

## 火山渣颗粒图像处理及形状定量分析

聂志红<sup>1</sup>, 廖靖云<sup>1</sup>, 周苏华<sup>2†</sup>, 李冰晓<sup>3</sup>, 安爱军<sup>4</sup>

(1. 中南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410075; 2. 湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082;  
3. 中南大学 数学与统计学院, 湖南 长沙 410075; 4. 中国路桥工程有限责任公司, 北京 100000)

**摘要:**火山渣颗粒具有形状不规则、棱角较多的特点,其形状特征会影响材料工程性质。为探究火山渣颗粒形状特性,通过 AIMS 集料图像测量系统获得火山渣颗粒图像以及形状指标,采用分形维数和正态分布检验方法,讨论以颗粒长度作为特征粒径时粒径变化对颗粒形状和分形维数的影响规律,并对比火山渣颗粒与一般岩体颗粒的形状差异。结果表明:随着特征粒径减小,火山渣颗粒长扁度和粗糙度逐渐减小,棱角度、球度和分形维数逐渐增大,越趋近于球形和块状,且表面棱角越少。所有采用的形状指标之间均有较好的相关性,其中棱角度对特征粒径变化最为敏感,可优先选取棱角度作为描述火山渣形状指标。此外,通过与卵石和级配碎石的对比表明,在不同粒径范围内,火山渣颗粒长扁度和圆度随粒径变化不如卵石和级配碎石显著,且火山渣粗糙度和棱角度均比卵石和级配碎石大,表明火山渣颗粒棱角更多,表面更粗糙。

**关键词:**火山渣;分形维数;长扁度;棱角度;球度;粗糙度

**中图分类号:**TU411

**文献标志码:**A

## Image Processing and Shape Quantitative Analysis of Volcanic Cinder Particles

NIE Zhihong<sup>1</sup>, LIAO Jingyun<sup>1</sup>, ZHOU Suhua<sup>2†</sup>, LI Bingxiao<sup>3</sup>, AN Aijun<sup>4</sup>

(1. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China;

2. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

3. School of Mathematics and Statistics, Central South University, Changsha 410075, China;

4. China Road and Bridge Corporation, Beijing 100000, China)

**Abstract:** The volcanic cinder has the characteristics of irregular shape and sharper angles, and its shape characteristics affect the material engineering properties. In order to explore the shape of volcanic cinder particles, the image and shape index of volcanic cinder were obtained by AIMS aggregate image measurement system. The fractal dimension and normal distribution method were used to discuss the influence of fractal dimension and shape as the particle size change on the particle shape and fractal dimension. The differences in shape between the volcanic cinder

\* 收稿日期:2018-12-18

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(51478481, 51708199), National Natural Science Foundation of China(51478481, 51708199);北京市科技计划课题(Z181100003918005), Beijing Municipal Science and Technology Project(Z181100003918005);中南大学中央高校基本科研业务费专项资金资助(2018zzts655), Fundamental Research Funds for the Central Universities of Central South University(2018zzts655)

**作者简介:**聂志红(1973—),男,湖南娄底人,中南大学教授,博士生导师

† 通讯联系人, E-mail: zhousuhua@hnu.edu.cn

and general rock mass were also investigated. The results show that as the particle size decreases, the elongation and texture decrease, the angularity, sphericity and fractal dimension increase, the volcanic cinder approaches spherical and massive, and the surface angularity is reduced. All the shape indicators have a good correlation, and the angularity is the most sensitive to the change of the particle size. Thus, it can be preferentially selected to describe the shape of the volcanic cinder. In addition, comparison with pebbles and crushed stone shows that the change of volcanic cinder elongation and texture is not as significant as that of the pebbles and crushed stone under different particle size. Moreover, the texture and angularity of volcanic cinder are larger than those of pebbles and crushed stone, indicating that the volcanic cinder has more angular edges and a rougher surface.

**Key words:** volcanic cinder; fractal dimension; elongation; angularity; sphericity; texture

火山渣是火山喷发中岩浆经过高温燃烧喷发后冷却形成的一种矿渣状多孔轻质的颗粒材料,具有形状不规则、棱角较多的特点.现有关于火山渣的研究多集中于火山渣填料物理力学性质方面<sup>[1-3]</sup>,对火山渣颗粒形状特征研究较少.

许多研究证明颗粒形状显著影响材料工程特性,如最大孔隙比和最小孔隙比<sup>[4,5]</sup>,剪切强度<sup>[6,7]</sup>,刚度<sup>[8]</sup>以及剪胀性<sup>[9]</sup>.为揭示颗粒形状对于材料工程性质的影响规律,首先需研究如何对颗粒形状进行评价.目前颗粒形状定性评价主要通过目测对比完成<sup>[10]</sup>,该方法受主观和经验性因素影响较大.近年来,图像分析也广泛应用于颗粒形状测量中<sup>[11]</sup>.陆厚根等<sup>[12]</sup>采用显微镜获取粉煤灰颗粒图像,并分析圆形度和微观形态指标随粒径的变化;刘清秉等<sup>[13]</sup>通过显微镜获取砂土颗粒图像,测算了长扁度、球形度和棱角度等;张家发等<sup>[14]</sup>通过数字测量仪获得碎石颗粒的长宽比、扁平度、球度等指标,并取多个截面的形状指标平均值作为计算指标;曾涛等<sup>[15]</sup>采用光学显微镜获得冰渍土的二维平面投影,并对颗粒轴向系数和棱角性进行统计分析;秦雪<sup>[16]</sup>采用相机获得碎石颗粒图像,对颗粒扁平度、球形度、棱角度等形状指标进行分析.此外,针对表面形状轮廓复杂的颗粒,研究者也引用分形理论进行分析<sup>[17-19]</sup>,陈江峰等<sup>[20]</sup>对碎屑颗粒圆度进行分形描述;陈海洋等<sup>[21]</sup>应用分形理论证明钙质砂的颗粒形状具有分形特性.

