

基于承载板试验的双参数地基 基床系数的获取方法和试验研究^{*}

张望喜^{1,2†}, 陈宝¹, 肖龙杰¹, 刘精中¹, 邓曦¹

(1. 湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082;

2. 湖南大学 工程结构损伤诊断湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410082)

摘要:基于 Pasternak 地基模型的基本理论, 利用能量法建立双参数地基-刚性板系统的能量方程; 根据最小势能原理, 建立双参数地基基床系数、承载板尺寸、荷载和沉降变形之间的关系式。基于此关系式和已有基床系数确定规则, 通过不同尺寸承载板的荷载试验, 可以建立以双参数地基基床系数为未知数的方程组, 从而解得双参数地基基床系数表达式。通过 4 块不同形状和尺寸刚性板(直径 0.3 m、0.6 m 圆板和边长 0.54 m、0.71 m 方板)的实测试验获取实际场地下砂性地基土的双参数基床系数值, 验证了上述方法的可行性; 结合基础沉降和相邻基础相互影响的算例说明了双参数地基的工程意义; 结合已有研究成果给出了不同状态的黏性土和砂性土的双参数基床系数的建议值。本文方法为双参数地基模型的推广及工程应用提供一定的借鉴与参考。

关键词:土结构相互作用; 双参数地基模型; 基床系数; 能量方程; 承载板载荷试验

中图分类号: TU470

文献标志码: A

Experimental Study and Evaluation Methodology of Foundation Coefficients for Two-parameter Foundation Model Based on Rigid Plate Loading Tests

ZHANG Wangxi^{1,2†}, CHEN Bao¹, XIAO Longjie¹, LIU Jingjin¹, DENG Xi¹

(1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. Hunan Provincial Key Lab on Diagnosis for Engineering Structures, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Energy equation of two-parameter foundation - rigid plate system was established by using energy method based on the basic theory of Pasternak model. In the principle of the minimum potential energy, the relationships of foundation coefficient, foundation size, load and surface displacement of soil were obtained. The foundation coefficient expression was obtained by solving the equation system which was established with two rigid plates loading test of different size based on the above relationships and the existing determining rules of foundation coefficient. Four sandy soil-rigid plate loading tests were performed to verify the validity of this method, where the circular plates with diameter of 0.3 m and 0.6 m, and square plates with the size of 0.54 m × 0.54 m and 0.71 m × 0.71 m were used. Examples of calculating foundation settlement and considering the influence of adjacent foun-

^{*} 收稿日期: 2017-07-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51578228), National Natural Science Foundation of China(51578228); 国家重点研发计划专项资助项目(2016YFC0701400), National Key Research and Development Program of China(2016YFC0701400)

作者简介: 张望喜(1971-), 男, 湖北黄冈人, 湖南大学副教授, 博士

[†] 通讯联系人, E-mail: wxizhang2000@163.com

dation were given to illustrate the engineering significance of the two-parameter foundation model, and empirical values of two-parameter foundation coefficient for clayey soil and sandy soil were estimated for the popularization and application of the two-parameter foundation model.

Key words: soil-structure interaction; two-parameter foundation model; foundation coefficient; energy equation; plate loading test

地基土模型是分析土与基础相互作用问题中十分重要的因素. 由于实际土体所固有的复杂性, 理想化弹性模型被应用于模拟分析土结构相互作用时土介质的反应. Selvadurai(1979)阐述了各种地基理想化模型^[1], Dutta 等(2002)分析总结了各地基模型的优势和局限性^[2]. Winkler(1867)最早提出的理想化地基模型假设地基由一系列各自独立且互不影响的弹簧组成, 弹簧常数 k 称为基床系数. 由于 Winkler 地基模型忽视了土的黏性和连续性, 改进的双参数的连续弹性地基模型被提出. Filonenko-Boorodich(1940)、Hetényi(1946)、Pasternak(1954)以及 Kerr(1964)等地基力学模型基于 Winkler 地基模型并假设其各弹簧间有力的相互作用以消除其不连续性, 其弹簧单元间是由弹性薄膜、弹性梁或只有剪切变形的弹性层提供相互作用的^[1]; Reissner(1958)^[3]和 Vlasov(1966)^[4]等提出的连续介质模型是通过引入约束或简化的位移分布与应力的某些假设简化弹性连续介质模型得到的. 由于力学模型难以获取准确度模型参数, 连续介质模型理论较为复杂, 难以直接应用于工程实际, Horvath 和 Colasanti(2011)结合其优缺点提出了一种混合的改进的 Kerr-Reissner(MK-R)模型^[5].

在地基力学模型中, 基床系数作为地基模型的重要参数, 在模型分析和工程设计中具有重要的实际意义^[6], 其获取方法得到了工程师的重视. Hayashi(1921)首先提出通过荷载板试验测定基床系数^[7]; Terzaghi(1955)采用 1ft^2 方形荷载实验板测量基床系数, 并根据土体类别进行基础形状和尺寸修正^[8]. Biot(1937)^[9]和 Vesic(1961)^[10]通过理论分析拟合出基床系数的经验公式, 国外一些学者认为 Biot 公式为基床系数下限值, Vesic 公式为基床系数上限值. 张祖贤(1993)采用砂槽中 5 种尺寸的刚性压块试验, 并根据收集的黏性土地基的试验结果获取基床系数经验公式, 结果表明实测基床系数随基础尺寸增大而减小^[11]; 张望喜等(2003)利用位移反分析和遗传算法, 根据地基板挠度实测结果对地基参数进行反分析, 识别出原位状态下的地基参数^[12]; Farouk 等(2014)采用有限元分析土结构相互作用, 结果表明基础底部基床系数不均匀, 其取

值与基础形状有关, 基础中间较低而边界较高^[13].

