

基于相互作用积分方法的裂纹扩展分析*

陈旻炜¹, 李敏¹, 陈伟民^{2†}

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191;

2. 中国科学院力学研究所 流固耦合力学重点实验室, 北京 100190)

摘要:使用传统有限元方法对裂纹扩展问题进行分析时, 裂尖奇异性是首先必须要面对的问题, 其次裂纹扩展的方向、长度与模型的网格密切相关. 本文通过建立一个不完全依赖于网格的模型来分析裂纹扩展问题, 利用相互作用积分方法来求解裂尖参数, 积分方法可以一定程度上消除奇异性影响, 从而避免了裂纹尖端的奇异性对网格划分的苛刻要求. 采用相互作用积分法则求解裂纹尖端的应力强度因子, 由最大周向拉应力理论来判断裂纹的扩展方向. 模拟裂纹扩展的过程中, 只对涉及扩展区域的网格进行重新剖分来获得最终的扩展路径以保证计算的精度. 最后通过 I 型裂纹扩展、带孔板裂纹扩展及受压裂纹扩展等几个典型算例与参考文献进行对比, 证实了本文方法具有良好的可靠性, 并展示了在多种破坏模式下方法的适用性.

关键词:裂尖奇异性; 相互作用积分; 应力强度因子; 有限元方法; 裂纹扩展

中图分类号: O346.1

文献标志码: A

Analysis of Crack Growth Based on Interaction Integral Method

CHEN Minwei¹, LI Min¹, CHEN Weimin^{2†}

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China)

Abstract: In the process of analyzing crack growth with traditional finite element method, crack tip singularity is an urgent problem that must be faced with, and then the direction and length of the propagation are closely related to the mesh of model. In this paper, a model that is not thoroughly dependent on the mesh and can be used for analyzing problems of crack growth is set up. Because interaction integral method can relieve the effects of singularity to some extent, severe requirements for meshing caused by singularity can be avoided. Stress intensity factor at the crack tip is solved by interaction integral via finite element method, and direction of the propagation is determined by the maximum circumferential tensile stress theory. When cracks propagate, only the meshes of concerned areas are regenerated in order to obtain the final extension path in a relatively precise way. At last, several typical examples, including growth of mode-I crack, cracks with a hole plate and cracks subjected to compression, are compared with references. Reliability of the method in this paper is verified and applicability in many damaged patterns is

* 收稿日期: 2017-07-25

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(11232012), Key Project of Natural Science Foundation of China (11232012); 国家自然科学基金面上项目(11372320), National Natural Science Foundation Item (11372320)

作者简介: 陈旻炜(1988-), 男, 湖南湘乡人, 北京航空航天大学博士研究生

† 通讯联系人, E-mail: wmchen@imech.ac.cn

shown as well.

Key words: crack tip singularity; interaction integration; stress intensity factor; finite element method; crack propagation

关于裂纹扩展问题的研究,对于预防工程结构的断裂失效、评价结构的完整性与安全性具有非常重要的意义.在非常规油气资源的开采中,往往通过水力压裂技术增大岩层中裂纹的面积来实现提高产量的目的,这也促进了众学者对裂纹扩展问题的研究.裂纹扩展问题属于不定边界问题,具有高度的非线性^[1].它是一个连续面与非连续面不断转换的过程,而该问题的关键是如何实现对不连续面的准确刻画.

通常用来分析裂纹扩展的方法主要有边界元方法和有限单元方法.边界元法(BEM)^[2-3]在模拟复杂的模型时,严重依赖于问题的基本解,大大降低了处理非线性、非均质等问题时的优势.有限元方法中的单元消除(杀死)技术也可以简单、有效地实现有限单元法对于断裂破坏过程的模拟^[4].为了解决有限元模型中重划分的问题^[5],学者们在传统有限元基础上引入了结点释放技术^[6]以及扩展有限元法^[7-8].结点释放技术需要预先知道裂纹潜在的扩展方向,因此在模拟复杂情况下的裂纹扩展问题时会比较麻烦.扩展有限元法将裂缝独立于计算网格之外,利用扩充位移项来描述不连续的位移场从而表征裂缝特征.该方法模拟精度高,裂缝处理方便,但针对不同的裂纹问题需要选取不同的富集函数. Belytschko 和 Black^[9]针对二维裂纹问题引入 Westergaard 函数作为富集函数(Enriched functions); Moes 等^[10]则引入阶跃函数作为富集函数;对于一些尚无解析解的问题, Waisman 和 Belytschko^[11]还提出了一种带未知参数的富集函数方法来提高计算精度.另外,裂缝条数过多时会引入附加自由度,计算速度慢,收敛性较差.

