

一种模拟竖直地埋管换热器的热响应因子^{*}

陈友明[†], 潘冰冰, 张训水, 杜次元

(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要:为了快速并准确地计算钻孔群地下土壤和钻孔内流体的温度,在现有的模拟竖直埋管长期换热的模型基础上,提出了一种新的计算竖直地埋管钻孔域温度响应的响应因子——单位矩形脉冲热负荷作用下热响应函数(δ -函数).通过将 δ -函数与快速傅里叶变换相结合来提高 δ -函数的模拟速度,将该响应因子及算法与 g -函数进行了精度和计算速度的对比.结果表明:该响应因子及算法不仅与 g -函数有相同的计算精度,而且计算速度有显著的提高,当模拟 5×8 的钻孔群30 a的温度响应时计算时间不到90 s.

关键词:竖直埋管换热器;单位矩形热脉冲; δ -函数;快速傅里叶变换;逐时模拟

中图分类号:TK521.2

文献标志码:A

A Thermal Response Factor Simulating Vertical Ground Heat Exchanger of GCHP Systems

CHEN Youming[†], PAN Bingbing, ZHANG Xunshui, DU Ciyuan

(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: To quickly and accurately compute the borehole fluid and ground temperature, a new thermal response factors (referred as δ -function) was proposed to calculate the ground temperature response of bore field to a unit rectangular heat pulse. The proposed model is based on the existing models for the long δ -term simulation of vertical heat exchanger. In this paper, the δ -function was combined with the fast Fourier transform to improve the computation speed of the δ -function. Then, the response factor and algorithm were compared with the δ -function in terms of accuracy and computation time. The results show that when combined with the fast Fourier transform, the g -function not only has the same precision with that of the g -function, but also has significantly faster computation speed than that of the g -function. It only spends shorter than 90 seconds to complete the 30 year hourly simulation of a 5×8 bore field.

Key words: vertical ground heat exchanger; rectangular heat pulse; δ -function; fast Fourier transform; hourly simulation

土壤源热泵系统作为一种高效、节能、清洁的空 调系统,被广泛应用在住宅和商业建筑中,地埋管换

* 收稿日期:2017-03-01

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51378185), National Natural Science Foundation of China(51378185)

作者简介:陈友明(1966—),男,湖南祁东人,湖南大学教授,博士

[†] 通讯联系人, E-mail: ymchen@hnu.edu.cn

热器与周围土壤间传热研究是土壤源热泵技术研究与应用的关键. 竖直埋管换热器传热性能研究也是土壤源热泵系统研究与应用的基础, 埋管土壤源热泵设计的最主要任务是保证土壤源热泵在整个生命周期内 U 型管内循环介质的温度都在设计要求范围内, 这要求对埋管长期换热性能进行模拟分析. 但是, 现有的计算 U 型管内温度响应的方法普遍存在计算速度过慢的问题, 不适用于进行长达数十年的传热模拟分析. 因此对于埋管技术的应用和经济优化而言, 开发更加有效实用的埋管传热分析工具显得尤为重要.

对竖直埋管换热性能的分析, 通常以钻孔壁为边界将传热分为两个计算区域: 钻孔内区域按照稳态传热过程计算, 钻孔外区域看作非稳态传热计算. 两个区域分别求得钻孔内热阻和钻孔壁温度响应, 从而得到钻孔内流体的温度响应.

现有的模型主要以数值方法和解析方法为主, 基于 g -函数法分析土壤源热泵埋管的换热性能的算法是目前使用最多的方法. 早期的竖直埋管换热传热模型主要以“线热源”^[1-2]模型或者“柱热源”^[3-4]为主, 这类模型基于无限长热源的假定且忽略了轴向的热流, 因此不能分析长期传热的模拟. Eskilson^[5]考虑轴向热流和地面定温条件的影响, 提出有限长热源模型, 并得出了单钻孔埋管换热器在阶跃热流作用下的温度响应(即 g -函数). 由于模型中 g -函数是由数值方法得出, 需先得出不同埋管形式的 g -函数, 计算耗时且灵活性差. Zeng 等^[6]在 Eskilson 算法基础上得到了 g -函数的解析表达式, 然而此模型解析式是二重数值积分形式, 计算速度慢. Lamarche 和 Beauchamp 等^[7]改进了 g -函数解析式得到了一维积分形式, 同时改进了计算精度和速度. 杜次元^[8]提出了改进 g -函数的解析式, 在满足计算精度的同时进一步提高了计算效率, 但是改进的 g -函数用于钻孔群长期的传热模拟时耗时较多, 仍旧不能满足工程计算的要求.

