^2a_4 - a_2a_4^2 - a_4^3 > 0; \\ \text{(III)} \quad &\left| e_1\pi\left(\frac{1 - (2\rho + 1)\hat{R}}{1 + \hat{R}} - \frac{2\rho(\eta(c-1) + \zeta)}{\eta(s^2 + (c-1)^2)}\right) \right| \leq 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(IV)} \quad &(a_3a_4 - 2a_1a_4 + a_3)a'_1 + (2a_4 - a_4^2 - 1)a'_2 + \\ &(a_1a_4 + a_1 - 2a_3)a'_3 + (3a_4^2 - a_1^2 - 2a_2a_4 + \\ &a_1a_3 - 2a_4 + 2a_2 - 1)a'_4 \neq 0. \end{aligned}$$

其中, a'_i 表示 a_i 对 ρ 求导数;以及

$$\begin{aligned} &(a_3a_4 - 2a_1a_4 + a_3)a'_1 + (2a_4 - a_4^2 - 1)a'_2 + \\ &(a_1a_4 + a_1 - 2a_3)a'_3 + (3a_4^2 - a_1^2 - 2a_2a_4 + \\ &a_1a_3 - 2a_4 + 2a_2 - 1)a'_4 \neq 0. \end{aligned}$$

其中, a'_i 表示 a_i 对 β 求导数;

$$\text{(V)} \quad \cos(2\pi/m) \neq \phi, m = 3, 4, 5, \dots,$$

$$\phi = 1 -$$

$$\frac{(1 + a_1 + a_2 + a_3 - a_1a_4 - a_2a_4 - a_3a_4 - a_4^2)}{2(1 + a_3 - a_1a_4 - a_4^2)}.$$

其中条件(I)保证有一对复共轭特征值位于单

位圆上;条件(II)保证其它的特征值位于单位圆内;条件(III)保证映射不动点是合理存在的;条件(IV)保证在参数扰动下,位于单位圆上的特征值穿越单位圆的速度不为零;条件(V)保证 Neimark-Sacker 分岔是非共振的.

3.2 振动落砂机系统 Neimark-Sacker 分岔的存在性

选取落砂机系统的参数 $\zeta = 0.2, \hat{R} = 0.85, z = 2.8$, 以 ρ 和 β 为分岔参数(即 $\mu = (\rho, \beta)$). 在 (ρ, β) 张成的一个二维的参数空间内, 根据引理 1 中的显式条件, 利用 Maple 软件得到如图 2 所示的两参数分岔图.

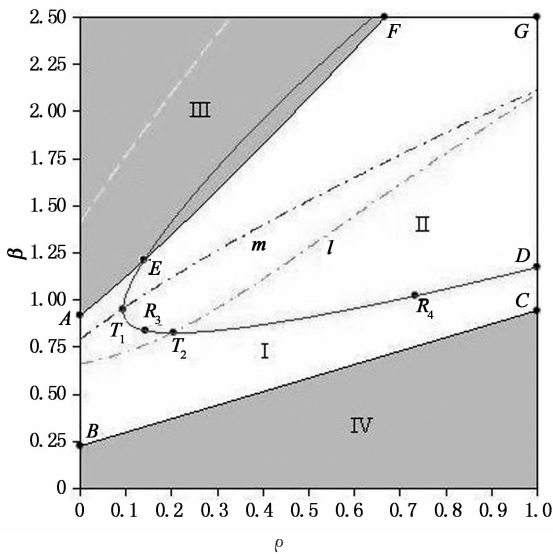


图 2 Poincaré 映射(11)的分岔图
Fig. 2 Bifurcation plot of Poincaré map (11)

