

文章编号:1674-2974(2016)10-0062-08

## 中长期电量预测的傅里叶-马尔科夫修正模型<sup>\*</sup>

李欣然<sup>1</sup>,陈鸿琳<sup>1†</sup>,冷 华<sup>2</sup>,陈国民<sup>3</sup>

(1. 湖南大学 电气与信息工程学院,湖南 长沙 410082;2. 国网湖南省电力公司电力科学研究院,湖南 长沙 410007;3. 湖南城市学院 机电工程学院,湖南 益阳 413000)

**摘 要:**灰色模型在中长期电量预测中只对电量呈近似指数规律单调增长的序列才有较高的预测精度.随着电量变化随机波动性的增强,建立新的修正预测模型是十分必要的.针对灰色模型抗干扰能力差的问题,提出了灰色预测的傅里叶-马尔科夫修正模型,先利用傅里叶级数法,提取周期信息,优化电量变化的指数率,再采用马尔科夫链法,将电量波动随机性嵌入模型之中,从而对灰色预测的原始残差进行二重修正,提高预测模型的适应性和灵活性.通过实例分析以及对比较验证表明,该模型有效地提高了预测精度.

**关键词:**电量预测;灰色模型;残差修正;傅里叶级数;马尔科夫链

**中图分类号** TM715

**文献标识码** A

## Mid-long Term Load Forecasting Model with Fourier Series and Markov Theory Residual Error Correction

LI Xin-ran<sup>1</sup>, CHEN Hong-lin<sup>1†</sup>, LENG Hua<sup>2</sup>, CHEN Guo-min<sup>3</sup>

(1. College of Electrical and Information Engineering, Hunan Univ, Changsha, Hunan 410082, China;  
2. Electrical Research Institute of State Grid Hunan Electric Power Company, Changsha, Hunan 410007, China;  
3. School of Mechanical and Electrical Engineering, Hunan City Univ, Yiyang, Hunan 413000, China)

**Abstract:** Gray model is widely used in mid-long term electricity demand forecasting, but the model fits exponentially increasing data more precisely. Due to China's economic growth rate fluctuations, the increase in electricity consumption is slowing down, and electricity varies stochastically. So it is necessary to propose a new model to reflect the new situation. To solve the problem of the poor anti-interference ability of grey model, this paper proposes a model with Fourier series and Markov theory residual error correction based on grey model. This model applies Fourier series method to optimize electricity changing rate, and Markov chain method to embed the random property in gray forecasting model for doubly correcting the residual error, which can improve the adaptability and flexibility. The proposed model is verified by actual load data, and it indeed improves the forecasting accuracy.

**Key words:** load forecasting; grey model; residual error correction; Froier series; Markov chain theory

<sup>\*</sup> 收稿日期:2015-11-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51277056), National Natural Science Foundation of China(51277056)

作者简介:李欣然(1957-),男,湖南涟源人,湖南大学教授,博士

† 通讯联系人, E-mail: lin\_xiuxian@yeah.net

中长期电量预测多指年度预测和月度预测,对电力部门的发展规划有重要意义,电量预测有利于提高电网运行的安全性和经济性.当经济增长,用电需求呈逐年递增的趋势时,灰色预测模型<sup>[1]</sup>能较好地以指数形式拟合中长期用电量情况.但是用电量还受到政治、经济事件以及气候因素的影响,具有一定的随机性与波动性,电量并不是按照绝对的指数规律逐年递增,近年来却出现了增速放缓的现象,有的地区甚至出现负增长,此时若不对灰色模型预测结果进行修正,会产生较大的误差.

实际上,对时间序列残差的修正由来已久亦非常普遍<sup>[2-3]</sup>,电力系统应用中多先对残差绝对值进行灰色预测,继而采用马尔科夫状态转移来判断残差的正负符号,以修正原预测模型<sup>[4]</sup>.而残差序列一般波动剧烈,没有明显的规律,用含有明显指数规律的灰色模型对其进行拟合和预测都将存在较大的误差.此外,在将马尔科夫理论用于电力系统时,有学者运用马尔科夫状态转移概率矩阵直接修正残差值<sup>[5]</sup>,有一定改善.

本文利用傅里叶级数法对时间序列残差的良好修正效果<sup>[6-7]</sup>,将其运用到灰色预测模型,作为一次修正,周期信号或者任何满足条件可延拓的信号都可以展开成傅里叶级数,从而可以提炼出数据样本序列中隐含的周期信息,改善灰色模型自身的机理缺点,使预测结果不再呈现单一的指数增长,以适应不同变化规律的电量序列;同时对原始残差进行马尔科夫预测,作为二次修正,马尔科夫预测能够反映状态的随机过程,提高其随机灵动性.因而本文提出了一种傅里叶-马尔科夫残差修正的中长期电量灰色预测模型(GM-FM, Grey Model-Fourier Markov Residual Correction).在此基础上,以实际用电量数据做算例分析,并与现有修正方法进行对比,结果表明,本文所提模型较大程度地提高了预测精度.

