

## 基于初值优化的自适应最稀疏时频分析方法\*

彭延峰,刘贞涛,程军圣<sup>†</sup>,杨宇,刘燕飞

(湖南大学 汽车车身先进设计制造国家重点实验室,湖南 长沙 410082)

**摘要:**自适应最稀疏时频分析(adaptive and sparsest time-frequency analysis, ASTFA)是一种新的时频分析方法,该方法需要事先确定较为准确的初始值,缺乏自适应性.针对ASTFA存在的问题,提出了基于初值优化的ASTFA方法.该方法使用残余量的能量作为优化目标函数,使用不同的初始值对信号进行分解,当残余量的能量最小时,则认为该初始值为最优初始值.因此,该方法能够自适应地寻找最优的初始值,增加了ASTFA方法的自适应性.采用仿真信号将该方法与原ASTFA方法进行对比,结果表明该方法能自适应地得到更准确的分解结果.对仿真信号和滚动轴承故障数据进行分析,结果表明ASTFA在抑制端点效应和模态混淆、抗噪声性能、提高分量的准确性等方面要优于经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD),并能有效应用于滚动轴承故障诊断.

**关键词:**故障诊断;自适应最稀疏时频分析;内禀模态函数;经验模态分解

**中图分类号:**TH165.3; TN911.7

**文献标志码:**A

## Adaptive and Sparsest Time-frequency Analysis Method Based on Initial Value Optimization

PENG Yanfeng, LIU Zhentao, CHENG Junsheng<sup>†</sup>, YANG Yu, LIU Yanfei

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacture for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract:** Adaptive and sparsest time-frequency analysis (ASTFA) is a new method for time-frequency analysis. ASTFA is lack of adaptivity as comparatively accurate initial values have to be set beforehand. Aiming to solve the problem existed in ASTFA, adaptive and sparsest time-frequency analysis method based on initial value optimization was proposed. The energy value of the residue is applied as the optimization objective function, and different initial values are used for signal decomposition. Initial values are considered to be the best only if the energy value of the corresponding residue is the smallest. Therefore, the adaptivity of ASTFA method is improved by the proposed method as the best initial values can be found adaptively. Simulation signal is applied to compare the proposed method and the initial ASTFA method. The results show that more accurate decomposition results can be adaptively obtained by using the proposed method. Analysis of simulation signal and rolling bearing fault signal shows that compared with empirical mode decomposition (EMD) method, the proposed method is superior at least in restraining end effect and mode mixing, anti-noise performance and gaining more accurate components. Meanwhile, the proposed method is

\* 收稿日期:2017-01-17

基金项目:国家科技支撑计划资助项目(2015BAF32B03), National Science and Technology Support Program(2015BAF32B03); 国家自然科学基金资助项目(51375152, 51575168), National Natural Science Foundation of China(51375152, 51575168); 智能型新能源汽车国家2011协同创新中心、湖南省绿色汽车2011协同创新中心资助项目, The Collaborative Innovation Center of Intelligent New Energy Vehicle of 2011, the Hunan Collaborative Innovation Center for Green Car of 2011

作者简介:彭延峰(1988—),男,湖南邵阳人,湖南大学博士研究生

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: 515667195@qq.com

effective in rolling bearing fault diagnosis.

**Key words:** fault diagnosis; adaptive and sparsest time-frequency analysis; intrinsic mode function; empirical mode decomposition

在信号处理领域中,非平稳信号的分析与处理方法一直都是研究的热点.经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)方法<sup>[1-2]</sup>是近年来最具代表性的自适应时频分析方法之一,但是该方法存在端点效应和模态混淆等缺陷.

压缩感知理论<sup>[3-5]</sup>是一种新的信号处理方法,该方法在医学成像、模式识别、计算机视觉等诸多领域有了广泛的应用.压缩感知理论方法需要拥有同一种物理特性的大量数据样本,因此在数据样本较少时这种方法并不适用.

受 EMD 方法和压缩感知理论的启发,Thomas 和 Shi 于 2011 年提出了一种基于高斯牛顿迭代法解决非线性优化问题的自适应最稀疏时频分析方法<sup>[6-7]</sup>,其主要思想是将信号分解为若干个内禀模态函数(intrinsic mode functions, IMF)之和,该方法将信号分解问题转化为非线性优化问题,优化目标为得到非线性信号的最稀疏表示,约束条件为所有 IMF 都处于过完备字典库  $D$  中.该方法使用高斯牛顿迭代法进行优化,在优化的过程中实现信号的自适应分解.ASTFA 方法不用同 EMD 方法一样需要使用 Hilbert 变换<sup>[6-7]</sup>,而是可以直接得到各个分量的瞬时频率和瞬时幅值,从而获得原始信号完整的时频分布.