本文在改进 g -函数^[8]的基础上提出了单位矩形脉冲热流作用下无量纲温度响应函数(即 δ -函数), 引入了快速傅里叶变换算法(FFT 算法)^[9]来改造 δ -函数中的卷积. δ -函数与快速傅里叶变换相结合的方法用于计算土壤和钻孔壁温度响应时, 在满足土壤源热泵系统设计模拟精度的同时极大地提高了计算速度.

1 基于矩形脉冲热流的响应因子

1.1 改进的 g -函数

为了导出单位矩形脉冲热流作用下的热响应因子, 需要对竖直埋管有限长线源 g -函数进行改造. 在有限长线源模型的基础上, 通过对热响应因子 g -函数采用调换积分次序的方法可导出积分范围为 $[0, Fo]$, 任意位置 (r, z) 的土壤温度 g -函数解析式^[8], 其表达式如下:

$$g(\beta, \eta, Fo) = \int_0^{Fo} g'_{Fo}(\beta, \eta, Fo) dFo = \int_0^{Fo} \frac{\exp(-\beta^2/4Fo)}{4Fo} [2 - \operatorname{erfc}(\frac{1-\eta}{2\sqrt{Fo}}) + \operatorname{erfc}(\frac{1+\eta}{2\sqrt{Fo}}) - 2\operatorname{erfc}(\frac{\eta}{2\sqrt{Fo}})] dFo \quad (1)$$

式中: $Fo = \alpha\tau/H^2$ 表示 τ 时刻的傅里叶时间间隔; α 为土壤热扩散系数; τ 为时间; $\beta = r/H$; $\eta = z/H$; r 为距钻孔中心的径向距离; z 为沿钻孔的深度; H 为钻孔深度. 当 $r = r_b$ 时, 公式(1)表示钻孔壁温度响应的 g -函数解析式, 且式中 $\beta_b = r_b/H$. 该调换积分次序的方法在文献[11]中也得到应用.

单钻孔壁中点($r = r_b, \eta = 0.5$)温度的 g -函数表达式为:

$$g_b = g(\beta_b, 0.5, Fo) = \int_0^{Fo} g'_{Fo}(\beta_b, 0.5, Fo) dFo = \int_0^{Fo} \frac{\exp(-\beta_b^2/4Fo)}{4Fo} [2 - 3\operatorname{erfc}(\frac{0.5}{2\sqrt{Fo}}) + \operatorname{erfc}(\frac{1.5}{2\sqrt{Fo}})] dFo \quad (2)$$

单钻孔壁($r = r_b$)平均温度 g -函数表达式为:

$$\bar{g}_b = \bar{g}(\beta_b, Fo) = \int_0^{Fo} \bar{g}'_{Fo}(\beta_b, Fo) dFo = \int_0^{Fo} \frac{\exp(-\beta^2/4Fo)}{4Fo} [2 - 4\operatorname{erfc}(\frac{1}{2\sqrt{Fo}}) + 2\operatorname{erfc}(\frac{1}{\sqrt{Fo}}) - A(Fo)] dFo \quad (3)$$

式中: $A(Fo) = 2\sqrt{Fo}[\exp(-\frac{1}{Fo}) - 4\exp(-\frac{1}{4Fo}) + 3]/\sqrt{\pi}$.

1.2 单位矩形脉冲热流作用下热响应因子—— δ -函数

土壤源热泵系统负荷是随时间变化的, 对应的

地埋管换热器热流也是随时间变化的. 为了便于分析, 用图 1 所示的一系列矩形脉冲热流来近似表示随时间变化的热负荷, 矩形脉冲宽度为模拟的时间步长 $\Delta\tau$. 通常选用一个小时作为时间步长, 且 $\tau < 0$ 时 $q = 0$.

