文章编号:1674-2974(2020)07-0068-07

Journal of Hullan Chiversity

DOI: 10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2020.07.008

人行悬索桥竖向荷载作用下简化计算方法

胡习兵1,向思宇1+,方辉1,2,袁智深1

(1. 中南林业科技大学 土木工程学院,湖南 长沙 410004;

2. 中机国际工程设计研究院责任有限公司,湖南长沙410004)

摘 要:为解决人行悬索桥在竖向荷载作用下计算挠度变形过程繁琐、有限元分析复杂等问题,根据人行悬索桥柔性较大的结构特征,忽略其加劲梁的刚度作用,考虑主缆 IP 点处位移、边缆垂度效应、几何非线性等因素,提出了一种简化计算方法. 对不同跨度、不同矢跨比桥梁的主缆无应力长度和跨中挠度变形进行了试算,并根据试算结果对简化计算方法的适用范围和误差进行了分析,验证了计算方法的计算精度和适用范围. 以跨度为 117 m 的人行悬索桥为例,利用本文计算方法对该桥分别在成桥状态和受竖向荷载作用时的悬索桥力学性能进行了分析,并与有限元分析和试验检测结果进行了比较. 结果表明:本文所提简化计算方法实用性较好,能在实际工程中为人行悬索桥快速求解和有限元分析校核提供参考.

关键词:人行悬索桥;几何非线性;简化计算方法;矢跨比;挠度计算

中图分类号:TU448.25

文献标志码:A

Simplified Calculation Method of Pedestrian Suspension Bridge under Vertical Load

HU Xibing¹, XIANG Siyu^{1†}, FANG Hui^{1,2}, YUAN Zhishen¹

- (1. College of Civil Engineering, Central South University of Forestry and Technology, Changsha 410004, China;
- 2. China Machinery International Engineering Design & Research Institute Co Ltd , Changsha 410004 , China)

Abstract: In order to solve the tediously calculative problem of deflection and finite element analysis of the pedestrian suspension bridge under vertical load, a simplified calculation method was proposed by considering the flexible structure of pedestrian suspension bridge, neglecting the stiffness of the stiffening beam, and considering the IP displacement of the main cable, the cable sag effect, and the geometric nonlinearity. The stress—free length and midspan deflection of bridge main cables with different spans and different rise—span ratios were calculated, and the application scope and error of the simplified calculation method were analyzed based on the results of the trial calculation. The calculation accuracy and application scope of the method were verified. Taking a pedestrian suspension bridge with a span of 117 m as an example, the mechanical properties of the suspension bridge under completed and vertical load state were analyzed by the calculation method in this paper, and compared with the results of finite element analysis and test. The results show that the simplified calculation method proposed has good practicability and

^{*} 收稿日期:2019-04-23

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51608544), National Natural Science Foundation of China(51608544); 湖南省研究生科研创新项目 (CX2018B455), Hunan Provincial Innovation Foundation For Postgraduate(CX2018B455); 湖南省教育厅科技计划项目(14B187), Scientific Research Fund of Hunan Provincial Education Department(14B187)

作者简介:胡习兵(1973一),男,湖南桃江人,中南林业科技大学副教授,博士

[†]通讯联系人,E-mail:798341920@gg.com

can provide a reference for the rapid solution and verification of finite element analysis result of pedestrian suspension bridges in practical engineering.

Key words: pedestrian suspension bridge; geometric nonlinearity; simplified calculation method; rise-span ratio; deflection calculation

近年来,人行悬索桥凭借其景观性、跨越性、施工便捷性等优势逐渐受人们所青睐.因桥体加劲梁常采用钢结构,桥面多铺装玻璃¹¹、木板等材料,且桥梁跨度大、宽度窄,这导致结构中加劲梁刚度相对较低.由于人行悬索桥受活载与恒载较大,在竖向荷载作用下结构几何非线性特征明显¹²,因此,受荷后悬索桥桥面挠度常成为结构的主要控制因素之一.