图 2 中白色区域 I 和 II 内的点都满足引理 1 的条件(II)-(III)中的不等式, 但在灰色区域 III 和 IV 中至少有一个条件(II)和(III)中的不等式不成立. 由曲线 EA, AB, BC, CD 和 DE 围成的白色区域 I 除了满足条件(II)-(III)还满足 $\Delta > 0$, 因此白色区域 I 为系统周期运动的稳定参数区域. 曲线 DE 是由临界条件(I)中的 $\Delta = 0$ 得到, 曲线 DE 上由条件(V)得到的点 R_3 和 R_4 分别为系统出现 3 阶和 4 阶强共振点. 点划线 l 和 m 由横截条件(IV)不等式左边的表达式取等号得到的, 这样两曲线 l 和 m 和曲线 DE 的交点 T_1 和 T_2 不满足 Neimark-Sacker 分岔的横截条件(IV). 由此在选取系统参数临界点时应该避开这些强共振点和非横截点. 在由曲线 DE, EF, FG 和 GD 围成的白色区域 II 内, 在曲线 DE 的附近是出现系统拟周期碰撞运动的潜在区域. 为了分析分岔解的稳定性, 在分岔图的白色区域内的 Neimark-Sacker 分岔临界曲线 DE 上任取一点 μ_0

$= (\rho_0, \beta_0) = (0.6, 0.95441)$ 作为临界分岔值.

3.3 振动落砂机系统拟周期碰撞运动的稳定性

振动落砂机系统出现的拟周期碰撞运动的稳定性, 也即 Neimark-Sacker 分岔解(不变圈)的稳定性取决于映射(11)的非线性项. 采用中心流形-范式方法^[10]或者频域方法^[11]都可以分析 Neimark-Sacker 分岔的稳定性. 本文使用投影法^[12]来分析分岔的稳定性.

取坐标变换

$$Y_k = X_k - X^*, \nu = \mu - \mu_0. \tag{13}$$

(13)式中的 X^* 为映射(11)的不动点, μ_0 为临界分岔参数值.

映射(11)经过坐标变换(13)变换成

$$Y_{k+1} = \tilde{F}(\nu, Y_k). \tag{14}$$

则通过变量变换后的新映射(14)的不动点和分岔点都转化为了零点. 这样映射(11)发生 Neimark-Sacker 分岔后产生的拟周期碰撞运动的稳定性可由引理 2 来确定.

引理 2^[12,13] 如果在临界分岔值 $\mu = \mu_0$ 处, 映射(14)的雅克比矩阵在分岔点 $\nu = 0$ 处有一对复共轭特征值 $\lambda_1(\nu)$ 和 $\lambda_2(\nu)$ 满足 $|\lambda_1(0)| = |\lambda_2(0)| = 1$ 和横截条件 $\lambda_j'(0) \neq 1, j = 3, 4$, 并且 $d|\lambda_1(\nu)|/d\nu|_{\nu=0} \neq 0$, 而其它的特征值 $|\lambda_j(0)| < 1, j = 3, 4$, 那么在 $\nu = 0$, 当 $\alpha(0) < 0$ (或 $\alpha(0) > 0$) 时, 从 $X^*(\mu_0)$ 分岔出稳定的(不稳定的)Hopf 不变圈. 其中, $\alpha(0)$ 参见下列表达式:

$$\alpha(0) = \text{Re} \left(\frac{\bar{\lambda}(0)g_{21}}{2} \right) - \text{Re} \left(\frac{(1-2\lambda(0))\bar{\lambda}^2(0)}{2(1-\lambda(0))} g_{20}g_{11} \right) - \frac{1}{2} |g_{11}|^2 - \frac{1}{4} |g_{02}|^2. \tag{15}$$

(15)式中的 g_{21}, g_{20}, g_{11} 和 g_{02} 可通过中心流形-正则化方法得到, 它们具有下面的形式:

$$\begin{aligned} g_{21} &= \langle p, C(q, q, \bar{q}) \rangle + \\ &2 \langle p, Q(q, (I-A)^{-1}Q(q, \bar{q})) \rangle + \\ &\langle p, Q(\bar{q}, (\lambda^2(0)I-A)^{-1}Q(q, q)) \rangle + \\ &\frac{\bar{\lambda}(0)(1-2\lambda(0))}{1-\lambda(0)} \langle p, Q(q, q) \rangle \langle p, Q(q, \bar{q}) \rangle - \\ &\frac{2}{1-\lambda(0)} |\langle p, Q(q, \bar{q}) \rangle|^2 - \\ &\frac{\lambda(0)}{\lambda^3(0)-1} |\langle p, Q(\bar{q}, \bar{q}) \rangle|^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{20} &= \langle p, Q(q, q) \rangle, g_{11} = \langle p, Q(q, \bar{q}) \rangle, \\ g_{02} &= \langle p, Q(\bar{q}, \bar{q}) \rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