现有研究取得了许多有价值的成果,然而,这些研究都属于对单个图像截面进行二值化处理,不能获得颗粒微观纹理,无法反应颗粒表面粗糙程度,在分析表面棱角较多的火山渣颗粒时具有局限性.而AIMS集料图像测量系统可以自动测量颗粒尺寸、棱角、微观纹理、颗粒形状等特征.因此本文通过AIMS

集料图像测量系统获得火山渣颗粒的二维图像,计算出形状指标,并采用分形理论和正态分布检验方法,讨论粒径变化对颗粒形状指标和分形维数的影响规律,并探究火山渣颗粒与一般岩体颗粒的形状差异.

## 1 试验方案

### 1.1 试验材料

研究对象取自肯尼亚内马铁路DK103处火山渣料场,现场火山渣采用颚式破碎机进行加工.试验前将火山渣颗粒表面的尘土洗净后进行烘干筛分.筛分结果如图1所示.由图可知,火山渣试样最大粒径不大于75 mm,颗粒主要集中在5~60 mm,小于5 mm颗粒含量仅为0.6%.

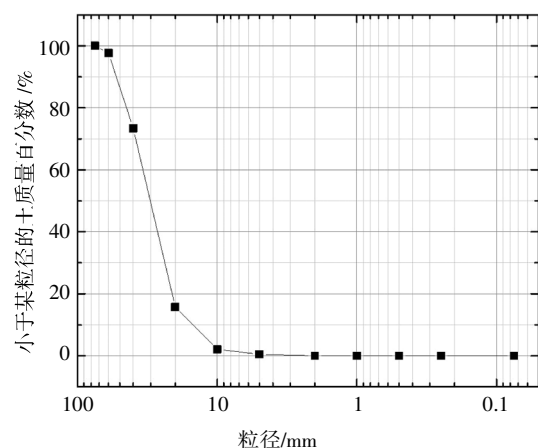


图1 火山渣级配曲线

Fig.1 Grading curve of volcanic cinder

### 1.2 试验仪器

采用美国PINE公司生产的AFA2A型号AIMS

集料图像测量系统进行颗粒形状采集, 试验仪器如图 2. 该仪器可通过扫描仪自动采集颗粒的尺寸、棱角、微观纹理、颗粒形状等特征, 并将其性能通过各种特征指标进行客观描述.

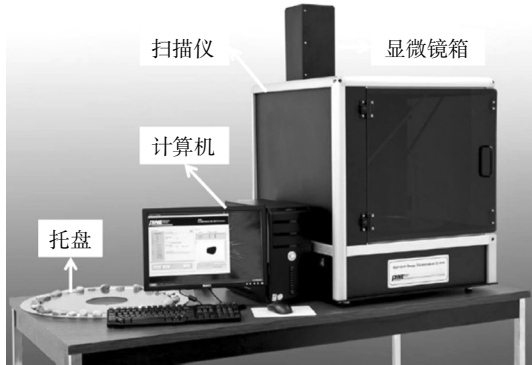


图 2 AIMS 图像测量系统装置

Fig.2 Device of AIMS image measurement system

### 1.3 颗粒形状参数的选取

通过 AIMS 集料图像测量系统能准确获取单个颗粒的几何尺寸测值, 如面积、周长、长度、宽度、等效直径等. 表 1 给出了各类基本尺寸测值.

表 1 颗粒几何参数

Tab.1 Geometric parameters of particle

参数	符号	描述
颗粒长度	$d_L$	颗粒投影外轮廓点间距离最大值
颗粒宽度	$d_l$	以 $d_L$ 为长轴, 得出与颗粒投影面积相等的椭圆短轴
颗粒长宽度的均值	$d$	$(d_L + d_l)/2$
等效直径	$R$	与颗粒具有相同面积圆的直径
颗粒周长	$l$	颗粒扫描投影周长
颗粒面积	$A$	颗粒扫描投影面积

为了对火山渣颗粒进行定量描述, 选取 AIMS 集料图像测量系统自动获取的相应形状指标<sup>[22]</sup>进行研究. 具体形状指标如下:

1) 长扁度: 描述了颗粒的伸长特性, 颗粒越接近球形, 其值越接近 1.

$$\text{长扁度} = \frac{d_L}{d_l} \quad (1)$$

式中:  $d_L$  为颗粒长度,  $d_l$  为颗粒宽度.

2) 棱角度: 反映颗粒边界轮廓的不规则程度.

$$\text{棱角度} = \frac{1}{\frac{n}{3} - 1} \sum_{i=1}^{n-3} |\theta_i - \theta_{i+3}| \quad (2)$$

式中:  $n$  为点的总数,  $\theta$  为边缘点的角度,  $i$  表示颗粒边缘的第  $i$  点.

3) 球度: 表征颗粒与球形的相似程度, 球度越小, 颗粒越扁平.

$$\text{球度} = \sqrt[3]{\frac{d_s d_l}{d_l^2}} \quad (3)$$

式中:  $d_s$  为颗粒厚度.

4) 粗糙度: 描述集料颗粒表面的相对平滑度. 其中光滑的抛光表面的粗糙度接近于 0.

$$\text{粗糙度} = \frac{1}{3N} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^N (D_{i,j}(x,y))^2 \quad (4)$$

式中:  $D$  为分解函数,  $N$  为图像中的系数总数,  $j$  为小波系数,  $x, y$  为变换域中系数的位置.

## 2 特征粒径选取

颗粒特征粒径的选取是颗粒形状定量分析方法的重要基础. 因此, 在进行形状分析前应先确定特征粒径. 形状分析中常用的特征粒径有  $d_L, d_l, d, R$ . 将火山渣分别按以上四种粒径计算试样在筛孔上的通过率, 并与实际筛分试验所得级配曲线进行对比, 如图 3 所示. 由图可知,  $d_L$  对应的通过率与筛分试验所得级配曲线更接近. 因此, 研究采用  $d_L$  作为颗粒特征粒径对火山渣颗粒进行粒组分类和形状分析.