国内外学者对于该类结构的研究主要集中于公路悬索桥,已取得了一系列的研究成果. 王秀兰等^[3]推导出了塔、缆变形解析公式用于多塔悬索桥结构变形估算. DONG HO CHOI 等^[4]将悬索转换为等效梁系,利用柔度方程对多塔悬索桥水平力和挠度进行求解. THAI 等^[5]在对多跨悬索桥结构分析时,考虑了加劲梁的作用. 对于受活载作用下缆索变形,解析中常引入重力刚度的概念^[6-7]. 刘钊等^[8]基于前者概念,通过功能原理推导出了具有更好精度的重力刚度算法. 柴生波等^[9]针对大跨度悬索桥,通过研究主缆在活载作用下的特性以获得悬索桥力学特性. 由于大多数学者的研究内容均针对公路悬索桥^[10-11],而关于人行悬索桥研究甚少,因而,有必要对人行悬索桥进行深入研究.

人行悬索桥受荷时,满布人群荷载作用下主缆受力最大,且跨中会产生较明显的竖向位移,因此对满布人群荷载作用时的悬索桥结构受力性能进行研究具有较好的适用性[12].本文根据人行悬索桥受力特征和结构体系特点,建立了人行悬索桥的计算分析模型,并在分析中考虑多个因素对悬索桥结构变形的影响.

1 基本假定

对人行悬索桥进行计算分析时,考虑其结构构造特性、主缆与吊杆自重占结构恒载比例较大、结构柔性突出等因素,为保证计算过程的实用性和计算精度,作如下假定:

1)不考虑加劲梁的刚度影响. 将结构承受恒载时的受力状态假定为主缆的初始线形和受力状态, 在

此基础上施加均布人群荷载;

- 2)主缆成桥时和成桥后受竖向荷载作用下的线 形均为抛物线;
- 3)结构所受恒载和活载沿主缆长度方向投影为 均匀分布;
- 4)主缆为理想柔性悬索,材料力学特性符合虎 克定律;
- 5)受荷后 IP 点处位移由边缆变形导致,不计索 鞍与桥塔顶端的摩擦力,不计桥塔轴向变形.

2 计算模型

2.1 计算公式推导

计算跨中缆伸长导致的结构变形时,将边缆处 支座假设为定向弹簧支座,其弹簧刚度由边缆的弹 性模量和垂度效应所确定.在荷载作用下导致弹簧 拉伸,两端产生位移为 Δ,如图 1 所示.

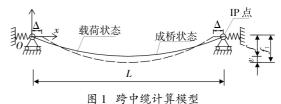


Fig.1 Intermediate computing model

根据图 1,可求跨中缆索无应力长度 S:

$$S = S_1 - \Delta S \tag{1}$$

式中: S_1 为跨中缆受荷后的长度; ΔS 为跨中缆的伸长量.

变形前主缆抛物线公式为:

$$y = \frac{4fx}{L^2}(x - L) \tag{2}$$

设变形后主缆抛物线公式为:

$$\bar{y} = \frac{4f_1 x}{(L - 2\Delta)^2} (x - L - 2\Delta) \tag{3}$$

式中: Δ 为 IP 点处偏移量;f 为变形前主缆的垂度;f。为变形后主缆的垂度.

取结构变形后主缆跨中某处索段为隔离体,如

图 2 所示.

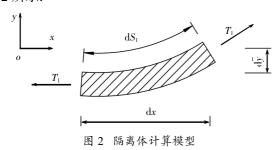


Fig.2 Calculating model of isolator

根据图 2,将受荷后跨中索段长度 S_1 用微分形式进行表示:

$$\frac{\mathrm{d}S_1}{\mathrm{d}x} = \sqrt{1 + \left(\frac{\mathrm{d}\bar{y}}{\mathrm{d}x}\right)^2} \tag{4}$$

对式(4)进行积分并将其代入式(1)可得:

$$S = \int_{0}^{L-2\Delta} \sqrt{1 + \left(\frac{d\overline{y}}{dx}\right)^{2}} dx - \Delta S$$
 (5)

将式(5)中缆索无应力长度S同样利用微分形式表示,利用泰勒级数展开并省略其高次项可得:

$$S = L \cdot \left(1 + \frac{8}{3} \cdot n^2 - \frac{32}{5} \cdot n^4\right) \tag{6}$$

式中:n 为人行悬索桥矢跨比.

利用虎克定律表示 ΔS 并结合式(5)可得公式:

$$\frac{H_1S}{EA} = \int_0^{L-2\Delta} \sqrt{1 + \left(\frac{d\bar{y}}{dx}\right)^2} dx - \frac{(T_1 - T)\frac{H_1S}{EA}x}{EA}$$
(7)

式中: H_1 为主缆受人群荷载时水平拉力;T 为成桥时主缆拉力; T_1 为主缆受人群荷载时拉力.