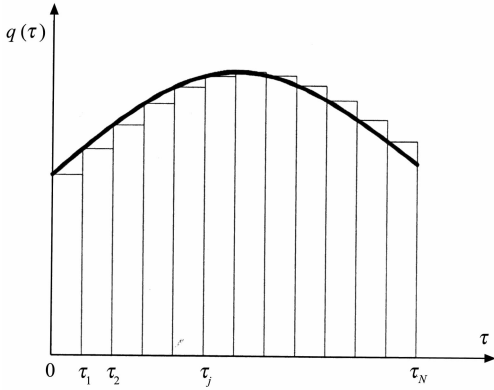


图 1 连续变化的热负荷的矩形脉冲近似表示
Fig. 1 Approximation of heat load with rectangular pulse

利用 g -函数方法(即叠加原理^[10,12])得到单个钻孔在任意变负荷作用下 τ_j 时刻的任意位置 (r, z) 土壤温度响应为:

$$T(r, z, \tau_j) - T_0 = \frac{1}{2\pi k} \sum_{i=1}^j [q(\tau_i) - q(\tau_{i-1})] g(\beta, \eta, Fo_j - Fo_{i-1}) \quad (4)$$

式中: $Fo_i = \alpha\tau_i/H^2$; k 为土壤导热系数.

如图 2 所示, 应用矩形脉冲热流的概念, 任一作用时间 $[\tau_{i-1}, \tau_i]$ 内的单个矩形脉冲热流可以表示为两个阶跃热流的叠加. 由此可知, 在任一作用时间 $[\tau_{i-1}, \tau_i]$ 内的矩形脉冲热流作用下的 τ_j 时刻, 任意位置 (r, z) 土壤温度响应表示式为:

$$T(r, z, \tau_j) - T_0 = \frac{1}{2\pi k} q(\tau_i) [g(\beta, \eta, Fo_j - Fo_{i-1}) - g(\beta, \eta, Fo_j - Fo_i)] \quad (j \geq i) \quad (5)$$

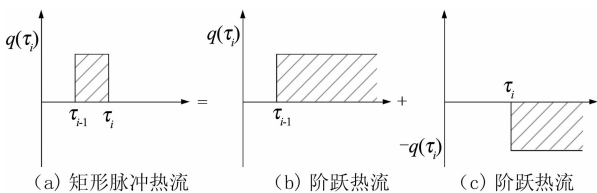


图 2 两个阶跃热流迭加得到矩形脉冲热流
Fig. 2 Rectangle heat pulse expressed by two step heat pulses

定义时间间隔为 $\Delta\tau (\Delta\tau = \tau_i - \tau_{i-1})$ 的矩形脉冲热流作用下无量纲温度响应函数为响应因子 δ -函数, 其表达式为:

$$\delta(\beta, \eta, Fo) = g(\beta, \eta, Fo) - g(\beta, \eta, Fo - \Delta Fo) = \int_0^{\Delta Fo} g'_{Fo}(\beta, \eta, Fo - \tau) d\tau \quad (6)$$

式中: $\Delta Fo (\Delta Fo = Fo_i - Fo_{i-1} = \Delta\tau \cdot \alpha/H^2)$ 为傅里叶时间间隔, 表 1 中列出了两种土壤种类对应的 ΔFo 取值.

表 1 60 m 钻孔在 1 h 计算步长下的 ΔFo 值
Tab. 1 Fourier time step ΔFo for a 60 m borehole with time step of 1 hour

| 土壤种类 | 导热系数/ (W · m ⁻¹ · K ⁻¹) | 扩散系数/ (m ² · h ⁻¹) | ΔFo |
|------|---------------------------------------------------|----------------------------------------------|------------------------|
| 湿砂砾土 | 1.745 | 0.001 7 | 4.7 × 10 ⁻⁷ |
| 岩石土壤 | 2.90 | 0.005 3 | 1.5 × 10 ⁻⁶ |

将式(1)代入式(6), 可得出在任意 τ_j 时刻、任意位置 (r, z) 的土壤温度响应 δ -函数解析式为:

$$\delta(\beta, \eta, Fo) = \int_0^{\Delta Fo} g'_{Fo}(\beta, \eta, Fo - \tau) d\tau = \int_0^{\Delta Fo} \frac{\exp(-\beta^2/4(Fo - \tau))}{4(Fo - \tau)} [2 - \operatorname{erfc}(\frac{1-\eta}{2\sqrt{Fo-\tau}}) + \operatorname{erfc}(\frac{1+\eta}{2\sqrt{Fo-\tau}}) - 2\operatorname{erfc}(\frac{\eta}{2\sqrt{Fo-\tau}})] d\tau \quad (7)$$

当 $r = r_b$ 时, 公式(7)表示钻孔壁温度响应的 δ -函数解析式, 且式中 $\beta_b = r_b/H$.

