

文章编号:1674-2974(2016)10-0119-07

大地电磁三维矢量有限元正演模拟*

石明^{1,3}, 冯德山^{1,2†}, 李开鹏³, 王珣^{1,2}

(1. 中南大学地球科学与信息物理学院, 湖南长沙, 410083;

2. 有色资源与地质灾害探查湖南省重点实验室, 湖南长沙, 410083;

3. 贵州省有色金属和核工业地质勘查局物化探总队, 贵州都匀, 558004)

摘要:从 Maxwell 方程出发, 开展了三维大地电磁场所满足的边值问题研究, 利用加权余量法导出了三维大地电磁有限元方程. 介绍了三维矢量有限元六面体网格剖分方式、插值基函数选取, 推导了三维大地电磁矢量有限元正演的单元刚度系数矩阵及离散格式. 编制了三维矢量有限元大地电磁正演的 Matlab 程序. 三维 COMMEMI 3D-1 模型的视电阻率曲线与国际通用的标准测试数据能很好地拟合, 验证了作者编写的矢量有限元正演程序的正确性. 通过对高、低阻异常体的阻抗张量形态分析, 说明张量阻抗等值线图能用以大致判断异常体特性, 丰富了大地电磁响应特征的表达方式.

关键词:矢量有限元; 大地电磁; 正演模拟; 张量阻抗

中图分类号: P631

文献标识码: A

Three-dimensional Magnetotelluric Forward Modeling Using Vector Finite Element Method

SHI Ming^{1,3}, FENG De-shan^{1,2†}, LI Kai-peng³, WANG Xun^{1,2}

(1. School of Geosciences and Info-Physics, Central South Univ, Changsha, Hunan 410083, China;

2. Key Laboratory of Non-ferrous Resources and Geological Detection of Hunan Province, Changsha, Hunan 410083, China;

3. Geophysical and Geochemical Prospecting Team, Non-ferrous Metals and Nuclear Industry Geological Exploration Bureau of Guizhou Province, Duyun, Guizhou 558004, China)

Abstract: Starting from the Maxwell equations, this article studied the boundary conditions of 3D MT. By using the weighted residual method, we derived the three-dimensional MT finite element equation. The three-dimensional vector finite element hexahedral meshing mode was introduced and the basis functions were selected. Then we derived the three-dimensional magnetotelluric vector finite element stiffness coefficient matrix and discrete format. A three-dimensional vector finite element magnetotelluric forward Matlab program was done. The apparent resistivity curve of the dimensional COMMEMI 3D-1 model matches the international standard test data, which proves the correctness of 3D magnetotelluric forward program. With the analysis of high and low resistivity anomalies, it shows that tensor impedance map can roughly

* 收稿日期: 2016-03-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(41574116), National Natural Science Foundation of China(41574116); 中南大学创新驱动项目(2015CX008); 中南大学教师研究基金资助项目(2014JSJJ001); 中南大学升华育英人才计划(2012); 湖湘青年创新创业平台培养对象共同资助项目(2013)

作者简介:石明(1969-), 男, 湖南益阳人, 中南大学博士研究生, 高级工程师

† 通讯联系人, E-mail: fengdeshan@126.com

determine the anomaly characteristics, which enriches the magnetotelluric response characteristics of expression.

Key words: vector finite element method; magnetotelluric; forward modeling; impedance tensor

大地电磁(MT)是以电离层激发的天然交变电场为场源,在地表观测相互正交的电场、磁场分量来获取地电构造信息的一种重要地球物理勘探方法^[1]. MT不需要庞大的发射源设备,只需采用比较轻便的接收设备,野外工作方便、成本低,被广泛应用于地壳和上地幔电性结构的研究,在石油天然气勘探、矿产资源勘探、工程与环境普查等领域,发挥着举足轻重的作用^[2-9]. 可以预见,三维 MT 勘探技术是地球物理中深层领域的研究热点及今后 MT 的发展趋势,而三维 MT 正演是理解 MT 勘探物理现象并认识地质体电磁响应规律的有效手段,显然尤其重要.

尽管矢量 FEM 拥有诸多优点,但在地球物理的电磁法正演领域中,其应用并不多见,尚需要进一步完善. 目前的研究主要包括: Yoshimura 等^[10]开展了矢量 FEM 的 MT 响应数值模拟,并将矢量 FEM 的计算结果与交错网格 FDM 的计算结果进行了对比; Mitsuhata 等^[11]利用矢量 FEM 和节点 FEM 耦合的方法对三维 MT 数值模拟; Nam^[12]采用不规则六面体矢量 FEM 直接计算电场,研究了起伏地形下 MT 的电阻率和相位的变化规律; 刘长生等^[13]将完全非结构化四面体单元引入到矢量有限元中,实现了三维大地电磁 h-型自适应矢量有限元正演; 王焯^[14]开展了高频率大地电磁法矢量有限元正演,并采用改进的威尔金森方法求解大型病态方程组,提高了迭代速度; 顾观文等^[15]开展了矢量有限元法 MT 三维地形数值模拟,研究了地形起伏下三维阻抗张量的变化规律; 杨军等^[16]采用非结构四面体单元的三维矢量 FEM 实现了海洋可控源电磁数值模拟; 苏晓波等^[17]采用规则六面体单元的三维矢量 FEM 实现了大地电磁数值模拟,并对网格剖分的重要性进行了研究.