### 1 灰色 GM(1,1)模型

灰色系统理论主要通过对部分已知信息的生成、开发,提取有价值的信息,实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控,灰色预测是一种对含有不确定因素的系统进行预测的方法.

本文采用灰色系统中最广泛应用的 GM(1,1)模型,其建立过程如下<sup>[8]</sup>:

1)计算原始序列  $x^{(0)}$  的一次累加生成序列  $x^{(1)}$ :

$$x^{(0)} = [x^{(0)}(k) | k = 1, 2, \dots, n] = [x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)], \quad (1)$$

$$x^{(1)} = [x^{(1)}(k) | k = 1, 2, \dots, n] = [x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)]. \quad (2)$$

式中:

$$\begin{cases} x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1), k = 1; \\ x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 2, 3, \dots, n. \end{cases} \quad (3)$$

本文研究中长期电量预测,则序列  $x$  对应用电量,具体为连续几年的年用电量.累加生成的序列具有非减递增的特点,具有近似的指数规律.

2)计算微分方程参数  $\hat{a}, \hat{u}$ :

计算公式如下,  $B$  为数据矩阵,  $Y_n$  为数据向量,

$$\begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{u} \end{pmatrix} = \hat{A} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n. \quad (4)$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

$$Y_n = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

3)将参数代回微分方程求解,进行一次累减还原得到原始数列:

$$\text{解微分方程, } \frac{dx^{(1)}}{dt} + \hat{a}x = \hat{u}. \quad (7)$$

可得:

$$x^{(1)}(t+1) = [x^{(1)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}}]e^{-\hat{a}t} + \frac{\hat{u}}{\hat{a}}. \quad (8)$$

式中:  $t=0, 1, 2, \dots$ .

累减还原得预测模型,代入计算便可得预测电量.

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1), k = 0, \\ \hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = \\ (1 - e^{-\hat{a}})(x^{(0)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}})e^{-\hat{a}k}, \\ k = 1, 2, \dots. \end{cases} \quad (9)$$

通过对原始数据序列进行累加生成可以弱化随机性,得到指数规律性较强的曲线.而电力系统的发

展与社会、经济系统一样受到各种因素的制约,不可能永远按照某一速度发展,有时发展较快,有时发展较慢<sup>[9]</sup>. 从而 GM(1,1)模型的应用有很大的局限性,只有当系统基本按指数规律发展,且发展速度不是很快时,才能得到精准的预测结果. 为了改进 GM(1,1)建模机理本身的缺陷,通过修正残差,即实际值与预测值之差,来提高预测精度.

## 2 傅里叶残差修正

如前所述,电量受众多因素影响,不同时期会以不同的指数率变化. 傅里叶级数是周期函数,可提炼出数据样本序列中隐含的周期信息,起到降噪作用<sup>[6-7,10-11]</sup>. 事实上,任何周期函数或满足条件的可延拓的非周期函数都可以展开成为傅里叶级数,并且可用正弦函数和余弦函数构成的无穷级数来表示,成为一种特殊的三角级数. 而三角函数又根据欧拉公式可化为指数形式,故傅里叶级数也可称为一种指数级数,这恰好能与 GM(1,1)模型相结合,提炼数据序列不同的指数信息,并改善 GM(1,1)模型

中累加生成单一指数变化率的局限性. 傅里叶残差修正的具体步骤如下:

1) 定义残差序列  $E_r$ , 并展开成傅里叶级数形式:

$$E_r = \{E_r(2), E_r(3), \dots, E_r(n)\}^T. \quad (10)$$

式中:

$$E_r(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k), k = 2, 3, \dots, n. \quad (11)$$

2) 残差序列的傅里叶级数可近似展开为<sup>[7]</sup>:

$$E(k) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{i=1}^{k_a} \left[ a_i \cos\left(\frac{i \cdot 2\pi k}{T}\right) + b_i \sin\left(\frac{i \cdot 2\pi k}{T}\right) \right]. \quad (12)$$

式中:  $k=2, 3, \dots, n, T=n-1, k_a=[(n-1)/2]-1$ , 符号“ $[\ ]$ ”表示不超过且最接近的整数. 参数

$$C = [a_0, a_1, b_1, \dots, a_{k_a}, b_{k_a}]^T. \quad (13)$$

可用最小二乘法<sup>[12]</sup>求得:

$$C = (P^T P)^{-1} P^T E_r. \quad (14)$$

式中:  $P$  如式(15)所示.