式(7)中含未知量有 Δf_1 ,若能求出 f_1 ,则可根据 公式(8)求出跨中挠度值 v.

$$v = f - f_1 \tag{8}$$

2.2 索鞍位移对结构变形的影响

 Δ 为弹簧支座处产生的位移,实际为结构受荷后塔顶偏移量.现对 Δ 进行求解,其值与悬索桥边缆长度和所受拉力相关,建立计算模型,如图 3 所示.

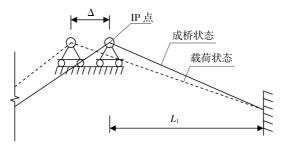


图 3 边缆计算模型

Fig.3 Side cable computing model

利用式(2)可列出力学平衡方程,可得主缆水平拉力计算公式:

$$H = \frac{(w+q)L^2}{8f} \tag{9}$$

式中:w 为主缆成桥时所受恒荷载;q 为主缆所受活荷载;H 为主缆受荷时水平拉力.

根据式(9)算出人群荷载作用时主缆的水平力 H_1 ,利用该水平力可求出边缆的伸长量 Δ ,计算时考虑垂度效应,对弹性模量进行恩斯特修正 \Box :

$$E_0 = \frac{E}{1 + \left\lceil \frac{(\gamma S_2 \cos \alpha)^2 \cdot EA}{12T^3} \right\rceil} \tag{10}$$

式中: γ 为边缆容重; S_2 为边缆长度; α 为边缆水平夹角;E 为未修正主缆的弹性模量; E_0 为修正后主缆的弹性模量.

由人行悬索桥主缆变形协调条件可知:

$$\Delta = \frac{H_1 L_1}{E_0 A} \tag{11}$$

式中: L_1 为边缆水平投影长度.

根据边缆计算模型图 3,将式(9)、式(10)代人式 (11)可求出 Δ 计算公式:

$$\Delta = \frac{(w+q)L^2L_1 \cdot \left(1 + \frac{(\gamma S_2 \cos \alpha)^2 \cdot EA}{12T^3}\right)}{12f \cdot EA}$$
 (12)

将式(12)、式(3)与式(6)代入式(7)中,可求得 f_1 ,并根据式(8)算出跨中挠度 v.

2.3 考虑非线性对主缆变形的影响

由于人行悬索桥几何非线性特征较为明显,在 实际位移计算时需进行多轮迭代计算,经试算,在对 实际结构受力分析过程时,需对结构进行2轮以上 迭代计算才能满足计算精度要求.

将本文计算方法中所用主要公式进行整理,将 式(9)代入式(11)并整理为式(13);

$$\Delta = \frac{(w+q)\frac{L}{2} \cdot \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \cdot L_1}{E_0 A} \tag{13}$$

由式(3)、式(13)、式(7)可组成方程组,并进行求解:

$$\Delta = \frac{(w+q)\frac{L}{2} \cdot \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \cdot L_1}{E_0 A} \tag{13}$$

$$\frac{H_1S}{EA} = \int_0^{L-2\Delta} \sqrt{1 + \left(\frac{\overline{dy}}{dx}\right)^2} dx - \frac{(T_1 - T)\frac{H_1S}{EA}x}{EA}$$
 (7)

该方程组中,含未知数有 Δ 、f、H,由于有3个

方程,可进行求解. 先进行第一轮计算. 首先利用式 (9) 求出结构受人群荷载时 H 初始值,将其代入式 (13)求出 Δ ,再将 Δ 代入式(3)求出人行悬索桥跨中主缆线形表达式,此时垂度取成桥时垂度 f. 最后将式 (3)代入式(7)求得 f1,得出结构受人群荷载时跨中主缆线形表达式;再进行第二轮计算. 将考虑 IP 点处偏移后的 L 代入式(9)求得修正后的 H1,再将其代入式 (13)求得修正后的 Δ 3,最后将其代入式(3)与式(7)得最终结果.

3 计算方法与有限元分析对比

对本文计算方法进行误差分析并验证其适用范围,利用 Midas/Civil 建立有限元模型. 进行受力分析前,先对结构进行施工阶段平衡分析,以确保成桥状态与目标态保持一致. 计算采用考虑主缆垂度效应的分段直线法;加劲梁、主塔采用梁单元进行模拟;主缆、吊杆采用只受拉索单元进行模拟. 加劲梁端部释放沿桥

面纵向平动约束,主缆及桥塔底部处采用固定约束; 塔顶部采用释放沿主缆方向平动的刚性约束.

