

## 一种周期结构隔振器力学性能研究

朱冬梅<sup>†</sup>, 范占贝, 刘海平, 刘国勇  
(北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083)

**摘要:**设计了一种由弹性片和支撑柱组成的小体积高刚度新型周期结构金属隔振器. 首先利用微机控制电子试验机对其进行静力加载试验, 得到静载下载荷-位移特性曲线. 基于有限单元法, 建立周期结构有限元模型, 并以和试验相同的工况进行静力学分析, 仿真和试验结果吻合良好. 在此基础上研究了各主要尺寸参数对刚度的影响, 结果表明, 弹性片厚度对刚度影响较大, 弹性片内径和层数对刚度影响较小. 最后通过将周期结构隔振器等效为多自由度弹簧-质量模型, 应用模态叠加法建立了动力学方程并推导出了力传递表达式, 通过有限元进行了仿真对比并进行了试验验证. 结果表明, 理论和仿真匹配良好, 且当承载质量超过一定值后, 即可将周期结构简化为单自由度处理.

**关键词:**小体积高刚度; 周期结构; 隔振器; 动态响应

**中图分类号:** TB121; TB123

**文献标志码:** A

## Study on Mechanical Properties of A Periodic Structure Vibration Isolator

ZHU Dongmei<sup>†</sup>, FAN Zhanbei, LIU Haiping, LIU Guoyong

(College of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083)

**Abstract:** A small volume and high stiffness periodic metal isolator composed of elastic plates and supporting columns is designed. Firstly, the static load test is carried out by using microcomputer controlled electronic testing machine, and the load-displacement characteristic curve is obtained. Based on the finite element method, a finite element model of periodic structure is established, and the static analysis is carried out under the same working conditions as the test. On this basis, the influence of the main dimension parameters on the stiffness is studied. The results show that the thickness of elastic sheet has great influence on the stiffness, while the inner diameter and the number of layers have little influence on the stiffness. Finally, by using the equivalent spring-mass model of the periodic structure isolator with multiple degrees of freedom, its dynamic equation is established by means of modal superposition method, and the expression of force transfer rate is deduced. A simulation is carried out based on the finite element analysis which is verified by experiment. The results show that the theory and simulation match well. When the load mass exceeds a certain value, the periodic structure can be simplified to single degree of freedom.

**Key words:** small volume and high stiffness; periodic structure; isolators; dynamic response

\* 收稿日期:2019-07-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51405014), National Natural Science Foundation of China(51405014); 国家留学基金委资助项目(201706465022), China Scholarship Council (201706465022)

作者简介:朱冬梅(1978—), 女, 河北衡水人, 北京科技大学副教授, 博士

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: zdm@ustb.edu.cn

空天飞行器舱体之间的连接大都是通过法兰直接进行刚性连接,其连接刚度较大,阻尼较小,环境载荷及舱体发动机作用产生的载荷响应直接通过法兰,从飞行器舱一端传递到舱另一端及其设备上,对设备造成不可估量的损害.在发射前的舱段设备耦合分析中或者地面性能测试中,如果发现舱体一端或者某设备的动态响应超过设计标准,就必须采取补救措施.通常在设计初期,舱体结构的修改是可行的,但到产品加工阶段再对舱体进行结构重新设计和生产,势必增加成本,延长发射周期.通常,在飞行器舱的地面性能测试中,如果某些仪器设备和部件达不到设计要求,就必须对舱体结构做减隔振处理,或者对舱上设备加固,或者对动态性能超标的仪器设备采取局部振动隔离措施<sup>[1-3]</sup>.

文献[4]提到了一种将人造卫星固定于运载火箭的由合金制造的条状隔振器,起到了很好的隔振效果.本文研究的弹性片周期结构金属隔振器目的也在于此.对于周期结构,学者们也进行了相关理论和应用方面的研究.申建平<sup>[5]</sup>研究了一种多片式周期隔振结构,进行了动态特性分析,对于船用齿轮箱振动特性的优化具有理论研究意义和实际应用价值;严鲁涛等<sup>[6]</sup>设计了一种分层式周期结构并进行了试验研究,作为整星的减冲击装置大幅衰减了冲击幅值,还讨论了阻尼层对结构动力学特性及减冲击特性的影响;宁荣辉等<sup>[7]</sup>对有限周期结构梁弯曲振动特性进行了研究;Rajan 等<sup>[8]</sup>基于周期结构理论研究了棒梁的宽带隔振性能.

对于金属类隔振器也有相关研究.邹广平等<sup>[9]</sup>对金属丝网橡胶隔振器进行正弦扫频和随机振动试验研究,对金属丝网橡胶隔振系统传递率、固有频率和均方根加速度响应的影响进行了研究;刘永伟等<sup>[10]</sup>发明了一种支撑水下隔声障板的金属隔振器;张亚辉<sup>[11]</sup>进行了金属弹簧隔振器建模及负载特性研究;刘泽等<sup>[12]</sup>对金属丝网橡胶隔振器进行了冲击加速度响应分析,推导出金属丝网橡胶隔振器的冲击加速度响应的递推计算公式.

综上所述,对周期结构的研究主要集中在理论及周期结构的带隙特性方面,周期结构作为金属隔振器应用的研究较少,在金属隔振器中对这种小体积弹性片周期性结构的研究还未见报道.本文针对一种由弹性片和支撑柱组成的小体积、高刚度周期结构金属隔振器,研究了其主要尺寸参数对刚度的影响.通过理论和仿真研究了单个周期结构的动力学特性,并进行了试验验证.