现阶段对于单参数地基基床系数的获取, 比较常用的测试方法有: K30 荷载板试验、室内三轴试验、旁压试验和扁铲侧胀试验等^[14]. 中国参照日本《公路的平板荷载试验方法》(JISA 1215-1995 修订版)和德国《平板荷载试验》(DIN 18314-1993 修订版)^[15], 并结合了近年来的科研成果和施工经验, 同时针对实际应用中存在的问题, 制订了 K30 平板荷载试验方法, 该方法正式纳入我国国家标准《地下铁道、轻轨交通岩土工程勘察规范》(GB 50307-1999)及其更新替换标准《城市轨道交通岩土工程勘察规范》(GB 50307-2012)^[16]、《岩土工程勘察规范[2009 版]》(GB 50021-2001)^[17]以及行业标准《铁路工程土工试验规程》(TB 10102-2010)^[18]. 双参数地基模型可以考虑土体的部分连续性, 可以解决单参数地基模型不能分析相邻基础间的相互影响问题, 但双参数地基模型中基床系数的确定目前存在很多困难, 业内尚无成熟或较普遍认可的方法, 更没有可行的实地测量方法, 成为了阻碍其应用和推广的障碍. 本文基于 Pasternak 地基模型理论^[1], 在能量分析的基础上, 提出了一种利用刚性板静力荷载试验获取双参数地基基床系数的方法; 结合已有研究成果, 给出了双参数地基基床系数的建议值, 为双参数地基的推广和工程应用提供了基础.

1 基于矩形刚性板的地基双参数表达式

1.1 双参数地基土-矩形刚性板系统能量方程

如图 1 所示, 刚性板尺寸为 $a \times b$, 板中心受集中荷载 P 作用. 根据双参数地基模型特性, 可将刚性板作用下的地基区域划分为板内区域、板边区域 (A_2, A_4, A_5, A_7) 和板角区域 (A_1, A_3, A_6, A_8). 荷载 P 作用下板内区域挠度为 w , 板外区域挠度为 \bar{w} . 根据 Pasternak 地基模型理论^[1], 地基表面的沉降变形(即挠度)表达式如下:

$$\begin{aligned} & \text{a) 板内区域} (0 \leq x \leq a \text{ 且 } 0 \leq y \leq b) \\ & w(x, y) = w = \text{常数} \\ & \text{b) 板边区域和板角区域} \end{aligned} \quad (1a)$$

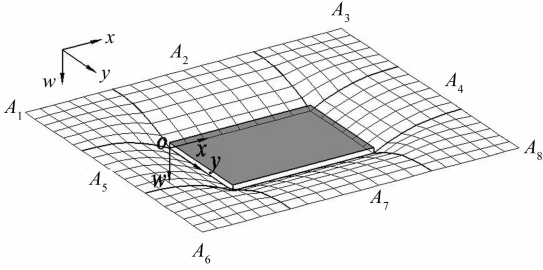


图1 双参数地基上的矩形刚性板

Fig.1 Rectangular rigid plate in two-parameter foundation model

$$k \cdot \bar{w}(x, y) - G \nabla^2 \bar{w}(x, y) = 0 \quad (1b)$$

式中: k 为压缩基床系数, G 为剪切基床系数. 根据边界条件, 无穷远处各区域土体表面挠度为零, 与板相接处为板边或板角挠度 w , 确定各区域土体表面挠度 \bar{w} 的表达式如下:

$$\text{区域 } A_1: \bar{w}(x, y) = w e^{\sqrt{\frac{k}{2G}}(x+y)} \quad (x \leq 0, y \leq 0)$$

$$\text{区域 } A_2: \bar{w}(x, y) = w e^{\sqrt{\frac{k}{G}}y} \quad (0 < x \leq a, y \leq 0)$$

$$\text{区域 } A_3: \bar{w}(x, y) = w e^{\sqrt{\frac{k}{2G}}(-x+a+y)} \quad (a \leq x, y \leq 0)$$

$$\text{区域 } A_4: \bar{w}(x, y) = w e^{\sqrt{\frac{k}{G}}(-x+a)} \quad (a \leq x, 0 < y \leq b)$$

$$\text{区域 } A_5: \bar{w}(x, y) = w e^{\sqrt{\frac{k}{G}}x} \quad (x \leq 0, 0 < y \leq b)$$

$$\text{区域 } A_6: \bar{w}(x, y) = w e^{\sqrt{\frac{k}{2G}}(x-y+b)} \quad (x \leq 0, b \leq y)$$

$$\text{区域 } A_7: \bar{w}(x, y) = w e^{\sqrt{\frac{k}{G}}(-y+b)} \quad (0 < x \leq a, b \leq y)$$

$$\text{区域 } A_8: \bar{w}(x, y) = w e^{\sqrt{\frac{k}{2G}}(-x+a-y+b)} \quad (a \leq x, b \leq y)$$

根据能量法建立图中双参数地基土-矩形刚性板系统的总势能泛函 Π :

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 \quad (2)$$

式中: Π_1 为刚性板的变形势能, $\Pi_1 = 0$; Π_2 为板内区域地基土的变形势能, 刚性板下土体发生整体压缩, 故 $\Pi_2 = \frac{1}{2}abkw^2$; Π_3 为集中荷载 P 的势能, $\Pi_3 = -Pw$; Π_4 为板外区域地基土变形势能,

$$\Pi_4 = \frac{1}{2} \iint_{A_1+A_2+\dots+A_8} \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy$$

将板外区域地基土体表面挠度表达式代入 Π_4 中, 可对 Π_4 进行简化.