单钻孔壁中点 ($r = r_b, \eta = 0.5$) 温度的 δ -函数:

$$\delta_b = \int_0^{\Delta Fo} \mathfrak{F}_b(Fo - \tau) d\tau = \int_0^{\Delta Fo} \frac{\exp(-\beta_b^2/4(Fo - \tau))}{4(Fo - \tau)} [2 - 3\operatorname{erfc}(\frac{0.5}{2\sqrt{(Fo - \tau)}}) + \operatorname{erfc}(\frac{1.5}{2\sqrt{(Fo - \tau)}})] d\tau \quad (8)$$

单钻孔壁 ($r = r_b$) 平均温度 δ -函数:

$$\bar{\delta}_b = \int_0^{\Delta Fo} \bar{g}'_b(Fo - \tau) d\tau =$$

$$\int_0^{\Delta Fo} \frac{\exp(-\beta_0^2/4(Fo-\tau))}{4(Fo-\tau)} [2 - 4\operatorname{erfc}(\frac{1}{2\sqrt{(Fo-\tau)}}) + 2\operatorname{erfc}(\frac{1}{\sqrt{(Fo-\tau)}}) - A(Fo-\tau)] d\tau \quad (9)$$

式中: $A(Fo) = 2\sqrt{Fo}[\exp(-\frac{1}{Fo}) - 4\exp(-\frac{1}{4Fo}) + 3]/\sqrt{\pi}$.

1.3 单钻孔地下土壤和管壁的温度响应

单个钻孔在矩形脉冲热流作用下,任意位置(r, z)的土壤温度响应为:

$$T(r, z, \tau_j) - T_0 = \frac{1}{2\pi k} q(\tau_i) \delta(\beta, \eta, Fo_j - Fo_{i-1}) = \frac{1}{2\pi k} q(\tau_i) \delta(\beta, \eta, Fo_{j+i-1}) \quad (10)$$

利用叠加原理可以得出单个钻孔在变负荷作用下 τ_j 时刻的任意位置(r, z)土壤温度响应为:

$$T(r, z, \tau_j) - T_0 = \frac{1}{2\pi k} \sum_{i=1}^j q(\tau_i) \delta(\beta, \eta, Fo_{j+i-1}) \quad (11)$$

定义钻孔相对温度为 $\theta(\tau_j)$, 土壤的温度响应为:

$$T(r, z, \tau_j) = T_0 + \frac{1}{2\pi k} \theta(\tau_j) \quad (12)$$

其中

$$\theta(\tau_j) = \sum_{i=1}^j q(\tau_i) \delta(\beta, \eta, Fo_{j+i-1}) \quad (13)$$

当 $r = r_b$ 时,式(11)为变负荷作用下 τ_j 时刻的钻孔壁温度响应解析式.

1.4 钻孔内流体温度响应计算

在竖直埋管换热器长期模拟中,时间步长通常是 1 h. 假设钻孔内传热过程为稳态,则单个钻孔在变负荷作用下 τ_j 时刻,钻孔内流体温度响应为:

$$T_f = T(r_b, \tau_j) + q(\tau_j) R_b \quad (14)$$

式中: R_b 为钻孔内当量热阻,由 Du 和陈友明^[13,14]提出的平均流体温度方法计算出. 将式(12)代入式(14)得出单个钻孔在变负荷作用下 τ_j 时刻钻孔内流体温度响应为:

$$T_f(\tau_j) = q(\tau_j) R_b + T(r_b, \tau_j) = q(\tau_j) R_b + \frac{1}{2\pi k} \theta_b(\tau_j) + T_0 = T_0 + q(\tau_j) R_b + \frac{1}{2\pi k} \left[\sum_{i=1}^j q(\tau_i) \delta(\beta, \eta, Fo_{j+i-1}) \right] \quad (15)$$

假设钻孔域有 n 个钻孔,则第 m 个钻孔 τ_j 时钻孔内流体温度响应为:

$$T_{fm}(\tau_j) = T_0 + q_m(\tau_j) R_{bm} + T_m(r_b, \tau_j) = T_0 + q_m(\tau_j) R_{bm} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi k} [q(\tau_j) \times \delta(\beta_i, Fo_{oj})] \quad (16)$$

式中: β_i 为第 i 个钻孔距第 m 个钻孔的径向距离,第 m 个钻孔自身距离为钻孔半径 r_b .