ASTFA 方法和稀疏分解方法一样,都是通过解决优化问题获得信号的最稀疏解.但是 ASTFA 方法采用 IMF 构成具有普适性的过完备字典库,将复杂信号分解为若干个具有物理意义的 IMF 之和.因此相对稀疏分解方法,ASTFA 方法具备更好的自适应性,且分解结果具有物理意义.同时,由于 ASTFA 无需处理极值点,所以在抑制端点效应和模态混淆等方面优于 EMD.

由于 ASTFA 方法使用高斯牛顿迭代法进行优化,而高斯牛顿迭代法对初值的要求较高,若初始值偏离真实值太远,往往迭代后又发散,在信号比较复杂时,若初始值范围设置不正确,就很难得到准确的 IMF 分量.因此,本文提出了基于初值优化的 ASTFA 方法,以实现自适应的寻找最优的初值范围.本文介绍了 ASTFA 方法,并对其初值进行优化以改进该方法的自适应性,然后使用仿真信号分

析了改进方法对 ASTFA 方法性能的影响,结果表明改进方法能自适应的寻找可以使得分解结果收敛的初值,从而实现对信号的 ASTFA 最优分解.同时,将 ASTFA 方法与 EMD 方法进行了对比,结果表明该方法能有效抑制端点效应和模态混淆,表现出了更好的抗噪声性能.最后将 ASTFA 方法应用于滚动轴承故障的诊断,结果表明了 ASTFA 方法的有效性.

## 1 ASTFA 方法及其改进

### 1.1 ASTFA 方法

ASTFA 方法可以用 2 个步骤来描述:首先建立合适的过完备字典库,然后在过完备字典库中搜索对数据的匹配性最好的自适应基,即寻找一种内禀稀疏结构以求在所有的可能的分解里面寻找一种最稀疏的分解<sup>[6-7]</sup>.

首先建立过完备字典库  $D$ :

$$D = \{a(t)\cos(\theta(t)), \theta'(t) \geq 0; a(t) \in V(\theta)\} \quad (1)$$

$$V(\theta) = \text{Span}\left\{\cos\left(\frac{k\theta}{n}\right), \sin\left(\frac{l\theta}{n}\right), k=0, \dots, \lambda n; l=1, \dots, \lambda n\right\} \quad (2)$$

其中  $\theta'(t) \geq 0$  是为了保证瞬时频率具有物理意义,约束  $a(t) \in V(\theta)$  的目的是令  $a(t)$  比  $\cos(\theta(t))$  更平滑,Span 为空间内所有元素的线性张成.

在建立了过完备字典库  $D$  以后,为了寻找到最佳的内禀稀疏结构,将信号分解问题转换成如下 L0 优化问题 P1.

P1: Minimize  $M$  Subject to:

$$f(t) = \sum_{i=1}^M \text{IMF}_i(t), \text{IMF}_i(t) \in D \quad (3)$$

上述优化问题 P1 可以看成压缩感知理论中 L0 优化问题的一个非线性形式.本文使用能量算子  $\|r_i(t) - \text{IMF}_i(t)\|_2^2$  作为目标函数,当内禀模态函数  $\text{IMF}_i(t)$  满足过完备字典库  $D$  的约束条件时,令原始信号减去分量后所得到的残余量的能量最小,从而得到信号的最稀疏解.信号的迭代过程如下.

1) 令  $r_1(t) = f(t)$ ;

2) 解决以下非线性最小二乘问题 P2.

$$\begin{aligned} \text{P2: Minimize } & \|r_i(t) - \text{IMF}_i(t)\|_2^2 \\ \text{Subject to: } & \text{IMF}_i(t) \in D \end{aligned} \quad (4)$$

3) 令  $r_{i+1} = r_i(t) - \text{IMF}_i(t)$ ;

4) 若  $\|r_{k+1}\|_2 < \epsilon_1$  则迭代终止, 否则返回到第 2) 步。

ASTFA 方法使用高斯牛顿迭代法解决最小二乘问题 P2, 并定义  $\text{IMF}_i(t) = a_i \cos \theta_i(t)$  为分解出来的第  $i$  个内禀模态函数分量, 直接得到第  $i$  个内禀模态函数分量的瞬时幅值  $A_{\text{ins}}^i$  和瞬时频率  $f_{\text{ins}}^i$  如下:

$$A_{\text{ins}}^i = a_i(t) \quad (5)$$

$$f_{\text{ins}}^i = \theta_i(t) / 2\pi \quad (6)$$

## 1.2 基于初值优化的 ASTFA 方法

由于上述方法使用了高斯牛顿迭代方法, 而牛顿迭代法对初始值依赖很高, 若初始值偏离真实值太远, 往往迭代后又发散。在对信号进行 ASTFA 分解时, 若初始值范围设置不正确则不能得到准确的分解结果。因此, 本文提出了一种基于初值优化的 ASTFA 方法以实现自适应的寻找最优的初值范围, 即在不同初始值情况下进行 ASTFA 分解, 求取每次分解后得到的残余量的能量值。当残余量的能量最小时, 则认为该初始值进行 ASTFA 分解得到最优结果。改进方法步骤如下:

