

## 基于节点位置相关性分析的结构位形推算方法

刘俊,罗永峰<sup>†</sup>,杨旭,栗云松

(同济大学土木工程学院,上海 200092)

**摘要:**既有空间结构鉴定计算应按结构实际位形建立几何模型.根据空间结构几何构造特性,采用节点位置偏差相关系数的函数模型分析节点位置相关性并给出模型参数确定方法;基于节点位置相关性分析,提出根据抽样测量节点位置推算结构几何位形的方法,以条件概率分布期望作为未测节点实际位置偏差的期望估计值,以交叉验证的方差置信上限作为偏差的方差估计值,由此确定偏差分布,得到结构实际几何位形,建立结构鉴定计算的不确定模型.对实际网壳结构根据抽样测量节点位置推算结构实际几何位形,并进行整体稳定性分析.研究表明,基于节点位置相关性分析的推算方法结果更符合实际.

**关键词:**空间结构;鉴定分析;位形推算;节点位置相关性

**中图分类号:**TU393.3

**文献标志码:**A

## A New Approach to Calculating Structural Geometric Shape Based on the Correlation Analysis of Nodal Positions

LIU Jun, LUO Yongfeng<sup>†</sup>, YANG Xu, LI Yunsong

(College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** In both the analysis and appraisal of existing spatial structures, structures should be modeled in accordance with the actual geometric shapes. A function of correlation coefficient was recommended to model the correlated deviation of nodal positions according to the geometric characteristics of the existing spatial structures, and the approach to calculating model parameters was given. Based on the correlation analysis of nodal positional deviations, a new method of reckoning the structural geometric shapes by sampling nodal positions was proposed. In the proposed method, the deviation distributions of unmeasured nodal positions can be inferred from sampling data where expectations should be calculated by conditional distributions and variances would be estimated as upper limits of the confidence intervals from the cross validation. Then, using the calculated deviation distributions, uncertain geometric models can be established to analyze and assess the existing spatial structures. Through calculating the shell shape by sampling the nodes and analyzing its overall stability, it concludes that the method based on nodal positions correlation analysis meets the actual case. The proposed method was applied to reckoning the geometric shape of a reticulated shell structure, and the nonlinear static stability analysis was carried out. It is shown that the proposed method can give reliable results and apply to the appraisal of existing spatial structures.

**Key words:** spatial structure; structural analysis and appraisal; geometric reckoning; nodal positional correlation

\* 收稿日期:2018-04-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51678431), National Natural Science Foundation of China(51678431)

作者简介:刘俊(1993—),男,安徽芜湖人,同济大学博士研究生

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: yfluo93@tongji.edu.cn

对既有空间结构进行定期或适时的检测、鉴定与维护,是保障结构安全且正常使用的前提和必要条件<sup>[1-2]</sup>。国内外规范<sup>[3-4]</sup>均指出,既有结构鉴定分析采用的计算模型应是根据结构实际状况建立的二维或三维模型。然而,对既有空间结构的几何位形进行完全测量是不经济且没有必要的,有时甚至是不可能的,因而,实际工程结构检测通常采用抽样测量的方法。但是,抽样测量只能获得部分节点位置信息,要建立符合实际状况既有结构几何模型,必须根据已测量节点位置及结构设计信息,推算未测量节点位置,形成结构实际整体几何位形。

目前,由于缺乏关于既有结构整体位形反演推算的理论成果,实际结构工程鉴定中未测节点位置往往采用设计位置。对于单层网壳结构等缺陷敏感型空间结构,几何缺陷是影响结构整体稳定承载力的关键因素之一<sup>[5-7]</sup>。因此,当未测节点位置采用设计位置时,则必须考虑结构几何缺陷,而实际工程鉴定分析中,结构几何缺陷仍按设计方法考虑。设计假定的缺陷与结构实际缺陷可能完全不同,这将导致鉴定分析结果与结构实际状态可能存在很大差异。对于此,罗立胜等<sup>[8]</sup>研究认为,采用不确定模型进行结构鉴定计算更为合适;罗永峰等<sup>[9]</sup>提出推算结构实际几何位形的随机偏差方法,根据已测节点位置推断未测节点位置偏差分布,建立不确定几何模型。此类方法基于节点空间位置的不确定性和随机分布特性。由于空间结构节点位置偏差受安装设备、安装技术、工人技术水平等多种因素影响,因而偏差一般具有明显的随机分布特征,同时,实际工程测量数据表明<sup>[10-12]</sup>,节点位置偏差往往服从正态分布。但是,不同节点的偏差分布可能并非相互独立,Chen等<sup>[10]</sup>在对单层网壳结构初始整体几何缺陷的研究中指出,结构邻近节点的实际位置偏差具有相关关系,并采用实际单层网壳结构节点位置偏差实测数据进行了验证。现有推算既有空间结构节点位置的随机偏差方法假定不同节点位置偏差相互独立,未考虑节点实际位置偏差可能存在的相关性。推算结构实际几何位形时,忽略实际存在的节点位置偏差相关关系,会导致抽样测量数据提供的相关性信息被忽略,未测节点位置推算结果的准确程度降低,结构鉴定分析结果与实际状况差异增大。