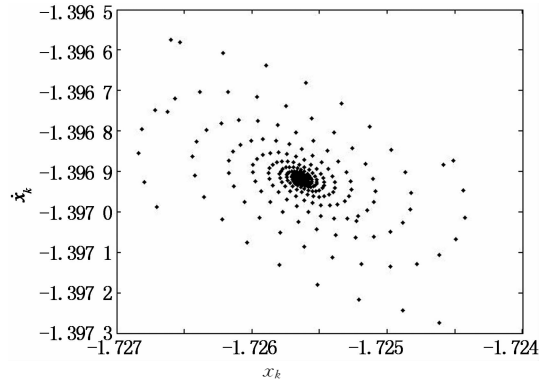
根据(15)和(16),在 $\mu = \mu_0$ 计算得到

$$\alpha(0) = -0.089 < 0.$$

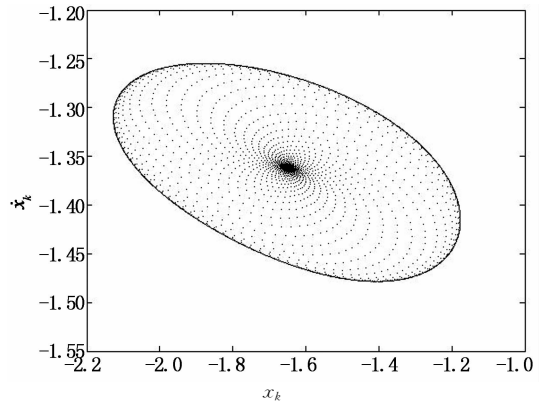
因此,根据引理2可判断系统会产生一个稳定的 Neimark-Sacker 分岔解,即系统稳定的拟周期碰撞运动.

3.4 数值实验

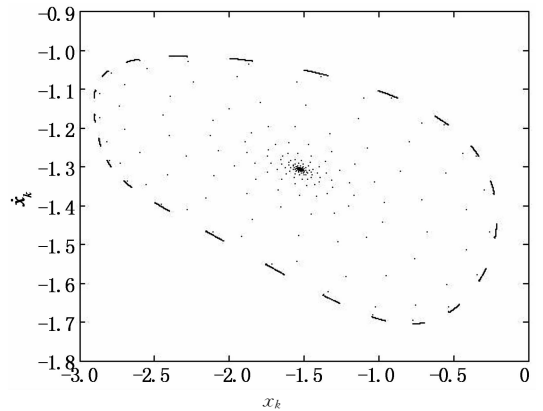
为了验证上述理论分析和研究振动落砂机系统在分岔点附近的动力学行为,其它三个参数不变,临界参数 ρ_0 不变,变化分岔参数 β ,在落砂机的分岔临界点附近设置了6组参数扰动值,并做了相应的数值仿真,文中的数值仿真都采用4000次碰撞.在Poincaré映射分岔图的白色区域I内的分岔临界曲线DE附近取一组分岔参数 $\mu = \mu_0 + \Delta\mu = (\rho_0, \beta_0 - 0.02)$,其中 $\Delta\mu$ 是临界参数扰动量,设置映射初始值 $X = X^* + \Delta X$,其中 $\Delta X = (0, 0, 0, 0.001)^T$ 为不动点扰动量,在该参数点处系统处于稳定的周期运动,即Poincaré映射上一个不动点,如图3(a)所示.在Poincaré映射分岔图的白色区域II内并且充分接近曲线DE的参数区域内取分岔参数 $\mu = (\rho_0, \beta_0 + 0.004)$,在该参数点处系统处于稳定的拟周期碰撞运动,即Poincaré映射上一个不变圈,如图3(b)所示.继续变化分岔参数值,当取分岔参数 $\mu = (\rho_0, \beta_0 + 0.0456)$ 时,拟周期运动失稳,产生锁相运动,如图3(c)所示.当取参数 $\mu = (\rho_0, \beta_0 + 0.046)$ 时系统退出锁相运动,又产生拟周期吸引不变圈,如图3(d)所示.当取控制参数 $\mu = (\rho_0, \beta_0 + 0.1)$ 时系统产生拟周期吸引不变圈,不变圈幅值更大,如图3(e)所示.当继续扰动参数值至 $\mu = (\rho_0, \beta_0 + 0.22)$ 时系统经锁相迁为混沌运动,如图3(f)所示.通过以上仿真分析,振动落砂机系统展示出了丰富的动力学行为,在Hopf分岔临界点附近作参数扰动,当参数扰动量足够小的时候由Hopf分岔所产生的不变圈在形状上类似于一个椭圆.随着参数扰动量的增大,不变圈不断增大,其形状也变得越来不规则.仿真显示只有当系统的扰动参数很大时才发生混沌,说明系统的拟周期碰撞运动具有强的鲁棒性和较大的稳定域.因此,在设计系统参数时,在白色区域II邻域内靠近分岔临界曲线DE处取系统参数可以产生稳定的拟周期碰撞运动.