板角区域(A_1 、 A_3 、 A_6 、 A_8)地基土变形势能:

$$\begin{aligned} \Pi_{4a} &= \frac{1}{2} \iint_{A_1+A_3+A_6+A_8} \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = \\ &2 \iint_{A_1} \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = \end{aligned}$$

$$2 \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^0 \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = 2Gw^2$$

板边区域(A_2 、 A_4 、 A_5 、 A_7)地基土变形势能:

$$\begin{aligned} \Pi_{4b} &= \frac{1}{2} \iint_{A_2+A_4+A_5+A_7} \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = \\ &\iint_{A_2+A_5} \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = \\ &\int_{-\infty}^0 \int_0^a \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy + \\ &\int_0^b \int_{-\infty}^0 \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = \\ &a \sqrt{kG}w^2 + b \sqrt{kG}w^2 = (a+b) \sqrt{kG}w^2 \end{aligned}$$

故板外区域地基的变形势能 Π_4 为:

$$\Pi_4 = \Pi_{4a} + \Pi_{4b} = (a+b) \sqrt{kG}w^2 + 2Gw^2$$

将各势能表达式代入式(2)中可得到双参数地基-矩形刚性板系统总势能泛函 Π :

$$\begin{aligned} \Pi &= \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 = \\ &\left(\frac{1}{2}abk + 2G + (a+b) \sqrt{kG} \right) w^2 - Pw \quad (3) \end{aligned}$$

根据极小势能原理, 令系统的总势能泛函一阶变分为零, 即 $\delta\Pi = 0$, 有:

$$\left[(abk + 4G + 2(a+b) \sqrt{kG})w - P \right] \delta w = 0$$

即:

$$k + \frac{4}{ab}G + \frac{2(a+b)}{ab} \sqrt{kG} = \frac{P/(ab)}{w} = \frac{p}{w} \quad (4)$$

式中: a 、 b 为刚性板尺寸(m); w 为地基沉降变形(m); P 为集中荷载(10^3 kN); p 为板底均布压应力(MPa), $p = P/(ab)$; k 为压缩基床系数(MPa/m); G 为剪切基床系数(MPa·m).

1.2 Winkler 地基模型基床系数表达式

《高层建筑岩土工程勘察规程》(JGJ 72-2004)^[19]给出了基床系数 k 的试验获取方法, 并对其取值进行了修正. 黏性地基土的基床系数需要对基础尺寸和形状进行修正; 砂性地基土的基床系数仅需对基础尺寸进行修正. 矩形基础下修正后的基床系数表达式如下:

$$k = \frac{2a+b}{3a} \cdot \frac{0.30}{b} k_{30} \quad (\text{黏性土}) \quad (5a)$$

$$k = \left(\frac{b+0.30}{2b} \right)^2 k_{30} \quad (\text{砂性土}) \quad (5b)$$

式中: a 为基础底面长度(m); b 为基础底面宽度(m); k_{30} 为采用直径 30 cm 的刚性承压板原位试验(K30 荷载板试验)获取的基准基床系数. 《城市轨道交通岩土工程勘察规范》(GB 50307-2012)^[16]、

《岩土工程勘察规范[2009年版]》(GB 50021—2001)^[17]、《高层建筑岩土工程勘察规程》(JGJ 72—2004)^[19]均规定了原位荷载板试验的方法和注意事项,特别提出每个场地荷载试验不宜少于3个测点。

1.3 双参数地基基床系数表达式

结合 Winkler 地基模型和 Pasternak 地基模型中基床系数表达式,联立式(4)、式(5)可以获取 Pasternak 地基模型下基床系数表达式:

a) 黏性土、Winkler 地基模型

$$\frac{p}{w} \Big|_{\text{常数}} = k = \frac{2a+b}{3a} \cdot \frac{0.30}{b} k_{30} \quad (6a)$$

b) 砂性土、Winkler 地基模型

$$\frac{p}{w} \Big|_{\text{常数}} = k = \left(\frac{0.30+b}{2b}\right)^2 k_{30} \quad (6b)$$

c) 黏性土和砂性土、Pasternak 模型

$$\frac{p}{w} \Big|_{\text{常数}} = k + \frac{4}{ab}G + \frac{2(a+b)}{ab} \sqrt{kG} \quad (6c)$$

d) 黏性土、Pasternak 地基模型

$$k + \frac{4}{ab}G + \frac{2(a+b)}{ab} \sqrt{kG} = \frac{2a+b}{3a} \cdot \frac{0.30}{b} \cdot k_{30} \quad (6d)$$

e) 砂性土、Pasternak 地基模型

$$k + \frac{4}{ab}G + \frac{2(a+b)}{ab} \sqrt{kG} = \left(\frac{0.30+b}{2b}\right)^2 k_{30} \quad (6e)$$