基于此,本文针对既有空间结构几何位形的推算方法进行研究,提出基于节点位置相关性分析的位形推算方法。该方法首先根据节点位置抽样测量数据,拟合节点实际位置偏差的相关系数函数模

型;然后,基于节点位置相关性分析结果,通过抽样测量数据推算未测节点实际位置偏差分布;最后,根据偏差分布推算结果建立既有空间结构鉴定计算的几何模型。

## 1 节点位置相关性

### 1.1 偏差的相关性

节点位置相关性是指结构不同节点实际位置偏差的相关性。既有空间结构邻近节点的位置偏差往往具有一定相关性,节点位置抽样测量数据可以为未测节点位置推算提供有效信息。

例如,假定结构中2个节点同一方向位置偏差 $X_1$ 和 $X_2$ 均服从正态分布,即 $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 、 $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ,其中 $\mu_1$ 和 $\mu_2$ 为分布的期望, $\sigma_1^2$ 和 $\sigma_2^2$ 为分布的方差,则其密度函数分别为:

$$f(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_1} \exp\left\{-\frac{(x_1 - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right\} \quad (1)$$

$$f(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} \exp\left\{-\frac{(x_2 - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right\} \quad (2)$$

记 $X_1$ 和 $X_2$ 的相关系数为 $r$ ,此时, $X_1$ 和 $X_2$ 服从联合正态分布,其联合密度函数为:

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-r^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)} \left[ \frac{(x_1 - \mu_1)^2}{\sigma_1^2} - 2r \frac{(x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(x_2 - \mu_2)^2}{\sigma_2^2} \right]\right\} \quad (3)$$

根据概率论与数理统计理论,某一随机事件在另外一个事件已经发生条件下的发生概率被称为条件概率。若已知 $X_1$ 的测量值 $x_1$ ,则 $X_2$ 的条件概率密度函数可由

$$f(x_2|x_1) = \frac{f(x_1, x_2)}{f(x_1)} \quad (4)$$

计算得到。联立(1)(3)(4),可得:

$$f(x_2|x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-r^2)} \sigma_2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_2^2(1-r^2)} \times \left[ x_2 - \mu_2 - r \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (x_1 - \mu_1) \right]^2\right\} \quad (5)$$

相较于 $X_2$ 的原正态分布,可以发现 $X_2$ 的方差由 $\sigma_2^2$ 降低为 $\sigma_2^2(1-r^2)$ ,由此可见, $X_1$ 的实测值 $x_1$ 可以为 $X_2$ 分布推断提供一定信息,使 $X_2$ 方差减小。

考虑极端情况,若 $X_1$ 和 $X_2$ 同分布,且相关系数 $r=1$ ,此时

$$P\{X_2 = x_1 | X_1 = x_1\} = 100\% \quad (6)$$

$X_2$ 方差降低为0。这表明得到 $X_1$ 实际值为 $x_1$ ,则可

以以 100% 概率推断  $X_2 = X_1$ 。由此可见,若节点之间存在相关性,基于条件概率理论,必须考虑节点位置相关性才能充分利用抽样测量数据信息,提高偏差分布推断准确程度。

## 1.2 协方差与相关系数

考虑既有空间结构节点位置相关性,应首先对不同节点位置偏差的相关关系进行定量分析。概率论和数理统计理论中,主要采用协方差和相关系数描述变量之间的相关性大小。以随机变量表示节点实际位置与设计位置偏差,空间结构节点同一方向位置偏差变量集合可以表示为  $(X_1, X_2, \dots, X_N)$ , 其中  $N$  为节点总数量,同时,变量对应的实际偏差值记为  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 。分别以  $E$ 、 $\text{var}$  和  $\text{cov}$  表示变量的期望、方差和协方差,则对于任意第  $i$  和第  $j$  个节点,偏差  $X_i$  和  $X_j$  的协方差定义为:

$$\text{cov}(X_i, X_j) = E\{[X_i - E(X_i)][X_j - E(X_j)]\} \quad (7)$$

当  $i = j$  时,  $\text{cov}(X_i, X_j)$  即为  $X_i$  的方差  $\text{var}(X_i)$ 。  $X_i$  和  $X_j$  的相关系数则定义为:

$$r(X_i, X_j) = \frac{\text{cov}(X_i, X_j)}{\sqrt{\text{var}(X_i)\text{var}(X_j)}} \quad (8)$$