本文采用有限元方法来进行裂纹扩展的数值模拟,无论采用何种模式,对于裂纹扩展数值模拟问题,裂尖应力场的分析均是关键问题.由于裂纹尖端是奇异点,所以在利用有限元法求解裂尖应力场时,其结果的准确性与单元类型和网格尺寸都密切相关,最好在特定位置采用奇异单元与足够小的单元尺寸.在模拟裂纹扩展的过程中完全满足此类要求是非常困难的,因为计算时需要跟踪裂纹几何位置的变化不断重构网格并变更单元类型.

本文不需要直接面对有限元算不准的裂尖奇异应力场,而是通过裂纹尖端的应力强度因子衡量裂纹的开裂特性,并且它还可以判断出裂纹的开裂方向,避免了需要预先定义裂纹扩展路径的问题.应力强度因子是采用相互作用积分方法计算得到,而积分方法可以减轻计算结果对裂尖处单元类型与单元尺寸的依赖.该方法只需要通过远离裂尖处某一积分路径上的应力场解与位移场解,便可计算出裂尖的应力强度因子.远场处的有限元结果往往具有很高的精度,所以该方法能够获得较为满意的结果,这样就给裂纹扩展的分析带来了极大的方便.本文给出了进行裂纹扩展分析所需使用的策略,力求在计算含奇异点的裂纹扩展问题时寻求一种较为可靠的方法.为了提高可用与易用性,在通用有限元软件上进行简单的改进,实现了 ANSYS 软件的二次开发,计算了几个比较有代表性的断裂力学问题,比较单元杀死方法和扩展有限元的结果以及网格划分的影响,验证了本文方法的正确性与有效性.

1 裂纹扩展的理论基础

1.1 应力强度因子的计算

应力强度因子常见的计算方法有相互作用积分方法、结点位移外推法^[12]以及复变函数方法^[13].本文的应力强度因子是通过相互作用积分方法得到的.然而,相互作用积分方法是基于准静态条件下的计算方法,所以无法求解裂纹扩展速度等动态参数.具体的基本理论如下^[14].

如图 1 所示,相互作用积分是包含裂纹尖端回路 G 的能量积分.它的定义如下^[7]:

$$I = \int_{\Gamma} \left[W^{(1,2)} \delta_{ij} - \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial (u_i^{(2)})}{\partial x} - \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial (u_i^{(1)})}{\partial x} \right] n_j d\Gamma \quad (1)$$

式中考虑了两个独立的平衡状态,状态 1($\sigma_{ij}^{(1)}$, $\epsilon_{ij}^{(1)}$, $u_i^{(1)}$)为真实应力-变形场的变量,状态 2($\sigma_{ij}^{(2)}$, $\epsilon_{ij}^{(2)}$, $u_i^{(2)}$)为附加应力-变形场的变量; $W^{(1,2)} = \sigma_{ij}^{(1)} \epsilon_{ij}^{(2)} = \sigma_{ij}^{(2)} \epsilon_{ij}^{(1)}$ 为相互作用应变能密度; n_j 为积分回路上的外法线单位矢量.附加场可

以是任何满足变形方程和本构方程的应力-变形场, 一般情况下取为裂尖渐近场的解析解^[15].

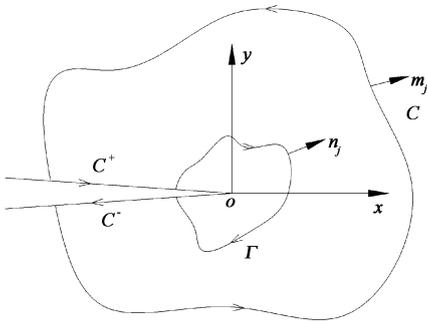


图1 相互作用积分示意图

Fig.1 Schematic diagram of interaction integration

当回路 G 接近裂纹尖端时, 相互作用积分与真实变形场和附加变形场的应力强度因子之间有如下的关系:

$$I = \frac{2}{E^*} (K_I^{(1)} K_I^{(2)} + K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)}) \quad (2)$$

式中 E^* 为平面应变或平面应力下的弹性模量.

在实际应用中, 为方便有限元的计算, 通常把相互作用积分转换成一个面积分, 在回路 G 的外面再设置另外一个回路 C , 两个回路之间所围成的区域为 S , 通过散度定理将式(1)的线积分转换为面积分, 另外再考虑裂纹面上的面力作用, 则相互作用积分就可以写为^[16]

$$I = \int_S \left[\sigma_j^{(1)} \frac{\partial(u_i^{(2)})}{\partial x} + \sigma_j^{(2)} \frac{\partial(u_i^{(1)})}{\partial x} - W^{(1,2)} \delta_{ij} \right] \frac{\partial q}{\partial x} dS - \int_{C^+ + C^-} \left[\sigma_{i2}^{(1)} \frac{\partial(u_i^{(2)})}{\partial x} + \sigma_{i2}^{(2)} \frac{\partial(u_i^{(1)})}{\partial x} \right] q m_y dC \quad (3)$$

式中: q 是平滑的权函数, 在区域 S 内取值为 1, 其余地方为 0; m_y 是裂纹面上的外法线.