在前人基础上,作者推导了三维大地电磁矢量 FEM 正演的离散形式,应用矢量 FEM 算法计算了三维 COMMEMI 3D-1 国际模型^[18]的 MT 视电阻率及模型张量阻抗,研究了高低阻异常体的电磁响应特性,有效地指导了 MT 的资料解释.

1 三维大地电磁边值问题

以 $e^{-i\omega t}$ 表示谐变场的时间因子,大地电磁满足的 Maxwell 方程组可表示为:

$$\begin{aligned}\nabla \times E &= i\omega\mu H, \\ \nabla \times H &= (\sigma - i\omega\epsilon)E.\end{aligned}\quad (1)$$

式中: ω 为角频率; μ 为介质的磁导率; σ 为电导率; ϵ 为介电常数. 联立两式,消去 H ,并假定岩石和空气中的 μ 为常数得:

$$\nabla \times (\nabla \times E) - k^2 E = 0.\quad (2)$$

式(2)为电场矢量 E 所应满足的微分方程,式中 k 为波数, $k^2 = i\omega\mu\sigma + \omega^2\epsilon\mu$. 将电场 E 写成分量形式为:

$$E = E_x e_x + E_y e_y + E_z e_z.\quad (3)$$

在三维情况下, E_x , E_y 和 E_z 是相互联系的,无法将其中一个分量单独分离出来. 根据广义变分原理,将微分方程和边界条件都考虑在内,利用加权余量法^[9]推导得到的三维大地电磁边值问题相关的加权余量方程为:

$$\begin{aligned}\int_{\Omega} [(\nabla \times \delta E) \cdot (\nabla \times E)] d\Omega - \int_{\Omega} k^2 E \cdot \delta E d\Omega + \\ \int_{\square EFGH} \chi E_x \delta E_x d\Gamma = 0.\end{aligned}\quad (4)$$

式中: Ω 为三维模拟区域,如图 1 所示. 式中第 3 项中 $\square EFGH$ 为三维空间中的底面,代表剖分单元落在计算区域底界面 $EFGH$ 的边界条件公式,且考虑 $EFGH$ 底界面以下为均匀介质, $\chi = \sqrt{-i\omega\mu\sigma}$; 对于上边界 $ABCD$ 面有, $E_x = 1$, $E_y = 0$, $E_z = 0$; 对于 4 个垂直边界面,电磁场的传播方向垂直向下,与边界的法向垂直 $E \times H \perp \Gamma$.

2 矢量 FEM 网格离散及单元分析

矢量 FEM 与常规节点 FEM 求解过程非常类似,仅仅在区域剖分、插值基函数选取及单元分析方面略有不同,主要步骤包括: (i) 区域剖分; (ii) 选用矢量插值基函数; (iii) 单元分析; (iv) 总体合成; (v) 多元函数求偏导数; (vi) 解线性代数方程组.

为了将求解区域离散化,可将模拟区域用若干个六面体单元进行网格离散,剖分后的三维模拟区域示意图如图 1 所示. 每个单元的 8 个顶点称为节点,节点的编号和棱边编号如图 2 所示. 令单元内 x, y, z 方向的边长分别记为 a, b 和 c ,其中心坐标为 (x_c^e, y_c^e, z_c^e) , 并给每个单元的电阻率 $\rho = 1/\sigma$ 赋值.

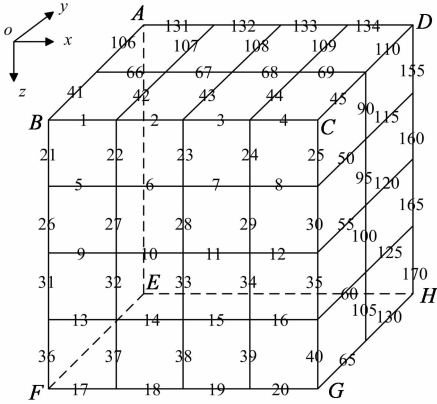


图 1 矢量有限元三维区域剖分图

Fig. 1 Vector finite element three-dimensional mesh region figure

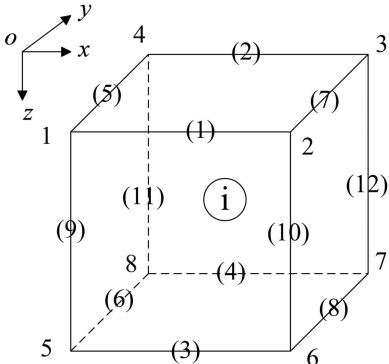


图 2 矢量六面体单元中的节点与棱边编号

Fig. 2 Node and edge number in the vector hexahedral cell

通过分配常切向场分量给单元的每一条边,单元内 x, y, z 3 个方向上场分量可分别表示为:

