

文章编号:1674-2974(2016)07-0126-06

横观各向同性板岩层理角度与抗压强度 及断裂韧度的相关规律*

李江腾[†], 王慧文, 林 杭

(中南大学 资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要:利用微机控制电液伺服试验机和高频疲劳强度试验机对不同层理角度的板岩进行了单轴压缩试验和双扭常位移松弛试验,获得了其弹性模量 E ,泊松比 μ ,剪切模量 G 和断裂韧度 K_{IC} 的值.分析了不同组板岩试件的层理角度与其抗压强度及断裂韧度的相关规律.研究表明:板岩的抗压强度和断裂韧度都随着 β 角的增大呈现先减小后增大的趋势,关系曲线呈“U”形,并且当 β 为 45° 时其断裂韧度最小;在不考虑 c 和 φ 值的影响下,当层理角度为 45° 的板岩受载时最容易发生裂纹的起裂和扩展,从而导致板岩发生破坏;在已知 β 角的情况下,可以利用本试验得到的关系式求出所对应的断裂韧度的值.

关键词:板岩;横观各向同性;层理角度;抗压强度;断裂韧度

中图分类号:TU452

文献标识码:A

Relationship among Stratification Angle, Compressive Strength, and Fracture Toughness of Transversely Isotropic Slate

LI Jiang-teng[†], WANG Hui-wen, LIN Hang

(School of Resources and Safety Engineering, Central South Univ, Changsha, Hunan 410083, China)

Abstract: Elastic modulus E , Poisson ratio μ , shear modulus G and fracture toughness K_{IC} of the slates with different stratification angles were obtained by the uniaxial compression tests and relaxation method of double torsion constant displacement load using SANS and MTS-insight testing machines. The relationships among the stratification angle, compressive strength, and fracture toughness were examined. The analysis results show that the uniaxial compression and fracture toughness decrease and then increase with the increase of angle β , which shows a U-shaped relationship curve. When the angle β of the slate is 45° , the fracture toughness is minimized. The crack initiation and crack propagation are developed under the axial load, and the slate is destroyed regardless of c and φ values. Moreover, when the angle β is known, the value of the related fracture toughness can be estimated by using the experimentally derived relationship.

Key words: slate; transversely isotropic; stratification angle; compressive strength; fracture toughness

* 收稿日期:2015-09-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51374246,51304240), National Natural Science Foundation of China(51374246,51304240)

作者简介:李江腾(1964-),女,湖南株洲人,中南大学教授,博士生导师

[†] 通讯联系人, E-mail: ljtesu@163.com

岩石是经过漫长的地质作用形成的矿物集合体,具有层理状结构的岩石在层理面内力学性质变化不大,垂直层理面方向上的力学性质却不同于层理面内的力学性质,因此这类岩石可简化成横观各向同性体^[1].目前对各向异性岩石性质的研究主要集中在以下几个方面:1) 弹性变形参数测定方法的研究^[2];2) 各向异性强度和屈服准则研究^[3-4];3) 各向异性岩石弹塑性本构模型研究^[5-6].横观各向同性是各向异性的一个特例,这些研究对于进一步认识横观各向同性岩石弹塑性力学性质具有重要意义.对于横观各向同性参数的测定,Saint Venant 认为剪切模量 G 与 E' , E 和 μ' 存在函数关系,将横观各向同性岩石的 5 个弹性参数简化为 4 个弹性参数.但是 Worotnicki^[7] 通过试验发现 Saint Venant 提出的横观各向同性参数之间的关系仅适用于低各向异性度.此后,Talesnick 等^[8] 通过对 1 个薄壁空心圆柱岩样进行轴向压缩、环向压缩和扭转,测出其 5 个弹性参数,这对试验设备以及条件要求较高,不易进行常规的试验.Gonzaga 等^[9] 使用单轴压缩仪和三轴压缩仪组成一个液压静力压缩系统,对 1 个薄壁空心圆柱试样进行试验,测出了 5 个弹性参数,但这个试验依然依赖于 Saint Venant 提出的观点.国内外对横观各向同性岩石强度的研究较多,从最初的单轴和三轴压缩试验都证实了岩石层理角度对其弹性参数的影响.通过试验发现构造应力和自重应力使岩石的压剪破坏成为最常见的破坏模式.曹文贵^[10] 等人基于 Mohr-Coulomb 准则建立了反映岩石破裂全过程的损伤软化统计本构模型,该模型形式简单,能更好地反映工程实际.处于压剪应力状态的裂纹,其裂纹尖端仍处于拉剪应力状态,使裂纹发生转折、断裂面发生分离都是由于张应力超过了原子间的结合力,并导致 I 型破坏,即:裂纹的扩展必然包括 I 型断裂的机理.为此本文作者用微机控制电液伺服试验机和高频疲劳强度试验机,采用单轴压缩试验和双扭常位移松弛试验对以一定的 β 方向(β 为层理面与试件端面间的夹角)取样的板岩试件进行力学测试,以获得其横观各向同性的 5 个弹性参数以及断裂韧度,并且以试验数据为依据,分析不同组板岩试件的层理角度对抗压强度及断裂韧度的影响.