## 1 静力特性研究

### 1.1 静力试验

弹性片周期结构主要由弹性片、支撑柱和基座组成.弹性片和支撑柱交替排列,每一层弹性片和一层支撑柱组成一个周期,每层支撑柱由3个小支柱绕弹性片中心均匀分布而成,相邻两层支撑柱交错分布.

周期结构的刚度主要由弹性片的变形提供,支撑柱起到弹性片之间的连接和支撑作用,基座用于周期结构和隔振对象之间的连接.通过调整弹性片的参数和个数,调节周期结构的整体刚度,以适应不同的应用范围.它可以作为机械滤波器在某些场合应用,也可以作为金属隔振器进行应用,当作为金属隔振器进行应用的时候,可以在各弹性片之间添加阻尼材料提供阻尼,其中弹性片可视为弹簧,其体积小、刚度大.弹性片周期结构模型图如图1所示.

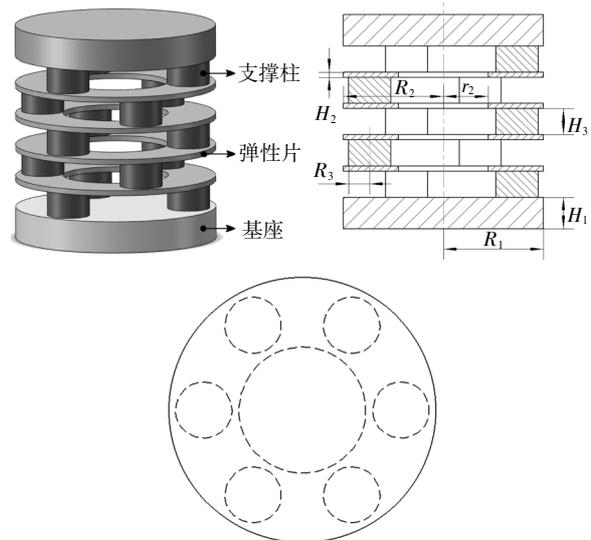


图1 周期结构模型图

Fig.1 Periodic structure model diagram

进行静力学试验的试件有3种类型,3种试件的实物图如图2所示.试件的尺寸参数如表1所示.

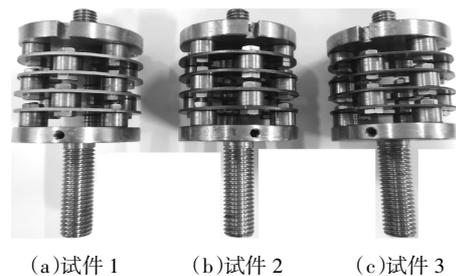


图2 周期结构试件

Fig.2 Periodic structure test piece

表 1 试件具体结构参数表

Tab.1 Specific structural parameters of the specimen

试件	基座 半径 $R_1/mm$	基座 高度 $H_1/mm$	弹性片 外径 $R_2/mm$	弹性片 内径 $r_2/mm$	弹性片 高度 $H_2/mm$	支撑柱 半径 $R_3/mm$	支撑柱 高度 $H_3/mm$
1	19	6	19	0	1	4	5
2	19	6	19	10	1	4	5
3	19	6	19	10	0.8	4	5

弹性片周期结构的静力学性能试验在微机控制电子万能试验机 WDW-100 上进行. 整个试验采用位移控制及施加静载荷. 周期结构静力加载前预压力为 100 N 保持 10 s, 之后以 1 mm/min 的加载速率缓慢压缩 1 mm. 加载至最大位移时, 保持 10 s, 再以相同的速率卸载至初始状态, 完成一个加载-卸载循环, 每次循环间隔 20 s. 每个弹性片周期结构在相同条件下重复 3 个循环. 实时记录采集数据, 试验过程如图 3 所示.



图 3 周期结构试验加载过程

Fig.3 Periodic structure test loading process

通过试验得到加载过程中的位移-载荷特性曲线, 如图 4 所示.

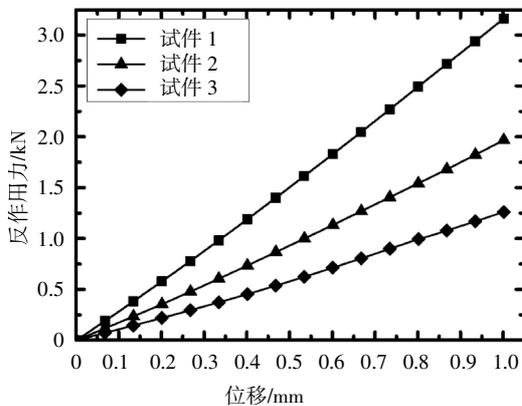


图 4 周期结构位移-载荷曲线

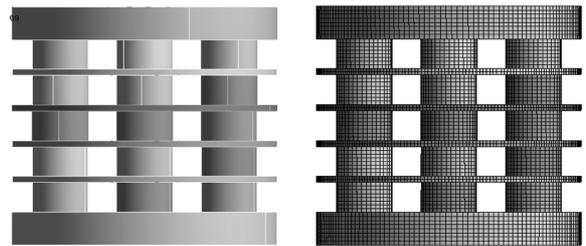
Fig.4 Displacement-load curve of periodic structure

由图 4 可知, 试件位移加载后位移与载荷基本呈线性关系. 取位移-载荷曲线线性变化段斜率, 通过公式  $k = \delta F / \delta x$  计算得到周期结构隔振器的平均刚度分别为 3 050 N/mm、1 962 N/mm、1 257 N/mm. 其中,  $k$  为周期结构刚度,  $\delta F$  为载荷变化量,  $\delta x$  为位移变化量.