同一地基模型的基床系数是确定量,即是不变的,对于不同尺寸的矩形板,式(6d)和(6e)均成立。基于式(6d)和(6e),采用不同尺寸的刚性矩形板进行平板荷载试验测试,可以得到一组方程,求解方程组可以得到双参数地基的基床系数。

对于黏性土地基,采用 $a \times b$, $2a \times 2b$ 的矩形刚性板,根据式(6d)联立方程组,求解得:

$$\begin{cases} k = \frac{2a+b}{30ab + 10\sqrt{2ab}(a+b)} k_{30} \\ G = \frac{ab(2a+b)}{60ab + 20\sqrt{2ab}(a+b)} k_{30} \end{cases} \quad (\text{黏性土}) \quad (7)$$

式中刚性板尺寸 a 、 b 单位为 m,基准基床系数 k_{30} 单位为 MPa/m,压缩基床系数 k 的单位为 MPa/m,剪切基床系数 G 的单位为 MPa·m。

对于砂性土地基,基于式(6e)和不同尺寸的承载板试验,同样可以获得对应双参数地基基床系数。由于解析公式的获取较复杂,未能给出解析解;当地基参数具体确定后,数值解则较容易获得。

由式(4)、式(6d)和式(6e)可以通过标准 K30 荷载板试验求得地基土的双参数,对科研以及工程人员进行双参数地基模型的研究和工程应用提供了便利,让工程人员在不需要掌握大量有关于双参数地基模型知识的前提下便可以进行双参数地基上独立基础的分析。

2 基于圆形刚性板的地基双参数表达式

2.1 双参数地基土-圆形刚性板系统能量方程

第 1 部分采用矩形刚性板进行地基双参数表达式的推导,但由于 K30 荷载板试验是在圆形荷载板的条件下进行的,故也可以利用相同方法对圆形刚性荷载板在极坐标下进行参数表达式的推导。

如图 2 所示,将矩形刚性板替换成半径为 R 的圆形刚性板,根据 Pasternak 地基模型理论及边界条件由式(1a)、式(1b)可求解出地基表面的沉降变形(即挠度)表达式:

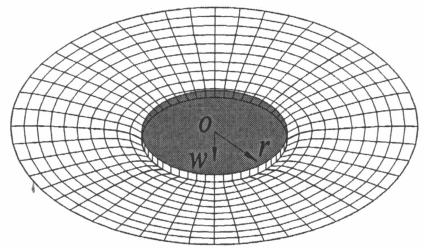


图 2 双参数地基上的圆形刚性板
Fig. 2 Circular rigid plate in two-parameter foundation model

a) 板内区域($0 \leq r \leq R$)

$$w(x, y) = w = \text{常数} \quad (8a)$$

b) 板外区域($r > R$)

$$\bar{w} = w e^{\sqrt{\frac{k}{G}}(R-r)} \quad (8b)$$

建立新的地基土-圆形刚性板总势能泛函 Π :

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 \quad (9)$$

式中: Π_1 为刚性板的变形势能, $\Pi_1 = 0$; Π_2 为板内地基土的变形势能, $\Pi_2 = \frac{1}{2} \pi R^2 k w^2$; Π_3 为集中荷载 P 的势能, $\Pi_3 = -Pw$; Π_4 为板外地基土的变形势能,

$$\Pi_4 = \frac{1}{2} \int_R^\infty \left[k \bar{w}^2 + G \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial r} \right)^2 \right] 2\pi r dr = \pi w^2 \left(R \sqrt{kG} + \frac{1}{2} G \right)$$

将各势能表达式代入式(9)中可得到双参数地基-圆形刚性板系统总势能泛函 Π :

$$\begin{aligned} \Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 = \\ \frac{1}{2} \pi R^2 k w^2 - p w + \pi w^2 (R \sqrt{kG} + \frac{1}{2} G) = \\ (\frac{1}{2} R^2 k + R \sqrt{kG} + \frac{1}{2} G) \pi w^2 - p w \end{aligned}$$

根据极小势能原理,令系统的总势能泛函一阶变分为零,即 $\delta \Pi = 0$,有:

$$[(kR^2 + 2R \sqrt{kG} + G) \pi w - P] \delta w = 0$$

即:

$$k + \frac{2 \sqrt{kG}}{R} + \frac{G}{R^2} = \frac{P/(\pi R^2)}{w} = \frac{p}{w} \quad (10)$$

2.2 Winkler 地基模型基床系数表达式

《高层建筑岩土工程勘察规程》(JGJ 72-2004)^[19],给出了圆形基础修正后的基床系数表达式:

$$k = \frac{1}{6.56R} k_{30} \quad (\text{黏性土}) \quad (11a)$$

$$k = \frac{(2R + 0.30)^2}{16R^2} k_{30} \quad (\text{砂性土}) \quad (11b)$$

式中 R 为基础底面半径(m).