式(11)和式(16)中土壤和钻孔内流体温度响应计算式都是卷积的形式, δ -函数与 g -函数相比,主要区别在于用单位矩形脉冲热流作用的 δ -函数代替了单位阶跃热流作用的 g -函数. 这样逐时热负荷可以直接用来计算土壤、钻孔壁温度和流体温度,而不再需要将逐时热负荷处理成两个相邻阶跃热负荷的增量.

2 逐时温度的快速傅里叶变换计算

用 δ -函数代替 g -函数计算钻孔壁温度,由于 δ -函数具有固定且较小的积分区间,虽然可以加快计算速度,但是如果采用时域卷积式(16)计算钻孔内流体温度,仍然不能满足工程计算的速度要求. 为了加快计算速度,本文运用快速傅里叶变换的方法(FFT方法)改造式(11)和式(16)中的卷积.

离散傅里叶变换(DFT)是将时域信号的采样变换为在离散时间傅里叶变换频域的采样,是有限长序列的傅里叶表示,文献[15]指出离散傅里叶变换的乘积相当于序列的循环卷积. 快速傅里叶变换(FFT算法)并不是一种新的变换形式,而是离散傅里叶变换的高效算法. 在FFT变换中,分别计算两个长度均为 N 的序列 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的 N 点傅里叶变换,分别为 $X_1[k]$ 和 $X_2[k]$.

1) 当 $0 \leq k \leq N-1$ 时,计算乘积 $X_3[k] = X_1[k] X_2[k]$.

2) 计算 $X_3[k]$ 的FFT反变换得到 $x_3(n) = x_1(n) \otimes x_2(n)$, 其中 $x_1(n) \otimes x_2(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x_1[m] x_2[(n-m)_N]$, $0 \leq n \leq N-1$, $x_2[(n-m)_N] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x[n-m-rN]$.

文献[15]指出,已知两个有限长序列 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$, 序列长度分别为 L 和 P ,若快速傅里叶变换FFT的长度 N 满足 $N \geq L+P-1$ 时可以避免时间

混叠,此时有限长序列 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的 N 个点的傅里叶变换乘积的循环卷积就等于对应的线性卷积。

假设长度为 L 的长序列 $q(\tau_i)$ 和 $\delta(\beta, \eta, Fo_i)$ 快速傅里叶变换的乘积就相当于这两个序列的循环卷积,为了得到线性卷积,需分别进行 $q(\tau_i)$ 和 $\delta(\beta, \eta, Fo_i)$ 的 $2L-1$ 点 FFT 变换,下面介绍用 FFT 变换计算钻孔壁逐时温度的步骤:

- 1) 分别计算两个序列 $q(\tau_i)$ 和 $\delta(\beta, \eta, Fo_i)$ 的 $2L-1$ 点的 FFT 变换 $Q(\tau_i)$ 和 $\Delta(\beta_b, Fo_i)$;
- 2) 计算乘积 $F(\theta_b(i)) = Q(\tau_i)\Delta(\beta_b, Fo_i)$;
- 3) 计算 $F(\theta_b(i))$ 的 FFT 逆变换得出序列 $\theta_b(i)$;
- 4) 取序列 $\theta_b(i)$ 的 $2L-1$ 个数据中前 L 个数作为相对温度 θ_b' 的有效值,代入式(12)求出钻孔壁 ($r = r_b$) 逐时温度。

3 不同响应因子的模拟计算时间比较

3.1 模拟用的合成负荷

为了系统地比较不同热响应因子长期模拟钻孔群的计算准确性和计算时间,本文采用 Marcotte 等^[16] 给出的计算式表示单位钻孔长度的热流负荷:

$$q(t) = A - B\cos\left(\frac{t}{8760}2\pi\right) - C\cos\left(\frac{t}{24}2\pi\right) - D\cos\left(\frac{t}{24}2\pi\right)\cos\left(\frac{2t}{8760}2\pi\right) \quad (17)$$

式中: t 为间隔的时间(单位:h); A 表示年不平衡负荷; B 表示年负荷变化幅度的一半; C 、 D 分别表示日负荷波动幅度的一半。图 3 表示单位长度钻孔全年的负荷变化情况,其中 $A = -4.25$ W/m, $B = 25$ W/m, $C = 12.5$ W/m, $D = 6.25$ W/m。