相关系数反映了随机变量间的线性相关程度<sup>[13]</sup>,  $|r|$  越大,相关程度越大;  $|r|$  最大为 1,此时两个变量完全线性相关;而  $|r| = 0$  则表明两个变量之间不相关。此外,  $r$  的正负分别表示正相关和负相关。

协方差与相关系数均为定量描述相关性大小的参数,特别是,若  $(X_1, X_2, \dots, X_N)$  同分布,则方差为常量,记为  $\sigma^2$ ,由式(8)可得:

$$\text{cov}(X_i, X_j) = r(X_i, X_j)\sigma^2 \quad (9)$$

表明协方差是相关系数与常量的乘积,此时,协方差与相关系数呈完全正比关系。由于相关系数是无量纲参数,易于对比分析,因此,本文选用相关系数作为定量描述节点位置相关性的参数。

## 1.3 相关系数函数模型

既有空间结构节点数量往往较多,为求不同节点之间相关系数,首先需要根据既有空间结构几何构造特性和节点位置偏差分布特征,确定一个合理且实用的相关系数数学函数模型。节点位置相关性受结构网格划分形式、结构安装方式和施工技术水平等多个因素影响,难以根据全部影响因素建立函数模型。Chen 等<sup>[10]</sup>指出节点距离越近,相关性越强,并提出以两节点之间最小杆件连接数为相关系数函数的自变量。本文根据既有空间结构几何构造特点和空间整体性,假定节点位置相关性仅取决于节点间距离,节点之间距离越大相关性越小。因此,相

关系系数是节点距离的函数,即

$$r(X_i, X_j) = r(d) \quad (10)$$

其中,  $d$  为第  $i$  个节点与第  $j$  个节点设计位置之间的距离。

$r(d)$  应满足  $d=0$  时  $r$  最大为 1;随着  $d$  增大,  $r$  逐渐较小;当  $d$  较大时,  $r$  接近或等于 0。基于此变化特点,理论模型可采用线性模型、球状模型和高斯模型等<sup>[14]</sup>,以高斯模型为例,

$$r(d) = e^{-\theta d^2} \quad (11)$$

其中,  $\theta$  为待定参数。高斯函数图像如图 1 所示。由图 1 可知,此模型符合相关系数变缓特点。相关系数函数模型的参数,可根据节点位置抽样测量数据计算得到。同时,对函数模型拟合实际工程测量数据的准确程度进行分析,若函数模型能较好拟合样本数据,则假定模型的合理性得到验证。

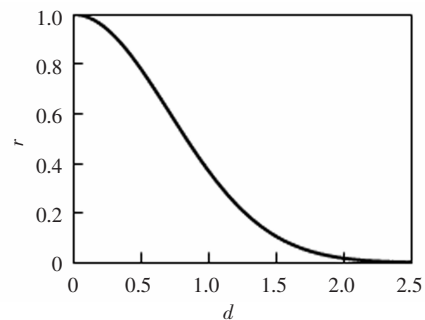


图 1 高斯函数图像( $\theta = 1$ )

Fig.1 Gauss function curves ( $\theta = 1$ )

## 2 节点位置推算

### 2.1 偏差分布推断

施工误差引起既有空间结构几何位形偏离设计位形时,节点实际位置应是以设计位置为中心的随机分布,因此,节点位置偏差应服从期望为零的某种概率分布,一般认为偏差近似服从正态分布。

假定既有空间结构节点位置偏差服从期望为零、方差为  $\sigma^2$  的正态分布,即  $X_i \sim N(0, \sigma^2)$ 。记向量  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$  为  $n$  个抽样测量节点位置偏差,相关系数矩阵  $\mathbf{R}$  定义为:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r(X_1, X_1) & r(X_1, X_2) & \cdots & r(X_1, X_n) \\ r(X_2, X_1) & r(X_2, X_2) & \cdots & r(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(X_n, X_1) & r(X_n, X_2) & \cdots & r(X_n, X_n) \end{bmatrix} \quad (12)$$

则  $\mathbf{X}$  的概率密度函数为:

$$f(\mathbf{x}) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n+1}{2}} |\mathbf{R}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\sigma^{-2}\mathbf{x}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}\right\} \quad (13)$$