根据目前已建常见人行悬索桥情况,将 $100\,\mathrm{m}$ 、 $150\,\mathrm{m}$ 、 $200\,\mathrm{m}$ 不同矢跨比人行悬索桥利用本文所述方法和有限元进行计算,算例中桥面宽度取 $3\,\mathrm{m}$,竖向人群荷载取 $3.5\,\mathrm{kN/m^2}$,加劲梁沿桥面纵向刚度取 $2\times10^{-6}\,\mathrm{mm^4}$.

3.1 主缆无应力长度

利用本文计算方法和有限元对不同矢跨比人行悬索桥跨中主缆无应力长度计算结果见表 1 所示.由表 1 可知,在人行悬索桥跨度较大且矢跨比过大时主缆无应力长度计算误差偏大,矢跨比为 1/5 且长度为 200 m 时误差最大为 78.85 cm;在跨度较小且矢跨比较小时,误差相对较小.因此,当人行悬索桥矢跨比为 1/8~1/20 且跨度小于 200 m 时,利用本文方法进行跨中主缆无应力长度计算误差较小.可基于上述矢跨比范围对人行悬索桥挠度计算方法适用范围进一步分析.

表 1 人行悬索桥主缆无应力长度计算结果
Tab.1 Calculations of stressless length of main cable pedestrian suspension bridges

	100 m 跨人行悬索桥			150 m 跨人行悬索桥			200 m 跨人行悬索桥		
矢跨比	本文计算	有限元	差值	本文计算	有限元	差值	本文计算	有限元	 差值
	/m	/m	/em	/m	/m	/cm	/m	/m	/cm
1/5	109.628	112.756	31.28	164.430	169.724	52.94	219.225	227.110	78.85
1/8	103.990	104.040	4.96	155.971	156.061	9.04	207.941	208.085	14.46
1/9	103.167	103.199	3.24	154.739	154.780	6.00	206.289	206.386	9.62
1/10	102.579	102.808	2.29	153.851	154.266	4.15	206.110	206.768	6.58
1/12.5	101.652	101.753	1.01	152.456	152.631	1.75	203.246	203.519	2.73
1/15	101.136	101.186	0.50	151.683	151.755	0.72	202.205	202.305	1.00
1/20	100.618	100.613	-0.05	150.895	150.865	-0.30	201.149	201.080	-0.69

注:表中差值为有限元结果-计算结果.

3.2 桥面挠度

由于人行悬索桥刚度较低,受竖向荷载作用下变形较大,尤其是在矢跨比较小时结构几何非线性特征更为明显^[3]. 故对 100~200 m 跨度并且矢跨比小于 1/8 的结构挠度进行 2 轮试算,试算结果如图 4 所示.

由图 4 可知,有限元分析结果基本位于第一轮与第二轮计算结果包络内.经过第二轮计算后,计算精度较第一轮有明显提高,对于大跨度且小矢跨比的情况,精度提升效果较好;对于跨度较小且矢跨比较大的情况,第二轮计算结果与第一轮计算接近.因此,为保证结构安全且提高计算速度,矢跨比大于

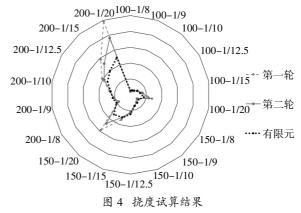


Fig.4 Results of deflection

1/12.5 的结构采用一轮计算即可,而矢跨比接近 1/20 的结构因误差稍大,在实际工程中运用也较少,因此不再作考虑.

表 2 为不同跨度与失跨比情况下本文计算方法 与有限元计算结果对比. 其中计算差值主要由结构 几何非线性程度和简化计算时主缆无应力长度偏差 造成. 几何非线性程度主要由矢跨比和桥梁跨度影 响,矢跨比越小,跨度越大,那么几何非线性程度越明显,挠度计算值会偏大.主缆无应力长度计算时,采用的是泰勒简化公式,并且实际情况下主缆也并非完美的抛物线形,因此,矢跨比较大时,简化公式(6)后面的省略项值也较大,导致跨中主缆无应力长度计算结果偏小,最终造成挠度计算偏小.