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi \cdot 2}{T}\right) & \sin\left(\frac{2\pi \cdot 2}{T}\right) & \cos\left(\frac{2 \cdot 2\pi \cdot 2}{T}\right) & \sin\left(\frac{2 \cdot 2\pi \cdot 2}{T}\right) & \dots & \cos\left(\frac{k_a \cdot 2\pi \cdot 2}{T}\right) & \sin\left(\frac{k_a \cdot 2\pi \cdot 2}{T}\right) \\ \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi \cdot 3}{T}\right) & \sin\left(\frac{2\pi \cdot 3}{T}\right) & \cos\left(\frac{2 \cdot 2\pi \cdot 3}{T}\right) & \sin\left(\frac{2 \cdot 2\pi \cdot 3}{T}\right) & \dots & \cos\left(\frac{k_a \cdot 2\pi \cdot 3}{T}\right) & \sin\left(\frac{k_a \cdot 2\pi \cdot 3}{T}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi \cdot n}{T}\right) & \sin\left(\frac{2\pi \cdot n}{T}\right) & \cos\left(\frac{2 \cdot 2\pi \cdot n}{T}\right) & \sin\left(\frac{2 \cdot 2\pi \cdot n}{T}\right) & \dots & \cos\left(\frac{k_a \cdot 2\pi \cdot n}{T}\right) & \sin\left(\frac{k_a \cdot 2\pi \cdot n}{T}\right) \end{bmatrix} \quad (15)$$

3) 初始预测值经过傅里叶级数进行修正:

$$\begin{cases} \hat{x}_1^{(0)}(1) = x^{(0)}(1), \\ \hat{x}_1^{(0)}(k) = x^{(0)}(k) + E(k), k = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (16)$$

本文采用每前 9 个样本预测下一个, 令  $k=n+1$  即可得预测点的傅里叶修正值<sup>[13]</sup>:  $\hat{x}_1^{(0)}(k+1)$ .

傅里叶级数对灰色模型的残差修正还可以应用于灰色 Verhulst 模型<sup>[14]</sup>等改进灰色模型中, 同样取得了较好的改进精度. 但是电量的变化不仅仅只有近似指数规律增长的特点, 还有很强的随机性, 受到各类事件的影响. 因此, 在傅里叶修正残差改善预测模型的基础上, 本文进一步通过马尔科夫链来预测残差, 进行二重修正, 以提高预测精度.

## 3 马尔科夫残差预测

马尔科夫链是指对于任一随机过程, 某一时刻之后的状态只与该时刻有关, 与该时刻之前的状态无直接关系<sup>[15]</sup>. 该方法促进了随机过程理论的发展, 即 Markov 过程, 成为了概率论的新分支. 用电量变化受到诸多因素的影响, 其增长速率及是否增长都是不能完全确定的, 表现出马尔可夫残差预测的性质, 具备较强的随机性, 采用马尔科夫残差预测可以改善序列的随机特征, 优化预测结果. 设随机系统  $Y$  在时刻  $t$  处于状态  $i_n$ , 则在  $t+1$  时刻系统所处的状态与  $t$  时刻之前的状态无关, 换而言之初始时

刻到  $t-1$  时刻的随机过程均不影响  $t+1$  时刻,即:

$$p\{Y_{n+1} = i_{n+1} \mid Y_0 = i_0, Y_1 = i_1, \dots, Y_n = i_n\} = p\{Y_{n+1} = i_{n+1} \mid Y_n = i_n\}. \quad (17)$$

$\{Y_n\}$  为 Markov 链,记:

$$p_{ij}^{(m)} = p\{Y_{t+m} = j \mid Y_t = i\}. \quad (18)$$

表示  $t$  时刻系统处于状态  $i$  的情况下,  $t+m$  时刻系统处于状态  $j$  的概率  $p_{ij}^{(m)}$ . 进一步应用中,将实际序列按自定的合理标准分为若干种状态  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , 记  $m$  步状态转移概率为:

$$p_{ij}^{(m)} = \frac{M_{ij}^{(m)}}{M_i^{(m)}}. \quad (19)$$

式中:  $M_{ij}^{(m)}$  为系统序列中从状态  $E_i$  经过  $m$  步转移到状态  $E_j$  的个数,而:

$$M_i^{(m)} = \sum_j M_{ij}^{(m)} \quad (20)$$

是序列中处于状态  $E_i$  的原始数据个数. 定义  $m$  步状态转移矩阵为:

$$R^{(m)} = \begin{bmatrix} p_{11}^{(m)} & p_{12}^{(m)} & \dots & p_{1n}^{(m)} \\ p_{21}^{(m)} & p_{22}^{(m)} & \dots & p_{2n}^{(m)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{n1}^{(m)} & p_{n2}^{(m)} & \dots & p_{nm}^{(m)} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

状态转移矩阵每一行的概率和应为 1, 转移概率指示着状态转移的趋势,且可被用来预测下一步的状态. 当使用一步状态转移矩阵时,若 Markov 链中,前一时刻的数据位于状态  $E_2$ , 则  $R^{(1)}$  的第二行被采用;当利用前两个时刻的数据时,前两个时刻的序列经过两步转移到待预测时刻,若其数据处于状态  $E_1$ , 则采用  $R^{(2)}$  的第一行. 而状态区间的划分一般结合数据序列的平均数和标准差,每个区间的中心即两端点平均值记为状态中心  $v_i$ .