$$E_x^e = \sum_{i=1}^4 n_{xi}^e, E_y^e = \sum_{i=1}^4 N_{yi}^e E_{yi}^e, E_z^e = \sum_{i=1}^4 N_{zi}^e E_{zi}^e. \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} N_{x1}^e &= \frac{1}{bc} \left(y_c^e + \frac{b}{2} - y \right) \left(z_c^e + \frac{c}{2} - z \right), \\ N_{x2}^e &= \frac{1}{bc} \left(y - y_c^e + \frac{b}{2} \right) \left(z_c^e + \frac{c}{2} - z \right), \\ N_{x3}^e &= \frac{1}{bc} \left(y_c^e + \frac{b}{2} - y \right) \left(z - z_c^e + \frac{c}{2} \right), \\ N_{x4}^e &= \frac{1}{bc} \left(y - y_c^e + \frac{b}{2} \right) \left(z - z_c^e + \frac{c}{2} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{y1}^e &= \frac{1}{ac} \left(z_c^e + \frac{c}{2} - z \right) \left(x_c^e + \frac{a}{2} - x \right), \\ N_{y2}^e &= \frac{1}{ac} \left(z - z_c^e + \frac{c}{2} \right) \left(x_c^e + \frac{a}{2} - x \right), \\ N_{y3}^e &= \frac{1}{ac} \left(z_c^e + \frac{c}{2} - z \right) \left(x - x_c^e + \frac{a}{2} \right), \\ N_{y4}^e &= \frac{1}{ac} \left(z - z_c^e + \frac{c}{2} \right) \left(x - x_c^e + \frac{a}{2} \right), \\ N_{z1}^e &= \frac{1}{ab} \left(x_c^e + \frac{a}{2} - x \right) \left(y_c^e + \frac{b}{2} - y \right), \\ N_{z2}^e &= \frac{1}{ab} \left(x - x_c^e + \frac{a}{2} \right) \left(y_c^e + \frac{b}{2} - y \right), \\ N_{z3}^e &= \frac{1}{ab} \left(x_c^e + \frac{a}{2} - x \right) \left(y - y_c^e + \frac{b}{2} \right), \\ N_{z4}^e &= \frac{1}{ab} \left(x - x_c^e + \frac{a}{2} \right) \left(y - y_c^e + \frac{b}{2} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

矢量 FEM 定义的基函数具有零散度和非零旋度的特性. 而且,构成离散单元各个小平面上的切向场仅由组成小平面的棱边上的切向场决定,不仅保证了穿越棱边的切向场连续,而且保证了穿越离散单元表面时切向场的连续性. 用六面体单元对整个区域进行剖分. 单元的坐标变换关系为:

$$\begin{aligned} x &= x_c + \xi \cdot a/2, \\ y &= y_c + \eta \cdot b/2, \\ z &= z_c + \zeta \cdot c/2. \end{aligned} \quad (7)$$

式中: x_c, y_c, z_c 是子单元中心的坐标,微分关系为:

$$\begin{aligned} dx &= \frac{a}{2} d\xi, dy = \frac{b}{2} d\eta, dz = \frac{c}{2} d\zeta, \\ dxdydz &= \frac{abc}{8} d\xi d\eta d\zeta. \end{aligned} \quad (8)$$

将式(4)中的区域积分分解为各单元积分之和:

$$\sum_{\Omega} \int_{\Omega} [(\nabla \times \delta E) \cdot (\nabla \times E)] d\Omega - \sum_{\Omega} \int_{\Omega} k^2 E \times \delta E d\Omega + \sum_{\square EFGH} \int_{\square 5678} \chi E_x \delta E_x d\Gamma = 0. \quad (9)$$

由插值基函数形式,可得到

$$\begin{aligned} E &= N^T (E_x e_x + E_y e_y + E_z e_z), \\ \delta E &= N^T (\delta E_x e_x + \delta E_y e_y + \delta E_z e_z). \end{aligned} \quad (10)$$

$\delta E_x, \delta E_y, \delta E_z$ 分别为电场 E_x, E_y, E_z 的变分. 将式(10)带入,可得到式(9)中的第一项积分为:

$$\int_{\Omega} \nabla \times \delta E \cdot \nabla \times E d\Omega = \int_{\Omega} \delta E^T \cdot (\nabla \times N^T) \times (\nabla \times N) \cdot E d\Omega = \delta E_e^T K_{1e} E_e. \quad (11)$$

式(11)中: $K_{1e} = \int_{\Omega} (\nabla \times N^T) \times (\nabla \times N) d\Omega =$

$$\begin{bmatrix} K^{11} & K^{12} & K^{13} \\ K^{21} & K^{22} & K^{23} \\ K^{31} & K^{32} & K^{33} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

式(12)中: $\mathbf{K}^{11}, \dots, \mathbf{K}^{33}$ 为分块矩阵 \mathbf{K}_{1e} 的子矩阵.