1 横观各向同性板岩弹性参数

1.1 板岩的横观各向同性

横观各向同性是正交各向异性的一个特例,其弹性参数简化为 5 个: E , E' , μ , μ' 和 G_2 (其中 E , μ 为平行于横观各向同性面的参数; E' , μ' , G_2 为垂直于横观各向同性面的参数).其平行于各向同性面的任意方向上均具有相同的弹性参数,而与其垂直的方向上具有不同的弹性参数,对于像板岩这样的层状岩石,将其层理面视为各向同性面,而垂直于层理面方向上具有不同的弹性参数.图 1 所示为 $\beta = 0^\circ$ 时的各向同性面,假定 XOY 平面为弹性对称面,其横观各向同性参数应满足下面的关系式^[11]:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_y = E, E_z = E', \\ \mu_{xy} &= \mu_{yx} = \mu, \mu_{zx} = \mu_{zy} = \mu', \\ G_{xy} &= E/2(1 + \mu), G_{yz} = G_{zx} = G_2. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

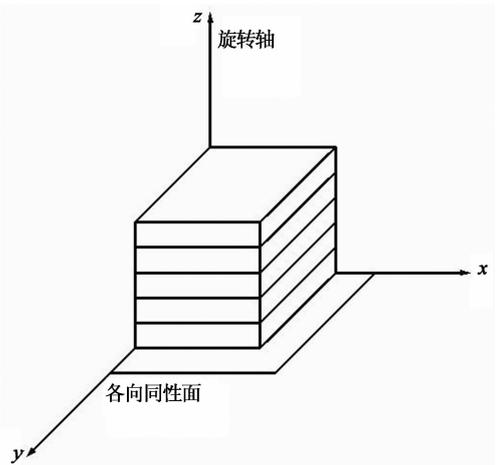


图 1 横观各向同性板岩在 $\beta=0^\circ$ 时的示意图
Fig. 1 Transversely isotropic slate schematic view when $\beta = 0^\circ$

1.2 横观各向同性板岩弹性参数的测定

采用微机控制电液伺服试验机对 β 角分别为 0° , 30° , 45° , 70° , 80° , 90° 的直径为 50 mm, 高为 100 mm 的标准圆柱体进行单轴压缩试验,进行分析后其弹性模量、泊松比和抗压强度值见表 1.