记  $X_0$  为某一未测节点位置偏差,那么相关系数向量  $\mathbf{r}$  可以定义为:

$$\mathbf{r} = (r(X_0, X_1), r(X_0, X_2), \dots, r(X_0, X_n))^T \quad (14)$$

采用向量  $\mathbf{X}^* = [X_0, \mathbf{X}^T]^T$  表示该未知节点和  $n$  个抽样节点的偏差的联合随机变量,则  $\mathbf{X}^*$  应服从联合正态分布,其协方差矩阵

$$\Sigma^* = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{r}^T \\ \mathbf{r} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (15)$$

则  $\mathbf{X}^*$  的概率密度函数为:

$$f(\mathbf{x}^*) = (2\pi)^{-\frac{n+1}{2}} \left| \Sigma^* \right|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \mathbf{x}^{*T} \Sigma^{*-1} \mathbf{x}^* \right\} \quad (16)$$

抽样测量得到  $\mathbf{X}$  的样本值  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  之后,  $X_0$  的概率分布变为条件概率分布,由条件概率密度计算公式<sup>[15]</sup>

$$f(x_0 | \mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x}^*)} \quad (17)$$

可计算得到  $\mathbf{X}=\mathbf{x}$  时  $X_0$  的条件概率密度函数为:

$$f(x_0 | \mathbf{x}) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \sigma (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r})^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sigma^{-2} \times \right. \\ \left. (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r})^{-1} (x_0 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x})^2 \right\} \quad (18)$$

根据正态分布密度函数可知,  $X_0$  条件概率服从正态分布,即  $X_0 \sim N(\mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}, (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}) \sigma^2)$ . 基于此条件概率分布,可以认为  $X_0$  的期望估计值

$$\hat{\mu} = \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} \quad (19)$$

方差估计值

$$\hat{\sigma}_0^2 = (1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}) \sigma^2 \quad (20)$$

可以证明<sup>[16]</sup>,期望的估计值  $\hat{\mu}_0$  是最优线性无偏估计(简单 Kriging 估计),对于非正态分布依然成立.

一般  $\mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} < 1$ , 因此  $\hat{\sigma}_0^2 < \sigma^2$ , 表明推断分布的方差小于原分布方差. 因而, 本文方法偏差分布推断结果精度, 高于忽略节点相关性的推断结果.

## 2.2 相关系数模型及参数确定

估计式(19)(20)中含有 2 个未知参数, 即方差  $\sigma^2$  以及用于计算  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{r}$  的相关系数模型参数. 采用估计公式进行偏差分布推断时, 首先需要确定相关系数函数模型, 并根据抽样测量数据估计参数  $\sigma^2$  和  $\theta$ .

由  $X_i \sim N(0, \sigma^2)$ , 结合式(8)(10)得:

$$r(d) = r(X_i, X_j) = \frac{E(X_i X_j)}{\sigma^2} \quad (21)$$

由此可构建函数

$$R(d) = E(X_i X_j) = r(d) \sigma^2 \quad (22)$$

则  $R(d)$  中恰好包含未知参数  $\sigma^2$  和  $\theta$ . 随机过程理论

中,  $R(d)$  被称为自相关函数, 简称相关函数, 根据抽样测量数据拟合得到相关函数, 就可以得到参数  $\sigma^2$  和  $\theta$ .

首先, 根据  $n$  个抽样节点位置偏差  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 对于任意第  $i$  和第  $j$  个节点, 分别计算两节点距离  $d_{ij}$  及偏差乘积  $x_i x_j$ , 可以得到  $R(d)$  的多组观测值  $(d_{ij}, x_i x_j)$  ( $i, j \in N; i \neq j$ ). 然后, 绘出  $(d_{ij}, x_i x_j)$  的散点分布图, 由于  $\sigma^2$  为定值, 自相关函数  $R(d)$  趋势与相关系数函数模型  $r(d)$  相同, 因此, 根据散点图趋势可以选定合适的相关系数模型.

实际工程中数据  $(d_{ij}, x_i x_j)$  分布散乱, 往往需要通过距离  $d_{ij}$  进行分组并计算均值作为  $R(d)$  的观测值. 首先给定组宽  $2d_0$ , 确定距离  $d_{ij}$  落在区间  $[d_m - d_0, d_m + d_0]$  内的所有数据对, 然后计算偏差乘积的均值, 记为  $R_m$ , 得到新的  $M$  组数据对  $(d_m, R_m)$ , 由此绘出  $R(d)$  的散点图.

根据散点数据拟合相关函数方法有多种<sup>[17]</sup>, 最简单实用的方法是非线性最小二乘法. 相关系数模型选定之后, 乘以参数  $\sigma^2$  得到  $R(d)$  的数学函数模型, 以此作为非线性回归模型对  $M$  组数据进行回归分析. 采用非线性最小二乘法对回归模型的参数进行估计, 构造函数

$$Q(\sigma^2, \theta) = \sum_{m=1}^M (R_m - R(d)|_{d=d_m})^2 \quad (23)$$

求解使得其达到最小的  $\sigma^2$  和  $\theta$ , 就可得到参数的最小二乘估计.