2.3 双参数地基基床系数表达式

结合式(10)、式(11),可以获取 Pasternak 地基模型下基床系数表达式:

a) 黏性土、Winkler 地基模型

$$\left. \frac{p}{w} \right|_{\text{常数}} = k = \frac{1}{6.56R} k_{30} \quad (12a)$$

b) 砂性土、Winkler 地基模型

$$\left. \frac{p}{w} \right|_{\text{常数}} = k = \frac{(2R + 0.30)^2}{16R^2} k_{30} \quad (12b)$$

c) 黏性土和砂性土、Pasternak 模型

$$\left. \frac{p}{w} \right|_{\text{常数}} = k + \frac{2 \sqrt{kG}}{R} + \frac{G}{R^2} = \frac{P/\pi R^2}{w} \quad (12c)$$

d) 黏性土、Pasternak 地基模型

$$k + \frac{2 \sqrt{kG}}{R} + \frac{G}{R^2} = \frac{1}{6.56R} k_{30} \quad (12d)$$

e) 砂性土、Pasternak 地基模型

$$k + \frac{2 \sqrt{kG}}{R} + \frac{G}{R^2} = \frac{(2R + 0.30)^2}{16R^2} k_{30} \quad (12e)$$

式中 R 为圆形刚性板半径(m).

同一地基模型的基床系数是确定量,即是不变的.对于不同尺寸的矩形板,式(12d)和(12e)均成立.基于式(12d)和(12e),采用不同尺寸的圆形刚性

板进行平板荷载试验测试,可以得到一组方程,求解方程组可以得到双参数地基的基床系数.

对黏性土地基,采用半径分别为 R 和 $2R$ 的圆形刚性板,根据式(12d)联立方程组,求解得:

$$\begin{cases} k = \frac{k_{30}}{38.234R} \\ G = \frac{Rk_{30}}{19.117} \end{cases} \quad (\text{黏性土}) \quad (13)$$

对于砂性土地基,基于公式(12e)和不同直径的圆形承载板试验,同样可以获得对应双参数地基基床系数.采用上述方法,通过圆形、矩形或其它形状的刚性板进行荷载试验均可获取双参数地基模型基床系数数值.

3 双参数地基基床系数建议值

《城市轨道交通岩土工程勘察规范》(GB 50307-2012)^[16]给出了单参数基床系数经验值,如表1所示.基床系数取值采用 K30 试验结合原位测试和室内试验以及当地经验综合确定.根据式(12d)和(12e),取半径为 $R=0.15$ m 和 0.30 m 刚性板可获取双参数地基模型基床系数 k 、 G 表达式,由此表达式可计算出双参数地基基床系数 k 、 G 的经验取值.

对于黏性土,取 $R=0.15$ m 代入式(13),得:

$$\begin{cases} k = \frac{k_{30}}{38.234R} = \frac{k_{30}}{38.234 \times 0.15} = 0.174k_{30} \\ G = \frac{Rk_{30}}{19.117} = \frac{0.15 \cdot k_{30}}{19.117} = 0.008k_{30} \end{cases} \quad (14)$$

对于砂性土,取 $R=0.15$ m 和 0.30 m 代入式(12e),得:

$$\begin{cases} k + \frac{2 \sqrt{kG}}{0.15} + \frac{G}{0.15^2} = \frac{(2 \times 0.15 + 0.30)^2}{16 \times 0.15^2} k_{30} \\ k + \frac{2 \sqrt{kG}}{0.30} + \frac{G}{0.30^2} = \frac{(2 \times 0.30 + 0.30)^2}{16 \times 0.30^2} k_{30} \end{cases} \quad (15a)$$

$$\begin{cases} k = 0.259k_{30} \\ G = 0.006k_{30} \end{cases} \quad (15b)$$

表1中单参数地基模型基床系数 k 为直径为 0.3 m 时对应的基准基床系数,同一地基不同基础尺寸对应的基床系数取值不同;双参数地基模型中基床系数 k 、 G 仅与地基土特性有关,与刚性板尺寸无关,在采用两种地基模型参数对比地基强度时,应采用相同压力下相同基础在两种模型中的变形值.

表 1 单参数和双参数地基模型基床系数经验值
Tab. 1 Empirical foundation coefficients of one-and two-parameter foundation model

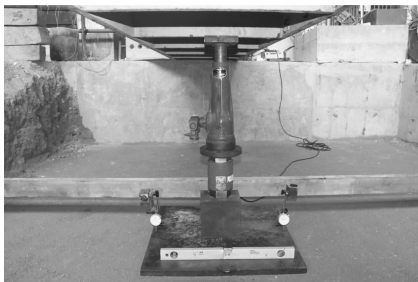
土体类型	土体状态	单参数地基模型 (GB 50307-2012) ^[16]	双参数地基模型 (本文方法建议值)	
		基床系数 k /(MPa·m ⁻¹)	压缩基床系数 k /(MPa·m ⁻¹)	剪切基床系数 G /(MPa·m)
黏性土	流塑	4~10	0.70~1.74	0.03~0.08
	软塑	8~22	1.40~3.84	0.06~0.17
	可塑	20~45	3.49~7.85	0.16~0.35
	硬塑	30~70	5.23~12.21	0.24~0.55
砂性土	坚硬	55~90	9.59~15.70	0.43~0.71
	松散	5~15	1.30~3.89	0.03~0.09
	稍密	12~30	3.11~7.77	0.07~0.18
	中密	20~40	5.18~10.36	0.12~0.24
	密实	25~65	6.48~16.84	0.15~0.39

4 承载板试验实测与方法验证

为验证上述理论的可行性,参照国内外关于 K30 平板载荷试验相关规程^[15-18],采用 4 种不同形状和尺寸的刚性板(直径 0.3 m、0.6 m 圆板和边长 0.54 m、0.71 m 方板)进行承压板试验,如图 3 所示.根据我国规范^[17,20]实测地基土参数如下:含水率 8.23%、天然密度 2.09 g/cm³、内摩擦角 24°、黏聚力 49.87 kPa、回弹模量 22.2 MPa、泊松比 0.35、地基承载力 135 kPa.