对于考虑为横观各向同性的岩石而言,只有在平行于横观各向同性面的 E , μ 值满足剪切模量 $G = E/2(1 + \mu)$, 根据李世平等^[12] 翻译的《岩石力学》,可得到 3 个正交方向剪切模量的表达式:

表 1 弹性模量、泊松比和抗压强度
Tab.1 Elastic modulus, Poisson's ratio and compressive strength

| β /(°) | 编号 | 抗压强度 /MPa | 抗压强度 平均值 /MPa | 弹性 模量 /GPa | 弹性模量 平均值 /GPa | 泊松比平均值 | |
|-----------------|-----|--------------|---------------------|------------------|---------------------|------------|------------|
| | | | | | | μ_{xz} | μ_{yz} |
| 0 | 1-1 | 70.08 | | 36.67 | | | |
| | 1-2 | 63.86 | 74.79 | 41.02 | 38.38 | 0.19 | 0.19 |
| | 1-3 | 90.43 | | 37.45 | | | |
| 30 | 2-1 | 35.56 | | 25.00 | | | |
| | 2-2 | 30.45 | 32.21 | 23.45 | 23.00 | 0.20 | 0.21 |
| | 2-3 | 30.65 | | 20.55 | | | |
| 45 | 3-1 | 32.45 | | 25.56 | | | |
| | 3-2 | 20.56 | 24.96 | 19.00 | 21.77 | 0.23 | 0.20 |
| | 3-3 | 21.87 | | 20.75 | | | |
| 70 | 4-1 | 30.20 | | 20.38 | | | |
| | 4-2 | 28.37 | 27.00 | 24.38 | 23.98 | 0.22 | 0.24 |
| | 4-3 | 22.43 | | 27.18 | | | |
| 80 | 5-1 | 56.36 | | 30.55 | | | |
| | 5-2 | 67.85 | 63.39 | 32.89 | 32.96 | 0.30 | 0.18 |
| | 5-3 | 65.96 | | 35.44 | | | |
| 90 | 6-1 | 71.16 | | 42.22 | | | |
| | 6-2 | 69.39 | 70.50 | 42.74 | 41.85 | 0.25 | 0.23 |
| | 6-3 | 70.95 | | 40.59 | | | |

表 2 不同角度下板岩岩样的剪切模量
Tab.2 Shear modulus of plate rock samples at different angles

| β (°) | GPa | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0 | 30 | 45 | 70 | 80 | 90 |
| G_{xy} | 16.89 | 13.20 | 8.38 | 6.05 | 5.69 | 5.57 |
| G_{xz} | 5.57 | 8.38 | 8.70 | 13.65 | 15.96 | 16.89 |
| G_{yz} | 5.57 | 13.05 | 16.68 | 7.69 | 5.68 | 16.89 |

2 层理角度与抗压强度的关系

对于单一层理的层状岩体,其破坏强度受层理角度的影响是很大的,对于本实验所用的板岩而言,其可视为只存在一组平行层理并且以不同角度对板岩进行压缩的横观各向同性本构模型.图 2 所示为经过线性拟合后所得到的板岩试件的 β 角与抗压强度的关系 $\sigma_c = 0.03\beta^2 - 2.29\beta + 75.83$, $R^2 = 0.844$.从曲线可看出 β 角对抗压强度的影响很大,随着 β 角的增大,抗压强度呈现先减小后增大的趋势,并且曲线呈“U”形,拟合得到的结果与理论一致,该公式能较好地反映板岩试件抗压强度随 β 角的变化规律.而且当 $\beta = 45^\circ$ 时,其抗压强度最小,从而得到当层理角度为 45° 时的板岩受到压应力时,最易发生破坏.