若相关系数选用高斯模型等连续可导函数,  $R$  对  $\sigma^2$  和  $\theta$  也均连续可导时, 此时, 可以利用微分法建立非线性最小二乘估计的正规方程组:

$$\begin{cases} \sum_{m=1}^M [R_m - R(d)|_{d=d_m}] \frac{\partial R(d)}{\partial \sigma^2} \Big|_{d=d_m} = 0 \\ \sum_{m=1}^M [R_m - R(d)|_{d=d_m}] \frac{\partial R(d)}{\partial \theta} \Big|_{d=d_m} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

求解该方程组即可得到参数  $\sigma^2$  和  $\theta$  的最小二乘估计.

若相关系数模型(球状模型或线性模型等)对  $\theta$  非连续可导时, 需要通过最优化计算方法, 直接求解使式(23)最小的  $\sigma^2$  和  $\theta$ , 得到参数估计值.

## 2.3 方法适用性

本文方法假定相关系数是节点距离的函数, 若相关函数散点图显示节点相关性与节点距离没有趋势的明显变化关系, 则本文方法不适用, 偏差分布推断应采用独立样本的传统统计推断方法.

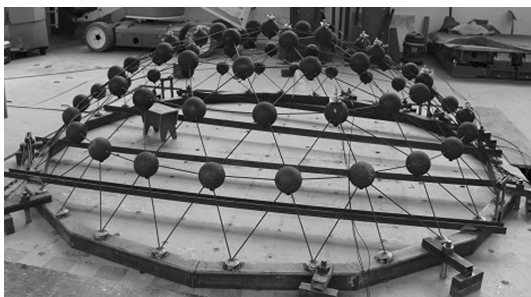
由式(20)可以得出方差估计值, 但是由于相关

系数模型与实际存在差异等原因,方差估计值可能与实际值存在一定差异.对已测节点数据进行交叉验证,由于交叉验证结果包含模型差异因素,因此,采用交叉验证方差作为未测节点位置偏差的方差更为准确合适.按照本文方法的计算式(19)计算偏差的期望估计值,以交叉验证结果的方差作为方差估计值,就可以得到未测节点位置偏差分布.将未测节点以设计位置为中心,按推断的偏差分布建立不确定模型,可进一步进行蒙特卡罗有限元计算和结构鉴定分析.

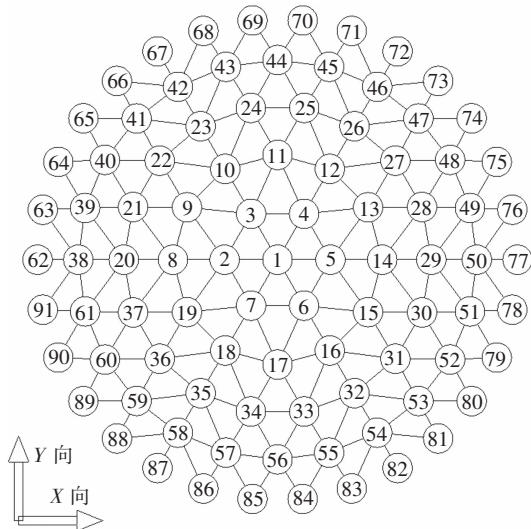
### 3 案例分析

#### 3.1 结构信息

既有单层网壳模型跨度为 3.6 m, 矢高为 0.9 m, 体系为 5 环 K6 型, 共 91 个节点(30 个支座节点), 如图 2 所示. 杆件截面均为  $\phi 6 \times 1$ , 焊接球半径为 70 mm, 材料均为 Q235 钢, 节点为刚接节点, 支座为刚接支座.



(a) 实际模型图



(b) 节点编号图

图 2 单层网壳模型

Fig.2 Single-layer lattice shell model

#### 3.2 节点位置相关性

测量全部节点坐标,分别计算 X、Y、Z 方向上的节点实际位置与设计位置偏差.根据实测偏差数据,分别计算不同节点同一方向上偏差乘积.对节点距离进行分组,组宽取 200 mm,计算落入同一组内乘积的均值,得到相关函数的 37 个观测值,绘出散点分布图(如图 3 所示).