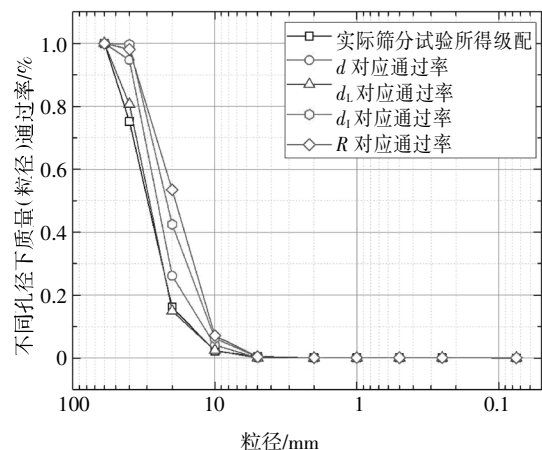


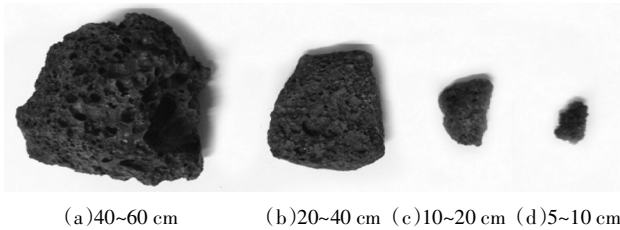
图 3 不同粒径下火山渣级配曲线图

Fig.3 Grading curve of volcanic cinder at different particle sizes

## 3 单颗粒形状指标分析

火山渣试样中  $d_L$  小于 5 mm 及大于 60 mm 的颗粒所占比例较小, 故只选取  $d_L$  范围在 5~10 mm, 10~

20 mm, 20~40 mm 和 40~60 mm 的 4 个粒径组进行分析. 每个粒径组分别取 100 个颗粒, 共 400 个颗粒进行测试和分析. 不同粒径组下火山渣颗粒形状如图 4(a)~(d)所示.



(a)40~60 cm (b)20~40 cm (c)10~20 cm (d)5~10 cm

图 4 不同粒径组下的火山渣颗粒形状

Fig.4 Shape of volcanic cinder under different particle size groups

### 3.1 颗粒分形特征分析

采用面积-周长法计算火山渣颗粒的形状分形维数. 对于形状不规则的几何平面, 面积-周长法计算公式<sup>[23]</sup>为:

$$l^{1/D_p} \propto A^{1/2} \quad (5)$$

可得分形维数计算公式:

$$l(\varepsilon) = aA(\varepsilon)^{D_p/2} \quad (6)$$

$$D_p = 2K \quad (7)$$

$$K = \frac{\log(l(\varepsilon))}{\log(A(\varepsilon))} \quad (8)$$

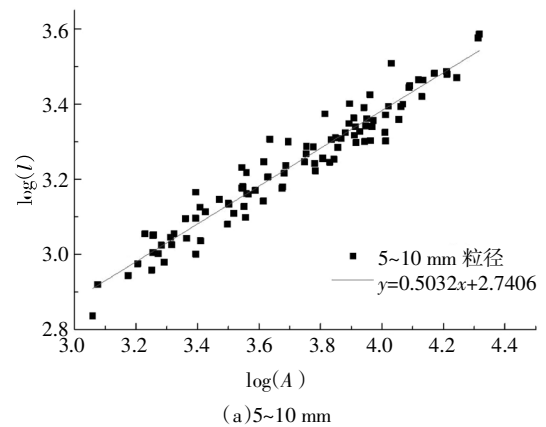
式中:  $D_p$  为分形维数.

当周长的对数与面积的对数呈线性关系时, 表明该颗粒的形状具有良好的分形特征. 运用上式(5)~(8)对四个粒径区间上的 100 个颗粒进行分形维数曲线拟合, 计算结果如下表 2 和图 5. 结果表明, 四条曲线线性拟合较好, 相关系数均在 0.9 以上, 因此, 火山渣颗粒具有良好的分形特征. 此外, 分形维数还反映了颗粒周界的曲折程度, 颗粒轮廓越是复杂多变, 分形维数愈大. 由表 2 可知, 粒径越小, 火山渣颗粒分形维数越大. 因此, 粒径越小, 火山渣颗粒形状越复杂, 分形特征和形状之间的自相似性更强.

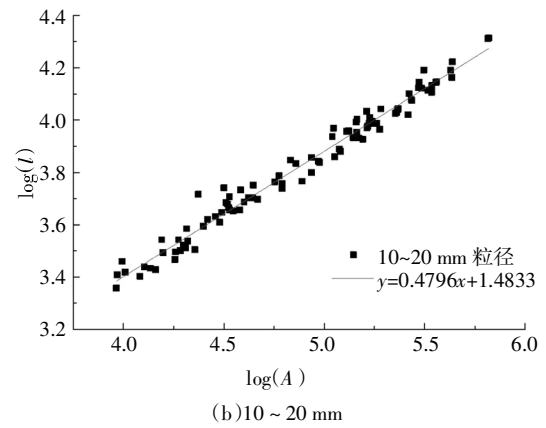
表 2 不同粒径下火山渣颗粒分形维数及相关系数

Tab.2 Fractal dimension and correlation coefficient of volcanic cinder under different particle sizes

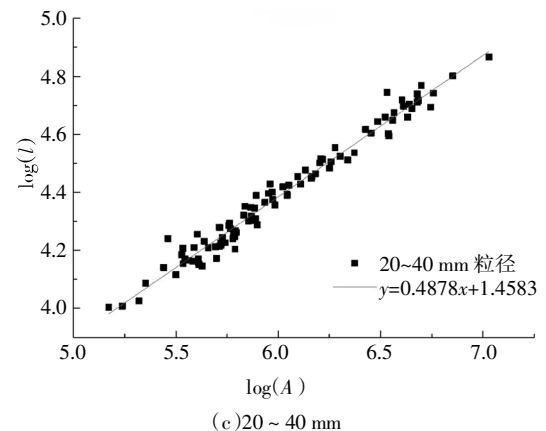
粒径范围/mm	分形维数	相关系数
[5, 10]	1.065	0.967
[10, 20]	0.959	0.989
[20, 40]	0.978	0.987
[40, 60]	0.929	0.940