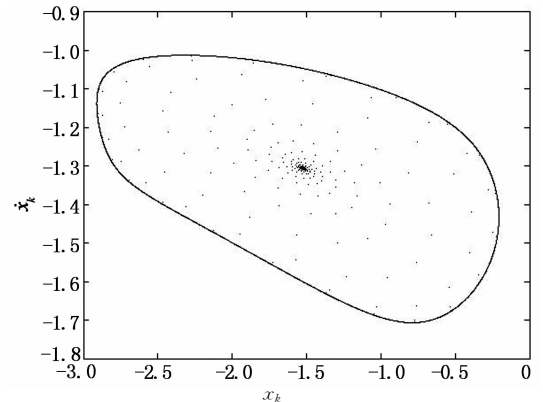
(a) 参数 $\mu = (\rho_0, \beta_0 - 0.02)$ 处的稳定周期运动的 Poincaré 映射投影图



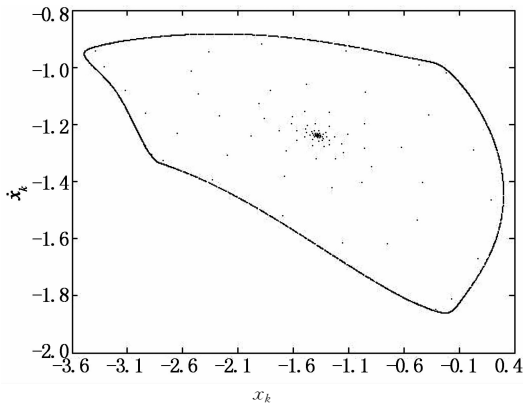
(b) 参数 $\mu = (\rho_0, \beta_0 + 0.004)$ 处的稳定拟周期运动的 Poincaré 映射投影图



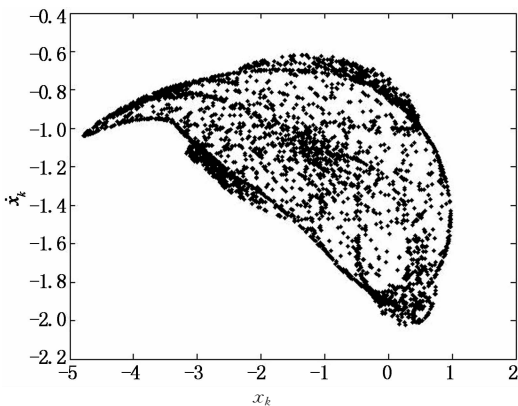
(c) 参数 $\mu = (\rho_0, \beta_0 + 0.0456)$ 处的锁相运动的 Poincaré 映射投影图