1.2 静力学仿真

1.2.1 模型建立

在 ANSYS Workbench 有限元分析软件中建立弹性片周期结构的有限元模型, 并赋予材料属性. 材料为 65Mn 弹簧钢, 密度  $\rho = 7\ 850\text{ kg/m}^3$ , 杨氏模量  $E = 210\text{ GPa}$ , 泊松比  $\mu = 0.3$ . 模型网格划分采用六面体实体网格, 同试件 1 结构参数的有限元模型网格数量为 93 022, 同试件 2 结构参数的有限元模型网格数量为 80 064, 同试件 3 结构参数的有限元模型网格数量为 74 814. 模型下基座固定, 上基座施加 1 mm 位移载荷. 试件 1 结构参数的有限元和网格模型如图 5 所示.



(a)有限元模型

(b)网格模型

图 5 周期结构有限元模型

Fig.5 Finite element model of periodic structure

1.2.2 结果分析

计算完成后提取基座位移-载荷曲线, 并与试验实际测得的位移-载荷曲线对比, 如图 6 所示.

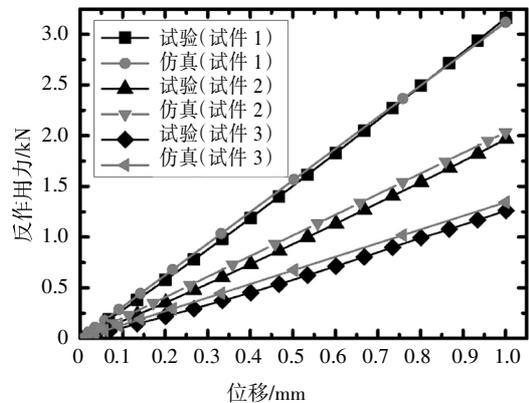


图 6 周期结构试验与仿真对比

Fig.6 Comparison between periodic structure test and simulation

加载 1 mm 时, 3 种试件有限元模型的刚度分别

为 3 118 N/mm、2 033 N/mm、1 343 N/mm, 与试验得到的静刚度误差分别为 2.2%、3.6%、6.8%。由此可得,有限元计算结果和试验实测结果吻合良好。

### 1.3 结构参数对静刚度的影响

周期结构可变参数较多依据其应用场合和空间要求,确定周期结构弹性片最大外径尺寸为 39 mm 且不变,支撑柱半径为 4 mm,支撑位置和个数保持不变。研究弹性片内径、个数、厚度等较为敏感的参数变化对刚度的影响。

1)弹性片内径。利用所建的静力学有限元模型,研究周期结构弹性片内径的变化对静刚度的影响,结构参数如表 2 所示,其中弹性片个数  $N$  均为 4。

表 2 弹性片不同内径结构参数表

Tab.2 Structural parameters of different inner diameters of flexible sheets

基座半径	基座高度	弹性片外径	弹性片内径	弹性片高度	支撑柱半径	支撑柱高度
$R_1/mm$	$H_1/mm$	$R_2/mm$	$r_2/mm$	$H_2/mm$	$R_3/mm$	$H_3/mm$
19	6	19	0,2,4,6,8,10	1	4	5

模型上基座加载 1 mm 位移,计算完成后提取其反作用力。大小分别为 3 118.1 N、3 101.8 N、3 015.7 N、2 822.1 N、2 541.4 N、2 033.6 N。通过公式  $k=\delta F/\delta x$  计算得到不同的弹性片内径结构刚度变化趋势如图 7 所示。

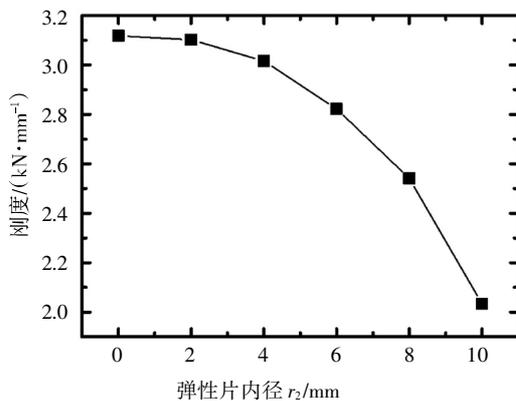


图 7 刚度随弹性片内径变化趋势图

Fig.7 Stiffness change curve under different inner diameter of the flexible sheet

由图 7 可知,因为无孔弹性片和打有不大尺寸通孔的弹性片刚度差别不大,所以弹性片尽可能设计成有孔。随着孔径的增加刚度下降幅度逐渐变大。

2)弹性片个数。不同弹性片个数周期结构参数如表 3 所示。模型上基座加载 1 mm 位移,计算完成后提取其反作用力。其大小分别为 7 868.7 N、3 934.1