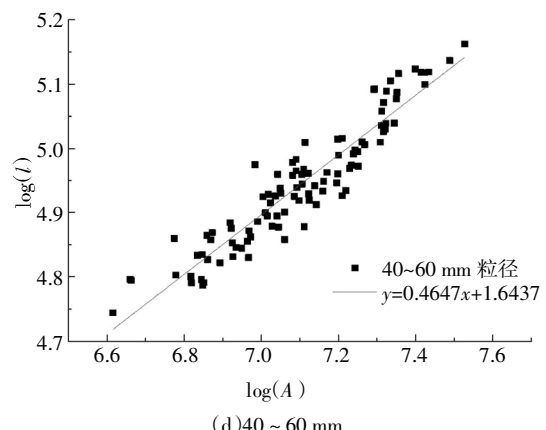
(a)5~10 mm



(b)10~20 mm



(c)20~40 mm



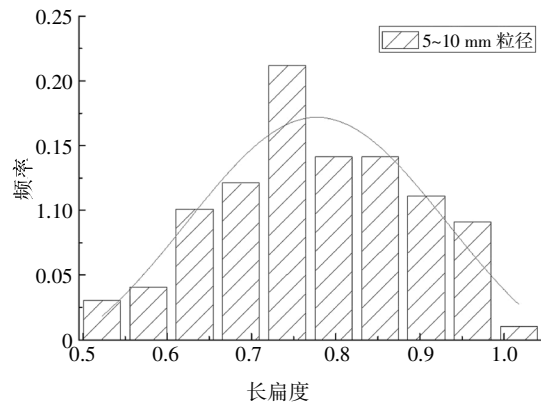
(d)40~60 mm

图 5 不同粒径下火山渣颗粒分形维数计算图

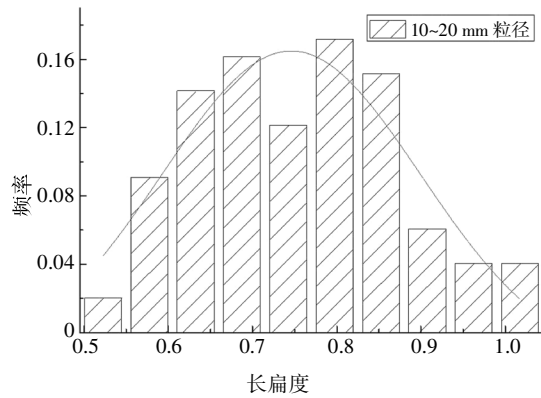
Fig.5 Calculation of fractal dimension of volcanic cinder under different particle sizes

### 3.2 颗粒形状统计分析

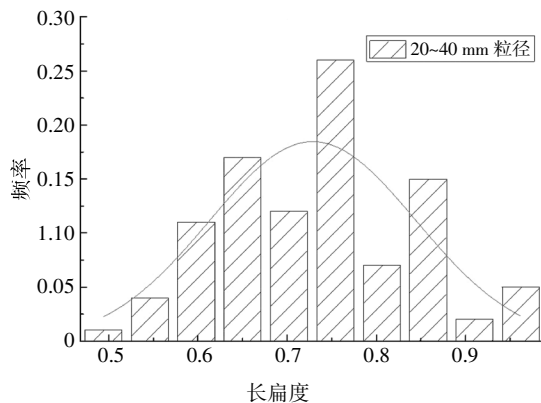
为探究不同粒径下各形状指标的分布规律,采用正态检验方法对火山渣颗粒的长扁度、棱角度、球度和粗糙度进行分析.火山渣颗粒长扁度分析结果如下图 6 所示,统计结果见表 3.结果表明,粒径越大长扁度越大,且长扁度的值均大于 0.7.李霜等<sup>[24]</sup>的研究表明长扁度等于 0.4 是作为区分颗粒形状属于针状或块状的界限值,当长扁度大于 0.4 时,其形状为块状,反之则为针状.因此火山渣颗粒基本为块状.



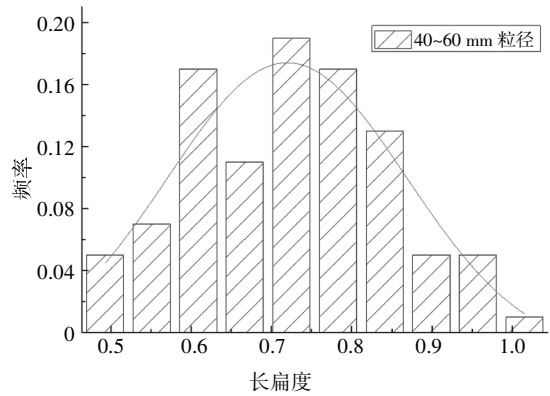
(a) 5 ~ 10 mm



(b) 10 ~ 20 mm



(c) 20 ~ 40 mm



(d) 40 ~ 60 mm

图 6 不同粒径下长扁度频数分布图

Fig.6 Distribution of elongation frequency under different particle sizes

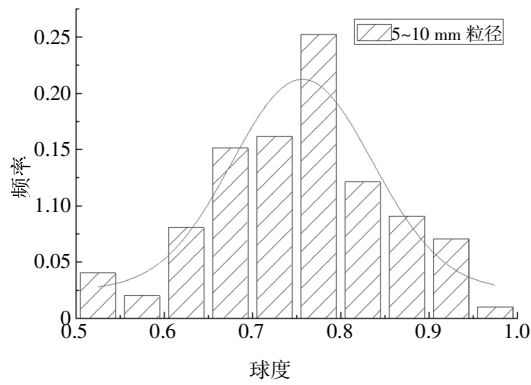
在正态检验方法中,峰度系数越接近 3,说明其分布曲线越接近正态曲线;峰度系数越大说明分布曲线相对标准正态曲线越陡峭,形状指标分布更集中.偏度系数大于 0 表示均值在大于峰值的一侧,表现为右偏态(正偏态),偏度系数小于 0 表示均值在小于峰值的一侧,表现为左偏态(负偏态).由表 3 可知,当粒径大于 10 mm 时,偏度系数均大于 0,频数分布的峰值向左侧偏移,表现为长尾向右侧延伸的分布类型,因此,长扁度在粒径大于 10 mm 时均为正偏态分布类型.峰度系数接近于 3,表明长扁度在不同粒径下的分布均接近于正态分布.