使用马尔科夫理论进行残差预测时,本文将初始灰色预测结果与实际值得到的残差序列划分为  $n$  个状态  $E$ , 考虑  $r$  步转移过程就用到  $r$  个转移概率向量(矩阵的行),待预测时刻残差状态的概率为这  $r$  个向量的和,向量的元素记为  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ,  $n$  为划分的状态  $E$  的个数,则待预测时刻即下一时刻的残差修正预测值为:

$$M(k+1) = \lambda_1 * v_1 + \lambda_2 * v_2 + \dots + \lambda_n * v_n. \quad (22)$$

式中:

$$\lambda_i = \omega_i / (\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n). \quad (23)$$

为状态权重,  $v_i$  为状态区间中心.

因此,经过 Markov 二次修正后的 GM-FM 模型预测结果为:

$$\hat{x}_2^{(0)}(k+1) = \hat{x}_1^{(0)}(k+1) + M(k+1) = \hat{x}^{(0)}(k+1) + E(k+1) + M(k+1). \quad (24)$$

### 4 实例分析

为了方便有效地证明本文所提预测模型的优势,采用现有文献中对中长期电量灰色预测或改进灰色预测算例的原始数据,再对比预测误差. 以中国 2000—2010 年的全社会用电量<sup>[16]</sup>来建模分析,如表 1 所示,其中 2000—2009 年作为样本,预测 2010 年的用电量.

表 1 中国 2000—2010 年全社会用电量  
Tab. 1 Electricity consumption of whole society from 2000 to 2010 in China

年份	用电量 / (亿 kW · h)	年份	用电量 / (亿 kW · h)
2000	13 472	2006	28 588
2001	14 663	2007	32 712
2002	16 331	2008	34 541
2003	19 032	2009	37 032
2004	21 971	2010	41 934
2005	24 940		

1) 利用灰色模型 GM(1,1) 得到拟合值和初始预测值  $\hat{x}^{(0)}(k)$ , 并求得残差序列  $E_r(k)$ .

通过求解得到初步灰色模型预测结果如表 2 所示,“\*”表示实际上未知. 可见灰色模型的拟合和预测精度能满足一定要求,但是仍存在较大的误差.

表 2 初步预测结果  
Tab. 2 Preliminary prediction result

年份	实际用电量	GM 预测值	残差	相对误差 %
2000	13 472	13 472.000	0.000 0	0.00
2001	14 663	15 483.206	-820.206 5	-5.59
2002	16 331	17 367.403	-1 036.403	-6.35
2003	19 032	19 480.893	-448.893 4	-2.36
2004	21 971	21 851.580	119.419 68	0.54
2005	24 940	24 510.763	429.236 88	1.72
2006	28 588	27 493.550	1 094.450 3	3.83
2007	32 712	30 839.320	1 872.679 8	5.72
2008	34 541	34 592.247	-51.247 4	-0.15
2009	37 032	38 801.879	-1 769.879	-4.78
2010	41 934	43 523.794	* -1 589.794	* -3.79

2) 根据傅里叶残差修正求矩阵  $P$  和  $C$ , 并求得

残差序列的傅里叶级数形式  $E(k)$ , 从而得到一次修正后的预测值  $\hat{x}_1^{(0)}(k)$ .

残差序列从 2001—2009 年共 9 个数据, 代入计算公式结果如式(25)和式(26):

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1736 & 0.9848 & -0.9397 & 0.342 & -0.5 & -0.866 \\ 0.5 & -0.5 & 0.866 & -0.5 & -0.866 & 1 & 0 \\ 0.5 & -0.9397 & 0.342 & 0.766 & -0.6428 & -0.5 & 0.866 \\ 0.5 & -0.9397 & -0.342 & 0.766 & 0.6428 & -0.5 & -0.866 \\ 0.5 & -0.5 & -0.866 & -0.5 & 0.866 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0.1736 & -0.9848 & -0.9397 & -0.342 & -0.5 & 0.866 \\ 0.5 & 0.766 & -0.6428 & 0.1736 & -0.9848 & -0.5 & -0.866 \\ 0.5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0.766 & 0.6428 & 0.1736 & 0.9848 & -0.5 & 0.866 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$C = \begin{bmatrix} -135.743 \\ 152.958 \\ -1264.582 \\ -53.313 \\ -579.441 \\ -151.600 \\ -441.907 \end{bmatrix} \quad E(k) = \begin{bmatrix} -976.2603 \\ -862.6426 \\ -619.4027 \\ 266.1118 \\ 324.0552 \\ 1145.4351 \\ 1882.0415 \\ -119.8264 \\ -1650.355 \end{bmatrix} \quad (26)$$

将  $n+1$  即 11 代入  $E(k)$  得到 2010 年的傅里叶残差修正值为  $-976.2603$ , 故一次修正后的预测值为:

$$\hat{x}_1^{(0)}(11) = \hat{x}^{(0)}(11) + E(11) = 43\,523.794 + (-976.2603) = 42\,547.5337 \quad (27)$$

经过傅里叶残差修正后的预测值精度显著提高, 相对误差下降至  $-1.47\%$ .

3) 根据残差的 Markov 链进行状态划分, 求解残差的状态转移矩阵  $R^{(m)}$ , 进一步求得 Markov 残差预测值  $M(k+1)$ , 最后得到二次修正后的最终预测值  $\hat{x}_2^{(0)}(k+1)$ .