表 2 人行悬索桥跨中挠度计算结果对比

Tab.2 Comparisons of calculation results of mid-span deflection of pedestrian suspension bridges

	100 m 跨人行悬索桥			150 m 跨人行悬索桥				200 m 跨人行悬索桥				
矢比跨	计算 /mm	有限元 /mm	差值 /cm	差值率 /%	计算 /mm	有限元 /mm	差值 /cm	差值率 /%	计算 /mm	有限元 /mm	差值 /cm	差值率 /%
1/8	104	137	3.2	23.8	243	297	54.57	18.3	437	508	7.1	14.0
1/9	134	156	2.2	14.1	304	333	28.99	8.7	545	568	2.3	4.0
1/10	165	178	-1.3	7.3	374	375	-0.02	0.1	640	632	0.8	-1.3
1/12.5	251	242	0.9	-3.7	550	541	0.89	-1.6	950	829	12.1	-14.6
1/15	358	311	4.67	-15.0	758	760	-0.25	0.3	1284	997	28.7	-28.8

注:表中差值率为(有限元结果-计算结果)/有限元结果.

3.3 误差分析

本文方法计算时,一方面几何非线性程度会使 计算结果偏大,另一方面主缆长度误差会使得计算 结果偏小,两者共同作用使得挠度计算结果在表 2 中表现为:

- 1)当矢跨比大于 1/10 时,挠度计算结果偏小, 主要偏差由主缆无应力长度计算值偏小所主导,矢 跨比越大,使得主缆无应力长度偏小差值越大,最终 造成挠度计算差值越大.
- 2)当矢跨比小于 1/10 时,挠度计算结果偏大, 此时主缆无应力长度误差较小,主要误差变为由几 何非线性程度所主导,两者共同作用使得矢跨比越 小,非线形程度越大,挠度计算差值越大.
- 3)在矢跨比为 1/10 左右时,挠度计算结果精度 较高. 较大的跨度体现了更显著的几何非线性,在失 跨比相同的情况下,较大跨度计算结果偏大时差值 率较高,而当计算结果偏小时,差值率较低.

表 2 算例中,除跨度为 200 m、矢跨比为 1/15 和跨度为 100 m、矢跨比为 1/8 计算结果误差较大外,其余计算精度也相对尚可. 尽管在《公路悬索桥设计规范》^[14] 中公路悬索桥推荐矢跨比为 1/9 至 1/11 之间,但是文献[15]曾对山区已建人行悬索桥进行过统计,考虑到经济和便捷等因素,人行悬索桥跨度一般在 200 m 内, 矢跨比常为 1/10 至 1/15 之间. 大部分

人行悬索桥矢跨比和跨度范围分布在本文方法误差 较小且偏安全部分,可用于结构初步设计计算.

4 实例验证

4.1 成桥计算

工程为旅游景区内游客专用人行悬索桥(19 m + 117 m + 18.5 m). 桥梁理论计算跨径为 L = 117 m,桥面宽度 2.4 m. 成桥状态下垂度 7.3 m. 桥体采用钢丝绳作为主要的承重索,桥面铺装钢化玻璃,其余结构参数如表 3 所示.

表 3 工程实例结构参数

Tab.3 Structural parameters of engineering example

参数	数值
	3.520
缆索自重/(kN·m⁻¹)	0.605
矢跨比	1/16
主缆面积/mm²	7 121.5
主缆弹性模量/GPa	210
纵向加劲梁惯性矩 I_z/mm^{-4}	3.114×10^{6}
吊杆截面面积/mm²	490.9
吊杆弹性模量/GPa	206

分别利用有限元和本文方法对成桥时各参数结果进行计算,并将其与文献[16]试验结果进行对比,列于表4中.有限元模型中构件单元类型及边界条件与表2算例相同.人行悬索桥现场如图5所示,有限元模型如图6所示.



图 5 人行悬索桥现场

Fig.5 Pedestrian suspension bridge site

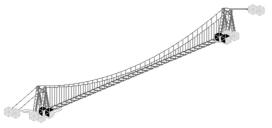


图 6 人行悬索桥有限元模型

Fig.6 Finite element model of pedestrian suspension bridge

由表 4 可知,利用本文所述方法进行计算,跨中主缆无应力长度误差值很小仅 0.03%,可用于施工时主缆长度下料;本文方法计算主缆成桥内力与有限元结果较吻合,与文献[16]相比误差为 3.64%,精度较好;针对施工阶段空缆位移,本文方法与有限元相比偏大,这是由于本文假设条件中未考虑加劲梁作用所致;边吊杆处内力值均相对较小,长度误差最大为 22 mm,由于现常用人行悬索桥吊杆大都具有一定的长度调节能力,一般在 100 mm 左右,采用本文计算方法所产生的误差均在接受范围内.