表 3 不同粒径下长扁度统计表

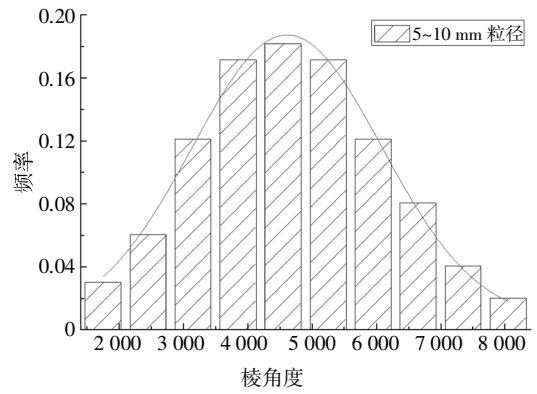
Tab.3 Statistics table of elongation under different particle sizes

统计量	5~10 mm	10~20 mm	20~40 mm	40~60 mm
平均值	0.775	0.752	0.733	0.723
标准差	0.114	0.116	0.107	0.122
变异系数	0.147	0.154	0.146	0.169
峰度	2.433	2.347	2.432	2.485
偏度	-0.139	0.229	0.158	0.119
偏态类型	负偏	正偏	正偏	正偏

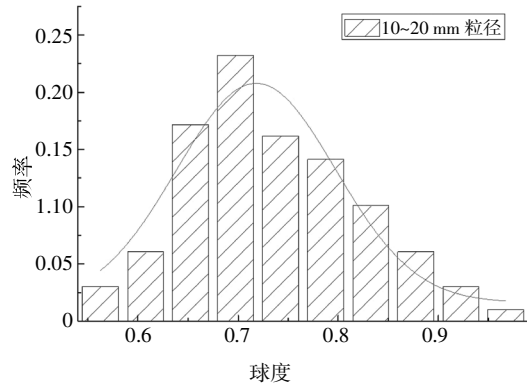
火山渣颗粒的球度、棱角度、粗糙度在各个粒径区间的正态分布情况如图 7~图 9 所示,分析结果见下表 4.由表可知,粒径越大,棱角度和球度越小,粗糙度越大.其中球度的峰度接近于 3,分布曲线与正态分布曲线接近.不同粒径下的火山渣棱角度分布曲线的偏度均大于 0,为正偏态分布.粒径大于 10 mm 时,棱角度的峰度均大于 3,说明在此粒径下,棱角度分布曲线比标准正态分布曲线更陡峭.