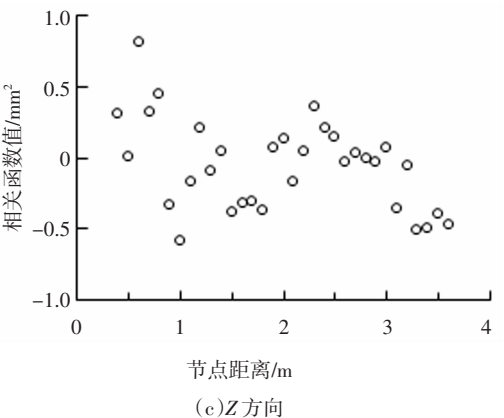
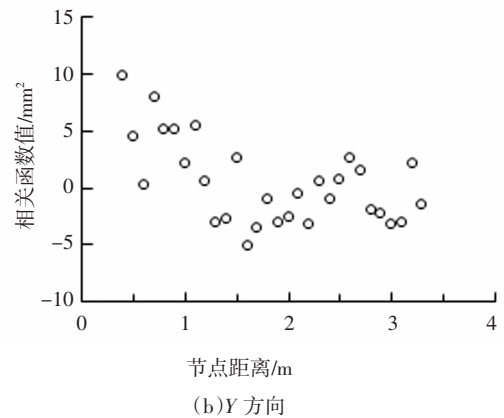
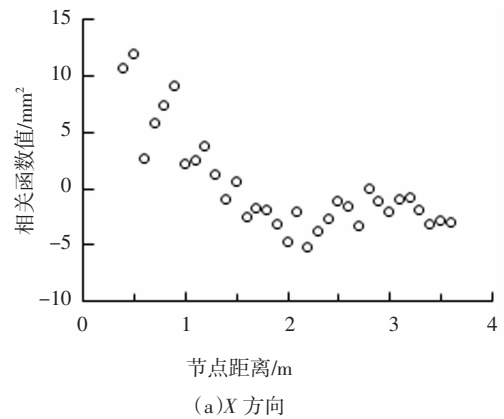


图 3 相关函数散点图

Fig.3 Scatter diagram of correlation function

由图 3 可知, X、Y 方向上节点相关性与距离存在明显的下降趋势变化关系,随着节点距离达到一

定值,下降趋势转变为水平趋势,且相关函数值在 0 附近波动;Z 方向散点图无明显趋势变化关系.因此,可以认为,X、Y 方向上邻近节点之间具有偏差相关性,随着节点距离增加,相关性逐渐减小,而 Z 方向上节点位置偏差没有明显相关关系.

实际网壳的实测数据表明,既有空间结构 X、Y 方向不同节点位置偏差具有一定相关关系.同时,节点偏差的相关系数与节点距离存在明显趋势关系,相关系数与节点距离变化关系符合本文第 2.2 节假定.

### 3.3 节点位置推算

本算例忽略测量误差,选取 1,3,⋯,91 号共 46 个节点作为抽样测量节点,其余节点作为未测节点.计算实际节点位置坐标与设计节点位置坐标偏差,对节点偏差进行期望为零的假设检验,结果如表 1 所示.由表 1 可知,各方向偏差都满足期望为零的假设,结构未发生较大使用变形.

表 1 期望假设检验结果

Tab.1 Results of hypothesis tests of expectation

方向	J 值	$t_{0.975}(45)$
X 向	0.956	2.014
Y 向	0.195	2.014
Z 向	0.830	2.014

相关系数函数选用高斯模型,对采用本文方法抽样测量数据进行交叉验证,分别将已测 46 个节点中的每个节点作为未测节点,其余 45 个节点作为已测节点进行推算.对交叉验证计算得到的 $\hat{\mu}_0$ 与实测结果差值进行统计分析,结果见表 2.

表 2 交叉验证结果统计参数

Tab.2 Statistical parameters of cross validation results

方向	均值	方差	方差置信上限
X 向	0.012	5.55	8.34
Y 向	-0.044	8.15	12.25
Z 向	—	—	—

表 2 中交叉验证差值结果的均值非常接近零,验证了本文方法得到的偏差分布期望估计值 $\hat{\mu}_0$ 是无偏性的.

计算得到的 X 方向和 Y 方向方差估计值 $\hat{\sigma}_0^2$ 均

值分别为 0.96 和 1.71,对比表 2 中交叉验证方差可以发现, $\hat{\sigma}_0^2$ 的均值明显小于交叉验证方差.理论上两者应较为接近,但由于相关模型与实际存在差异等原因,交叉验证方差大于 $\hat{\sigma}_0^2$ 的均值,因此,采用交叉验证的方差作为未测节点位置偏差方差的估计值更合适,偏于保守,可采用 95%置信区间估计的上限值 $\sigma_0^2$ .