1) 设初始值范围为  $[0, a]$ , 选择合适的参数初始值  $a_{\min}, a_{\max}$  以及分辨率  $\Delta a$ , 并设定最小搜索分辨率  $\Delta a_{\min}$ 。

2) 对  $\theta$  初值范围进行初始化, 选择初始分辨率, 即令初始值范围  $[0, a]$  中的参数  $a$  为向量  $\mathbf{A} = [a_{\min}, a_{\min} + \Delta a, \dots, a_{\min} + i\Delta a, \dots, a_{\max}]$  中的元素。

3) 令参数  $a$  分别等于向量  $\mathbf{A}$  中所有的元素, 对信号  $f(t)$  进行 ASTFA 分解, 并计算每次 ASTFA 分解后的残余量的能量, 即  $E_{\text{res}} = (f(t) - \text{IMF})^2$ , 得到能量向量  $\mathbf{E} = [E_{\text{res}1}, E_{\text{res}2}, \dots]$ , 向量  $\mathbf{E}$  中的元素与向量  $\mathbf{A}$  中的元素一一对应。

4) 令  $\Delta a_{i+1} = \frac{\Delta a_i}{10}$ , 则:

① 若  $\Delta a_{i+1} \geq \Delta a_{\min}$ , 且最小能量所对应的参数  $a$  为相邻的 2 个或 2 个以上的数值, 即当  $a = a_{\min} + i\Delta a$  时分解得到的残余量能量最小, 且  $a = a_{\min} + (i+1)\Delta a$  时残余量能量最小, 则  $a \in [a_{\min} + i\Delta a, a_{\min} + (i+1)\Delta a]$  时高斯牛顿方法得到的分解结果收敛, 此时结束迭代并令  $a_i = a_{\min} + i\Delta a$ 。

② 若  $\Delta a_{i+1} \geq \Delta a_{\min}$ , 且最小残余量能量所对应的参数  $a$  只有一个, 或者有多个但不相邻, 设最小

能量所对应的  $a$  的值为  $a_{\text{me}}$ , 则令  $a_{\min} = a_{\text{me}} - \Delta a$ 。

$$a_{\min} = a_{\text{me}} - \Delta a \quad (7)$$

$$a_{\max} = a_{\text{me}} + \Delta a \quad (8)$$

$$\Delta a_{i+1} = \frac{\Delta a_i}{\omega} \quad (9)$$

式(9)中  $\omega > 2$  且  $\omega \in Z$  为分辨率缩小的速率,  $\omega$  的值越小则运算量越小, 运算速度越快, 但是过小的  $\omega$  可能会导致搜索不到最优的初值, 因此选择合适的  $\omega$  对是否能得到准确的结果很重要。回到步骤 ② 继续进行迭代。

③ 若  $\Delta a_{i+1} \leq \Delta a_{\min}$ , 则结束迭代。

5) 令  $a = a_1$ , 将初始值范围定义为  $[0, a]$ , 将原始数据进行 ASTFA 分解, 得到最优分解结果。

## 2 仿真信号分析

### 2.1 初值优化对 ASTFA 方法的改进效果分析

为了验证改进 ASTFA 方法相对原始 ASTFA 方法的优越性, 考虑如式(10)所示的仿真信号  $x(t)$ 。其中  $n(t)$  为服从正态分布的随机噪声, 其均值为 0, 信噪比为 0.2 dB, 白噪声幅度为 0.5。混合信号及其分量的时域波形图如图 1 所示, 图中  $x(t)$  为混合信号,  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  分别为混合信号的调幅调频分量和简单正弦分量,  $n(t)$  为随机噪声信号。

$$\begin{cases} x_1(t) = 2\cos(30\pi t)\sin[400\pi + \cos(35\pi t)] \\ x_2(t) = \cos(20\pi t) \\ x(t) = x_1(t) + x_2(t) + n(t) \end{cases} \quad (10)$$

图 2 为初始值  $a$  分别为  $100\pi$  和  $300\pi$  时, 分解得到的与  $x_1(t)$  对应的 IMF 分量。从图 2 可以看出, 当初始值  $a$  为  $100\pi$  时, 由于初始值与真实值的差距过大, 导致高斯牛顿法不收敛, 不能得到满意的分解结果。而当初始值  $a$  为  $300\pi$  时, 由于满足了收敛条件, 得到了满意的分解结果。因此, 在原 ASTFA 方法中, 初值的选择对分解影响较大, 而初值优化的 ASTFA 方法能自适应地搜索合适的初始值, 从而得到满意的分解结果。