通过以上分析可以知道, 选取特定的辅助场就可以得到真实状态下的应力强度因子. 为了求解参数 $K_I^{(1)}$, 可以假设辅助场为纯 I 型的状态, 并且满足如下条件

$$K_I^{(2)} = 1, \quad K_{II}^{(2)} = 0 \quad (4)$$

由于纯 I 型状态下的应力场和位移场都有理论解, 因此很容易通过式(3)得到相互作用积分的值, 最后结合式(2)和式(4)就可以得到参数 $K_I^{(1)}$ 的表达式

$$K_I^{(1)} = \frac{E^*}{2} I \quad (5)$$

同理假设辅助场为纯 II 型状态就可以得到参数

$K_{II}^{(1)}$ 的结果.

1.2 裂纹扩展准则

典型的断裂准则包括能量释放率、 J 积分和应力强度因子等相关准则. 本文采用应力强度因子准则, 在相互作用积分方法所求得裂纹尖端 i 应力强度因子 K_I^i 和 K_{II}^i 的基础上, 定义等效应力强度因子^[17]:

$$K_{eq}^i = \sqrt{(K_I^i)^2 + (K_{II}^i)^2} \quad (6)$$

当裂尖的等效应力强度因子 K_{eq}^i 超过临界应力强度因子时, 裂纹就开始扩展. 对于复合型的裂纹扩展, 应用最大周向拉应力强度因子理论来确定出裂纹扩展的方向角^[18]:

$$\theta_i = 2 \arctan \left[\frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} - \text{sign}(K_{II}) \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \right] \quad (7)$$

1.3 模拟裂纹扩展的过程

在裂纹开裂过程的计算中, 主要是通过计算确定出裂纹的起裂条件与裂纹的开裂角. 另外一个问题就是裂纹扩展时模型网格的重新划分, 重新划分的区域只需要选择所关心的扩展部分即可, 因此只是增加了部分的结点自由度, 详细的划分尺寸可以由下文的算例得到. 由于利用相互作用积分方法求解裂纹尖端的应力强度因子, 所以在网格划分时不需要采用特殊单元, 这样就降低了网格重新划分的难度. 具体的计算流程如下:

1) 通过相互作用积分方法计算出裂纹尖端 i 处的应力强度因子 K_I^i 和 K_{II}^i , 然后利用式(5)得到裂纹开裂方向角 θ_i , 最后根据复合裂纹断裂准则确定开裂点.

2) 设置裂纹尖端的开裂步长为 Δl , 沿裂纹扩展方向角劈裂模型. 关于开裂步长的设置, 参考文献[19]中给出的建议增长步长为 $\frac{h}{2} \leq \Delta l < 2h$, 其中 h 为单元尺寸.

3) 重新划分模型网格, 需要特别注意裂纹尖端附近的网格尺寸, 并防止重新划分的网格出现畸变.

4) 重复过程 1) ~ 3), 进行下一个开裂点的操作. 如果开裂过程中不满足开裂准则那么裂纹扩展过程中止.

2 典型问题的分析与比较

在 ANSYS 有限元程序中, 模型均采用八结点

的 PLANE183 平面应变单元. 分析接触问题时, 接触单元采用三结点 CONTA172 单元, 目标单元选择三结点 TARGE169 单元. 在选择的这些典型问题中, 将单元杀死方法、相互作用积分方法和扩展有限元方法进行了比较. 首先比较了单元杀死方法和文章中的相互作用积分方法, 目的是说明本文方法要比单元杀死方法计算更正确. 其次比较了相互作用积分方法与扩展有限元方法, 进一步证明了本文方法是有效可靠的. 下面详细讨论这些算例.

2.1 应力强度因子的计算

应力强度因子的计算是本文方法中判断裂纹开裂的主要参数, 其对模型网格的敏感性是首先必须要说明的问题. 只有部分裂纹的应力强度因子有封闭解, 所以本文选择有限宽中心裂纹板的解析解为例来说明应力强度因子的敏感性计算问题. 该计算模型如图 2 所示, 单向受均匀拉应力 σ^∞ 的有限尺寸板, 宽为 $2W$, 高为 $2H$, 中心存在一条长为 $2a$ 的裂纹. 假设板为各向均匀的线弹性材料, 裂纹尖端的应力强度因子表达式为^[20]:

$$K_I = F\sigma^\infty \sqrt{\pi a} \quad (8)$$

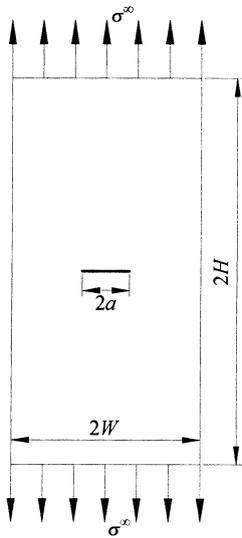


图 2 含中心裂纹的有限大板

Fig. 2 The finite plate with a central crack

其中 F 为有限宽度的修正系数, 代表性系数包括以下 3 种.