本文根据残差序列的平均值  $\mu$  和标准差  $\sigma$  将残差序列划分为 3 个状态区间:  $[\mu-1.9\sigma, \mu-0.6\sigma]$ ,  $[\mu-0.6\sigma, \mu+0.6\sigma]$ ,  $[\mu+0.6\sigma, \mu+1.9\sigma]$ , 分别对应状态  $E_1, E_2$  和  $E_3$ , 区间应囊括整个残差范围. 其中  $\mu = -67.8715, \sigma = 1\,051.2042$ , 3 个状态区间范围为  $[-2\,065.1595, -698.594], [-698.594, 562.8510], [562.8510, 1\,929.4165]$ , 对应状态如表 3 所示.

计算得其 3 步状态转移矩阵如下:

$$R^{(1)} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}, \quad R^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 2/3 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}, \quad R^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 2/3 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

表 3 残差序列状态  
Tab. 3 State of residual series

年份	残差	状态
2001	-820.206 5	$E_1$
2002	-1 036.403	$E_1$
2003	-448.893 4	$E_2$
2004	119.419 68	$E_2$
2005	429.236 88	$E_2$
2006	1 094.450 3	$E_3$
2007	1 872.679 8	$E_3$
2008	-51.247 4	$E_2$
2009	-1 769.879	$E_1$

采用 2007—2009 年的状态转移来预测 2010 年的残差值, 共 3 步转移, 转移概率如表 4 所示.

表 4 GM-FM 预测的状态转移表  
Tab. 4 State transition table of GM-FM

转移步数	状态	转移概率		
		$E_1$	$E_2$	$E_3$
1(2009)	$E_1$	1/2	1/2	0
2(2008)	$E_2$	0	1/3	2/3
3(2007)	$E_3$	1	0	0
总概率 $\omega$		3/2	5/6	2/3

由  $\omega$  求得状态权重  $\lambda_1 = 0.5, \lambda_2 = 5/18, \lambda_3 = 4/18$ , 且有状态中心  $v_1 = -1\,381.8768, v_2 = -67.8715, v_3 = -1\,246.1337$ , 则 2010 年的 Markov 残差预测值为:

$$M(k+1) = M(11) = \lambda_1 * v_1 + \lambda_2 * v_2 + \lambda_3 * v_3 = -690.9384 - 18.8532 + 276.9186 = -432.87295 \quad (29)$$

从而, 可知最终经过二次修正后的 2010 年全社会用电量 GM-FM 预测值为:

$$\hat{x}_2^{(0)}(k+1) = \hat{x}_1^{(0)}(k+1) + M(k+1), \quad \hat{x}_2^{(0)}(11) = \hat{x}_1^{(0)}(11) + M(11) = \hat{x}^{(0)}(11) + E(11) + M(11) = 43\,523.794 - 976.2603 - 432.873 = 42\,114.66 \quad (30)$$

本文改进后 GM-FM 模型与 GM 模型的预测精度对比分析如表 5 所示,曲线及其放大图如图 1 所示.可见本文所提方法的拟合精度和预测精度均明显提高,证明了 GM-FM 模型的有效性.

此外,对文献[5]中 1979—1989 年石家庄售电量数据对 1989 年的售电量进行了预测验证,并与之

所提的马尔科夫预测残差及其残差符号的方法做了对比,同样证明本文所提模型具有更高的预测精度.本文所提方法具体数据如表 6 所示,曲线及其放大图如图 2 所示,其中由 3 步转移矩阵得到的 Markov 残差预测值为 0.021 6,与该文献的预测结果对比如表 7 所示.

表 5 预测结果对比分析  
Tab. 5 Comparison of forecasting model

年份	实际用电量	GM 预测值	误差	相对误差 %	GM-FM 预测值	误差	相对误差 %
2000	13 472	13 472.000	0.000 0	0.00	13 472.00	0.000 0	0.00
2001	14 663	15 483.206	-820.206 5	-5.59	14 506.95	156.053 8	1.06
2002	16 331	17 367.403	-1 036.403	-6.35	16 504.76	-173.761	-1.06
2003	19 032	19 480.893	-448.893 4	-2.36	18 861.49	170.509 4	0.89
2004	21 971	21 851.580	119.419 68	0.54	22 117.69	-146.692	-0.67
2005	24 940	24 510.763	429.236 88	1.72	24 834.82	105.1817	0.42
2006	28 588	27 493.550	1 094.450 3	3.83	28 638.98	-50.984 7	-0.18
2007	32 712	30 839.320	1 872.679 8	5.72	32 721.36	-9.361 7	-0.02
2008	34 541	34 592.247	-51.247 4	-0.15	34 472.42	68.578 97	0.20
2009	37 032	38 801.879	-1 769.879	-4.78	37 151.52	-119.525	0.32
2010	41 934	43 523.794	-1 589.794	-3.79	42 114.66	-180.66	-0.43