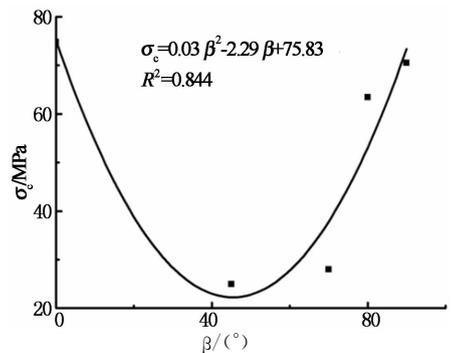


图 2 板岩试件 β 角-抗压强度曲线
Fig. 2 Relationship between compressive strength and β angle

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{E_\alpha} &= \frac{\sin^4 \alpha}{E_1} + \frac{\cos^4 \alpha}{E_2} + \left(\frac{1}{G_2} - \frac{2\mu_1}{E_2}\right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha, \\ \frac{1}{G_{xy}} &= \frac{\sin^2 \beta}{G_2} + 2(1 + \mu_1) \frac{\cos^2 \beta}{E_1}, \\ \frac{1}{G_{xz}} &= \frac{\cos^2 \beta}{G_2} + 2(1 + \mu_1) \frac{\sin^2 \beta}{E_1}, \\ \frac{1}{G_{yz}} &= 4\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + 2\mu_2 \frac{1}{E_2} - \frac{1}{G_2}\right) \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \frac{1}{G_2}. \end{aligned} \right\} (2)$$

式中: E_1 为 $\beta = 90^\circ$ 时板岩的弹性模量, E_2 为 $\beta = 0^\circ$ 时的弹性模量, E_β 为对应的 β 角时的弹性模量; μ_1 为 $\beta = 90^\circ$ 时的泊松比, μ_2 为 $\beta = 0^\circ$ 时的泊松比;对于各向同性面与水平面有一定夹角的板岩试件,利用式(2)可获得如表 2 所示板岩试件 3 个正交方向的 G_{xy} , G_{xz} 和 G_{yz} 的值,因本试验是立足板岩的横观各向同性以及所采取的加载方向,故在计算其断裂韧度时,选取 G_{xz} 作为板岩试件的剪切模量,并且在 XZ 方向板岩试件的剪切模量随着 β 角的增加而增大,说明随着层理角度的增加,板岩试件在 XZ 方向抵抗切应变的能力增加,不容易发生剪切破坏.从表 2 可知 $\beta = 0^\circ$ 的板岩试件在 XZ 和 YZ 方向最易发生剪切破坏, $\beta = 90^\circ$ 的板岩试件在 XY 方向最易发生剪切破坏.

3 板岩双扭试验

3.1 试验原理

由于岩石亚临界裂纹扩展长度难以量测,双扭试验在确定岩石的应力强度因子时因不需要知道裂纹的扩展长度而具有广泛的适用性.双扭试验最先用于测定玻璃和陶瓷的断裂性质,1977 年后,Ciccotti 等^[13], Saadaoui 等^[14], Nara 等^[15] 等将其应用

到岩石中去, 双扭方法可以测出岩石的 K_{IC} 参数, 进行双扭试验的试件如图 3 所示, 试验设备如图 4 所示。

展, K_I 也达到临界值, 即为断裂韧度 K_{IC} 。

$$K_{IC} = P_c \omega_m \left(\frac{3E}{2\omega d^3 d_n G} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

3.2 测试方法

采用中南大学测试中心的 MTS-insight (高频疲劳试验机) 对 β 角度分别为 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ 的标准尺寸为 $180 \text{ mm} \times 60 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ 的双扭试件进行试验。

3.3 试件预裂

采用恒定位移速率的加载方式对双扭试件进行预裂, 根据实际情况, 采用加载速率为 0.02 mm/min , 观察、记录荷载随时间的变化。当荷载随时间变化基本不再上升时, 停止加载, 此时预裂完成, 获得此时的最大荷载值。