Isida 近似系数: $F = \sqrt{\sec(\pi a/2W)}$, 对 $a/W < 0.7$ 时误差为 0.3%.

修正的 Koiter 公式:

$$F = \frac{1 - 0.5\left(\frac{a}{W}\right) + 0.37\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 0.044\left(\frac{a}{W}\right)^3}{\sqrt{1 - a/W}}, \text{ 误差为 } 0.3\%.$$

修正的 Feddersen 公式:

$$F = \left[1 - 0.025\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0.06\left(\frac{a}{W}\right)^4\right] \sqrt{\sec \frac{\pi a}{2W}}, \text{ 误差为 } 0.1\%.$$

本算例中 a/W 的取值为 0.2.

对计算出来的应力强度因子进行无量纲化, 记为 K_n , $K_n = K_I/(\sigma^\infty/\sqrt{\pi a})$. 表 1 中列出了不同的应力强度因子修正结果与本文计算得到的结果. 从表 1 中可以看出, 计算得到的结果与手册中的解析结果非常接近, 表明了本文求解应力强度因子的方法是可靠的.

表 1 裂纹尖端的无量纲应力强度因子

Tab. 1 Normalized stress intensity factors at the crack tip

求解方法	K_n	相对误差 / %
Isida 方法	1.025 2	0.18
Koiter 方法	1.022 4	-0.10
Feddersen 方法	1.024 4	0.10
本文方法	1.023 4	—

通常在采用奇异单元求解应力强度因子的方案时, 其计算结果对网格的尺寸有较高的要求^[21], 这样在某些问题中就会因追求精度而降低了计算效率, 并且不利于对裂纹扩展的计算. 因此表 2 针对不同网格尺寸与类型所得到的结果进行了对比. 结果表明网格的改变对最终结果的影响不大, 并且对计算值的影响也很小, 建议网格尺寸的取值为 $0.1a$. 由此可见网格划分对该方法的影响相比加密网格的传统有限元方法来说是不敏感的, 并且不依赖于裂纹尖端近场应力的数据, 所以本文方法具有一定的优越性.

2.2 I 型单裂纹的扩展模拟

例证 2 为最简单的 I 型裂纹扩展问题. 图 3 为该问题的模型简图, 板的边缘有一条长度为 l 的初始裂纹, 板的左右两侧承受 σ^∞ 的拉应力作用. 最终的计算结果还与利用单元杀死方法的结果进行了对比并绘制出图 4, 试图通过这两种方法的对比说明本文方法预测裂纹扩展路径的可靠性. 其中的实线为使用本文方法所计算出来的结果, 而带三角符号的线(映射划分网格)、带四边形符号的线(自由划分网格 1)和带十字星符号的线(自由划分网格 2)均为单元杀死方法的结果. 自由划分网格 1 与网格 2 的

区别是网格尺寸的不同,网格1的尺寸是网格2尺寸的二倍.其余结果的网格尺寸与自由划分网格1

表2 不同网格尺寸下裂纹尖端的无量纲应力强度因子

Tab. 2 Normalized stress intensity factors at the crack tip with different mesh size

网格类型	求解方法	参考值	应力强度因子							
			0.02a		0.05a		0.10a		0.20a	
			计算值	相对误差/%	计算值	相对误差/%	计算值	相对误差/%	计算值	相对误差/%
三角形网格	Isida 方法	1.025 2	1.024 5	0.07	1.023 1	0.20	1.023 4	0.18	1.022	0.31
	Koiter 方法	1.022 4	1.024 5	-0.21	1.023 1	-0.07	1.023 4	-0.10	1.022	0.04
	Fedderson 方法	1.024 4	1.024 5	-0.01	1.023 1	0.13	1.023 4	0.10	1.022	0.23
四边形网格	Isida 方法	1.025 2	1.024 4	0.08	1.022 4	0.27	1.023 1	0.20	1.021 5	0.36
	Koiter 方法	1.022 4	1.024 4	-0.20	1.022 4	0	1.023 1	-0.07	1.021 5	0.09
	Fedderson 方法	1.024 4	1.024 4	0	1.022 4	0.20	1.023 1	0.13	1.021 5	0.28

注: a 为裂纹半长.