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^{11} &= \int_e \left[\left(\frac{\partial N_x}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N_x}{\partial y} \right)^T + \left(\frac{\partial N_x}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial N_x}{\partial z} \right)^T \right] d\Omega, \\ \mathbf{K}^{22} &= \int_e \left[\left(\frac{\partial N_y}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial N_y}{\partial x} \right)^T + \left(\frac{\partial N_y}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial N_y}{\partial z} \right)^T \right] d\Omega, \\ \mathbf{K}^{33} &= \int_e \left[\left(\frac{\partial N_z}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial N_z}{\partial x} \right)^T + \left(\frac{\partial N_z}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N_z}{\partial y} \right)^T \right] d\Omega, \\ \mathbf{K}^{21} &= - \int_e \left(\frac{\partial N_y}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial N_x}{\partial y} \right)^T d\Omega K^{12} = (K^{21})^T, \\ \mathbf{K}^{31} &= - \int_e \left(\frac{\partial N_z}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial N_x}{\partial z} \right)^T d\Omega K^{13} = (K^{31})^T, \\ \mathbf{K}^{32} &= - \int_e \left(\frac{\partial N_z}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N_y}{\partial z} \right)^T d\Omega K^{23} = (K^{32})^T. \end{aligned}$$

将形函数代入并进行积分求解,可以得到式(9)第一积分项的三维单元刚度矩阵系数:

$$\begin{aligned} K^{11} &= \frac{ac}{6b} N_1 + \frac{ab}{6c} N_2, \\ K^{22} &= \frac{ab}{6c} N_1 + \frac{bc}{6a} N_2, \\ K^{33} &= \frac{bc}{6a} N_1 + \frac{ac}{6b} N_2, \\ K^{21} &= -\frac{c}{6} N_3, \\ K^{31} &= -\frac{b}{6} N_3, \\ K^{32} &= -\frac{a}{6} N_3. \end{aligned}$$

其中 N_1, N_2, N_3 均为经过三重积分后得到的 4×4 的单元矩阵,结果如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_1 &= \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{N}_2 &= \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{N}_3 &= \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

将形函数代入式(9)的第二项单元积分中:

$$\int_e k^2 E \cdot \delta E d\Omega = \delta E_e^T K_{2e} E_e. \quad (13)$$

式中:

$$K_{2e} = \begin{bmatrix} K^{11} & 0 & 0 \\ 0 & K^{22} & 0 \\ 0 & 0 & K^{33} \end{bmatrix},$$

$$K^{11} = K^{22} = K^{33} = \int_e k^2 N N^T d\Omega,$$

$$k_{ij}^{11} = \int_e k^2 N_i N_j d\Omega. \quad (14)$$

求解式(14),可以得到式(9)第二项的单元刚度矩阵系数为:

$$K^{11} = K^{22} = K^{33} = \frac{abc}{36} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

当单元的边界面 5678 落在区域底面边界 $EF-GH$ 上时,边界积分

$$\int_{\square_{5678}} \chi E_x \delta E_x d\Gamma = \delta E_e^T K_{3e} E_e. \quad (16)$$

式中:

$$K_{3e} = \begin{bmatrix} K^{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K^{11} = \int_{\square_{5678}} \chi N N^T d\Gamma,$$

$$k_{ij}^{11} = \int_{\square_{5678}} \chi N_i N_j d\Gamma. \quad (17)$$

这里 N_i, N_j 为四边形单元的矢量基函数,不是六面体单元的基函数.求解式(17),可以得到式(9)第3积分项的三维矢量 FEM 单元刚度矩阵系数:

$$K^{11} = \frac{ab}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

在一个单元内,将三项积分得出的矩阵 K_{1e}, K_{2e}, K_{3e} 相加,再将单元的系数矩阵扩展成由全体棱边组成的系数矩阵,再将各单元相加,对(9)式进行离散、扩展,将顶界面 $ABCD$ 上的边界条件代入线性方程组后,解方程组,就可以得到各个棱边的 E_x, E_y, E_z 的值.根据式(1)中第一式,进行有限元求解即可得到相应的 H_x, H_y, H_z 的值.

3 三维矢量 FEM 大地电磁正演模拟

为了验证三维矢量 FEM 程序的正确性和精度,选取国际通用 COMMEMI 3D-1 标准测试模型,模型示意图如图 3 所示.