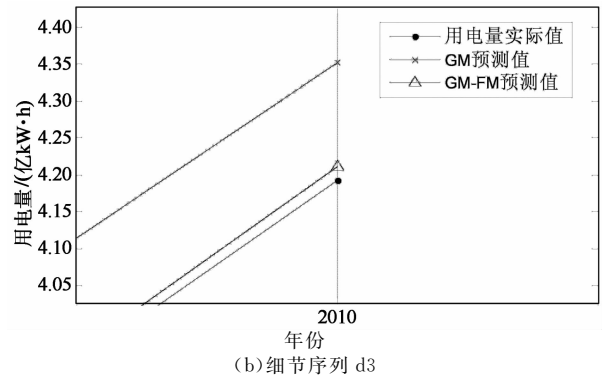
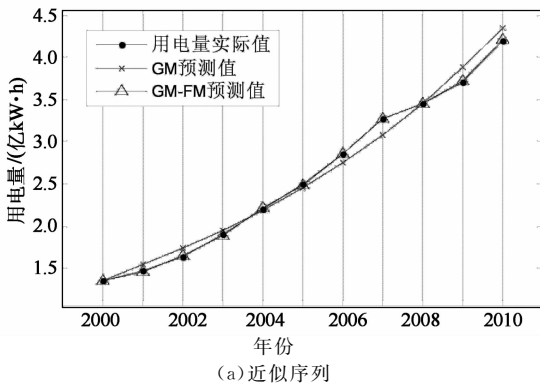


图 1 GM(1,1)与 GM-FM 的预测结果对比  
Fig. 1 Forecasting results of GM(1,1) and GM-FM

表 6 石家庄售电量的 GM-FM 应用  
Tab. 6 Load forecasting results by GM-FM of Shijiazhuang

年份	售电量/(TW·h)	GM 预测值	残差	Fourier 修正	GM-FM 预测值	误差/%
1979	20.47	20.470 0	0.000 0	0.000 00	20.470 0	0.000 00
1980	21.39	20.602 61	0.787 4	0.554 028	21.156 64	0.233 36
1981	22.04	21.956 93	0.083 0	0.379 221	22.336 15	-0.296 15
1982	23.36	23.400 28	-0.040 3	-0.363 5	23.036 78	0.323 22
1983	24.06	24.938 5	-0.878 5	-0.567 19	24.371 31	-0.311 31
1984	26.51	26.577 84	-0.067 8	-0.329 68	26.248 16	0.261 84
1985	27.98	28.324 94	-0.344 9	-0.164 15	28.160 8	-0.180 80
1986	30.4	30.186 89	0.213 1	0.135 16	30.322 05	0.077 94
1987	32.48	32.171 24	0.308 8	0.274 453	32.445 69	0.034 31
1988	34.42	34.286 03	0.134 0	0.276 397	34.562 42	-0.142 42
1989	37.56	36.539 83	1.020 2	0.554 028	37.115 46	0.444 54

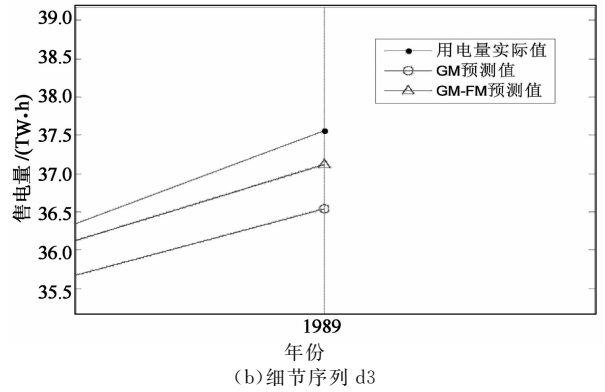
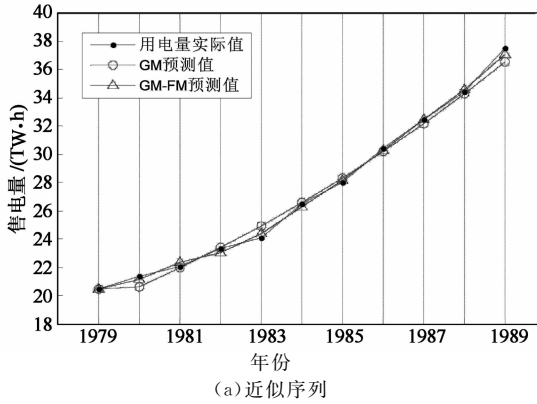


图 2 石家庄售电量 GM(1,1)与 GM-FM 的预测结果对比  
 Fig. 2 SJZ load forecasting results of GM(1,1) and GM-FM

表 7 GM-FM 预测结果与其他方法的对比  
 Tab. 7 Comparison of GM-FM forecasting model and other one

年份	售电量	马尔科夫灰色残差修正模型		GM-FM 模型	
		预测值	误差%	预测值	误差%
1989	37.56	35.6176	5.17	37.11546	1.18

分解,再根据分解后的信号特征选用合适的方法进行组合预测,最后重构(叠加)近似序列和细节序列的预测结果得到总的预测值.将本文中已有的 2000—2009 年的用电量作为原始序列进行小波分解,小波函数采用 Daubechies 系列的 db3 小波,作 3 层分解,结果如图 3 所示,分别为近似序列(趋势项) a3 和细节序列(高频分量) d3, d2 和 d1.