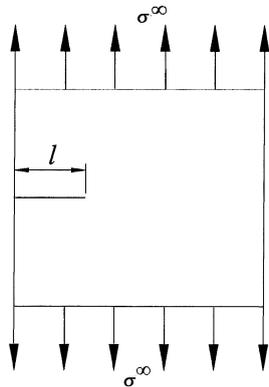


图3 I型裂纹拉伸的模型示意图

Fig. 3 Model of mode-I crack subjected to tension

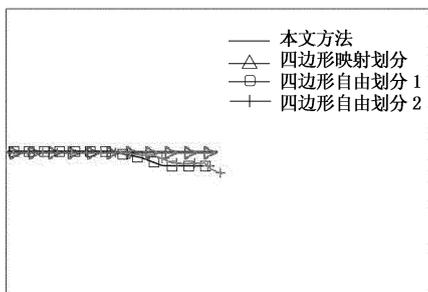


图4 I型裂纹拉伸的扩展结果图

Fig. 4 Propagation results of mode-I subjected to tension

从图4中可以看出虽然各条曲线的趋势都是向前扩展,但是具体细节上还是存在差异.裂纹扩展过程中带四边形的线与带十字星的线都出现了偏折,这是因为单元杀死方法只能按照预先设定好的单元分布情况进行扩展,在自由划分的网格中往往不能保证网格线平直.然而带四边形的线与带十字星的线的扩展路径并不重合,这说明单元杀死方法在网格尺寸不同的情况下计算结果出现了差异.图中带三角形的线与实线基本重合,在映射网格下单元杀

死方法可以捕捉到简单的裂纹开裂规律.虽然单元杀死方法可以预测出裂纹扩展的总体趋势,但是它严重依赖于网格划分的方式,并且由于网格划分的问题会使裂纹扩展路径不同,不利于后续问题的研究,因此不是一种稳定可靠的计算方法.利用本文方法计算出来的虚线不受网格划分的影响,才最接近真实的裂纹扩展结果.

2.3 带孔板边缘多裂纹扩展模拟

在验证完简单的裂纹扩展模型后,通过较复杂的例证对本文方法进行深度的校验.用来验证的模型示意图如图5所示,旨在研究受圆孔缺陷的影响下裂纹的扩展规律.具体描述为含两个中心对称圆孔的矩形平板,底部固定,顶端承受预先给定的位移加载,使它们只能在竖直方向上有移动.两条长度均为1 mm的预制裂纹在孔洞离边界的较远一侧,并且呈中心对称分布.模型的材料参数如下:弹性模量 $E=200$ GPa,泊松比 $\nu=0.3$,材料的临界应力强度因子 $K_{IC}=1\ 500$ N/mm^{3/2}.

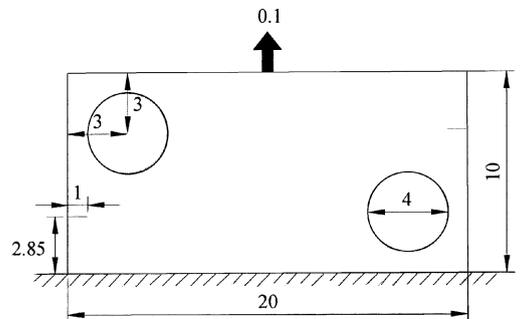


图5 带孔板边缘多裂纹扩展的模型示意图(单位:mm)

Fig. 5 Model of multiple edge cracks propagation with hole plate

为了验证本文方法的可靠性,本文将通过改变

单元类型的相互作用积分方法计算得到的裂纹扩展路径与文献中 Khoei 等人^[22]的路径进行对比. 裂纹的扩展均需要预先假定一个阈值, 但是由于裂纹尖端具有奇异性, 因此一般方法在处理裂纹尖端问题时对裂尖网格的划分要求比较高, 即使单元类型相同, 而尺寸的差异也会导致裂纹扩展路径的变化.

依据之前介绍的计算步骤, 本文方法所计算出来的裂纹扩展径图如图 6 中带四边形实线与带三角形实线所示, 而 Khoei 等人的计算结果则用实线标识. 从图 6 中可以看出本文的计算结果与 Khoei 的结果^[22]都显示出相似的裂纹扩展路径. 裂纹均因圆孔的影响而在开裂初期朝圆孔的方向扩展, 在后期由于两条裂纹之间的相互作用而互相靠拢. 由此可知本文的计算结果与文献的计算结果吻合较好, 并且不同的网格划分方式对于路径的影响小. 裂纹扩展不同阶段的网格划分图如图 7 所示, 裂纹每次向前扩展一定距离, 在裂纹附近区域的网格都会进行重构, 并且裂纹附近的网格尺寸比其他区域的尺寸更小, 原因除了保证一定的精度外还因为能较好地保证网格的划分质量.