N、2 624.0 N、2 033.6 N、1 575.0 N、1 312.6 N。通过公式  $k=\delta F/\delta x$ ,计算得到不同弹性片个数结构刚度变化趋势如图 8 所示。由图 8 可见随着弹性片的个数增多弹性片周期结构的刚度变小,刚度随弹性片个数的增多减小幅度越发缓和。

表 3 弹性片不同个数结构参数表

Tab.3 Structural parameters of different number of flexible sheets

基座半径	基座高度	弹性片外径	弹性片内径	弹性片高度	弹性片个数	支撑柱半径	支撑柱高度
$R_1/mm$	$H_1/mm$	$R_2/mm$	$r_2/mm$	$H_2/mm$	$N$	$R_3/mm$	$H_3/mm$
19	6	19	10	1	1,2,3,4,5,6	4	5

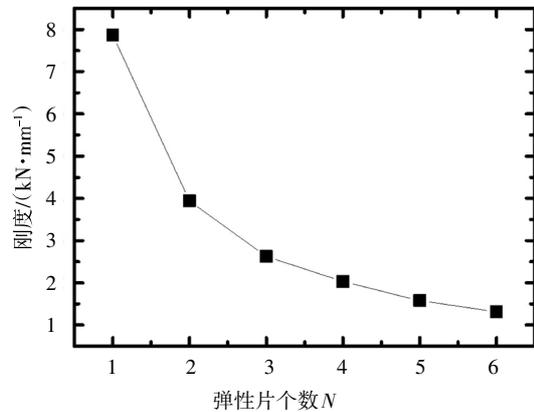


图 8 刚度随弹性片个数变化趋势图

Fig.8 Stiffness change curve under variable number of flexible sheets

3)弹性片厚度。不同弹性片厚度的周期结构参数如表 4 所示。其中弹性片个数  $N$  均为 4。模型上基座加载 1 mm 位移,计算完成后提取反作用力。其大小分别为 2 033.6 N、3 291.1 N、5 017.6 N、6 816.5 N、9 149.2 N、11 484.7 N、26 547.9 N、44 783.9 N、64 610.4 N、84 893.9 N。通过公式  $k=\delta F/\delta x$  计算得到不同的弹性片厚度结构刚度变化趋势如图 9 所示。

表 4 弹性片不同厚度结构参数表

Tab.4 Structural parameters of different thickness of flexible sheets

基座半径	基座高度	弹性片外径	弹性片内径	弹性片厚度	支撑柱半径	支撑柱高度
$R_1/mm$	$H_1/mm$	$R_2/mm$	$r_2/mm$	$H_2/mm$	$R_3/mm$	$H_3/mm$
19	6	19	10	1,1.2,1.4,1.6,1.8,2.3,4,5,6	4	5

由图 9 可知,随着弹性片厚度的增加弹性片周期结构的刚度逐渐增大,无论是以 0.2 mm 的步长还

是 1 mm 的步长,刚度增加的趋势基本和弹性片的厚度呈线性关系。

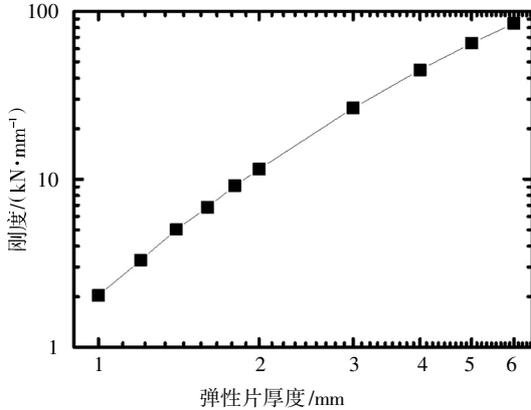


图9 刚度随弹性片厚度变化趋势图

Fig.9 Stiffness change curve under different thickness of flexible sheet

## 2 动力学研究

### 2.1 理论分析

以 4 层弹性片周期结构加阻尼为例 (其他弹性片层数的情况与此类似),其中阻尼由弹性片周期结构弹性片之间所夹橡胶提供. 弹性片周期结构的下基座固定于地面, 上基座作用简谐力  $F = F_0 \sin\omega t$  ( $F_0$  为简谐力幅值,  $\omega$  为角频率,  $t$  为时间), 通过对弹性片周期结构的力传递特性进行隔振性研究, 周期结构参数同表 1 中试件 2 参数, 周期结构等效动力学模型如图 10 所示. 其中  $m_1 = m_2 = m_3 = 8.06 \times 10^{-3}$  kg (支撑柱质量和参与振动的弹性片部分质量 1/3)<sup>[13]</sup>,  $m_4 = 0.06$  kg (支撑柱质量加基座质量和承载质量  $m$ , 此处先令  $m=0$ ).  $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 8\ 382$  kN/m (对应弹性片变形刚度和压缩橡胶材料产生刚度之和), 各质量上激励力  $F_1(t) = F_2(t) = F_3(t) = 0, F_4(t) = F_0 \sin\omega t$ , 设各阶振型阻尼比  $\zeta = 0.01$ .