图 3 为使用改进 ASTFA 方法对混合信号  $x_1(t)$  进行分解的结果, 其中  $\text{IMF}_1$  和  $\text{IMF}_2$  分别为混合信号  $x(t)$  的调幅调频分量和简单正弦分量。本文中残余量均用 Res 表示, 图 3 中残余量 Res 对应随机噪声信号  $n(t)$ 。对比图 1 和图 3, 可以看出改进 ASTFA 方法能准确地对混合信号  $x(t)$  进行分解, 得到的 IMF 分量和混合信号  $x(t)$  的各分量基本一

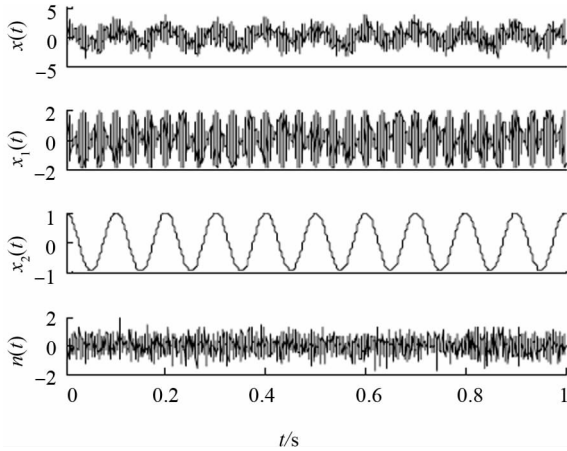


图 1 混合信号  $x(t)$  及其分量的时域波形  
Fig.1 The time domain waveforms of mixed signal  $x(t)$  and its components

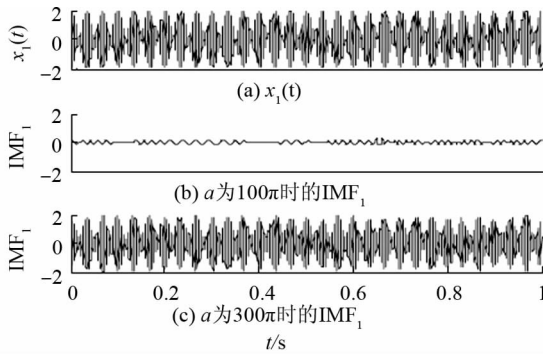


图 2 调幅调频信号  $x_1(t)$  与 ASTFA 分解得到的与  $x_1(t)$  对应的 IMF 分量  
Fig.2 The AM-FM signal  $x_1(t)$  and the IMF components corresponding to  $x_1(t)$  obtained by ASTFA

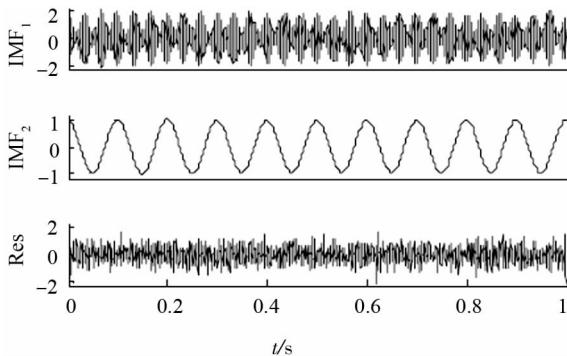


图 3 混合信号  $x(t)$  的改进 ASTFA 方法分解结果  
Fig. 3 The improved ASTFA method decomposing result of mixed signal  $x(t)$

致.结果表明,改进 ASTFA 方法能有效抑制随机噪声引起的干扰,进而分解出混合信号中的有效分量.

通过上述分析过程可知,由于高斯牛顿法对初值要求较高,超过收敛区间的初始值会使得 ASTFA 分解的结果发生错误.对初始值进行优化,有助于在 ASTFA 分解过程中自适应地得到最优分解结果,避免了由于初始值选择不当导致 ASTFA

分解失败的可能性.

### 2.2 ASTFA 方法与 EMD 方法的对比仿真分析

考虑如式(11)所示的仿真信号:

$$x_1(t) = [1 + 0.5\cos(20\pi t)]\cos[300\pi t + \sin(25\pi t)]$$

$$x_2(t) = \sin(8\pi t)$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + n(t) \quad (11)$$

式中  $x_1(t)$  由调幅调频信号和简单正弦信号组成,  $n(t)$  为两段间歇信号,每段间歇信号的长度为 0.05 s,信噪比为 0.2 dB,白噪声幅度为 0.5.混合信号  $x(t)$  由调幅调频分量  $x_1(t)$ 、简单正弦分量  $x_2(t)$  和间歇信号  $n(t)$  组成.混合信号  $x(t)$  及其分量的时域波形图如图 4 所示.