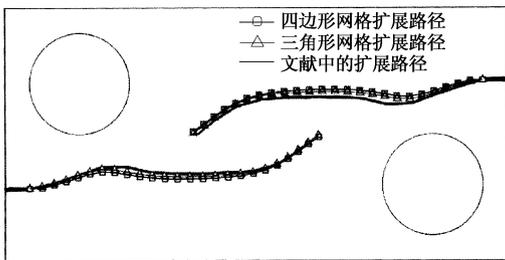


图 6 裂纹扩展路径对比图

Fig. 6 Graph of crack growth with different methods

综上所述, 本文利用的相互作用积分方法, 对网格的划分方式并没有特别严格的要求, 既适用于三角形网格又适用于四边形网格, 而且扩展路径也与文献中的结果相差不大, 因此是一种更可靠的方法.

2.4 受压裂纹扩展的模拟

在地层中有很多岩层都处于受压状态, 然而其中的裂纹依然会产生错动而发生开裂. 例如在水力压裂工程中, 由于其具有围压的特殊性, 天然裂纹会受水压裂纹以及地应力的影响而扩展, 若在进行数值模拟时不考虑天然裂纹的压裂纹情况则会造成偏差. 本文从这一角度出发, 探讨利用同样的方法是否可以解决裂纹在受压条件下的扩展问题.

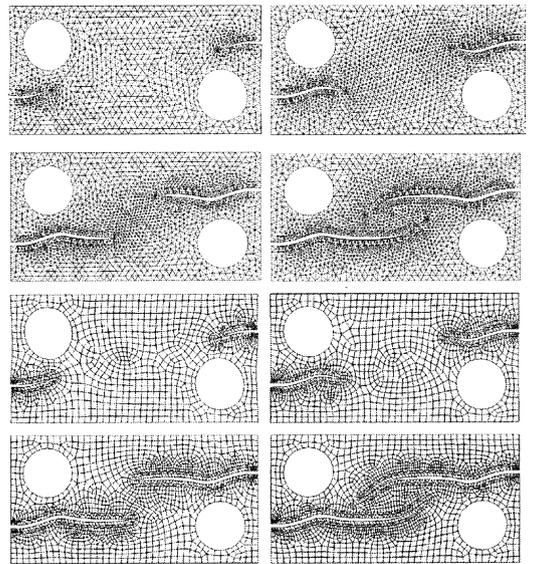


图 7 裂纹扩展不同阶段的单元划分图

Fig. 7 Element partition plot of crack growth path at different stage

裂纹面在受压时会相互接触并且产生摩擦力作用, 因此必须考虑接触力作用, 而且为了防止裂纹面之间发生相互渗透, 模拟时需要在裂纹面之间设置接触分析, 一般来说就是用接触单元来模拟接触面的作用. 其中较为常见的分析方法有罚函数法和增广型拉格朗日乘子法等. 但是罚函数法存在收敛性差的问题^[23], 因此本文采用的是增广型拉格朗日乘子法, 通过判断双面约束来进行计算. 计算过程中实时监测了接触面上的接触压力, 保证接触面上不会产生破坏. 模型采用与岩层类似的材料参数, 具体数据为: 弹性模量 $E = 0.33 \text{ GPa}$, 泊松比 $\nu = 0.19$, $K_{eq} = 1.4 \text{ N/mm}^{3/2}$. 模型的几何尺寸如图 8 所示, 模型长 60 mm , 高 120 mm , 裂纹长为 $a = 12 \text{ mm}$, 裂纹之间的竖向距离为 $b = 20 \text{ mm}$, 裂纹的倾斜角均为 45° , 在模型的底部和顶端均有压应力的作用. 为了验证本文方法的正确性, 将计算结果与石路杨等人^[17]利用扩展有限元方法所得到的结果进行对比.

图 9(a) 中的黑折线为本文方法计算出来的裂纹扩展路径, 而图 9(b) 中的白折线为文献中的计算结果, 可以看出两种方法所得到的结果基本一致. 从图 9 中的计算路径可以得出, 模型在受压状态下, 裂纹的扩展过程始终是沿着模型的最大主应力进行的, 这与初始裂纹考虑了摩擦力有关^[18]. 除了初始裂纹面处于受压力作用外, 扩展生成的新裂纹面是处于受拉作用的, 因此这种破坏形式属于劈裂破坏.