3.4 断裂韧度试验

以 20 mm/min 的速率继续对预裂过试件进行加载, 直至试件断裂破坏, 变成两半, 记录此过程的最大破坏荷载。图 5 所示为典型试件的断裂韧度-时间曲线。

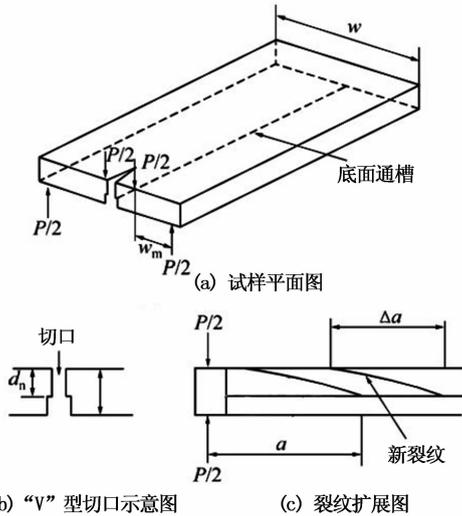


图 3 双扭试件示意图

Fig. 3 Schematic diagram of double torsion specimen

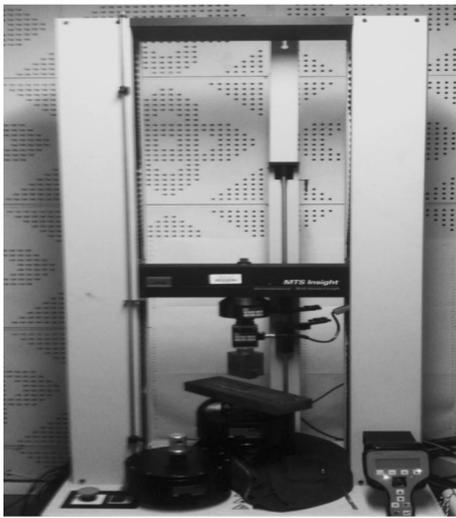


图 4 双扭试验设备

Fig. 4 Double torsion test equipment

双扭试件可看做由 2 个弹性扭转杆组成, 对于考虑横观各向同性、小变形和宽度远大于试件厚度的双扭试件, 结合参考文献 [16-20] 推导出裂纹尖端的应力强度因子为

$$K_I = P \omega_m \left(\frac{3E}{2\omega d^3 d_n G} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

式中: P 为作用在扭杆上的荷载; ω_m 为扭臂的长度; E 为弹性模量; ω 为试件的宽度; d 为试件的厚度; d_n 为裂纹面上试件的厚度; G 取 G_{xz} 的值。

当试件上荷载 P 达到临界值 P_c 时, 裂纹快速扩

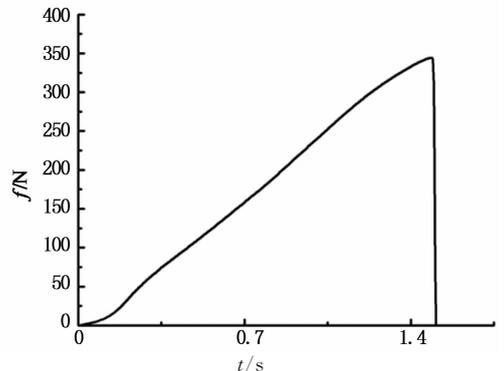


图 5 典型试件实测荷载-时间曲线

Fig. 5 Load-time curve of typical slate specimen in testing K_{IC}

3.5 测试结果

表 3 所示为 6 组不同角度板岩试件断裂韧度 K_{IC} 的测试值。

4 层理角与断裂韧度的关系

表 4 所示为不同 β 角度下板岩试件的断裂韧度值, 图 6 所示为板岩试件的 β 角-断裂韧度关系曲线, 其基本关系为 $K_{IC} = 0.00043\beta^2 - 0.05\beta + 4.19$, 其相关系数 $R^2 = 0.974$ 。从图中可以看出板岩试件的断裂韧度随着 β 角的增大呈现先减小后增大的趋势, 其结果能很好地反映断裂韧度随 β 角的变化规律, 其试验结果与理论一致。由于岩石的抗压强度

一般为其抗拉强度的10倍左右,因此拉伸破坏是岩石破坏的主要形式,I型断裂韧度(张开型)成为岩石的主要特征参数^[21],而岩石的破坏都伴随着裂纹的起裂和扩展,断裂韧度是表征岩石抵抗裂纹起裂和扩展的重要参数,在不考虑 c 和 φ 值的影响下,由本实验可知当板岩的层理角度为 45° 时,其断裂韧度最小,其抵抗裂纹扩展的能力最弱,板岩受载时,最易发生破坏。