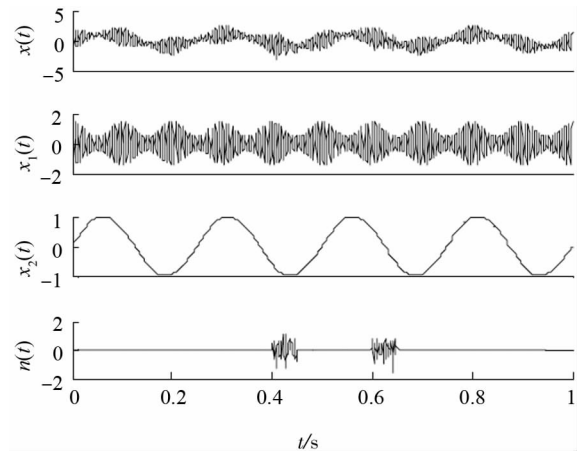
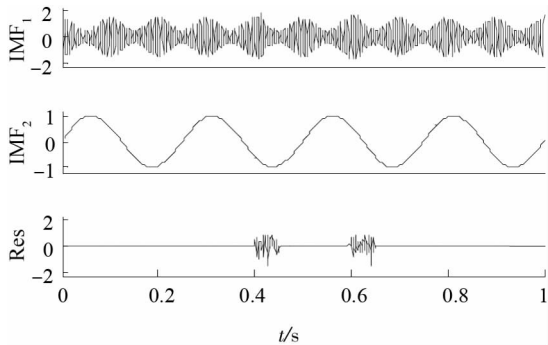


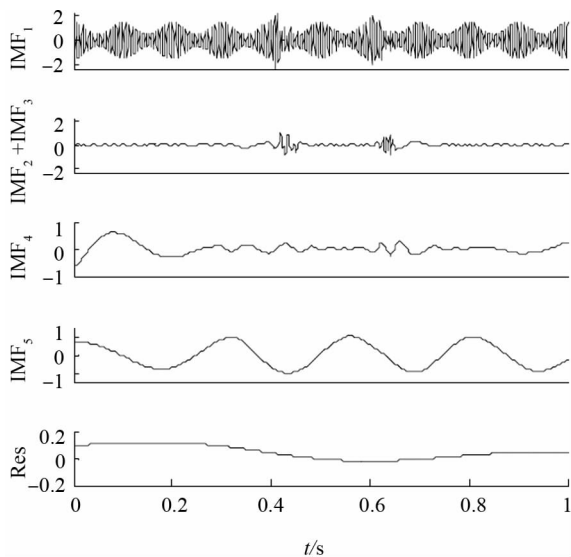
图 4 混合信号  $x(t)$  及其分量的时域波形  
Fig.4 The time domain waveforms of mixed signal  $x(t)$  and its components

采用镜像延拓法<sup>[8]</sup>抑制端点效应,分别采用 ASTFA 和 EMD 对  $x(t)$  进行分解,ASTFA 分解的结果如图 5 所示,其中  $IMF_1$  对应实际分量  $x_1(t)$ ,  $IMF_2$  对应实际分量  $x_2(t)$ ,EMD 分解的结果如图 6 所示,其中  $IMF_1$  对应实际分量  $x_1(t)$ ,  $IMF_5$  对应实际分量  $x_2(t)$ .图 7 中(a)(b)分别为 ASTFA 分解得到的  $IMF_1$  分量的瞬时频率和瞬时幅值<sup>[9]</sup>,图 7 (c)(d)分别为 ASTFA 分解得到的  $IMF_2$  分量的瞬时频率和瞬时幅值.图 8 中(a)(b)分别为 EMD 分解得到的  $IMF_1$  分量的瞬时频率和瞬时幅值,图 8(c)(d)分别为 EMD 分解得到的  $IMF_2$  分量的瞬时频率和瞬时幅值.图 7 和图 8 中 ASTFA 方法的瞬时频率和瞬时幅值可直接得到,而 EMD 方法需要进行 Hilbert 变换才能得到瞬时幅值和瞬时频率.