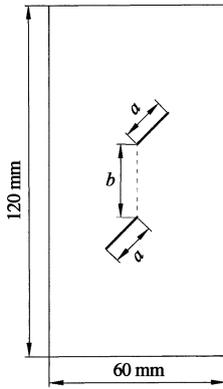
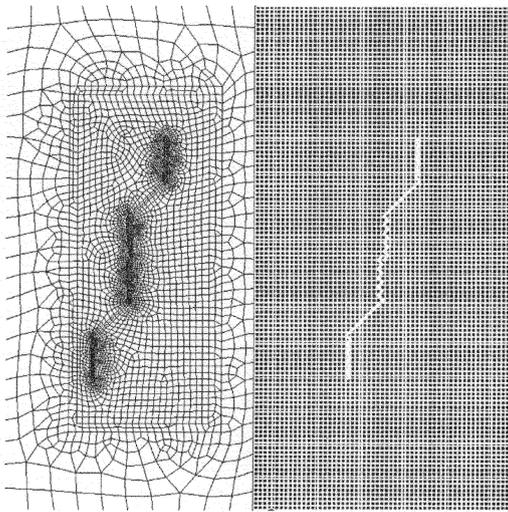


图8 受压裂纹扩展的模型示意图

Fig. 8 Model of crack subjected to compression



(a) 本文计算结果 (b) 文献计算结果

图9 裂纹扩展路径图

Fig. 9 Crack growth path

如果受压的裂纹面之间没有摩擦,则裂纹的开裂路径则与带摩擦的情形有显著区别,角度大小与摩擦系数有关.裂纹的起裂方向不会沿着模型的最大主应力方向,在本例中与竖直方向有一个大约35°的夹角.在扩展一段时间后,裂纹才会逐渐转向并沿着最大主应力方向继续扩展.裂纹扩展路径图可详见图10,其中虚线代表无摩擦条件下的扩展路径,而实线则表示有摩擦的情况.

该方法可以嵌入通用的有限元软件中,例如ANSYS, ABAQUS等.由于ANSYS擅长进行多物理场的分析,而水力压裂工程的模拟就是流固耦合的计算,因此基于本文所述的方法结合通用有限元平台进行流固耦合分析就比较容易实现水力压裂中的裂纹扩展.这也是笔者今后要进一步深入研究的方向,

因为依托大型通用有限元软件,所以计算方法也很容易推广.

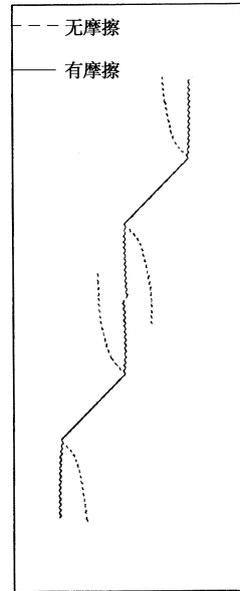


图10 无摩擦与有摩擦下的裂纹扩展路径图

Fig. 10 Crack growth paths under friction and frictionless condition

3 结论

本文提供了一种模拟裂纹扩展的计算方法.按照本文提出的计算流程与策略,便可以较正确地得到裂纹的扩展路径.利用相互作用积分方法来求解裂尖参数可以一定程度上消除奇异性影响,从而避免了裂纹尖端的奇异性对网格划分的苛刻要求.在传统有限元方法的基础上,通过相互作用积分法则求解裂纹尖端的应力强度因子,由最大周向拉应力理论来判断裂纹的扩展方向.模拟裂纹扩展的过程中,对涉及扩展区域的网格进行重新剖分并获得了较正确的扩展路径与较高的计算精度.

应用该方法在模拟裂纹扩展的过程中,兼顾计算精度与效率的情况下建议网格尺寸取0.1倍的裂纹半长.该方法既能模拟裂纹拉伸时的情况也可以模拟受压时的扩展.相比裂纹受拉伸情况下的扩展,裂纹受压时的扩展需要设置接触,因此在计算时间上相对较长,但在网格尺寸方面并没有差别.

在分析岩石破坏的过程中,由于材料存在较大的分散性,因此一般只关心岩层中裂纹的开裂方向,而对精度往往没有过高的要求.今后希望可以应用这种可靠性的方法来做进一步的研究.