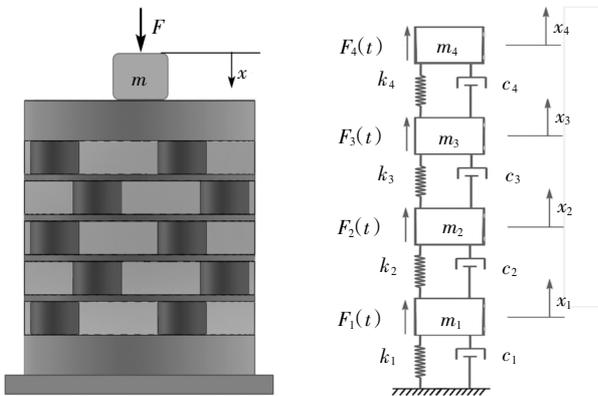


图 10 周期结构等效模型示意图

Fig.10 Schematic diagram of equivalent model of periodic structure

无激励力无阻尼时系统的运动微分方程为:

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \tag{1}$$

式中:  $M$  为质量矩阵;  $K$  为刚度矩阵.

设其特解为:

$$x = A \sin(pt + \varphi) \tag{2}$$

式中:  $A$  为振动幅值;  $p$  为频率;  $\varphi$  为相位差. 联立式 (1) 和式 (2) 得:

$$(K - p^2M)A = 0 \tag{3}$$

则系统的频率方程为:

$$|K - p^2M| = 0 \tag{4}$$

以各阶模态矢量为列, 得到其模态矩阵为:

$$A_p = (A^{(1)} A^{(2)} \dots A^{(n)}) \tag{5}$$

将模态矩阵的各列除以其对应主质量的平方根, 得到其第  $i$  阶正则振型为:

$$A_N^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{M_i}} A_p^{(i)} \tag{6}$$

利用正则振型矩阵进行坐标变换以寻求解耦. 即:

$$\begin{cases} x = A_N x_N \\ \ddot{x} = A_N \ddot{x}_N \end{cases} \tag{7}$$

$x_N$  为正则坐标矢量, 将式 (7) 代入式 (1) 得:

$$MA_N \ddot{x}_N + KA_N x_N = 0 \tag{8}$$

左乘  $A_N^T$   $\rightarrow A_N^T MA_N \ddot{x}_N + A_N^T KA_N x_N = 0$

由正则振型矩阵的两个性质得:

$$\ddot{x}_N + P^2 x_N = 0 \tag{9}$$

由于主质量矩阵和主刚度矩阵都是对角阵, 所以式中无耦合, 且为相互独立的 4 个自由度 ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 运动微分方程. 即:

$$\ddot{x}_{Ni} + P_i^2 x_{Ni} = 0 \tag{10}$$

当激励力作用时, 它们为同一频率的简谐函数, 利用正则坐标变换得:

$$x = A_N x_N \Rightarrow \ddot{x}_N + P^2 x_N = A_N^T f = A_N^T F_0 \sin \omega t \tag{11}$$

左乘  $A_N^T$   $\rightarrow Q_N \sin \omega t$

其中  $f$  为激励力, 写成 4 个 ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 独立方程为:

$$x_{Ni} = B_{Ni} \sin \omega t \rightarrow \ddot{x}_{Ni} + P_i^2 x_{Ni} = Q_{Ni} \sin \omega t \tag{12}$$

进而得到:

$$\begin{cases} B_{Ni} = \frac{Q_{Ni}}{P_i^2 - \omega^2} = \beta_i Q_{Ni} \\ \beta_i = \frac{1}{P_i^2 - \omega^2} \end{cases} \tag{13}$$

返回原物理坐标得:

$$x = A_N x_N = A_N \text{diag} \beta A_N^T f \tag{14}$$

采用线性阻尼假设, 在多自由度系统中, 运动微分方程中的阻尼矩阵一般为  $n$  阶方阵. 此次模型中有:

$$M\ddot{\mathbf{x}} + C\dot{\mathbf{x}} + K\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (15)$$

式中:  $C$  为阻尼矩阵, 是质量矩阵和刚度矩阵的线性组合, 正则振型矩阵变换为:

$$C_N = \mathbf{A}_N^T (a\mathbf{M} + b\mathbf{K}) \mathbf{A}_N = aI + bP^2 \quad (16)$$

则模态比例阻尼系数为:

$$c_{Ni} = a + bp_i^2 = 2p_i \cdot \frac{a + bp_i^2}{2p_i} = 2\zeta_i p_i \quad (17)$$

其中  $\zeta_i$  为模态阻尼比. 当振动系统的计算模型已经确定时, 可根据计算模型写出阻尼矩阵  $C$ , 经过正则坐标变换求出  $C_N = \mathbf{A}_N^T C \mathbf{A}_N$ , 若  $C_N$  不是对角阵, 考虑到工程上大多数振动系统中阻尼较小, 可以将  $C_N$  中非对角元素改为零, 也能得到较好的近似解. 当多自由度振动系统中的阻尼矩阵是比例阻尼时, 利用正则坐标变换解耦. 即:

$$\ddot{\mathbf{x}}_N + C_N \dot{\mathbf{x}}_N + P^2 \mathbf{x}_N = Q_N \sin \omega t \quad (18)$$

写成 4 个 ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 独立的方程为:

$$\ddot{x}_{Ni} + c_{Ni} \dot{x}_{Ni} + p_i^2 x_{Ni} = Q_{Ni} \sin \omega t$$

$$\xrightarrow{c_{Ni} = 2\zeta_i p_i} \ddot{x}_{Ni} + 2\zeta_i p_i \dot{x}_{Ni} + p_i^2 x_{Ni} = Q_{Ni} \sin \omega t \quad (19)$$