表3 断裂韧度 K_{IC} 测试值
Tab. 3 Fracture toughness K_{IC} testing value

| $\beta/(\circ)$ | 实验序号 | K_{IC} /($MN \cdot m^{-3/2}$) | K_{IC} 平均值 /($MN \cdot m^{-3/2}$) |
|-----------------|------|--------------------------------------|--|
| 0 | 1-1 | 4.14 | 4.21 |
| | 1-2 | 4.25 | |
| | 1-3 | 4.24 | |
| 30 | 2-1 | 3.15 | 3.02 |
| | 2-2 | 3.00 | |
| | 2-3 | 2.91 | |
| 45 | 3-1 | 2.60 | 2.65 |
| | 3-2 | 2.72 | |
| | 3-3 | 2.63 | |
| 70 | 4-1 | 2.92 | 2.79 |
| | 4-2 | 2.77 | |
| | 4-3 | 2.68 | |
| 80 | 5-1 | 2.55 | 2.81 |
| | 5-2 | 3.00 | |
| | 5-3 | 2.88 | |
| 90 | 6-1 | 3.15 | 2.95 |
| | 6-2 | 2.90 | |
| | 6-3 | 2.80 | |

表4 岩石 β 角和断裂韧度 K_{IC}
Tab. 4 β angle and fracture toughness K_{IC} of slate

| $\beta/(\circ)$ | K_{IC} /($MN \cdot m^{-3/2}$) | $\beta/(\circ)$ | K_{IC} /($MN \cdot m^{-3/2}$) |
|-----------------|--------------------------------------|-----------------|--------------------------------------|
| 0 | 4.21 | 70 | 2.79 |
| 30 | 3.02 | 80 | 2.81 |
| 45 | 2.65 | 90 | 2.95 |

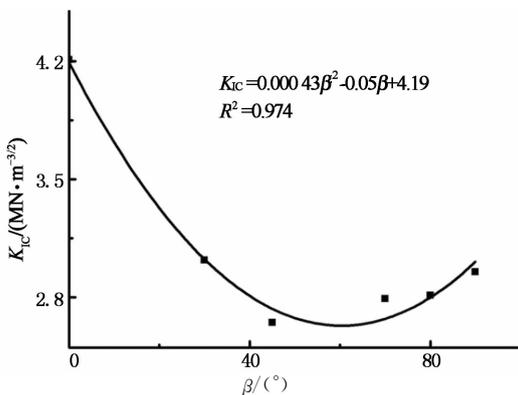


图6 板岩试件 β 角-断裂韧度曲线
Fig. 6 Relationship between fracture toughness and β angle

5 结论

1) 基于单轴压缩试验和双扭常位移松弛试验获得了板岩试件的弹性参数,可以看出板岩具有明显的横观各向同性。

2) 随着板岩试件层理角度的增加,其抗压强度和断裂韧度呈现先减小后增大的变化趋势,可得出板岩的层理角度对其抗压强度和断裂韧度具有很大的影响。

3) 在不考虑 c 、 φ 值的影响下,板岩受载时,层理角度为 45° 的板岩的断裂韧度最小,其抵抗裂纹扩展的能力最弱,最易发生破坏。

4) 通过试验所得关系式易求出不同层理角度板岩试件的抗压强度和断裂韧度,其结果可为进一步研究岩石的横观各向同性提供理论和试验支持,也可为处于压剪应力下的层状岩体结构工程分析提供参考。

参考文献

- [1] 张久长. 泥质板岩横观各向同性弹塑性耦合变形与强度准则的试验研究[D]. 长沙:中南大学土木工程学院,2010:17-18.
ZHANG Jiu-chang. Experimental study of elastoplastic coupling deformation for transversely isotropic rocks[D]. Changsha: College of Civil Engineering, Central South University, 2010:17-18. (In Chinese)
- [2] HAKALA M, KUULA H, HUDSON J A. Estimating the transversely isotropic elastic intact rock properties for in situ stress measurement data reduction: a case study of the Olkiluoto mica gneiss, Finland[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2007, 44(1): 14-46.
- [3] TIEN Y M, KUO M C. A failure criterion for transversely isotropic rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2001, 38(3): 399-412.
- [4] PIETRUSZCZAK S, MROZ Z. Formulation of anisotropic failure criteria incorporating a microstructure tensor[J]. Computers and Geotechnics, 2000, 26(2): 105-112.
- [5] PIETRUSZCZAK S, LYDZBA D, SHAO J F. Modelling of inherent anisotropy in sedimentary rocks[J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39(3): 637-648.
- [6] LADE P V. Modeling failure in cross-anisotropic frictional materials[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(16): 5146-5162.
- [7] WOROTNICKI G. 13-CSIRO triaxial stress measurement cell [C]//HUDSON J A. Comprehensive Rock Engineering. Oxford: Pergamon Press, 1993: 329-334.