按照本文方法,基于节点位置相关性推算未测节点位置,抽样测量数据表明,X 方向和 Y 方向上节点位置偏差具有明显相关关系,因此,对 X 方向和 Y 方向偏差进行推算.

推算结果的 $\hat{\mu}_0$ 与实测结果差值的统计分析结果如表 3 所示.推算差的均值接近零,表明以推断得到的 $\hat{\mu}_0$ 作为未测节点位置偏差推算值,结果较为准确;推算差的方差接近但小于 $\sigma_0^2$ ,表明以结果的方差置信上限 $\sigma_0^2$ 作为方差的估计是合理的且偏于保守的.

表 3 推算结果偏差统计参数(节点相关)

Tab.3 Statistical parameters of result errors ( correlated nodes )

方向	均值	方差	标准差	标准差/跨度
X 向	0.29	8.29	2.88	1/1 250
Y 向	-0.01	8.90	2.98	1/1 208
Z 向	—	—	—	—

假定各节点位置偏差相互独立,计算得到偏差分布的期望估计和方差估计,统计分析 X 方向和 Y 方向期望估计值与未测节点实际值的差值,结果见表 4.对比表 3 与表 4 结果,可以发现本文方法推测结果偏差的方差更小,精度更高.

表 4 推算结果偏差统计结果(节点不相关)

Tab.4 Statistical parameters of result errors( uncorrelated nodes )

方向	均值	方差	标准差	标准差/跨度
X 向	-0.38	17.75	4.21	1/854
Y 向	-0.01	21.82	4.67	1/770
Z 向	—	—	—	—

### 3.4 结构鉴定分析

以结构实际整体稳定承载力为例进行鉴定分析,采用有限元软件 ANSYS 进行建模计算.杆件选用 BEAM188 单元模拟,材料选用理想弹塑性模型.节点为刚接节点,支座为固定支座,模型中考虑焊接球为节点刚域.荷载为满跨均布  $0.5 \text{ kN/m}^2$  恒载和均布  $0.75 \text{ kN/m}^2$  活载,荷载组合为 1.0 恒+1.0 活.

利用 ANSYS 软件 PDS 模块进行蒙特卡罗随机有限元分析,未测节点以设计节点为中心, $X$  和  $Y$  方向偏差分布依据本文方法计算结果,即期望为估计值,方差为交叉验证置信上限; $Z$  方向偏差由于无明显节点位置相关性,因此采用普通统计推断方法结果.1 000 次随机输入的概率分析计算结果如图 4 所示,具有 95%可靠度的整体稳定荷载因子为 1.643.

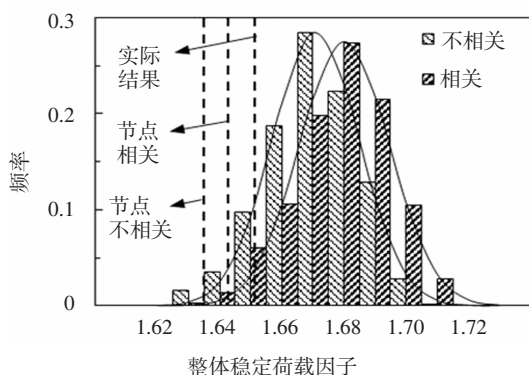


图 4 整体稳定系数频率分布直方图

Fig.4 Frequency histogram of overall stability factors

按不考虑节点相关性的偏差分布推断结果,1 000 次随机输入的概率分析计算结果如图 4 所示,具有 95%可靠度的整体稳定荷载因子为 1.635.对所有节点位置全部测量,建立完全符合实际的几何模型,计算得到整体稳定性荷载因子为 1.651,对比可知,同样偏于安全的情况下,本文方法结果更加接近实际.

## 4 结论

本文针对既有空间结构几何位形的推算方法进行研究,得到的研究成果及结论如下:

1)基于既有空间结构节点实际位置偏差的相关性,提出根据已测节点位置及节点位置相关性推

算未测节点位置偏差分布,得到结构实际几何位形推算方法.根据本文方法可以建立既有空间结构鉴定计算的不确定几何模型,进行结构鉴定分析.

2)根据空间结构特点,采用以节点距离为自变量的节点位置偏差相关系数函数模型,进行既有空间结构节点位置相关性分析,并给出模型参数确定方法.

3)基于概率论和数理统计理论,根据已测节点实际位置偏差及节点位置相关性分析结果,提出以条件概率分布期望作为未测节点实际位置偏差分布的期望估计值;以交叉验证方差的置信上限作为偏差分布的方差估计值,得到偏差分布.

4)本文方法考虑了不同节点位置偏差的相关性,相较于现有方法,偏差分布推断更为准确.实际案例分析表明,基于本文方法的鉴定分析结果更符合结构实际状态,本文方法的可行性与合理性得到验证.