由仿真分析的结果可以得到以下结论.ASTFA 分解的前两个分量直接对应于仿真信号  $x(t)$  的有效分量,剩下的残余量为噪声信号,EMD 分解的第

图5 混合信号  $x(t)$  的 ASTFA 分解结果Fig. 5 The ASTFA decomposing result of mixed signal  $x(t)$ 

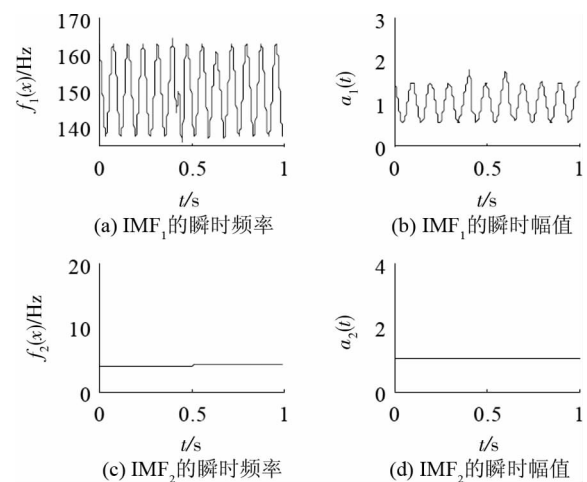
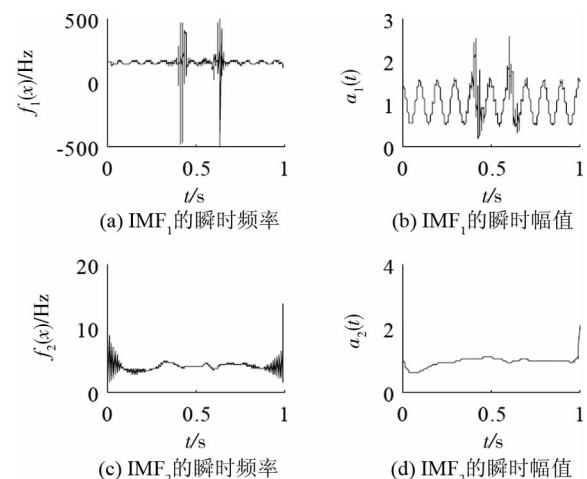
1个和第5个分量为有效分量,  $IMF_2$  和  $IMF_3$  对应噪声信号. 从图5和图6可以看出 ASTFA 方法分解出来的分量  $IMF_1$  和  $IMF_2$  幅值较为平稳, 而 EMD 方法分解出来的分量  $IMF_1$  和  $IMF_5$  幅值出现了一定的波动, 其模态混淆较 ASTFA 方法更大, 且出现了伪分量  $IMF_4$ .

图6 混合信号  $x(t)$  的 EMD 分解结果Fig. 6 The EMD decomposing result of mixed signal  $x(t)$ 

对仿真结果做时频分析, 从图7和图8可知, 由于间歇信号的干扰, EMD 分解  $IMF_1$  分量出现了严重的模态混淆, 同时其  $IMF_2$  分量出现了明显的端点效应. 而 ASTFA 分解的有效分量的瞬时频率和瞬时幅值曲线与真实值相近, 端点效应和模态混淆也很小.

为了说明 ASTFA 方法相对于 EMD 方法能更有效地抑制端点效应, 在未处理端点效应时, 分别采用 ASTFA 和 EMD 对混合信号  $x(t)$  进行分解,

结果分别如图9和图10所示. 从图9可以看出, 未使用镜像延拓法进行处理时, ASTFA 方法分解仍然得到了与原信号基本一致的各 IMF 分量, 端点效应造成的 IMF 分量和实际分量之间的误差较小. 从图10可以看出, 在未处理端点效应时, 由于间歇信号  $n(t)$  的干扰, EMD 分解的结果出现了严重的端点效应, 尤其是与简单正弦信号对应的  $IMF_5$  分量出现了较大的误差. 可见由于需要处理极值点, EMD 方法受端点效应的影响较大, 相对 ASTFA 方法对端点效应更敏感.

图7 ASTFA 分解得到的  $IMF_1$  和  $IMF_2$  分量的瞬时频率和瞬时幅值Fig. 7 The instantaneous amplitude and instantaneous frequency of  $IMF_1$  and  $IMF_2$  decomposed by ASTFA图8 EMD 分解得到的  $IMF_1$  和  $IMF_2$  分量的瞬时频率和瞬时幅值Fig. 8 The instantaneous amplitude and instantaneous frequency of  $IMF_1$  and  $IMF_2$  decomposed by EMD

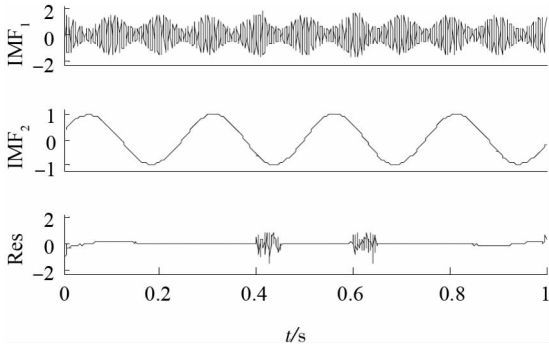


图 9 混合信号  $x(t)$  的 ASTFA 分解结果  
(未处理端点效应)