另外,对比同样由傅里叶分析思想发展而来的小波分析方法,其通常需要先对原始序列进行小波

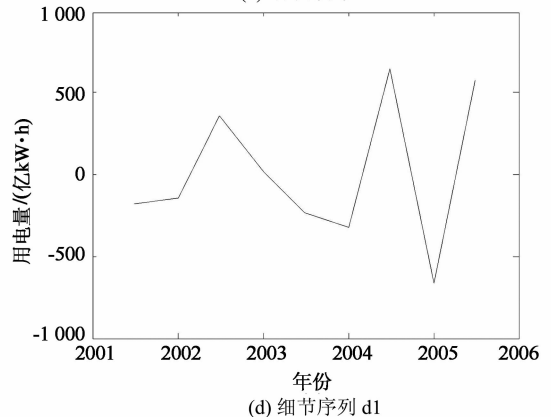
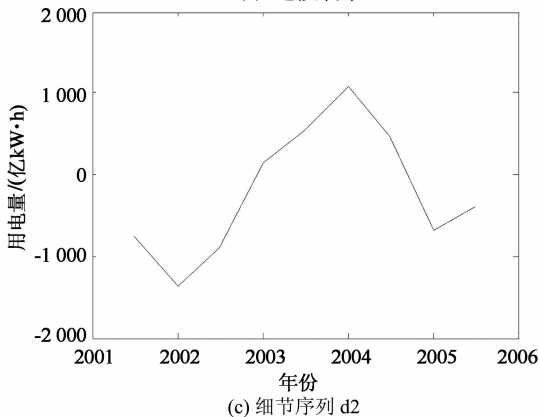
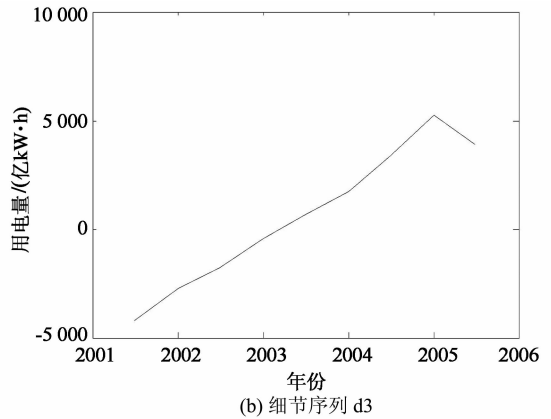
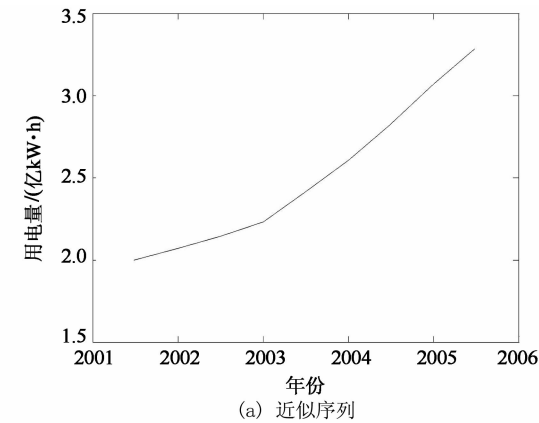


图 3 小波分解序列  
 Fig. 3 Wavelet decomposition series

由图可见,分解后的近似序列有更平稳的指数增长规律,但其细节序列都波动复杂,非线性极强,选用哪种或哪几种合适的预测方法是工作的一大难点,模型变得复杂,且解构、重构后的预测结果难免存在机理上的误差.更加值得一提的是,选用何种小波函数进行何种尺度的分解需要依靠经验和试验,选择不当可能带来很大的误差.相比之下,本文所提方法不需要采用多种不同模型的组合预测,提取序列自身的信号特征,进行预测和修正,更为简单,且效果良好.

## 5 结 论

灰色模型能较好地预测中长期电量,但电量数据增长速度有时快有时慢,更有诸多因素的随机影响,单纯的灰色模型对数据波动且不按单一指数规律变化的序列适应性不强.本文通过分析电量预测的残差数列,利用傅里叶级数和马尔科夫状态转移矩阵对预测结果进行了二重修正,改善了灰色模型对样本数据波动适应能力不足的缺点,使其具备更为灵活的指数率以及随机适应性等特点,显著提高了预测精度,通过对 2010 年中国全社会的用电量以及石家庄 1989 年的售电量数据进行预测分析,验证了该模型的准确性,且通过对比可知,模型预测结果优于现有的一般单纯使用马尔科夫修正残差的方法.