稳态响应是与激振力同频率的简谐函数. 即:

$$x_{Ni} = B_{Ni} \sin(\omega t - \varphi_i), i = 1, 2, 3, 4 \quad (20)$$

解得:

$$B_{Ni} = \frac{\frac{Q_{Ni}}{P_i^2}}{\sqrt{(1 - \lambda_i^2)^2 + (2\zeta_i \lambda_i)^2}} \quad (21)$$

$$\lambda_i = \frac{\omega}{P_i}$$

返回原物理坐标得:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}_N \mathbf{x}_N = \mathbf{A}_N^{(1)} \mathbf{x}_{N1} + \mathbf{A}_N^{(2)} \mathbf{x}_{N2} + \mathbf{A}_N^{(3)} \mathbf{x}_{N3} + \mathbf{A}_N^{(4)} \mathbf{x}_{N4} \quad (22)$$

传到地基上的力为弹簧  $k_1$  作用的力  $F_k$  与阻尼  $c_1$  作用的力  $F_c$  之和. 即:

$$F_k = k_1 \mathbf{x} = k_1 B_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \quad (23)$$

$$F_c = c_1 \dot{\mathbf{x}} = c_1 B_1 \omega \cos(\omega t - \varphi_1) \quad (24)$$

这两个力频率相同, 均为  $\omega$ , 它们合力最大值为:

$$F_T = \max \sqrt{F_k^2 + F_c^2} = k_1 B_1 \sqrt{1 + (2\zeta \lambda)^2} \quad (25)$$

进而得到:

$$F_T = \frac{k_1 \frac{Q_{N1}}{P_1^2} \sqrt{1 + (2\zeta \lambda)^2}}{\sqrt{(1 - \lambda_1^2)^2 + (2\zeta_1 \lambda_1)^2}} \quad (26)$$

式中:  $\lambda$  为频率比;  $Q_{N1}$  为质量  $m_1$  所受到的简谐力, 在正则坐标系下;  $p_1$  为系统第一阶固有频率.

令  $F_0=1$ , 利用 MATLAB 求得该系统的固有频率为  $p_1 = 879.2$ 、 $p_2 = 3844.8$ 、 $p_3 = 6790.6$ 、 $p_4 = 8797.4$ .

## 2.2 仿真分析

利用有限元软件 ANSYS Workbench 模态分析和动力学分析模块对单个 4 层周期结构进行动力学分析. 模型参数同上述理论计算参数, 并赋予模型材料属性, 65Mn 弹簧钢材料密度  $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$ , 弹性模量  $E=210 \text{ GPa}$ , 泊松比  $\mu=0.3$ . 橡胶材料简化处理, 设置材料密度  $\rho=1250 \text{ kg/m}^3$ , 弹性模量  $E=12 \text{ MPa}$ , 泊松比  $\mu=0.46$  (此处未设置橡胶阻尼, 计算时设置结构阻尼 0.01). 模型网格划分采用六面体实体网格, 网格数量为 87322. 固定周期结构下基座下端面, 并在周期结构上基座上端面作用一单位简谐力, 结果提取下端面反作用力. 计算求得仿真、理论力传递特性曲线对比如图 11 所示.

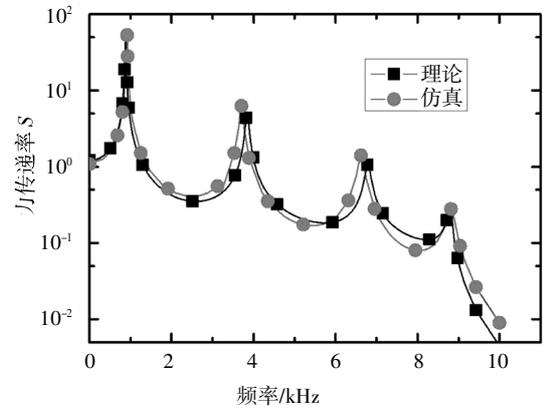


图 11 力传递理论与仿真结果对比图

Fig.11 Comparison of force transfer rate between theory and simulation

仿真得各共振峰处周期结构振型和频率如图 12 所示 (为更好看出振型, 橡胶部分隐藏显示), 理论与仿真固有频率对比如表 5 所示.

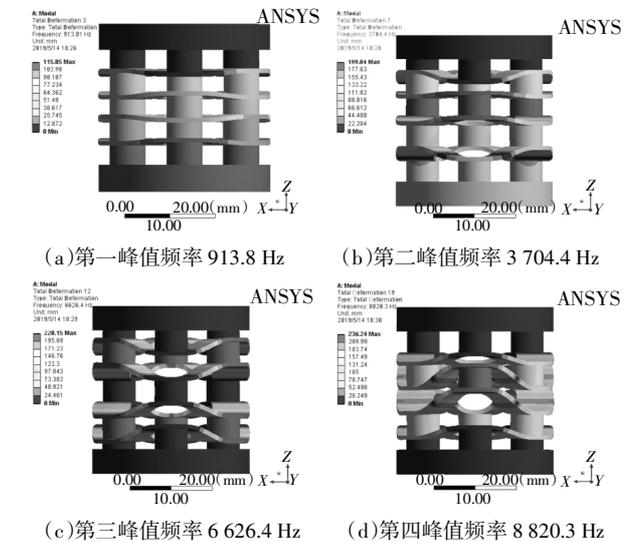


图 12 峰值振型和频率

Fig.12 Peak mode and frequency

表5 理论与仿真固有频率对比及误差

Tab.5 Comparison and error of natural frequency between theory and simulation

阶	频率/Hz		误差/%
	理论	仿真	
第一阶	879.2	913.8	3.8
第二阶	3 844.8	3 704.4	3.8
第三阶	6 790.6	6 626.4	2.5
第四阶	8 797.4	8 820.3	0

由表5可以看出,理论计算结果和仿真结果吻合性良好.