## 参考文献

- [1] 罗永峰.国家标准《高耸与复杂钢结构检测与鉴定技术标准》编制简介[J].钢结构,2014,29(4):44—49.  
LUO Y F. Brief introduction of composition of technical standard for inspection and appraisal of high-rising and complex steel structures [J]. Steel Construction, 2014, 29 (4): 44—49. (In Chinese)
- [2] 罗立胜,罗永峰.既有网格结构构件重要性实用判定方法[J].结构工程师,2017,33(2):109—114.  
LUO L S, LUO Y F. A practical method for evaluation of member importances of existing spatial structures [J]. Structural Engineers, 2017, 33(2):109—114. (In Chinese)
- [3] GB 51008—2016 高耸与复杂钢结构检测与鉴定标准 [S]. 北京:中国计划出版社,2016:6—7.  
GB 51008—2016 Technical standard for inspection and appraisal of high-rising and complex steel structures [S]. Beijing:China Planning Press, 2016:6—7. (In Chinese)
- [4] ISO 13822—2010 Technical committee bases for design of structures—assessment of existing structures [S]. Switzerland: International Organization for Standardization, 2010:9.
- [5] MALEK S, WIERZBICKI T, OCHSENDORF J. Buckling of spherical cap gridshells: A numerical and analytical study revisiting the concept of the equivalent continuum [J]. Engineering Structures, 2014, 75:288—298.
- [6] BRUNO L, SASSONE M, VENUTI F. Effects of the equivalent geometric nodal imperfections on the stability of single layer grid

- shells[J]. *Engineering Structures*, 2016, 112:184—199.
- [7] LIU H, ZHANG W, YUAN H. Structural stability analysis of single-layer reticulated shells with stochastic imperfections [J]. *Engineering Structures*, 2016, 124:473—479.
- [8] 罗立胜, 罗永峰, 郭小农. 考虑节点几何位置偏差的既有网壳结构稳定计算方法 [J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2013, 40(3):26—30.
- LUO L S, LUO Y F, GUO X N. Overall stability of existing reticulated shells considering the effect of geometric position deviation of joints [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2013, 40(3):26—30. (In Chinese)
- [9] 罗永峰, 刘俊. 既有空间结构位形推算的随机偏差方法[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2017, 45(6):791—798.
- LUO Y F, LIU J. Stochastic deviation method of reckoning geometric shapes of existing spatial structures[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2017, 45(6):791—798. (In Chinese)
- [10] CHEN G, ZHANG H, RASMUSSEN K J R, *et al.* Modeling geometric imperfections for reticulated shell structures using random field theory [J]. *Engineering Structures*, 2016, 126:481—489.
- [11] 刘学春, 张爱林, 葛家琪, 等. 施工偏差随机分布对弦支穹顶结构整体稳定性影响的研究[J]. *建筑结构学报*, 2007, 28(6):76—82.
- LIU X C, ZHANG A L, GE J Q, *et al.* Study on the influence of construction deviation random distribution on the integral stability of suspend-dome[J]. *Journal of Building Structures*, 2007, 28(6):76—82. (In Chinese)
- [12] 唐敢, 黎德琳, 赵才其, 等. 空间结构初始几何缺陷分布规律的实测数据及统计参数[J]. *建筑结构*, 2008, 38(2):74—78.
- TANG G, LI D L, ZHAO C Q, *et al.* Statistical regulation and parameter study on initial geometrical imperfections of spatial structures based on measured data [J]. *Building Structure*, 2008, 38(2):74—78. (In Chinese)
- [13] TAYLOR R. Interpretation of the correlation coefficient: a basic review[J]. *Journal of Diagnostic Medical Sonography*, 1990, 6(1):35—39.
- [14] ONYEJEKWE S, KANG X, GE L. Evaluation of the scale of fluctuation of geotechnical parameters by autocorrelation function and semivariogram function [J]. *Engineering Geology*, 2016, 214:43—49.
- [15] 茆诗松, 王静龙, 濮晓龙. 高等数理统计 [M]. 第2版. 北京: 高等教育出版社, 2006:344—346.
- MAO S S, WANG J L, PU X L. *Advanced mathematical statistics* [M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2006:344—346. (In Chinese)
- [16] CRESSIE N. The origins of kriging [J]. *Mathematical Geology*, 1990, 22(3):239—252.
- [17] SOLTANIMOHAMMADI S, SAFA M. A simulated annealing based optimization algorithm for automatic variogram model fitting [J]. *Archives of Mining Sciences*, 2016, 61(3):635—649.