(a) 试验场地



(b) 试验装置

图 3 承载板荷载试验
Fig. 3 Plate loading tests

载.绘制荷载强度 P 和沉降量 w 曲线,如图 4 所示.曲线开始阶段呈凹形或不过原点时应按文献^[15]或^[18]中推荐方法进行修正.修正后曲线上总沉降达到 1.25 mm 时对应的荷载强度与沉降比值即为实测基床系数,结果见表 2.由式(6b)、(12b)可以获取单参数基床系数 k_{30} ,取值为 54.99 MPa/m 到 58.31 MPa/m;由式(6c)、(12c)可获取双参数地基基床系数, k 由 12.901 MPa/m 到 13.470 MPa/m, G 由 0.350 MPa·m 到 0.375 MPa·m.

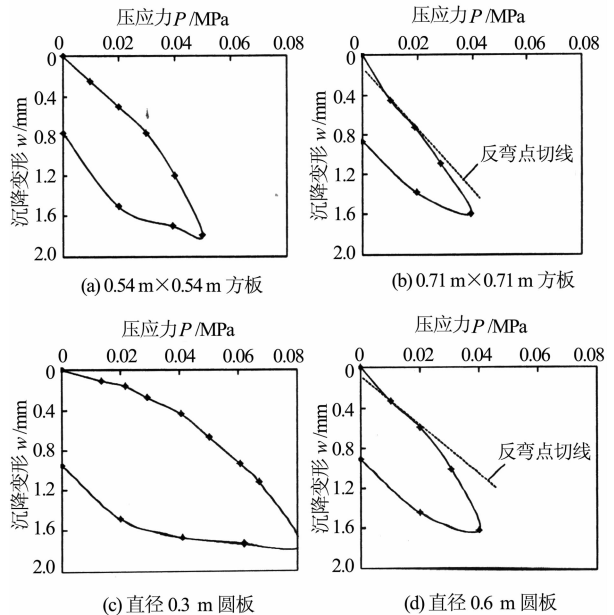


图 4 承载板试验荷载-沉降关系曲线
Fig. 4 Load-settlement curves of rigid plate loading tests

5 双参数地基模型算例分析

5.1 算例 1:独立基础沉降计算

为了说明双参数的工程意义,采用双参数地基模型计算弹性地基中独立基础的沉降.某工业厂房,单层排架结构,基础尺寸为 $b \times l = 2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$,上部竖向荷载为 $P = 400 \text{ kN}$,地基土为黏性地基,K30 荷载板试验测的基准基床系数 $k_{30} = 85 \text{ MPa/m}$,下面采用两种模型计算地基沉降.

1) Winkler 地基模型基础沉降计算

基床系数修正:

$$k = \frac{2a + b}{3a} \cdot \frac{0.30}{b} k_{30} = 12.75 \text{ MPa/m}$$

基础沉降为:

$$w = \frac{P}{k_s} = \frac{400 \times 10^3}{2^2 \times 12.75} = 7.84 \times 10^{-3} \text{ m}$$

试验采用分级加载,每级荷载增量为 0.01 MPa,当土体总沉降量达到 1.25 mm 时终止加载并分级卸

表2 承载板试验实测基床系数结果
Tab. 2 Experimental results of foundation coefficient based on rigid plate loading test

刚性板	压应力 P /MPa	单参数地基模型		双参数地基模型	
		基床系数 k /($\text{MPa} \cdot \text{m}^{-1}$)	基床系数 k_{30} /($\text{MPa} \cdot \text{m}^{-1}$)	压缩基床系数 k /($\text{MPa} \cdot \text{m}^{-1}$)	剪切基床系数 G /($\text{MPa} \cdot \text{m}^{-1}$)
方板(0.54 m×0.54 m)	0.044 1	35.28	58.31 (k_{30})	13.470	0.375
方板(0.71 m×0.71 m)	0.036 4	29.12	57.55 (k_{30})		
圆板($D = 0.3$ m)	0.071 0	56.80 (k_{30})	56.80 (k_{30})	12.901	0.350
圆板($D = 0.6$ m)	0.038 7	30.96	54.99 (k_{30})		

说明:1) P 为图4中荷载-沉降关系曲线进行原点修正后沉降为1.25 mm时对应的压应力;2)单参数地基模型中基床系数 k 为实测基床系数, $k = P/1.25$; k_{30} 为采用式(6b)、(12b)进行尺寸修正后的基准基床系数;3)双参数地基模型基床系数由式(6c)、(12c)获取。