## 参考文献

[1] 邓聚龙. 灰色系统理论[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1990.  
DENG Ju-long. Grey system theory[M]. Wuhan:Huazhong University of Science Technology Press,1990. (In Chinese)

[2] BOX G P, JENKINS G M. Time series analysis: forecasting and control[M]. San Francisco,CA:Holden-Day Inc. 1976.

[3] 任震,吴敏栋,黄雯莹. 电力系统可靠性原始参数的滚动预测和残差修正[J]. 电力自动化设备,2006,26(7):10-12.  
REN Zhen, WU Min-dong, HUANG Wen-ying. Rolling prediction and residual error revise of original reliability parameter of power system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2006, 26(7): 10-12. (In Chinese)

[4] 王翠茹,孙辰军,杨静,等. 改进残差灰色预测模型在负荷预测中的应用[J]. 电力系统及其自动化学报,2006,18(1):86-89.  
WANG Cui-ru, SUN Chen-jun, YANG Jing, et al. Application of modified residual error gray prediction model in power load forecasting [J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2006, 18(1): 86-89. (In Chinese)

[5] 黄银华,彭建春,李长春,等. 马尔科夫理论在中长期负荷预测中的应用[J]. 电力系统及其自动化学报,2011,23(5):131-136.  
HUANG Yin-hua, PENG Jian-chun, LI Chang-chun, et al. Application of markov theory in mid-long term load forecasting[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2011, 23(5): 131-136. (In Chinese)

[6] 黄元生,方伟. 基于灰色傅里叶变换残差修正的电力负荷预测模型[J]. 电力自动化设备,2013,33(9):105-112.  
HUANG Yuan-sheng, FANG Wei. Power load forecasting model with residual error correction based on gray Fourier transform[J]. Electric Power Automation Equipment, 2013, 33(9): 105-112. (In Chinese)

[7] TAN C L, CHANG S. Residual correction method of fourier series to GM(1,1) model[C]. Proceedings of the National Conference of Grey Theory and Application, Kaohsiung, Taiwan:1996:93-101.

[8] 刘洋,陈传波,王国霞. 基于灰色系统理论的湖南省电力需求分析与预测[J]. 湖南大学学报:自然科学版,2005,32(5):71-74.  
LIU Yang, CHEN Chuan-bo, WANG Guo-xia, et al. Power system stabilizer based on grey prediction and extension control[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2005, 32(5): 71-74. (In Chinese)

[9] 陈章潮,熊岗. 应用改进的灰色 GM(1,1)模型进行长期电力需求预测[J]. 电力系统自动化,1993,17(7):20-24.  
CHEN Zhang-chao, XIONG Gang. Long-term load forecasting for pudong new area of shanghai using grey theory[J]. Automation of Electric Power Systems, 1993, 17(7): 20-24. (In Chinese)

[10] 甘丽珍,张铭鑫,刘明周,等. 基于傅里叶变换的质量预测动态残差修正模型[J]. 合肥工业大学学报:自然科学版,2009,32(6):806-810.  
GAN Li-zhen, ZHANG Ming-xin, LIU Ming-zhou, et al. Research on the dynamic model of error amendment for quality prediction based on Fourier transform[J]. Journal of Hefei University of Technology : Natural Sciences, 2009, 32(6): 806-810. (In Chinese)

[11] 柳焕章,贾晓辉. 自适应突变继电器及其傅里叶算法[J]. 电力系统自动化,2011,35(20):74-77.  
LIU Huan-zhang, JIA Xiao-hui. Adaptive variation relay and its fourier algorithm[J]. Automation of Electric Power Systems, 2011, 35(20): 74-77. (In Chinese)

[12] 曹健,林涛,徐遐龄,等. 基于最小二乘法和时频原子变换的谐波/间谐波测量算法[J]. 电工技术学报,2011,26(10):1-7.  
CAO Jian, LIN Tao, XU Xia-ling, et al. Monitoring of power system harmonic/inter-harmonics based on least squares algorithm and time frequency transform[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2011, 26(10): 1-7. (In Chinese)

[13] SU Shun-feng, LIN Chan-ben, HSU Yen-tseng. A high precision global prediction approach based on local prediction approaches[J]. IEEE Transactions on Systems, man, and Cybernetic-part C: Applications and Reviews, 2002, 32(4): 416-425.

[14] KAVACAN E, ULUTASI B, KAVNAK O. Grey system theory-based models in time series prediction[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(2): 1784-1789.

[15] 鲁文军,陈远扬,刘觉民,等. 电力设备可靠性评估的 RSS 方法研究[J]. 湖南大学学报:自然科学版,2011,38(4):47-50.  
LU Wen-jun, CHEN Yuan-yang, LIU Jue-min, et al. Research of RSS in power equipment reliability evaluation[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2011, 38(4): 47-50. (In Chinese)

[16] 郑雅楠,单葆国,顾宇桂,等. 中长期电量灰色预测中数据预处理方法研究[J]. 中国电力,2013,46(10):111-114.  
ZHENG Ya-nan, SHAN Bao-guo, GU Yu-gui, et al. Data preprocessing for grey model of medium-long term load forecasting[J]. Electric Power, 2013, 46(10): 111-114. (In Chinese)