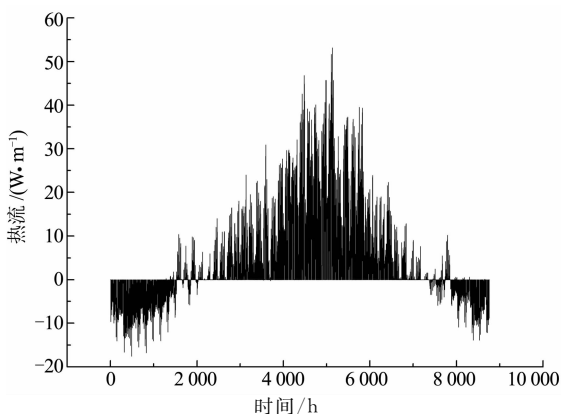


图 3 单位钻孔的综合负荷变化曲线

Fig. 3 Synthetic loads per 1m borehole length

3.2 模拟计算条件

为了验证热响应因子 δ -函数的计算准确性和比较 δ -函数和 g -函数的计算速度,对单管、 2×2 和 5×8 的钻孔群进行了模拟计算。钻孔为正方形或长方形布置,钻孔间距为 5 m,钻孔深为 60 m,钻孔半径为 0.055 m,土壤为热扩散系数为 0.0041 m²/h,土壤初始温度取 18.5 °C,钻孔内热阻取 0.087 m·K/W。

3.3 结果和讨论

3.3.1 计算精度的比较

为了比较 δ -函数和 δ -函数快速傅里叶算法的计算精度,分别将 Zeng 等^[6] 的中点温度 g -函数 ($\bar{g}_{b,zeng}$)、中点温度 δ -函数 ($\bar{\delta}_b$) 与时域卷积方法 (CTD) 和快速傅里叶变换方法 (FFT) 相结合,模拟 2×2 钻孔地理管换热器运行 1 a 的钻孔内流体温度响应。表 2 列出了不同算法之间的平均误差 (mae) 和最大误差 (xae)。

表 2 热响应因子和算法的精度比较
Tab. 2 The accuracy comparison of the thermal response factors and the algorithms

| 热响应因子 /算法 | $\bar{g}_{b,zeng}$ | | $\bar{\delta}_b$ | |
|--------------------|--------------------|---------------------|-------------------|---------------------|
| | CTD (mae/xae) | FFT (mae/xae) | CTD (mae/xae) | FFT (mae/xae) |
| $\bar{g}_{b,zeng}$ | CTD | $10^{-14}/10^{-13}$ | $10^{-5}/10^{-4}$ | $10^{-5}/10^{-4}$ |
| | FFT | — | $10^{-5}/10^{-4}$ | $10^{-5}/10^{-4}$ |
| $\bar{\delta}_b$ | CTD | — | — | $10^{-15}/10^{-14}$ |
| | FFT | — | — | — |

通过表 2 中数据,比较 δ -函数和 g -函数两种热响应因子的模拟结果,两者的误差分别是 10^{-5} (10^{-4}) °C。其实, δ -函数和 g -函数都是有限长线源模型的精确解,两者之间误差主要源于两个函数的积分范围不同,在相同的数值积分步长下,积分范围大者的积分累积误差会大一些。本文也对比了 $\bar{g}_{b,zeng}$ 和改进的 \bar{g}_b 模拟钻孔内流体温度响应时的计算误差,得出两者的计算误差为 10^{-14} (10^{-13}) °C,因此,用改进的 \bar{g}_b 来模拟钻孔内流体温度响应计算结果也是准确的。

分别用 δ -函数+时域卷积 (CTD) 方法和 δ -函数+FFT 方法计算钻孔内流体温度时,两者的平均误差和最大误差分别是 10^{-15} °C 和 10^{-14} °C,说明 δ -函数+快速傅里叶变换算法的计算是精确的。

3.3.2 计算时间比较

为了系统地对比不同热响应因子的计算时间,将 Zeng 等^[6] 的中点温度 g -函数 ($\bar{g}_{b,zeng}$)、 δ -函数

(δ_b 和 $\bar{\delta}_b$) 分别与 CTD 和 FFT 结合, 模拟单钻孔、40 钻孔的地理管换热器运行 0.5 a、1 a、10 a、30 a 的钻孔内流体温度响应. 所有的计算采用 Matlab 编写程序完成, 使用电脑性能为双核 1.80 GHz, 计算结果见表 3 和表 4.