当承载质量分别为0.1 kg、0.5 kg、1 kg、5 kg、10 kg、50 kg时,力传递特性曲线如图13所示.不同承载质量所对应的固有频率如表6所示.

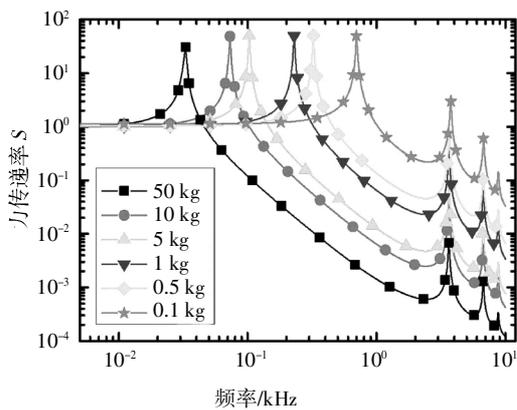


图13 不同承载质量下力传递对比图

Fig.13 Comparison curves of force transfer characteristic under different bearing masses

表6 简化为多自由度时不同承载质量固有频率表

Tab.6 Natural frequencies under different load masses with multiple degrees of freedom

承载质量 $m/kg$	固有频率/Hz			
	第一阶	第二阶	第三阶	第四阶
0.1	699.4	3 762.2	6 761.9	8 790.8
0.5	323.2	3 662.4	6 729.1	8 783.4
1	229.4	3 649.9	6 725.1	8 782.5
5	102.9	3 640.0	6 722.0	8 781.8
10	72.8	3 638.7	6 721.6	8 781.7
50	32.6	3 637.7	6 721.3	8 781.7

将以上各承载质量下的周期结构系统简化为单自由度,刚度为整个周期结构的整体刚度,其固有频

率如表7所示,并对比单自由度计算频率与多自由度计算一阶频率误差.

表7 简化为单自由度时不同承载质量固有频率表

Tab.7 Natural frequencies of different bearing masses with single degree of freedom

承载质量 $m/kg$	固有频率/Hz	单、多自由度两者计算误差/%
0.1	728.6	4.0
0.5	325.8	0.8
1	230.4	0.4
5	103.0	0.1
10	72.9	0.1
50	32.6	0

由图13和表7可知,扫频到10 kHz包含了所有共振频率,当承载质量为0.1 kg时,简化为多自由度和单自由度,第一阶固有频率差值小于5%.在一定条件下如果周期结构作为隔振器进行使用,当承载质量超过某一临界值(周期结构刚度不同临界值不同)时,可以简化为单自由度系统.

### 2.3 试验分析

以表1中试件2参数的周期结构为例进行动力学试验研究,采用如图14所示测试系统进行扫频分析,配重质量  $m$  为0.5 kg,为保证试验精度,设置扫频范围为10~4 000 Hz,采样频率为8 192 Hz.采集激励位置及配重位置加速度信号求其传递特性.上文分析当承载质量  $m$  为0.5 kg、阻尼比  $\zeta = 0.01$  时其传递曲线如图13所示,试验测得传递曲线由半功率带宽法得一阶振型阻尼比  $\zeta = 0.09$ ,设置  $\zeta = 0.09$  得出理论计算和试验对比传递特性曲线如图15所示.

由图15可知弹性片周期结构理论计算传递特性和试验符合良好.

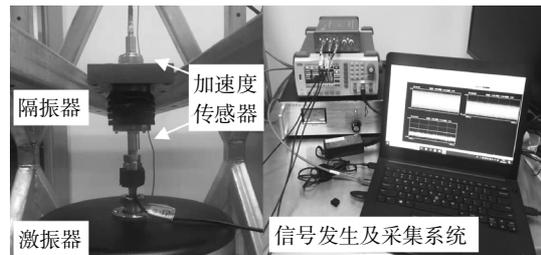


图14 弹性片周期结构扫频过程

Fig.14 The frequency sweeping process of elastic plate periodic structure

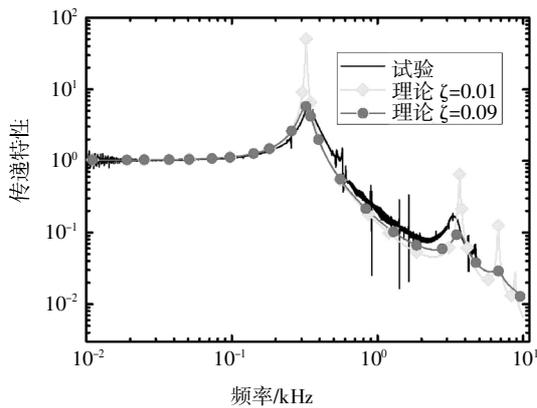


图15 理论与试验传递特性对比图

Fig.15 Comparison of theoretical and experimental results of transfer characteristics