Fig. 9 The ASTFA decomposing result of mixed signal  $x(t)$  (end effect is not handled)

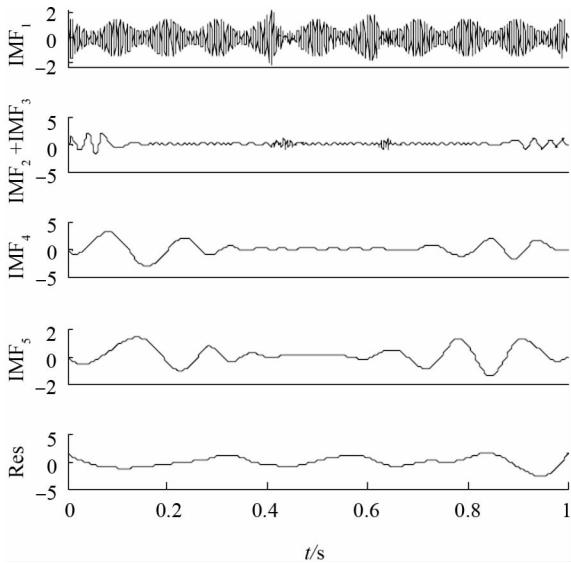


图 10 混合信号  $x(t)$  的 EMD 分解结果  
(未处理端点效应)

Fig. 10 The EMD decomposing result of mixed signal  $x(t)$  (end effect is not handled)

### 3 ASTFA 方法在滚动轴承故障诊断中的应用

为了验证本文提出方法的实用性,将 ASTFA 方法应用于滚动轴承外圈的故障诊断.使用 6311 型球轴承进行试验,轴承被设置为外圈局部故障.故障是通过激光切割在外圈上开槽来设置的,槽宽为 0.15 mm,槽深为 0.13 mm.将加速度传感器安装在轴承座上,用来采集滚动轴承的振动加速度信号.振动信号的采样频率为 4 096 Hz,转频为 25 Hz,滚动轴承的外圈故障频率  $f_0$  为 76 Hz.图 11 为外圈故障的振动加速度信号的时域波形,图 12 为对振动信号进行 ASTFA 分解得到的结果.

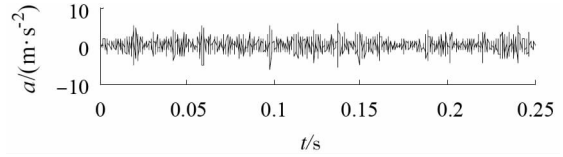


图 11 外圈故障滚动轴承振动加速度信号

Fig. 11 Vibration acceleration signal of rolling bearing with outer race fault

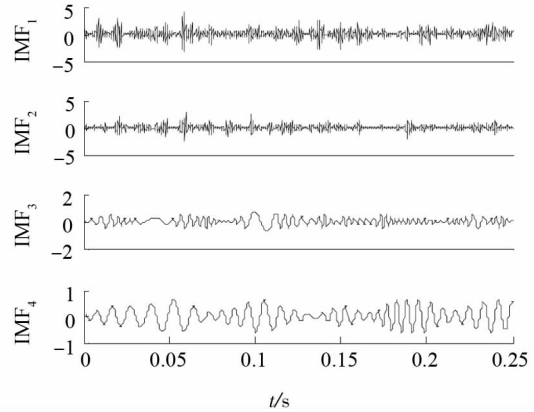


图 12 ASTFA 分解振动信号的前 4 个 IMF 分量

Fig. 12 The first 4 IMFs of vibration signal decomposed by ASTFA

由于 ASTFA 方法的瞬时幅值可以直接得到,因此无须对信号作 Hilbert 变换,分析时可直接对 IMF 分量的瞬时幅值作傅里叶变换,从而得到其瞬时频率的幅值谱图.由于滚动轴承信号的信息主要集中在高频段<sup>[10]</sup>,因此取前两个 IMF 分量,得到的谱图如图 13 和图 14 所示.

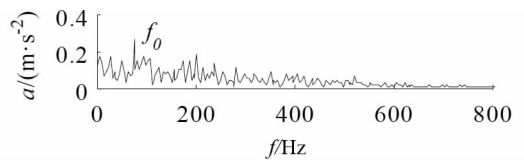


图 13 IMF<sub>1</sub> 瞬时频率的幅值谱图

Fig. 13 The amplitude spectrum of the instantaneous frequency of IMF<sub>1</sub>

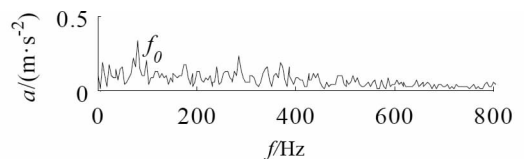


图 14 IMF<sub>2</sub> 瞬时频率的幅值谱图

Fig. 14 The amplitude spectrum of the instantaneous frequency of IMF<sub>2</sub>

从图 13 和图 14 可以看出,IMF<sub>1</sub> 和 IMF<sub>2</sub> 在外圈故障特征频率 76 Hz 处都有明显的谱线,可以判断滚动轴承存在外圈故障<sup>[11-13]</sup>,与实际情况相符,