2) Pasternak 地基模型基础沉降计算

Pasternak 地基模型可采用式(4)、(10)计算矩形和圆形基础沉降。矩形地基压缩基床系数和剪切基床系数为:

$$\begin{cases} k = \frac{2a+b}{30ab+10\sqrt{2ab}(a+b)} k_{30} = 2.19 \text{ MPa/m} \\ G = \frac{ab(2a+b)}{60ab+20\sqrt{2ab}(a+b)} k_{30} = 4.38 \text{ MPa} \cdot \text{m} \end{cases}$$

代入式(4)可得:

$$w = \frac{P}{abk + 4G + 2(a+b)\sqrt{kG}} = 7.83 \times 10^{-3} \text{ m}$$

两模型计算结果一致,说明双参数基床系数表达式适用于独立基础的沉降计算。采用公式(4)、(10)可以分别计算矩形和圆形基础的沉降。

5.2 算例2:相邻基础沉降分析

利用双参数地基模型,可进行相邻刚性基础相互影响下的沉降计算和分析。若算例1中厂房柱网间距为4 m,计算在考虑相邻基础影响时基础的沉降。选取图5所示计算单元,图6为相邻基础沉降示意图,选取图1所示坐标轴,对计算基础沉降,有 $x, y \in [-1, 3]$,采用第1部分推演方法计算。

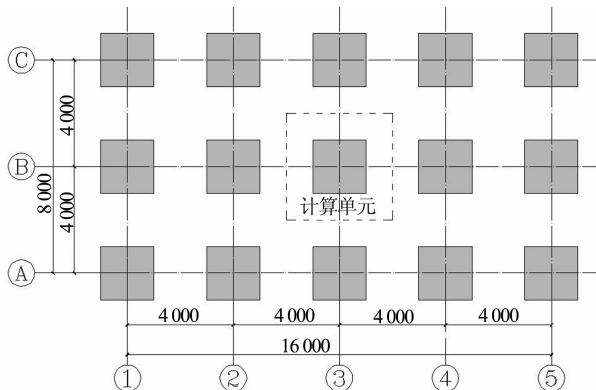


图5 基础平面布置图
Fig. 5 Foundation layout plan

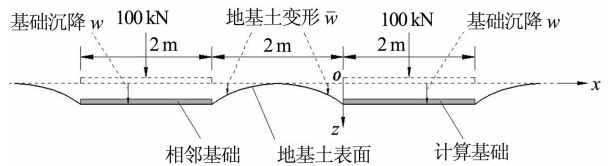


图6 相邻基础沉降示意图
Fig. 6 Settlement of adjacent foundation

板角区域(A_1, A_3, A_6, A_8)地基土变形势能:

$$\begin{aligned} \Pi_{Aa} &= \frac{1}{2} \iint_{A_1+A_3+A_6+A_8} \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = \\ &= 2 \iint_{A_1} \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = \\ &= 2 \int_{-1}^0 \int_{-1}^0 \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = \\ &= 2Gw^2 (1 - e^{-2\sqrt{\frac{k}{G}}}) \end{aligned}$$

板边区域(A_2, A_4, A_5, A_7)地基土变形势能:

$$\begin{aligned} \Pi_{Ab} &= \frac{1}{2} \iint_{A_2+A_4+A_5+A_7} \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = \\ &= \iint_{A_2+A_5} \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = \\ &= \int_{-1}^0 \int_0^2 \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy + \\ &= \int_0^2 \int_{-1}^0 \left\{ k\bar{w}^2 + G \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy = \\ &= (a+b)\sqrt{kG}w^2 (1 - e^{-2\sqrt{\frac{k}{G}}}) \end{aligned}$$

系统总势能泛函 Π 为:

$$\begin{aligned} \Pi &= \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 = \\ &= \left[\frac{1}{2} abk + 2G(1 - e^{-2\sqrt{\frac{k}{G}}}) + \right. \\ &\quad \left. (a+b)\sqrt{kG}(1 - e^{-2\sqrt{\frac{k}{G}}}) \right] w^2 - Pw \end{aligned}$$

根据极小势能原理,令系统的总势能泛函一阶变分为零,即 $\delta \Pi = 0$,有:

$$\begin{aligned} (abk + 4G(1 - e^{-2\sqrt{\frac{k}{G}}}) + \\ 2(a+b)\sqrt{kG}(1 - e^{-2\sqrt{\frac{k}{G}}})) w = P \end{aligned}$$

代入数据 $a = 2 \text{ m}, b = 2 \text{ m}, P = 400 \text{ kN}, k =$

2.19 MP/m, $G=4.38 \text{ MPa} \cdot \text{m}$, 计算出基础沉降 w 为 10.37 mm.

计算结果表明相邻基础的影响会使基础沉降加大, 结构设计时需考虑相邻基础的相互影响. 对于边柱和角柱, 可以采用相同方法计算.

本算例利用本文提供的推演方法, 给出了一种考虑相邻基础相互影响的计算方法, 为双参数地基模型的应用和推广提供了实际工程意义.

6 结 论

在双参数地基模型的基本理论下, 利用能量法建立双参数地基-刚性板系统的能量方程, 利用最小势能原理, 建立双参数地基基床系数、承载板尺寸、荷载和沉降变形之间的关系式. 基于此关系式和已有基床系数确定规则, 通过不同尺寸承载板的荷载试验, 可以建立以双参数地基基床系数为未知数的方程组, 从而解得双参数地基的基床系数.