- [8] TALESNICK M L, RINGEL M. Completing the hollow cylinder methodology for testing of transversely isotropic rocks: torsion testing [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1999, 36(5): 627—639.
- [9] GONZAGA G G, LEITE M H, CORTHESEY R. Determination of anisotropic deformability parameters from a single standard rock specimen[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2008, 45(8): 1420—1438.
- [10] 曹文贵, 张升. 基于 Mohr-Coulomb 准则的岩石损伤统计分析方法研究[J]. *湖南大学学报: 自然科学版*, 2005, 32(1): 43—47.
CAO Wen-gui, ZHANG Sheng. Study on the statistical analysis of rock damage based on Mohr-Coulomb criterion[J]. *Journal of Hunan University: Natural Sciences*, 2005, 32(1): 43—47. (In Chinese)
- [11] 刘运思. 横观各向同性岩体巴西劈裂试验理论及工程应用研究[D]. 长沙: 中南大学土木工程学院, 2013: 29—42.
LIU Yun-si. Brazilian splitting test theory and engineering application for transversely isotropic rock[D]. Changsha: College of Civil Engineering, Central South University, 2013: 29—42. (In Chinese)
- [12] MILOU L. 岩石力学[M]. 李世平, 冯震海, 译. 北京: 煤炭工业出版社, 1981: 112—124.
MILOU L. Rock mechanics[M]. Translated by LI Shi-ping, FENG Zhen-hai. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1981: 112—124. (In Chinese)
- [13] CICCOTTI M, NEGRI N, GONZATO G, *et al.* Practical application of an improved methodology for the double torsion load relaxation method[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2001, 38(4): 569—576.
- [14] SAADAOU M, REYNAUD P, FANTOZZI G, *et al.* Slow crack growth study of plaster using the double torsion method [J]. *Ceramics International*, 2000, 26(4): 435—439.
- [15] NARA Y, KANEKO K. Study of subcritical crack growth in andesite using the Double Torsion test[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2005, 42(4): 521—530.
- [16] CAO Ping, LI Jiang-teng, YUAN Hai-ping. Testing study of subcritical crack growth and fracture toughness in different rocks[J]. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2006, 16(3): 709—713.
- [17] ANDREAS K, ECKHARD P, JORG W, *et al.* Subcritical crack growth in Al_2O_3 with submicron grain size[J]. *Journal of the European Ceramic Society*, 2003, 23(1): 81—89.
- [18] CICCOTTI M, GONZATO G, MULARGIA F. The double torsion loading configuration for fracture propagation: an improved methodology for the load-relaxation at constant displacement[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2000, 37(7): 1103—1113.
- [19] CICCOTTI M, NEGRI N, GONZATO G, *et al.* Practical application of an improved methodology for the double torsion load relaxation method [J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2001, 38(4): 569—576.
- [20] 李江腾. 硬岩矿柱失稳及时间相依性研究[D]. 长沙: 中南大学资源与安全工程学院, 2005: 55—85.
LI Jiang-teng. Study on instability and time dependence of pillar hard rock mass[D]. Changsha: School of Resources and Safety Engineering, Central South University, 2005: 55—85. (In Chinese)
- [21] 谢和平, 陈忠辉. 岩石力学[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 183—187.
XIE He-ping, CHEN Zhong-hui. Rock mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2004: 183—187. (In Chinese)