表 3 单钻孔计算时间比较
Tab. 3 The computing time for single borehole

| 模拟时 长/a | 小时数 | $g_{b,zeng}$ | | δ_b | | $\bar{\delta}_b$ | |
|------------|---------|--------------|-------|------------|------|------------------|------|
| | | CTD | FFT | CTD | FFT | CTD | FFT |
| 0.5 | 4 380 | 39 | 38 | 0.53 | 0.09 | 0.55 | 0.11 |
| 1 | 8 760 | 80 | 78 | 1.92 | 0.17 | 2.13 | 0.21 |
| 5 | 43 800 | 452 | 399 | 56 | 0.79 | 57.79 | 1.01 |
| 10 | 87 600 | 1 078 | 796 | 237 | 1.69 | 277 | 2.13 |
| 30 | 262 800 | 5 285 | 2 638 | 2 880 | 5.57 | 2916 | 6.88 |

表 4 5×8 钻孔群计算时间比较
Tab. 4 The computing time for 5×8 bore fields

| 模拟时 长/a | 小时数 | $g_{b,zeng}$ | | δ_b | | $\bar{\delta}_b$ | |
|------------|---------|--------------|-------|------------|-------|------------------|-------|
| | | CTD | FFT | CTD | FFT | CTD | FFT |
| 0.5 | 4 380 | 122 | 109 | 12.91 | 0.92 | 13 | 1.05 |
| 1 | 8 760 | 289 | 243 | 56 | 1.86 | 61 | 2.23 |
| 5 | 43 800 | 2 648 | 1 346 | 1 170 | 8.83 | 1 654 | 10.73 |
| 10 | 87 600 | 10 667 | 2 656 | 7 997 | 18.99 | 8 134 | 23.09 |
| 30 | 262 800 | 89 920 | 8 201 | 82 646 | 74.96 | 83 083 | 87.55 |

表 3 是单钻孔计算时间比较, $g_{b,zeng}$ 算法的计算速度最慢, 而通过与 FFT 变换结合, $g_{b,zeng}$ 算法的计算时间大约减少一半, 得出 FFT 变换可以提高 g -函数的计算效率, 但是仍然耗时较多, 不能满足工程计算速度的要求.

通过比较 δ_b 和 $\bar{\delta}_b$ 的计算时间, 可知中点温度的计算时间均比平均温度的计算时间少, 这是由于计算平均温度时需要对整个埋管深度进行积分. 此外还对比了 $g_{b,zeng}$ 和改进 g -函数的模拟速度, 改进之后 g -函数的模拟速度有所提升, 但是效果不明显.

用 δ -函数+CTD 方法进行模拟时, 完成 0.5 a 或者 1 a 的模拟只需要几秒. 但随着模拟时间跨度的增大, 仅计算单钻孔就需要 0.5 h 以上, 不能满足工程计算速度的要求. 用 FFT 变换来处理 δ -函数中的卷积时, 在计算单钻孔 30 a 的孔内流体平均温度响应时计算用时不到 7 s, 显然 FFT 算法有效地提高了土壤源热泵地理管换热器长期模拟计算速度.

表 4 为 40 钻孔不同算法的计算时间, 从表中数

据对比可以看出 δ -函数+FFT 方法计算速度最快.

通过表 3、表 4 中数据对比可以得出:

1) 在模拟数目少的钻孔域时, 用 δ -函数+CTD 计算用时明显少于 g -函数, 但是随着钻孔数目和模拟时间的增大, δ -函数计算优势并不明显.

2) 快速傅里叶变换对 g -函数的计算速度改善效果不明显. 这是由于 g -函数的积分区间为 $[0, 1]$ 、改进的 g -函数积分区间是 $[0, Fo]$, 而 δ -函数积分区间为 $[0, \Delta Fo]$; 从表 1 中 ΔFo 的大小可以看出 δ -函数的积分区间远远小于 g -函数的积分区间, 因此用 FFT 算法代替卷积计算, δ -函数的计算速度要比 g -函数快得多.

3) 当模拟钻孔数目多和模拟时间跨度大时, 无论 g -函数还是 δ -函数, 采用 CTD 的计算速度都不够理想. 通过 δ -函数与 FFT 变换相结合, 显著提升了 δ -函数的模拟计算速度, 完成 40 孔 30 a 的地理管换热模拟只需要不到 90 s 的时间.

4 结 论

1) 本文提出了竖直地理管在单位矩形脉冲热负荷作用下的热响应因子—— δ -函数. δ -函数有 2 个显著特点: ① δ -函数的积分区间远远小于 g -函数的积分区间; ② 用 δ -函数进行逐时模拟时, 逐时热负荷不分解为两个阶跃热负荷的叠加, 可以直接用于计算土壤、钻孔壁和流体温度. 因此与 g -函数相比, δ -函数的计算速度得到了很大提升.