4.2 竖向受荷计算

根据文献[15]可知,针对人行悬索桥受竖向荷载后挠度计算,现常用的手算计算公式为:

$$\Delta f = \frac{15\Delta S}{16\frac{f}{L} \left[5 - 24 \left(\frac{f}{L} \right)^2 \right]} \tag{14}$$

利用本文方法分别计算人行悬索桥在 1 kN/m² 及 3.5 kN/m² 竖向荷载作用下结构挠度变形,并将其与文献[15]方法进行对比,如表 5 所示.

由表 5 可知,有限元分析与试验结果吻合度较好,仅为毫米级. 当竖向荷载为 1 kN/m² 时,利用本文方法计算主缆最大内力误差为 1.06%、挠度误差为 4.76%;而使用常用手算公式(14)进行计算时,其主缆挠度计算值偏大,这是因为该方法未考虑边缆作

表 4 实例计算结果对比一

Tab.4 First comparisons of calculation results of examples

项目	文献[16]试验结果	有限元方法计算结果	有限元相差值	本文方法计算结果	本文方法相差值
无应力长度/m	118.200	118.167	-0.03%	118.166	-0.03%
成桥主缆最大内力/kN	582.0	562.4	3.37%	560.8	3.64%
空缆位移/mm	_	158	_	169	-6.9%
边吊杆内力/kN	12.1	11.8	-5.6%	10.7	-14.4%
最大吊杆成桥误差/mm	_	_	_	_	22
平均吊杆成桥误差/mm	_	_	_	_	12

注:表中相差值为项目与文献[16]的差值,若文献[16]未列出则为项目与有限元结果差值.

表 5 实例计算结果对比二

Tab.5 Second comparisons of calculation results of examples

竖向荷载/(kN/m²)	项目	本文计算结果	有限元分析结果	文献[15]计算方法	文献[16]试验结果
	主缆最大内力/kN	851	842.9	861.3	846.4
1	主缆挠度/mm	88	84	184	80
	塔顶位移/mm	4	3	_	_
	主缆最大内力/kN	1 526	1 515.4	1 586.0	<u> </u>
3.5	主缆挠度/mm	287	288	402	_
	塔顶位移/mm	14	12	_	_

用和 IP 点处偏移导致. 当竖向荷载为 3.5 kN/m² 时,利用本文方法计算主缆最大内力误差为 1.06%,计算主缆挠度误差为 1 mm;同时,在 2 种不同荷载工况下,其塔顶位移误差也均在施工可接受范围内.

尽管常用计算方法结果偏于安全,但误差过大, 经济性与本文方法相比较差,不利于实际工程运用. 本文计算方法精度较好且计算简便,可在实际工程 中初步设计和设计验算阶段中使用.

5 结 论

本文对提出的计算模型进行了公式推导,并通过工程实例进行了验证,得到以下结论:

- 1)利用本文方法计算主缆线形的精度与结构矢 跨比相关,矢跨比较小时,能获得较好的精度.
- 2)对于矢跨比大于 1/12.5 的人行悬索桥,利用本文方法仅进行一次计算可得到较好的精度,而当矢跨比小于 1/12.5 时,需进行 2 轮计算.
- 3)本文方法针对大跨度、小矢跨比人行悬索桥 计算还是存在一定误差,文中对误差来源就主缆线 形、荷载模拟、计算模型几个方面进行了阐述和分 析,当跨度小于200m且矢跨比在1/8~1/15范围内 误差相对较小,可用于常见人行悬索桥的初步设计 计算.
- 4)利用本文方法对实例进行了计算分析,并将 其与有限元分析结果和常用计算方法进行了对比, 最大相对误差在 5%内,精度较好,能用于实际工程 中的初步计算和设计复核验算.