参考文献

- [1] 陶伟明,班勇婷,王慰军,等.一种裂纹扩展的有限元仿真分析方法及其实现[J].力学季刊,2009,30(4):612-617.
TAO Weiming, BAN Yongting, WANG Weijun, *et al.* A finite element simulation procedure and its realization for crack growth[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2009, 30(4): 612-617. (In Chinese)
- [2] PORTELA A, ALIABADI M H, ROOKE D P. The dual boundary element method; effective implementation for crack problems[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1992, 33(6): 1269-1287.
- [3] 雷钧,黄祎丰,杨庆生.裂纹动态扩展的边界元模拟[J].北京工业大学学报,2013,39(6):806-810.
LEI Jun, HUANG Yifeng, YANG Qingsheng. Dynamic crack propagation by boundary element method[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2013, 39(6): 806-810. (In Chinese)
- [4] 王强,宋雪迪,郝中华,等.基于ABAQUS纤维梁单元的钢筋混凝土柱受力破坏全过程数值模拟[J].土木工程学报,2014,47(12):16-26.
WANG Qiang, SONG Xuedi, HAO Zhonghua, *et al.* Numerical simulation of failure process of RC columns based on fiber beam element in ABAQUS[J]. China Civil Engineering Journal, 2014, 47(12): 16-26. (In Chinese)
- [5] BAO J Q, FATHI E, AMERI S. A coupled finite element method for the numerical simulation of hydraulic fracturing with a condensation technique[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2014, 131: 269-281.
- [6] FU P, JOHNSON S M, CARRIGAN C R. An explicitly coupled hydro-geomechanical model for simulating hydraulic fracturing in arbitrary discrete fracture networks[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2012, 37: 278-300.
- [7] DOLBOW J, BELYTSCHKO T. A finite element method for crack growth without remeshing[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 46: 131-150.
- [8] 曾青冬,姚军.水平井多裂缝同步扩展数值模拟[J].石油学报,2015,36(12):1571-1579.
ZENG Qingdong, YAO Jun. Numerical simulation of multiple fractures simultaneous propagation in horizontal well[J]. Acta Petrolei Sinica, 2015, 36(12): 1571-1579. (In Chinese)
- [9] BELYTSCHKO T, BLACK T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 45: 601-620.
- [10] MOES N, DOLBOW J, BELYTSCHKO T. A finite element method for crack growth without remeshing[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 46: 131-150.
- [11] WAISMAN H, BELYTSCHKO T. Parametric enrichment adaptivity by the extended finite element method[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2008, 73: 1671-1692.
- [12] 肖汉宁,彭苏华,高朋召.支柱瓷绝缘子表面裂纹应力强度因子的有限元分析[J].湖南大学学报(自然科学版),2014,41(12):53-58.
XIAO Hanning, PENG Suhua, GAO Pengzhao. Stress intensity factor analysis of surface crack on rod porcelain insulator through finite element method[J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2014, 41(12): 53-58. (In Chinese)
- [13] 肖万伸,欧阳成,张春雨.一维六方准晶中界面裂纹与位错的交互作用[J].湖南大学学报(自然科学版),2016,43(12):71-75.
XIAO Wanshen, OUYANG Cheng, ZHANG Chunyu. Interaction between circular interfacial crack and screw dislocation in 1d hexagonal quasicrystals[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2016, 43(12): 71-75. (In Chinese)
- [14] 庄茁,柳占立,成斌斌,等.扩展有限单元法[M].北京:清华大学出版社,2012:20-21.
ZHUANG Zhuo, LIU Zhanli, CHENG Binbin, *et al.* Extended finite element method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012: 20-21. (In Chinese)
- [15] YAU J F, WANG S S, CORTEN H T. A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity[J]. Journal of Applied Mechanics, 1980, 47(2): 335.
- [16] DOLBOW J, MOES N, BELYTSCHKO T. An extended finite element method for modeling crack growth with frictional contact[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2001, 190(51/52): 6825-6846.
- [17] 石路杨,余天堂.多裂纹扩展的扩展有限元法分析[J].岩土力学,2014,35(1):263-272.
SHI Luyang, YU Tiantang. Analysis of multiple crack growth using extended finite element method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(1): 263-272. (In Chinese)
- [18] 常鑫,程远方.一种模拟岩体裂纹扩展的三角单元网格开裂技术[J].中国石油大学学报(自然科学版),2015,39(3):215-224.
CHANG Xin, CHENG Yuanfang. A triangular mesh split method for simulating crack propagation in rock matrix[J]. Journal of China University of Petroleum, Edition of Natural Science, 2015, 39(3): 215-224. (In Chinese)
- [19] BASISTA M, GROSS D. A note on crack interactions under compression[J]. International Journal of Fracture, 2000, 102(3): 67-72.
- [20] 中国航空研究院.应力强度因子手册[M].北京:科学出版社,1993:128-129.
Chinese aeronautical establishment. handbook of stress intensity factors[M]. Beijing: Science Press, 1993: 128-129. (In Chinese)
- [21] 盖秉政,王立清.考虑裂纹面接触及摩擦的应力强度因子研究[J].黑龙江大学自然科学学报,2008,25(6):731-749.
GAI Bingzheng, WANG Liqing. The investigations of stress intensity factor taking crack surfaces with contact and friction into account[J]. Journal of Natural Science of Heilongjiang University, 2008, 25(6): 731-749. (In Chinese)
- [22] KHOEI A R, AZADI H, MOSLEMI H. Modeling of crack propagation via an automatic adaptive mesh refinement based on modified superconvergent patch recovery technique[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(10): 2921-2940.
- [23] 周小平,杨海清,董捷.压应力状态下多裂纹扩展过程数值模拟[J].岩土工程学报,2010,32(2):192-197.
ZHOU Xiaoping, YANG Haiqing, DONG Jie. Numerical simulation of multiple-crack growth under compressive loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(2): 192-197. (In Chinese)