2) 在相同综合负荷条件下, 比较不同响应因子和算法模拟钻孔内流体温度时的计算误差. 结果表明, δ -函数和 g -函数都是有限长线源模型的精确解, 有很高计算精度. 积分区间也影响着响应因子计算结果的精确性, 积分区间越大时数值积分误差越大.

3) 本文将 δ -函数与快速傅里叶变换 (FFT 方法) 相结合来代替温度响应计算的卷积, 显著加快了模拟计算速度. 在模拟多钻孔长时间运行的温度响应时, 仅需要几十秒~几分钟的时间, 为土壤源热泵钻孔外温度响应逐时模拟提供了快速、准确的计算方法, 对于土壤源热泵系统设计优化、能耗模拟等研究具有重要价值.

参考文献

- [1] INGERSOLL L R, PLASS H J. Theory of the ground pipe

- heat source for the heat pump[J]. ASHRAE Transactions, 1948,54:339-348.
- [2] INGERSOLL L R, ADLER F T, PLASS H J, *et al.* Theory of earth heat exchangers for the heat pump[J]. ASHRAE Transactions, 1950, 56:167-188.
- [3] INGERSOLL L R, ZOBEL O J, INGERSOLL A C. Heat conduction with engineering, geological, and other applications [M]. New York: McGraw-Hill, 1954:51-70.
- [4] CARLAW H S, JAEGER R J C. Conduction of heat in solids [M]. Oxford, UK: Clarendon Press, 1947:258-264.
- [5] ESKILSON P. Thermal analysis of heat extraction boreholes [D]. Lund, Sweden: Department of Mathematical Physics, University of Lund, 1987:58-69.
- [6] ZENG H Y, DIAO N R, FANG Z H. A finite line-source model for boreholes in geothermal heat exchanger[J]. Heat Trans Asian Research, 2002, 31(7):558-567.
- [7] LAMARCHE L, BEAUCHAMP B. A new contribution to the finite line-source model for geothermal boreholes[J]. Energy & Buildings, 2007, 39:188-198.
- [8] 杜次元. 竖直埋管换热器传热计算方法研究[D]. 长沙:湖南大学土木工程学院, 2010:26-40.
DU C Y. Research on heat transfer calculation of vertical ground heat exchangers[D]. Changsha: College of Civil Engineering, Hunan University, 2010:26-40. (In Chinese)
- [9] COOLEY J W, TURKEY J W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series[J]. Mathematics of Computation, 1965,19:297-301.
- [10] YAVUSTURK C. Modeling of vertical ground loop heat exchangers for ground source heat pump systems[D]. Stillwater Oklahoma, USA: Oklahoma State University, 1999:68-75.
- [11] 陈友明,张训水,杜立志,等. 有渗流埋管传热模型及快速算法[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2013,40(1):15-20.
CHEN Y M, ZHANG X S, DU L Z, *et al.* A heat transfer model of geothermal heat exchangers with groundwater advection and its fast algorithms[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2013, 40(1):15-20. (In Chinese)
- [12] 刁乃仁,方肇洪. 埋管地源热泵技术[M]. 北京:高等教育出版社, 2006: 47-68.
DIAO N R, FANG Z H. Ground-coupled heat pump technology[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006: 47-68. (In Chinese)
- [13] DU C Y, CHEN Y M. An average fluid temperature to estimate borehole thermal resistance of ground heat exchanger[J]. Renewable Energy, 2011,36(6):1880-1885.
- [14] 陈友明,杜次元. 流体平均温度分析钻孔内热阻[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2011,38(5):24-28.
CHEN Y M, DU C Y. Average fluid temperature used to calculate borehole thermal resistance of ground heat exchanger [J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2011,38(5):24-28. (In Chinese)
- [15] OPPENHEIM A V, SCHAFER R W, BUCK J R. 离散时间信号处理[M]. 刘树堂,黄建国,译. 西安:西安交通大学出版社, 2001:436-471.
OPPENHEIM A V, SCHAFER R W, BUCK J R. Discrete-time signal processing[M]. Translated by LIU S T, HUANG J G. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2001:436-471. (In Chinese)
- [16] MARCOTTE D, PASQUIE P. Fast fluid and ground temperature computation for geothermal ground-loop heat exchanger systems[J]. Geothermics, 2008,37(6):651-665.