由此可以说明 ASTFA 方法识别滚动轴承外圈故障的有效性。

## 4 结 论

1) ASTFA 方法是一种新的基于经验模态分解和压缩感知理论的自适应分解方法,可以用于非平稳、非线性信号的处理。相对 EMD 方法,ASTFA 方法分解出来的分量有更好的准确性和抗噪声性能,能更好地抑制端点效应和模态混淆。而且,ASTFA 可以直接得到分量的瞬时频率和瞬时幅值,而无须同 EMD 等方法一样须使用 Hilbert 变换才能得到瞬时频率和瞬时幅值。

2) 由于 ASTFA 方法采用了高斯牛顿迭代法,而高斯牛顿迭代法对初值的要求较高,如果初值选择不正确,往往不能正确的分解。因此,本文采用不断缩小分辨率以对初值进行搜索的方式来确定最佳初值,从而达到改善 ASTFA 分解能力的目的。

3) 将 ASTFA 方法应用于滚动轴承的故障信号,对其瞬时幅值作傅里叶变换后提取了故障特征频率,有效实现了滚动轴承的故障诊断,证明了该方法用于机械故障诊断的有效性。

值得一提的是,ASTFA 方法刚被提出,在迭代终止条件,初始值的选取,优化算法的改进等方面还需要进一步的研究。随着这些问题的深入研究,ASTFA 方法拥有广阔的应用前景。

## 参考文献

- [1] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R. The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society A, 1998, 454(1971): 903-995.
- [2] YE H J R, SHIEH J S. Complementary ensemble empirical mode decomposition; A noise enhanced data analysis method [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2010, 2(2): 135-156.
- [3] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1396.
- [4] YANG H G, MATHEW J, MA L. Fault diagnosis of rolling element bearings using basis pursuit[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 19(2): 341-356.
- [5] LIU X F, BO L, HE X X, *et al.* Application of correlation matching for automatic bearing fault diagnosis[J]. J Sound Vib, 2012, 331(26): 5838-5852.
- [6] THOMAS Y H, SHI Z Q. Data-driven time-frequency analysis [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2012, 35(2): 284-308.
- [7] THOMAS Y H, SHI Z Q. Convergence of a data-driven time-frequency analysis method [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2014, 37(2): 235-270.
- [8] 任达千, 杨世锡, 吴昭同, 等. LMD 时频分析方法的端点效应在旋转机械故障诊断中的影响[J]. 中国机械工程, 2012, 23(8): 951-956.  
REN Daqian, YANG Shixi, WU Zhaotong, *et al.* Research on end effect of LMD based time-frequency analysis in rotating machinery fault diagnosis[J]. China Mechanical Engineering, 2012, 23(8): 951-956. (In Chinese)
- [9] WU Z, HUANG N E, LONG S R, *et al.* On the frequency [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2009, 1(2): 177-229.
- [10] 程军圣, 张亢, 杨宇. 局部均值分解方法及其在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 中国机械工程, 2009, 20(22): 2711-2717.  
CHENG Junsheng, ZHANG Kang, YANG Yu. Local mean decomposition method and its application to roller bearing fault diagnosis [J]. China Mechanical Engineering, 2009, 20(22): 2711-2717. (In Chinese)
- [11] 杨宇, 王欢欢, 曾鸣, 等. 基于变量预测模型的模式识别方法在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2013, 40(3): 36-40.  
YANG Yu, WANG Huanhuan, ZENG Ming, *et al.* Application of pattern recognition approach based on VPMCD in roller bearing fault diagnosis [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2013, 40(3): 36-40. (In Chinese)
- [12] 杨宇, 李永国, 程军圣. WVPMCD 及其在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2014, 41(2): 52-57.  
YANG Yu, LI Yongguo, CHENG Junsheng. Weighted least Square-VPMCD and its application in roller bearing fault diagnosis [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2014, 41(2): 52-57. (In Chinese)
- [13] 程军圣, 马利, 潘海洋, 等. 基于 EEMD 和改进 VPMCD 的滚动轴承故障诊断方法[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2014, 41(10): 22-26.  
CHENG Junsheng, MA Li, PAN Haiyang, *et al.* A fault diagnosis method for rolling bearing based on EEMD and improved VPMCD [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2014, 41(10): 22-26. (In Chinese)