图 3 中异常体大小为 $1\ 000\ \text{m} \times 2\ 000\ \text{m} \times 2\ 000\ \text{m}$,异常体上界面距地面 $250\ \text{m}$,电阻率为 0.5

$\Omega \cdot m$,背景电阻率为 $100 \Omega \cdot m$,MT 测线分别布置在 x, y 坐标轴上,范围为 $0 \text{ km} \sim 2.5 \text{ km}$.其中 x, y, z 方向网格数为 $41 \times 41 \times 39$ (8 层空气层),计算区域为 $30\,000 \text{ m} \times 25\,000 \text{ m} \times 35\,000 \text{ m}$,空气层厚度为 $5\,000 \text{ m}$,空气层电阻率设为 $10^{15} \Omega \cdot m$.

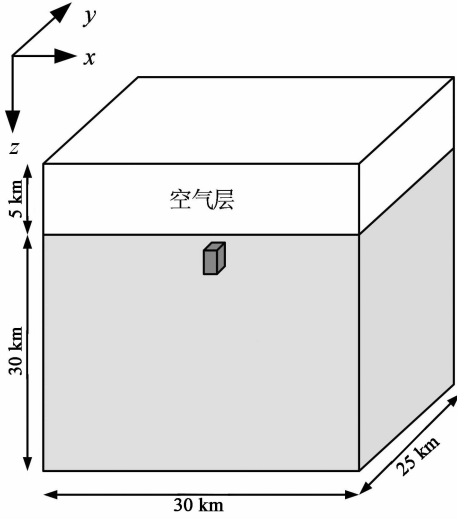
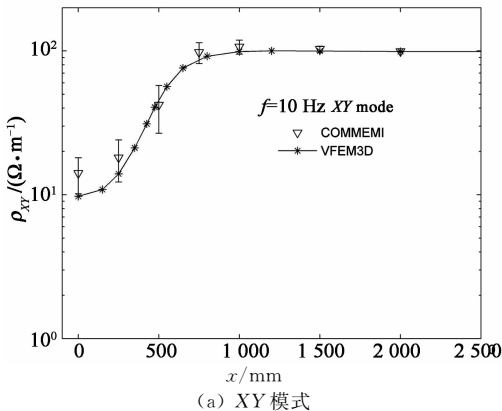


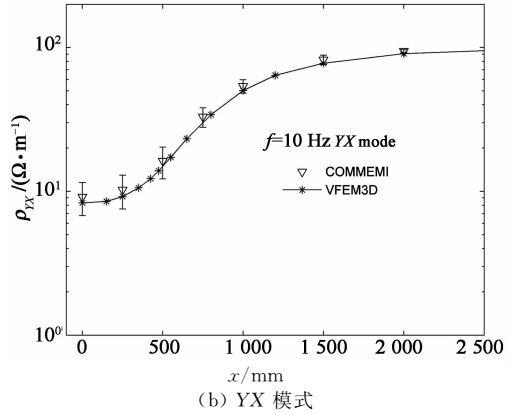
图 3 COMMEMI 3D-1 标准测试模型

Fig. 3 COMMEMI 3D-1 standard test models

图 4 为 $f=10 \text{ Hz}$ 时 XY 模式与 YX 模式下矢量 FEM 正演模拟所得到的视电阻率曲线. $VFEM3D$ 表示三维矢量 FEM 计算结果,黑色竖线为 COMMEMI 提供的误差值.由图中可见, $f=10 \text{ Hz}$ 时矢量 FEM 的计算结果与 COMMEMI 提供的结果尽管存在细小误差,但相差不大,且在误差允许范围之内,表明在该频率下矢量 FEM 的计算结果可信.在图 4(a) XY 模式下矢量 FEM 计算结果较 COMMEMI 偏小,特别是第一个点已经超出误差棒的范围.这一现象普遍存在,推断为矢量 FEM 后处理精度不足引起的.而图 4(b) YX 模式下 $VFEM3D$ 结果与 COMMEMI 结果吻合相当好.



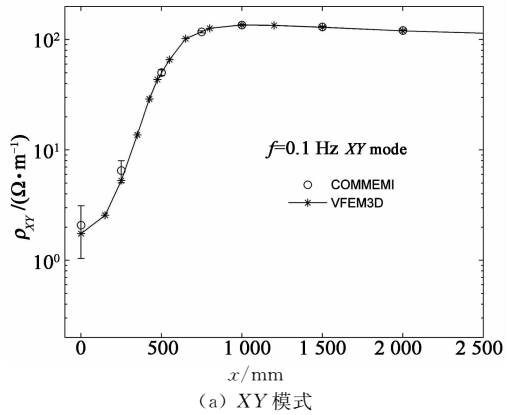
(a) XY 模式



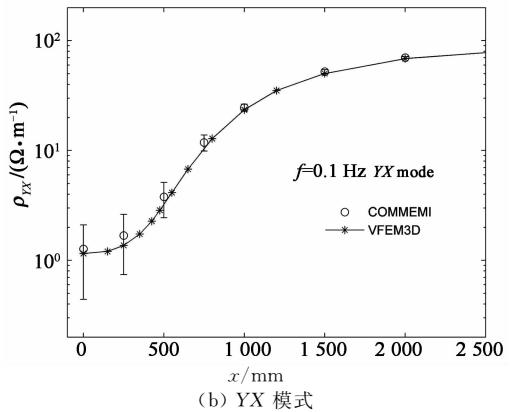
(b) YX 模式

图 4 频率为 10 Hz 时 COMMEMI 3D-1A 模型视电阻率
Fig. 4 COMMEMI 3D-1A model
apparent resistivity of 10 Hz