参考文献

- [1] 王忠彬. 张家界大峡谷玻璃桥缆索系统设计 [J]. 桥梁建设, 2017,47(3):83-87.
 - WANG Z B. Design of cable systems of Zhangjiajie grand canyon glass floor bridge[J]. Bridge Construction, 2017, 47(3):83—87.(In Chinese)
- [2] 曹国辉, 胡佳星, 张锴, 等. 柔性悬索吊桥的几何非线性特性[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2014, 45(2): 615—621.
 - CAO G H, HU J X, ZHANG K, et al. Geometrical non -linear characteristic of flexible suspension bridge [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2014, 45 (2):615—621. (In Chinese)
- [3] 王秀兰, 柴生波, 徐岳. 多塔悬索桥变形特性[J].北京工业大学学报, 2018, 44(6):897—903.
 - WANG X L, CHAI S B, XU Y. Deformation characteristics of multitower suspension bridges [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2018, 44 (6):897—903. (In Chinese)
- [4] Choi D H, GWON S G, HOON Y, et al. Nonlinear static analysis of

- continuous multi-span suspension bridges[J]. International Journal of Steel Structures, 2013, 13(1):103—115.
- [5] THAI H T, Choi D H. Advanced analysis of multi-span suspension bridges [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2013, 90 (11):29—41.
- [6] JENNINGS A. Gravity Stiffness of Classical Suspension Bridges[J]. Journal of Structural Engineering, 1983, 109(1):16—36.
- [7] 肖恩源. 论悬挂索的重力刚度[J]. 公路,2000(8):43—49. XIAO E Y. On the gravity stiffness of suspension cables [J]. Highway,2000(8):43—49.(In Chinese)
- [8] 刘钊,刘厚军. 悬索桥主缆变形及重力刚度新算法 [J]. 工程力学,2009,26(6):127—132.

 LIU Z,LIU H J. New arithmetic for cable deflection and gravity stiffness of suspension bridges[J]. Engineering Mechanics,2009,26
- [9] 柴生波,肖汝诚,孙斌. 活载下悬索桥主缆变形特性[J]. 同济大学学报(自然科学版),2012,40(10):1452—1457.
 CHAI S B,XIAO R C,SUN B. Deformation characteristics of main cable in suspension bridge caused by live load[J]. Journal of Tongji University (Natural Science Edition),2012,40(10):1452—1457.
 (In Chinese)

(6):127-132.(In Chinese)

- [10] 韩艳,陈政清,罗世东,等. 自锚式悬索桥空间主缆线形的计算 方法[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2007,34(12):20—25. HAN Y,CHEN Z Q,LUO S D,et al. Calculation method for the shape-finding of self-anchored uspension bridge with spatial cables [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences),2007,34 (12):20—25. (In Chinese)
- [11] 蒋望,邵旭东,彭旺虎,等. 独塔悬索桥基本参数研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2011,38(6):13—19.

 JIANG W,SHAO X D,PENG W H,et al, Research on suspension bridges with a single-tower[J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences),2011,38(6):13—19. (In Chinese)
- [12] 黄辉. 山区柔性吊桥主缆线形计算方法研究与应用 [J]. 公路工程,2010,35(4):94—96.

 HUANG H. Research and application on calculation methods forcable curve of flexible suspension bridge in mountain area [J]. Highway Engineering,2010,35(4):94—96.(In Chinese)
- [13] 江南,沈锐利. 矢跨比对悬索桥结构刚度的影响[J]. 土木工程学报,2013,46(7):90—97.

 JIANG N, SHEN R L. Influence of rise-span ratio on structural stiffness of suspension bridge [J]. China Civil Engineering Journal, 2013,46(7):90—97.(In Chinese)
- [14] JTG/T D65-05-2015 公路悬索桥设计规范[S]. 北京:人民交通 出版社,2015:18—21. JTG/T D65-05-2015 Specifications for design of highway suspension bridge [S]. Beijing: China Communications Press, 2015:18— 21.(In Chinese)
- [15] 周新年. 工程索道与柔性吊桥 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2008:247—250.
 ZHOU X N. Engineering cableway and flexible suspension bridge [M]. Beijing: China Communications Press, 2008:247—250. (In Chinese)
- [16] 九凤谷人行悬索桥荷载试验检测报告[Z]. 浙江:浙江中能工程 检测有限公司,2018:1—12. Load test report of Jiu-feng-gu pedestrian suspension bridge [Z]. Zhejiang:Zhejiang Zhongneng Engineering Testing Co.,Ltd,2018: 1—12. (In Chinese)