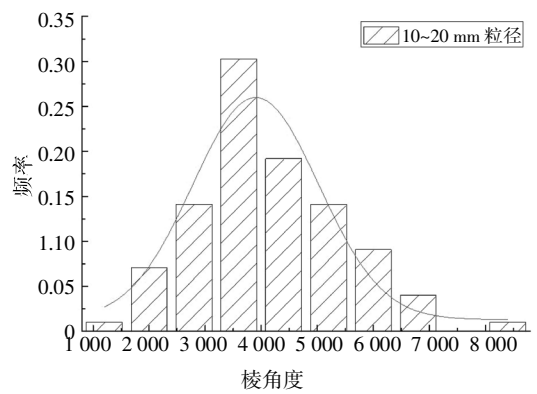
(a) 5 ~ 10 mm



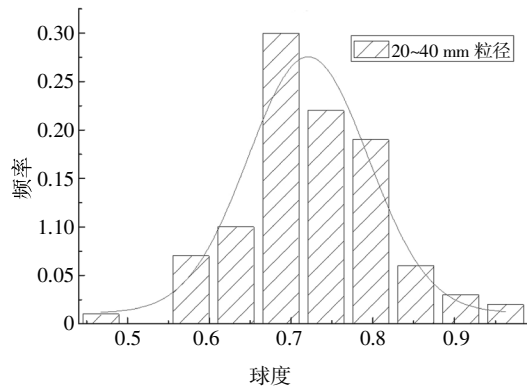
(a) 5 ~ 10 mm



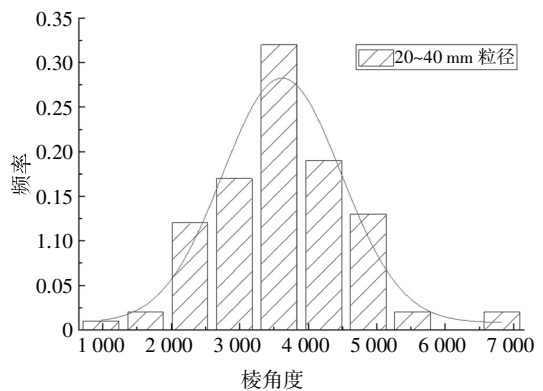
(b) 10 ~ 20 mm



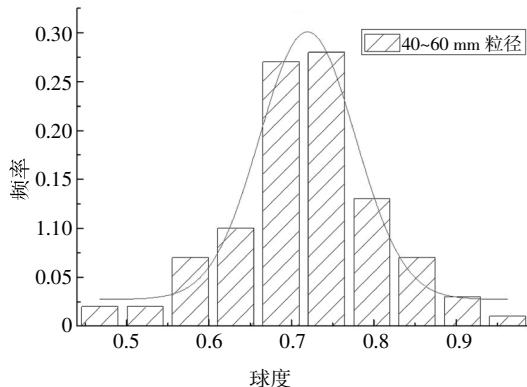
(b) 10 ~ 20 mm



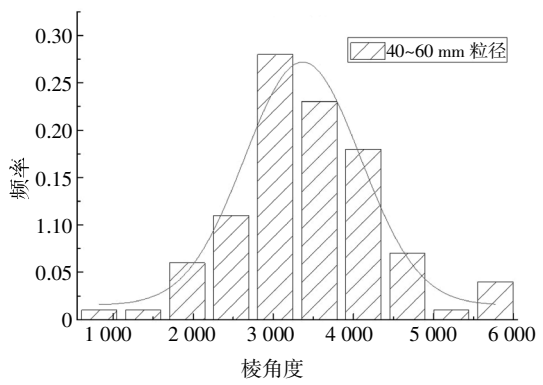
(c) 20 ~ 40 mm



(c) 20 ~ 40 mm



(d) 40 ~ 60 mm



(d) 40 ~ 60 mm

图7 不同粒径下球度频数分布图

Fig.7 Frequency distribution of sphericity under different particle sizes

图8 不同粒径下棱角度频数分布图

Fig.8 Frequency distribution of angularity under different particle sizes

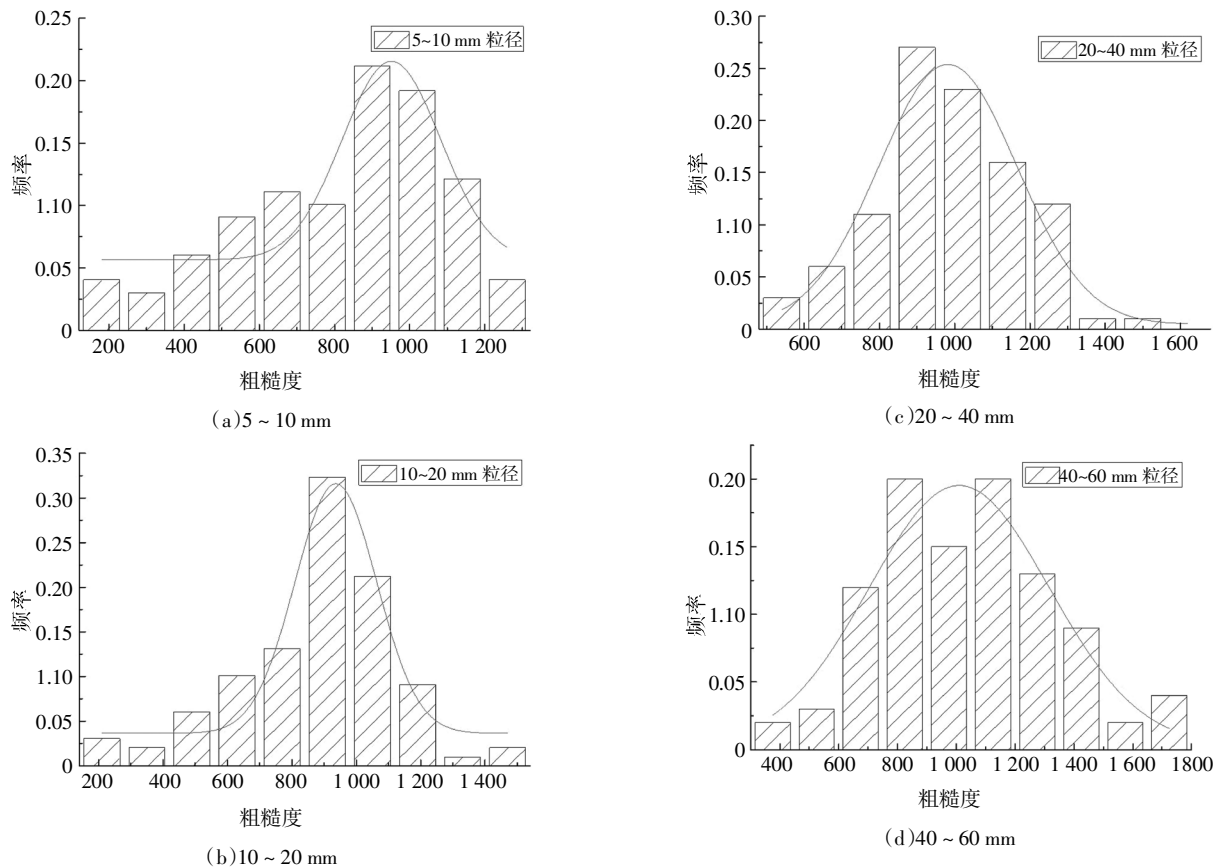


图 9 不同粒径下粗糙度频数分布图

Fig.9 Frequency distribution of texture under different particle sizes

变异系数可以反映形状指标对不同粒组颗粒形状差异的敏感性. 变异系数值越小, 统计数据协调程度越高, 均匀性越好. 由表 4 可知, 棱角度的变异系数比球度和粗糙度大, 表明棱角度对颗粒轮廓形状的差异更敏感, 更能表征不同粒径下的颗粒形状变化. 因此在实际运用中, 可优先选取棱角度作为描述火山渣颗粒形状指标.

### 3.3 形状指标相关性分析

对火山渣颗粒的长扁度、球度、棱角度、粗糙度以及分形维数进行了相关性分析, 结果如下表 5 所示. 由表可知, 各形状指标间相关系数均大于 0.8, 可知火山渣颗粒形状指标间的相关性较大.

同时, 火山渣颗粒的粗糙度和棱角度、分形维数、球度、长扁度呈负相关. 长扁度、棱角度、球度之间

表 4 不同粒径下棱角和表面纹理统计结果

Tab. 4 Statistical results of angular and surface textures under different particle sizes

统计量	球度				棱角度				粗糙度			
	5~10	10~20	20~40	40~60	5~10	10~20	20~40	40~60	5~10	10~20	20~40	40~60
平均值	0.755	0.737	0.729	0.717	4 703.5	4 084.5	3 605.7	3 434.9	813.146	874.627	982.258	1 033.9
标准差	0.099	0.087	0.085	0.088	1 401.1	1 322.2	960.6	910.4	276.135	245.979	190.897	289.633
变异系数	0.131	0.118	0.117	0.123	0.298	0.324	0.266	0.265	0.339	0.281	0.194	0.280
峰度	2.792	2.714	3.437	3.318	2.521	3.235	4.085	3.545	2.630	3.876	2.801	2.580
偏度	-0.222	0.399	0.077	-0.159	0.142	0.494	0.486	0.258	-0.639	-0.680	-0.009	0.253
偏态类型	负偏	正偏	正偏	负偏	正偏	正偏	正偏	正偏	负偏	负偏	负偏	正偏

相互呈正相关关系. 由此可知, 随着粒径减小, 火山渣颗粒越趋近于球形和块状, 且表面棱角越少.

表 5 形状指标间相关系数表

Tab.5 Correlation coefficient between shape descriptors

形状指标	分形维数	长扁度	棱角度	球度	粗糙度
分形维数	.....	0.884	0.886	0.928	-0.805
长扁度	.....	.....	0.998	0.989	-0.984
棱角度	.....	.....	.....	0.983	-0.976
球度	.....	.....	.....	.....	-0.968
粗糙度	.....	.....	.....	.....	.....