图 5(a), (b) 分别为 $f=0.1 \text{ Hz}$ 时 XY 模式与 YX 模式下矢量 FEM 正演视电阻率曲线.分析图 5(a), (b) 可知,两幅图中的矢量 FEM 曲线与 COMMEMI 所提供的数据都能够很好地吻合,说明无论是在低频还是高频部分,应用矢量 FEM 开展三维大地电磁正演,都具有较高的精度,同时也验证了矢量 FEM 算法及程序的正确性.



(a) XY 模式



(b) YX 模式

图 5 频率为 0.1 Hz 时 COMMEMI 3D-1A 模型视电阻率
Fig. 5 COMMEMI 3D-1A model
apparent resistivity of 0.1 Hz

图 6 为应用矢量 *FEM* 正演计算 COMMEMI3D-1 模型得到的张量阻抗. 由图可见, 10 Hz 与 0.1 Hz 两个频率下的张量阻抗形态基本一致, 10 Hz 的数值较 0.1 Hz 要大. 对比图中 4 个不同的张量阻抗, 可以发现, 图 6(a), (d), (e) 和 (h) 中两个频率下的 Z_{xx} 与 Z_{yy} 分为四瓣, 且阻抗值较小, 四瓣的中心反映了异常体的边界, 而图 6(b), (c), (f) 和

(g) 中的 Z_{xy} 与 Z_{yx} 阻抗值较大, 反映了入射场的特性. 根据张量阻抗理论可知, 当构造为二维构造时, Z_{xx} 和 Z_{yy} 为零, 即当异常体走向方向越长, Z_{xy} 与 Z_{yx} 越小, Z_{xy} 与 Z_{yx} 差异也越大. 由此, 张量阻抗分解后, 无需做反演即可以判断出异常体的简单特性.

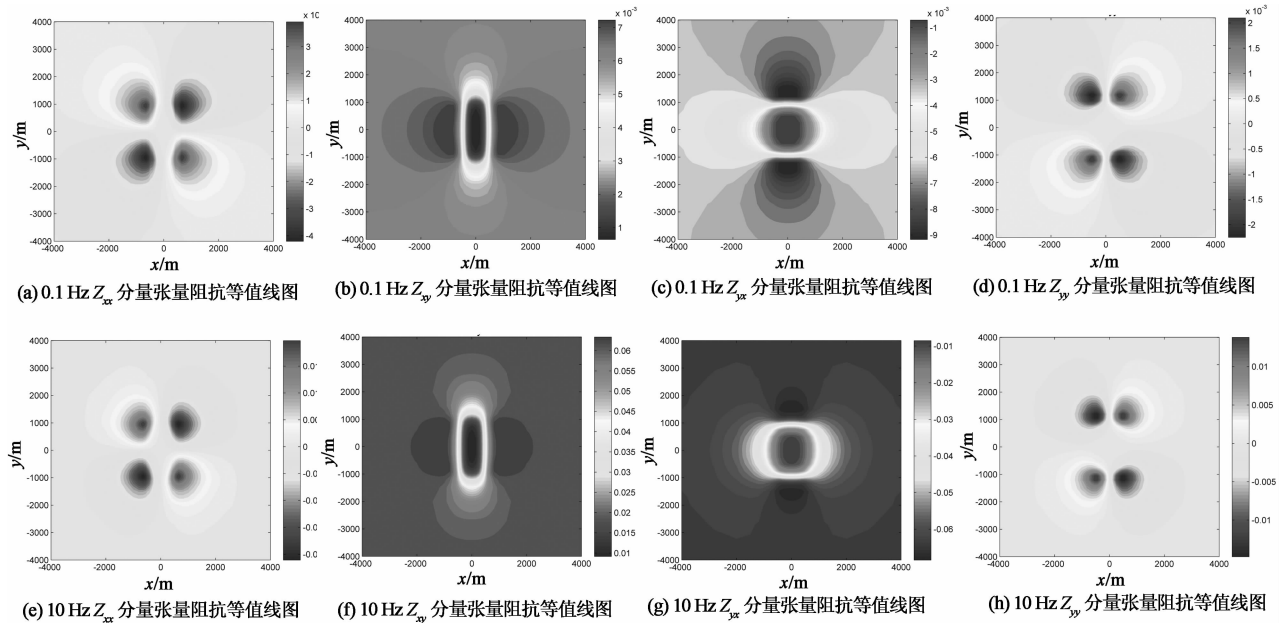


图 6 COMMEMI 3D-1A 模型单个低阻异常体张量阻抗等值线图

Fig. 6 COMMEMI 3D-1A model single low resistivity anomaly tensor impedance contour map

为了进一步认识大地电磁的响应特性, 对比高、低阻异常体张量阻抗的不同, 在图 3 中 COMMEMI3D-1 测试模型的基础上, 仅将低阻异常体改为 $1\ 000\ \Omega \cdot m$ 高阻异常体. 其他参数均与国际模型相同. 应用三维矢量 *FEM* 开展三维高阻异常体模型的张量阻抗研究.