### 3 结论

本文通过试验和仿真相结合的方法对一种弹性片周期结构隔振器的力学性能进行了研究,得出如下结论:

1)通过静力试验,得到了3种不同尺寸和形状的弹性片周期结构的位移-载荷曲线,并通过有限单元法进行仿真计算,两者结果匹配良好。

2)研究了对周期结构刚度影响较为敏感的弹性片内径、弹性片个数、弹性片厚度的尺寸变化对刚度的影响。发现无孔弹性片和有通孔(尺寸不大)的弹性片刚度差别不大,所以弹性片尽可能进行有孔设计。弹性片周期结构的刚度随弹性片个数的增多而减小幅度越发缓和。随着弹性片厚度的增加,弹性片周期结构的刚度逐渐增大,刚度增加的趋势基本与弹性片的厚度呈现线性关系。对比发现,厚度的变化对刚度裕度影响较大,内径和个数的变化对刚度裕度影响较小。厚度适合刚度大范围调节,内径和个数适合刚度微调。

3)应用模态叠加法通过理论建模,理论推导和仿真对比研究了周期结构的动力学特性,以力传递率为对比得出理论计算和仿真符合良好。当承载质量超过一定值后,可将周期结构简化为单自由度处理,并通过试验进行传递特性验证。

### 参考文献

[1] WILKE P S, JOHNSON C D, GROSSERODE P, *et al.* Whole - spacecraft vibration isolation for broadband attenuation [C]// Aerospace Conference. Big Sky, MT, USA: IEEE, 2000: 315-321.  
[2] JOHNSON C D, WILKE P S, PENDLETON S C. Three -axis, six

degree -of -freedom, whole -spacecraft passive vibration isolation system; 34205417 [P]. 2002-07-26.

- [3] JOHNSON C D, WILKE P S, DARLING K R. Multi -axis whole - spacecraft vibration isolation for small launch vehicles [C]// Smart Structures and Materials 2001. SPIE, 2001: 162-174.  
[4] 束立红, 胡宗成, 吕志强. 国外舰船隔振器研究进展 [J]. 舰船科学技术, 2006(3): 109-112.  
SHU L H, HU Z C, LÜ Z Q. Research progress of vibration isolators for foreign ships [J]. Ship Science and Technology, 2006(3): 109-112. (In Chinese)  
[5] 申建平. 多片式隔振结构动态特性分析 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学机电工程学院, 2015: 12-13.  
SHEN J P. Dynamic characteristics analysis of multi -plate vibration isolation structure [D]. Harbin: School of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Engineering University, 2015: 12-13. (In Chinese)  
[6] 严鲁涛, 李红, 丁洋, 等. 整星减冲击装置设计及试验研究 [J]. 振动与冲击, 2017, 36(14): 138-141, 173.  
YAN L T, LI H, DING Y, *et al.* Design and experimental research of the whole satellite impact reduction device [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(14): 138-141, 173. (In Chinese)  
[7] 宁荣辉, 朱石坚, 翁雪涛, 等. 有限周期结构梁弯曲振动特性研究 [J]. 武汉理工大学学报, 2018, 42(4): 686-690.  
NING R H, ZHU S J, WENG X T, *et al.* Study on bending vibration characteristics of finite period structural beams [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2018, 42(4): 686-690. (In Chinese)  
[8] RAJAN P, ABHIJIT S. Broadband vibration isolation for rods and beams using periodic structure theory [J]. Journal of Applied Mechanics, 2019, 86(2): 021004.  
[9] 邹广平, 刘泽, 唱忠良, 等. 金属丝网橡胶隔振器振动性能试验研究 [J]. 兵器材料科学与工程, 2015(5): 4-8.  
ZOU G P, LIU Z, CHANG Z L, *et al.* Experimental study on vibration performance of wire mesh rubber isolator [J]. Ordnance Material Science and Engineering, 2015(5): 4-8. (In Chinese)  
[10] 刘永伟, 商德江, 曹培政, 等. 一种支撑水下隔声障板的金属隔振器: 201610363781.X [P]. 2016-08-10.  
LIU Y W, SHANG D J, CAO P Z, *et al.* A metal vibration isolator supporting an underwater sound barrier: 201610363781.X [P]. 2016-08-10. (In Chinese)  
[11] 张亚辉. 金属弹簧隔振器建模及负载特性研究 [D]. 成都: 电子科技大学机械电子工程学院, 2017: 1-20.  
ZHAGN Y H. Modeling and load characteristics of metal spring isolator [D]. Chengdu: School of Mechanical and Electrical Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, 2017: 1-20. (In Chinese)  
[12] 刘泽, 陈浩, 王国胜. 金属丝网橡胶隔振器冲击加速度响应分析 [J]. 噪声与振动控制, 2018, 38(2): 208-211.  
LIU Z, CHEN H, WANG G S. Analysis of impact acceleration response of wire mesh rubber isolator [J]. Noise and Vibration Control, 2018, 38(2): 208-211. (In Chinese)  
[13] 高淑英, 沈火明. 振动力学 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 2016: 23-24.  
GAO S Y, SHEN H M. Mechanics of vibration [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2016: 23-24. (In Chinese)