### 3.4 与一般岩体颗粒形状对比分析

为分析火山渣颗粒与一般岩体颗粒形状的区别, 采集了洗净后的卵石和级配碎石的图像; 取  $d_L$  的范围在 5~10 mm, 10~20 mm 和 20~40 mm 的 3 个粒径组, 每个粒径组分别取 100 个颗粒与火山渣颗粒进行对比. 三种颗粒的形状对比图如图 10 所示.

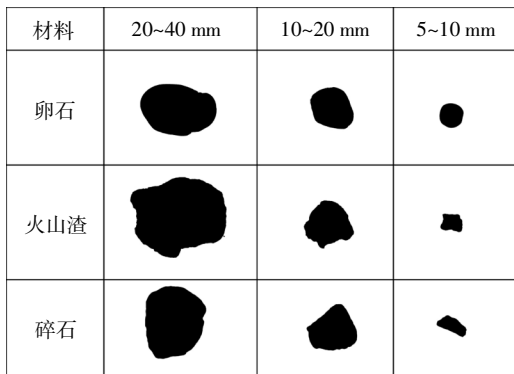
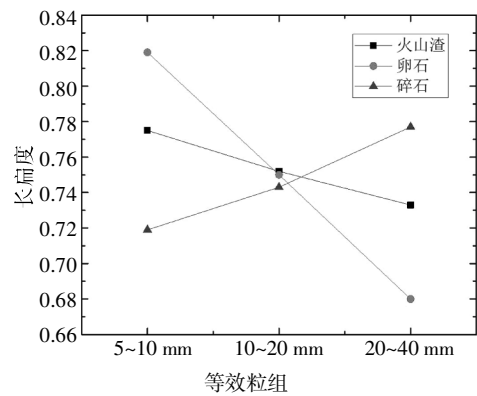


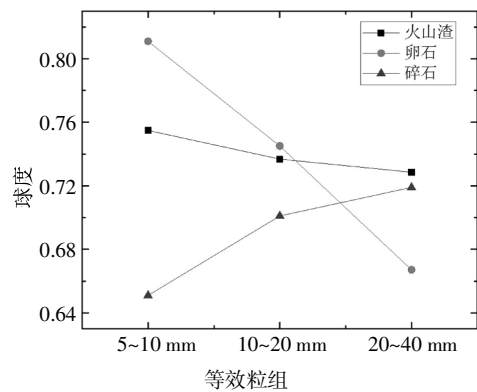
图 10 火山渣颗粒与一般岩体颗粒形状对比图

Fig.10 Comparison of volcanic cinder and general rock mass

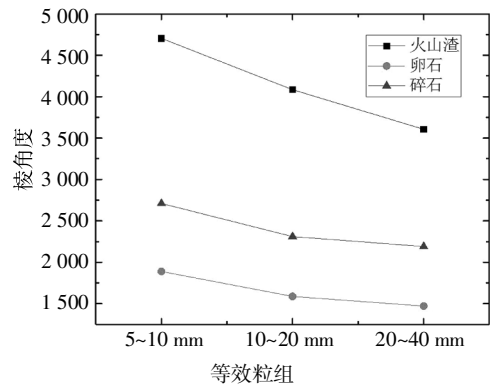
对比不同颗粒在粒径组中的形状指标均值, 结果如下图 11(a)~(d)所示. 由图可知, 在材料粒径为 5~10 mm 时, 卵石的长扁度和圆度最大, 级配碎石的长扁度和圆度最小, 而火山渣居中; 实际表现为碎石更加扁平细长, 卵石呈类椭圆形. 在粒径为 20~40 mm 时, 火山渣的球度最大, 其长扁度仅低于级配碎石. 粒径为 5~40 mm 时, 火山渣的粗糙度和棱角度均比卵石和级配碎石的大, 因此火山渣棱角更多, 表面更粗糙. 此外, 火山渣的长扁度和圆度随粒径变化不如卵石和级配碎石显著, 表明火山渣形状分布更加均匀.



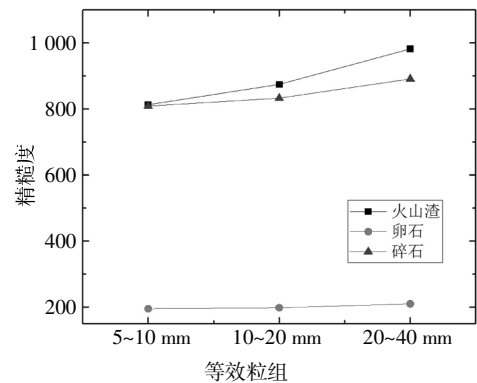
(a)长扁度对比分析



(b)球度对比分析



(c)棱角度对比分析



(d)粗糙度对比分析

图 11 火山渣颗粒与一般岩体颗粒对比分析

Fig.11 Comparative analysis of volcanic cinder and general rock mass



## 4 结论

1)火山渣颗粒具有良好的形状分形特征,火山渣颗粒粒径越小,分形维数越大。

2)火山渣颗粒特征粒径越大,颗粒长扁度和粗糙度越大,而棱角度、球度和分形维数越小,各形状指标间线性相关性较强,其中粗糙度和球度、棱角度、分形维数呈负相关,其他形状指标之间均呈正相关;

3)火山渣颗粒在不同粒径下的棱角度均服从正偏态分布;不同粒径下棱角度的变化比粗糙度和球度更大.因此,在实际运用中,可优先选取棱角度作为描述火山渣颗粒形状的标志;