推导了黏性土地基、砂性土地基、矩形板和圆形板不同情况下, 获取双参数地基模型基床系数的基本公式, 基于现行规范的研究成果, 给出双参数地基基床系数的建议值.

通过地基承载板试验实测和结果分析, 验证了本文方法的可行性. 通过算例分析, 证明了用双参数地基模型分析相邻基础相互影响的必要性和本文方法的适用性.

本文方法为双参数地基模型的推广及工程应用提供一定的借鉴与参考.

参 考 文 献

- [1] SELVADURAI A P S. Elastic analysis of soil-foundation interaction[M]. Amsterdam: Elsevier Scientific Pub Co, 1979:7-26.
- [2] DUTTA S C, ROY R. A critical review on idealization and modeling for interaction among soil-foundation-structure system[J]. Computers & Structures, 2002, 80(20): 1579-1594.
- [3] REISSNER E. A note on deflections of plates on a viscoelastic foundation[J]. Journal of Applied Mechanics, 1958, 25(1): 144-145.
- [4] VLASOV V Z. Beams, plates and shells on elastic foundations[M]. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1966:347-353.
- [5] HORVATH J S, COLASANTI R J. Practical subgrade model for improved soil-structure interaction analysis: model development [J]. International Journal of Geomechanics, 2011, 11(1): 59-64.
- [6] 张望喜, 占鑫杰, 易伟建, 等. 双参数层状地基受水平荷载长桩的水平位移计算[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2011, 38(3): 17-21.
ZHANG W X, ZHAN X J, YI W J, *et al.* Solution to the lateral displacement of lateral loaded long-piles under double-parameter layered-foundation[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2011, 38(3): 17-21. (In Chinese)
- [7] HAYASHI K. Theory of beams on elastic foundation [M]. Berlin, German: Springer, 1921: 79-106.
- [8] TERZAGHI K. Evaluation of coefficient of subgrade reaction [J]. Geotechnique, 1955, 5(4): 297-326.
- [9] BIOT M A. Bending of an infinite beam on an elastic foundation[J]. J Appl Mech, 1937, 59:A1-A7.
- [10] VESIC A B. Beams on elastic subgrade and the Winkler's hypothesis [C]//Proceedings of 5th International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Paris, 1961: 845-850.
- [11] 张祖贤. 文克尔地基基床系数取值的新途径——(干船坞设计规范水工结构篇附录二方法一说明及建议)[J]. 水运工程, 1993(8): 42-46.
ZHANG Z X. A new way to obtain the value of foundation coefficient in winkler model——(Code for design of dry dock, hydraulic structure, Appendix II—introduction and suggestion)[J]. Waterway Engineering, 1993(8): 42-46. (In Chinese)
- [12] 张望喜, 易伟建. 双参数地基上薄厚板通用元与地基参数识别的挠度反分析[J]. 工程力学, 2003, 20(6): 46-51.
ZHANG W X, YI W J. A generalized conforming element for thick-thin slabs on double-parameter foundation and inverse analysis of deflection for foundation parameter identification [J]. Engineering Mechanics, 2003, 20(6): 46-51. (In Chinese)
- [13] FAROUK H, FAROUK M. Effect of elastic soil structure interaction on modulus of subgrade reaction [C]//LIAO W, CHANG J, ZHAN G, *et al.* Proc Geo-Hubei 2014: Recent Advances in Material, Analysis, Monitoring, and Evaluation in Foundation and Bridge Engineering. ASCE, Reston, VA, 2014: 111-118.
- [14] 仲锁庆, 张西平, 潘海利. 地基土基床系数研究[J]. 地下空间与工程学报, 2005, 1(S1): 131-134.
ZHONG S Q, ZHANG X P, PAN H L. Study on foundation soil coefficient of subgrade reaction [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2005, 1(S1): 131-134. (In Chinese)
- [15] DIN 18134: 2001-09 Determining the deformation and strength characteristics of soil by the plate loading test[S]. Berlin, Germany: Deutsches Institut fur Normung, 2001: 1-13.
- [16] GB 50307-2012 城市轨道交通岩土工程勘察规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2012: 88-90, 126-127.
GB 50307-2012 Code for geotechnical investigations of urban rail transit[S]. Beijing: China Planning Press, 2012: 88-90, 126-127. (In Chinese)
- [17] GB 50021-2001 岩土工程勘察规范(2009版)[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002: 101-104.
GB 50021-2001 Code for investigation of geotechnical engineering (2009) [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002: 101-104. (In Chinese)
- [18] TB 10102-2010 铁路工程土工试验规程[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2010: 273-280.
TB 10102-2010 Code for soil test of railway engineering [S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2010: 273-280. (In Chinese)
- [19] JGJ 72-2004 高层建筑岩土工程勘察规程[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2004: 75-76.
JGJ 72-2004 Specification for geotechnical investigation of tall buildings [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2004: 75-76. (In Chinese)
- [20] GB/T 50123-1999 土工试验方法标准[S]. 北京: 中国计划出版社, 1999: 16-25, 119-122.
GB/T 50123-1999 Standard for soil test method[S]. Beijing: China Planning Press, 1999: 16-25, 119-122. (In Chinese)