(d) 参数 $\mu = (\rho_0, \beta_0 + 0.046)$ 处的稳定拟周期运动的 Poincaré 映射投影图



(e) 参数 $\mu = (\rho_0, \beta_0 + 0.1)$ 处的稳定拟周期运动的 Poincaré 映射投影图



(f) 参数 $\mu = (\rho_0, \beta_0 + 0.22)$ 处的混沌运动的 Poincaré 映射投影图

图3 振动落砂机系统的 Poincaré 映射投影相图
Fig.3 Phase diagram on the Poincaré section of impact shaker system

4 结论

1) 基于主动利用 Neimark-Sacker 分岔解特性的思想, 通过选定合适的系统参数, 设计出了稳定的拟周期碰撞的振动落砂机系统。

2) 利用显式的 Neimark-Sacker 分岔临界准则获得了落砂机系统产生拟周期碰撞运动的两参数区域图, 此参数区域具有较大的分岔可行域范围, 可保障所产生的拟周期碰撞运动具有较大的稳定域和较强的鲁棒性。

3) 数值分析实现了落砂机系统产生的稳定的拟周期碰撞运动并调查了附近锁相和混沌等动力学行为。

参考文献

[1] WAGG D J. Periodic sticking motion in a two-degree-of-freedom impact oscillator[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2005, 40(8): 1076-1087.

[2] WEN G L, XIE J H. Period-doubling bifurcation and non-typical routes to chaos of a two-degree-of-freedom vibro-impact system[J]. Journal of Applied Mechanics, 2001, 68(4): 670-674.

[3] LUO A C J, CHEN L D. Periodic motions and grazing in a harmonically forced piecewise linear oscillator with impacts [J]. Chaos Solitons & Fractals, 2005, 24(2): 567-578.

[4] AGUIAR R R, WEBER H I. Mathematical modeling and experimental investigation of an embedded vibro-impact system [J]. Nonlinear Dynamics, 2011, 65(3): 317-334.

[5] LUO G W, XIE J H. Bifurcations and chaos in a system with impacts[J]. Physica D, 2001, 148(3/4): 183-200.

[6] 张思进, 尹磊磊, 文桂林. 一类拟 Hamilton 碰振系统的全局分岔及多解共存现象分析[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2014, 41(10): 55-61.
ZHANG Si-jin, YIN Lei-lei, WEN Gui-lin. Analysis of the global bifurcations and coexistence of multiple solutions for a general quasi-Hamiltonian vibro-impact system [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2014, 41(10): 55-61. (In Chinese)

[7] 罗冠炜, 谢建华. 冲击振动落砂机的周期运动与分岔[J]. 机械工程学报, 2003, 39(1): 74-78.
LUO Guan-wei, XIE Jian-hua. Stability and bifurcation of periodic motions of the inertial shakers[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(1): 74-78. (In Chinese)

[8] 丁旺才, 谢建华, 李万祥. 碰撞振动系统强共振下的两参数动力学分析[J]. 计算力学学报, 2004, 21(6): 658-664.
DING Wang-cai, XIE Jian-hua, LI Wan-xiang. Dynamics analysis of two-parameter family in a case of strong resonance of vibro-impact system[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2004, 21(6): 658-664. (In Chinese)

[9] WEN G L. Criterion to identify Hopf bifurcations in maps of arbitrary dimension [J]. Physical Review E, 2005, 72(2): 026201-026204.

[10] 罗冠炜, 谢建华. 碰撞振动系统的周期运动和分岔[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 187-188.
LUO Guan-wei, XIE Jian-hua. Periodic motion and bifurcation of vibro-impact system[M]. Beijing: Science Press, 2004: 187-188. (In Chinese)

[11] DAMICO M B, MOIOLA J L, PAOLINI E E. Controlling bifurcations in maps via a frequency domain approach[J]. Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems Series B-applications & Algorithms, 2003, 10(6): 781-798.

[12] KUZNETSOV Y A. Elements of applied bifurcation theory [M]. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1998: 185-187.

[13] IOOSS G. Bifurcation of maps and applications [M]. Amsterdam: North-Holland, 1979: 28-31.