4)当粒径为5~40 mm时,火山渣颗粒的长扁度和圆度随粒径变化不如卵石和级配碎石显著。

## 参考文献

- [1] 胡江洋,毛君,张浩,等.火山渣作为路基填料的试验研究[J].深圳大学学报(理工版),2015,32(6):625—631.  
HU J Y, MAO J, ZHANG H, *et al.* Research on test characteristic of cinder and subgrade filling[J]. Journal of Shenzhen University (Science and Engineering), 2015, 32(6): 625—631. (In Chinese)
- [2] 蒋明镜,郑敏,王闯,等.不同颗粒级配的某火山灰的力学性质试验研究[J].岩土力学,2009,30(s2):58—61.  
JIANG M J, ZHENG M, WANG C, *et al.* Different grain size distribution of experimental study on the mechanical properties of some ash[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(S2): 58—61. (In Chinese)
- [3] 杨福珍,黄清友,张建栋.火山渣在路基工程中的应用[J].内蒙古公路与运输,2006,(4):24—27.  
YANG F Z, HUANG Q Y, ZHANG J D. Application of volcanic cinder in subgrade engineering[J]. Highways & Transportation in Inner Mongolia, 2006, (4): 24—27. (In Chinese)
- [4] OH T M, JOO G W, YUN K J, *et al.* Crush characteristics of abrasive particles during abrasive waterjet rock cutting [M]. Boca Raton: Crc Press-Taylor & Francis Group, 2015: 1577—1581.
- [5] PAYAN M, KHOSHGHALB A, SENETAKIS K, *et al.* Effect of particle shape and validity of G(max) models for sand: A critical review and a new expression [J]. Computers and Geotechnics, 2016, 72: 28—41.
- [6] ROUSE P C, FANNIN R J, SHUTTLE D A. Influence of roundness on the void ratio and strength of uniform sand [J]. Geotechnique, 2008, 58(8): 227—231.
- [7] 孔亮,彭仁.颗粒形状对类砂土力学性质影响的颗粒流模拟[J].岩石力学与工程学报,2011,30(10):2112—2119.  
KONG L, PENG R. Particle flow simulation of influence of particle shape on mechanical properties of quasi-sands [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(10): 2112—2119. (In Chinese)
- [8] KANDASAMI R K, MURTHY T G. Effect of particle shape on the mechanical response of a granular ensemble [M]. Boca Raton: Crc Press-Taylor & Francis Group, 2015: 1093—1098.
- [9] KANDASAMI R K, MURTHY T G. Manifestation of particle morphology on the mechanical behaviour of granular ensembles [J]. Granular Matter, 2017, 19(2): 1—13.
- [10] KRUMBEIN W C. Measurement and geological significance of shape and roundness of sedimentary particles [J]. Journal of Sedimentary Research, 1941, 11(2): 64—72.
- [11] 赵明华,戴杰,张玲,等.基于分形理论的粉煤灰渗透率研究[J].湖南大学学报(自然科学版),2015,42(1):75—80.  
ZHAO M H, DAI J, ZHANG L, *et al.* Fractal theory-based study of the permeability of fly ash [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2015, 42(1): 75—80. (In Chinese)
- [12] 陆厚根,马魁.用两个形状指数表征粉煤灰颗粒形貌的研究[J].硅酸盐学报,1992,20(4):293—301.  
LU H G, MA K. Characterization of configuration of flyash particles by use of a pair of shape indexes [J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 1992, 20(4): 293—301. (In Chinese)
- [13] 刘清秉,项伟, M.BUDHU, 等.砂土颗粒形状量化及其对力学指标的影响分析[J].岩土力学,2011,32(s1):190—197.  
LIU Q B, XIANG W, BUDHU M, *et al.* Study of particle shape quantification and effect on mechanical property of sand [J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(s1): 190—197. (In Chinese)
- [14] 张家发,叶加兵,陈劲松,等.碎石颗粒形状测量与评定的初步研究[J].岩土力学,2016,37(2):343—349.  
ZHANG J F, YE J B, CHEN J S, *et al.* A preliminary study of measurement and evaluation of breakstone grain shape [J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(2): 343—349. (In Chinese)
- [15] 曾涛,蒋良淮,罗强,等.冰碛土和冰水堆积物填料颗粒形状特征分析[J].铁道标准设计,2018,62(12):45—51.  
ZENG T, JIANG L W, LUO Q, *et al.* Particle shape characteristic analysis of glacial till and fluvioglacial [J]. Deposits Railway Standard Design, 2018, 62(12): 45—51. (In Chinese)
- [16] 秦雪.基于图像分析的集料形状特征与分布特征研究[D].青岛:青岛理工大学土木工程学院,2016:21—54.  
QIN X. Reserch on shape characteristics and distribution characteristics of aggregate based on image analysis [D]. Qingdao: College of Civil Engineering, Qingdao University of Technological, 2016: 21—54. (In Chinese)
- [17] 向贵府,许模,崔杰.昔格达地层岩土颗粒组成及分形特征研究[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2018,37(7):60—75.  
XIANG G F, XU M, CUI J. Study on composition and fractal characteristics of geological particles in xigeda formation [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2018, 37(7): 60—75. (In Chinese)
- [18] 王国梁,周生路,赵其国.土壤颗粒的体积分形维数及其在土地利用中的应用[J].土壤学报,2005,42(4):19—24.  
WANG G L, ZHOU S L, ZHAO Q G. Volume fractal dimension of soil particles and its applications to land use [J]. acta pedologica sinica, 2005, 42(4): 19—24. (In Chinese)
- [19] 刘晓明,刘凯,梁新权,等.基于分形理论的红层软岩填料缩尺料制备方法[J].湖南大学学报(自然科学版),2018,45(11):127—132.  
LIU X M, LIU K, LIANG X Q, *et al.* Scale sample preparation method of red bed weak rock filling material based on fractal theory [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2018, 45(11): 127—132. (In Chinese)
- [20] 陈江峰,王振芬,闫纯忠.碎屑颗粒圆度的分形描述[J].煤田地质与勘探,2002,30(4):16—17.  
CHEN J F, WANG Z F, YAN C Z. Fractal description of roundness of clastic particles [J]. Coal Geology & Exploration, 2002, 30(4): 16—17. (In Chinese)
- [21] 陈海洋,汪稔,李建国,等.钙质砂颗粒的形状分析[J].岩土力学,2005,26(9):1389—1392.  
CHEN H Y, WANG N, LI J G, *et al.* Grain shape analysis of calcareous soil [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(9): 1389—1392. (In Chinese)
- [22] COMPANY P I. Aggregate image measurement system operation manual [M]. Grove: COMPANY P I, 2014: 4—9.
- [23] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature [M]. New York: WH freeman, 1982: 172—176.
- [24] 李霜,李焕英,李启令.粉煤灰颗粒群几何特征的图象分析研究[J].建筑材料学报,2001,4(1):49—54.  
LI S, LI H Y, LI Q L. Research on the image analysis of the geometric characteristic parameters of fly ash [J]. Journal of Building Materials, 2001, 4(1): 49—54. (In Chinese)