异常体 x 方向与 y 方向的比值为 $1 : 2$, 图 7(b) 中的 Z_{xy} 与图 7(c) 中的 Z_{yx} 差异较大. 对比高低阻异常 10 Hz 时的阻抗相位 Z_{xx} , 虽然两者都为四瓣, 但是阻抗值正负值的分布正好相反, 低阻异常体四瓣的中心向外辐射, 幅值变小趋于 0; 而高阻异常体四瓣的中心向外辐射, 幅值变小趋于 0 之后会发生反转之后再次趋于 0. Z_{yy} 具有相同的规律. 对比 Z_{xy} 和 Z_{yx} , 高阻异常体中心仅出现一个闭合异常形态, 而低阻异常体则形态更为复杂.

图 7 为应用三维矢量 *FEM* 正演的 10 Hz 大地电磁张量阻抗图. 分析图 7(a) 与图 7(d) 可知, 高阻异常体张量阻抗中的 Z_{xx} 与 Z_{yy} 同样分为四瓣, 且阻抗值较小, 其四瓣的中心反映了异常体的边界. 由于

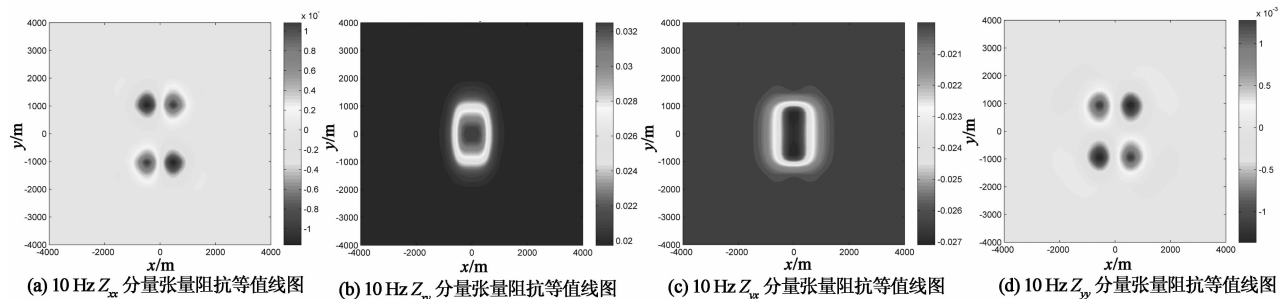


图 7 COMMEMI 3D-1A 模型单个高阻异常体张量阻抗等值线图

Fig. 7 COMMEMI 3D-1A model single high resistivity anomaly tensor impedance contour map

4 结 论

1) 介绍了三维矢量有限元区域剖分方式,对矢量 FEM 插值基函数以及单元插值方式进行了阐述,应用 Galerkin 算法,推导了三维矢量 FEM 大地电磁方程离散格式,编制了矢量 FEM 三维 MT 的 Matlab 模拟程序。

2) 设置三维 COMMEMI 3D-1 模型进行矢量 FEM 的计算,模拟结果与 COMMEMI 提供的数据拟合效果很好,验证了矢量有限元程序的正确性。通过对比高低阻异常体的张量阻抗,分析了不同异常下张量阻抗的特点,进一步认识了 MT 的响应特性。

参考文献

- [1] 柳建新,童孝忠,郭荣文,等. 大地电磁测深勘探:资料处理反演与解释[M]. 北京:科学出版社,2012;1-12.
LIU Jian-xin, TONG Xiao-zhong, GUO Rong-wen, *et al.* Magnetotelluric sounding exploration: data processing inversion and interpretation [M]. Beijing: Science Press, 2012;1-12. (In Chinese)
- [2] 底青云,王若. 可控源音频大地电磁数据正反演及方法应用[M]. 北京:科学出版社,2008;1-8.
DI Qing-yun, WANG Ruo. Controlled source audio magnetotelluric data inversion and methods application [M]. Beijing: Science Press, 2008; 1-8. (In Chinese)
- [3] 谭捍东,余钦范,JOHN B,等. 大地电磁法三维交错采样有限差分数值模拟[J]. 地球物理学报,2003,46(5):705-711.
TAN Han-dong, YU Qin-fan, JOHN B, *et al.* Magnetotelluric three-dimensional modeling using the staggered-grid finite difference method[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2003, 46(5):705-711. (In Chinese)
- [4] 陈辉,邓居智,谭捍东,等. 大地电磁三维交错网格有限差分数值模拟中的散度校正方法研究[J]. 地球物理学报,2011,54(6):1649-1659.
CHEN Hui, DENG Ju-zhi, TAN Han-dong, *et al.* Study on divergence correction method in three-dimensional magnetotelluric modeling with staggered-grid finite difference method [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2011, 54(6): 1649-1659. (In Chinese)
- [5] 李焱,胡祥云,杨文采,等. 大地电磁三维交错网格有限差分数值模拟的并行计算研究[J]. 地球物理学报,2012,55(12):4036-4043.
LI Yan, HU Xiang-yun, YANG Wen-cai, *et al.* A study on parallel computation for 3D magnetotelluric modeling using the staggered-grid finite difference method [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2012, 55(12): 4036-4043. (In Chinese)
- [6] 徐凌华,童孝忠,柳建新,等. 基于有限单元法的二维/三维大地电磁正演模拟策略[J]. 物探化探计算技术,2009,31(5):421-425.
XU Ling-hua, TONG Xiao-zhong, LIU Jian-xin, *et al.* Solution strategies for 2D and 3D magnetotelluric forward modeling based on the finite element method [J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 2009, 31(5): 421-425. (In Chinese)

- [7] MOGI T. Three-dimensional modeling of magnetotelluric data using finite-element method [J]. Journal of Applied Geophysics, 1996, 35(2): 185-189.
- [8] 梁生贤,张胜业,吾守艾力,等. 复杂三维介质的大地电磁正演模拟[J]. 地球物理学进展,2012,27(5):1981-1988.
LIANG Sheng-xian, ZHANG Sheng-ye, WU Shouaili, *et al.* Magnetotelluric forward modeling in complex three-dimensional media [J]. Progress in Geophys, 2012, 27(5): 1981-1988. (In Chinese)
- [9] 金建铭. 电磁场有限元方法[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,1998;164-177.
JIN Jian-ming. Finite element method of electromagnetic field [M]. Xi'an: Xi'an Electronic University Press, 1998;164-177. (In Chinese)
- [10] YOSHIMURA R, OSHIMAN N. Edge-based finite element approach to the simulation of geoelectromagnetic induction in a 3-D sphere [J]. Geophysical Research Letters, 2002, 29(3): 1039-1042.
- [11] MITSUHATA Y, UCHIDA T. 3D magnetotelluric modeling using the T - Ω finite-element method [J]. Geophysics, 2004, 69(1):108-119.
- [12] NAM M J, KIM H J, SONG Y, *et al.* 3D magnetotelluric modelling including surface topography [J]. Geophysical Prospecting, 2007, 55(2): 277-287.
- [13] 刘长生,汤井田,任政勇,等. 基于非结构化网格的三维大地电磁自适应矢量有限元模拟[J]. 中南大学学报:自然科学版,2010,41(5):1855-1860.
LIU Chang-sheng, TANG Jing-tian, REN Zheng-yong, *et al.* Three-dimension magnetotellurics modeling by adaptive edge-finite-element using unstructured meshes [J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2010, 41(5): 1855-1860. (In Chinese)
- [14] 王焯. 基于矢量有限元的高频大地电磁法三维数值模拟[D]. 长沙:中南大学地球科学与信息物理学院,2008;35-62.
WANG Ye. A study of 3D high frequency magnetotelluric modeling by edge-based finite element method [D]. Changsha: Central South University. School of Geosciences and Info-Physics, 2008;35-62. (In Chinese)
- [15] 顾观文,吴文鹏,李桐林. 大地电磁场三维地形影响的矢量有限元数值模拟[J]. 吉林大学学报:地球科学版,2014,44(5):1678-1686.
GU Guan-wen, WU Wen-li, LI Tong-lin. Modeling for the effect of magnetotelluric 3D topography based on the vector finite-element method [J]. Journal of Jilin University: Earth Science Edition, 2014,44(5):1678-1686. (In Chinese)
- [16] 杨军,刘颖,吴小平. 海洋可控源电磁三维非结构矢量有限元数值模拟[J]. 地球物理学报,2015,58(8):2827-2838.
YANG Jun, LIU Ying, WU Xiao-ping. 3D simulation of marine CSEM using vector finite element method on unstructured grids [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(8): 2827-2838. (In Chinese)
- [17] 苏晓波,李桐林,宋成,等. 大地电磁三维矢量有限元正演研究[J]. 地球物理学进展,2015,30(4):1772-1778.
SU Xiao-bo, LI Tong-lin, ZHU Cheng, *et al.* Study of three-dimensional MT forward modeling using vector finite element method [J]. Progress in Geophysics, 2015, 30(4): 1772-1778. (In Chinese)
- [18] ZHDANOV M S, VARENTSOV I M, WEAVER J T, *et al.* Methods for modelling electromagnetic fields Results from COMMEMI—the international project on the comparison of modelling methods for electromagnetic induction [J]. Journal of Applied Geophysics, 1997, 37(3/4):133-271.