

# 基于概率密度演化理论的锈蚀钢梁时变可靠度分析

徐善华<sup>1,2</sup>, 聂彪<sup>1,2†</sup>, 张海江<sup>1,2</sup>

(1. 西安建筑科技大学 省部共建西部绿色建筑国家重点实验室, 陕西 西安 710055;

2. 西安建筑科技大学 工程结构安全与耐久性重点实验室, 陕西 西安 710055)

**摘要:**为了得到锈蚀钢梁时变可靠度,对9组试件分别开展了加速腐蚀试验和单调拉伸试验.测得了锈蚀深度三维坐标数据和锈蚀钢材名义屈服强度,统计分析了锈蚀深度和名义屈服强度概率模型.建立了锈蚀钢梁功能函数,结合概率密度演化理论得到了锈蚀钢梁时变失效概率和可靠指标,并与蒙特卡洛方法(MCS)计算结果进行了对比.结果表明:钢板表面锈蚀深度和名义屈服强度服从正态分布;随着腐蚀时间增加,锈蚀深度均值和标准差不断增大;随着失重率增加,名义屈服强度均值不断减小而标准差不断增大;概率密度演化方法与MCS计算结果较接近,说明本文提出的方法的有效性;锈蚀深度和强度的随机性对锈蚀钢梁可靠度影响较大.

**关键词:**时变可靠度;钢梁;概率密度演化;加速腐蚀;随机模型

**中图分类号:**TU511.3

**文献标志码:**A

## Time-dependent Reliability Analysis of Corroded Steel Beam Based on Probability Density Evolution Theory

XU Shanhua<sup>1,2</sup>, NIE Biao<sup>1,2†</sup>, ZHANG Haijiang<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Green Building in Western China, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, China;

2. Key Lab of Engineering Structural Safety and Durability, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, China)

**Abstract:**To obtain the time-dependent reliability of corroded steel beam, accelerated corrosion test and monotonic tensile test were carried out on 9 groups of specimens. 3D data of corrosion depth and the nominal yield strength of corroded steel were measured. Probability model of corrosion depth and nominal yield strength of corroded steels was statistically analyzed, and performance function of the corroded steel beam was established. Then, based on probability density evolution theory, the time-dependent failure probability and reliability index of corroded steel beams were obtained, which were compared with those calculated by Monte Carlo simulation (MCS) method. The results of the study show that the corrosion depth on surface and nominal yield strength of corroded steels obey the normal distribution. With the increase of corrosion time, the mean and standard deviations of the corrosion depth increase. With the increase of weight loss ratio, the mean of nominal yield strength decreases whereas the standard deviation of nominal yield strength increases. Probability density evolution method is closer to calculation results of the MCS, which

\* 收稿日期:2019-04-08

基金项目:国家重点研发计划项目(2016YFC0701305), National Key R & D Program of China(2016YFC0701305);教育部长江学者和创新团队发展计划(IRT13089), Changjiang Scholar and Innovation Team Development Plan of Ministry of Education(IRT13089)

作者简介:徐善华(1963—),男,江苏南通人,西安建筑科技大学教授,博士生导师

† 通讯联系人, E-mail: xnniebiao@163.com

shows that the method proposed in this paper is effective. The randomness of corrosion depth and strength has great influence on the reliability of corroded steel beams.

**Key words:** time-dependent reliability; steel beams; probability density evolution; accelerated corrosion; probability model

钢结构因具有稳定性强,抗震性能好,施工方便等诸多优点而得到广泛应用<sup>[1]</sup>,但长期处于腐蚀环境下的钢结构通常难以通过防护措施、构造措施和维修制度避免腐蚀. 锈蚀造成钢结构截面减小、强度降低,影响其承载性能. 史伟洲等<sup>[2]</sup>研究表明,锈蚀造成钢梁承载力下降,挠度增大,板件锈损是影响钢梁承载性能的主要因素;Kim等<sup>[3]</sup>根据板梁腹板腐蚀规律,制作了5根不同腐蚀程度试件,通过板梁剪切试验,研究了腹板锈蚀高度和深度对钢梁剪切强度的影响,结果发现锈蚀钢梁剪切强度较未锈蚀钢梁下降10%;文献[4-5]通过试验和数值分析,研究了端部均匀和非均匀腐蚀对钢梁承载力的影响,结果发现端部腹板与加劲肋同时锈蚀时,抗剪承载力下降明显;文献[6]提出了利用非线性有限元模拟钢梁焊缝锈蚀,考虑了初始几何缺陷和焊接残余应力的影响,研究了焊缝锈蚀对极限强度的影响,结果发现同样的锈蚀体积,焊缝锈蚀对结构承载力影响更显著;Rahgozar<sup>[7]</sup>分析了锈蚀对钢梁承载力的影响,提出了最小承载力曲线预测锈蚀钢梁抗弯和抗剪剩余承载力;Sharifi等<sup>[8]</sup>建议了两种方法预测锈蚀钢梁抗弯承载力,即简单预测法和精确预测法,该方法适合工程中应用. 以上研究只考虑了均匀锈蚀,而不均匀锈蚀对钢梁性能的影响也有少量研究<sup>[9-11]</sup>. 实际工程中锈蚀使服役期内结构可靠指标随时间变化,国内外也有少量学者研究了锈蚀对钢结构可靠度的影响,但主要针对腐蚀钢箱梁<sup>[12-13]</sup>,然而,锈蚀对民用钢结构建筑可靠度影响的研究还未见报道.

现有可靠度计算方法有一次二阶矩法、响应面法和MCS,一次二阶矩法原理简单但是对于强非线性极限状态函数不再适用;响应面法适用性强但其表达式的选择还是难点;MCS使用较为广泛,但是所需的抽样次数过于庞大,花费时间过长,难以适合实际工程中的应用. 近年来,李杰和陈建兵等提出了随机结构的概率密度演化法并将其应用到了随机结构可靠度分析中<sup>[14-15]</sup>. 文献[16]发现MCS具有明显的随

机收敛性,而概率密度演化法并没有这一问题,从而说明该方法具有更高的精度和效率.

本文对9组加速腐蚀试件开展了单调拉伸试验,测得了锈蚀深度三维坐标数据和名义屈服强度,统计分析了锈蚀钢板锈蚀深度均值、标准差和名义屈服强度均值、标准差变化规律. 提出了基于概率密度演化理论的锈蚀钢梁时变可靠度分析方法,得到了锈蚀钢梁时变失效概率和可靠指标.

## 1 锈蚀深度统计分析

### 1.1 钢梁加速锈蚀试验与表面三维形貌测试

本文以Q235钢作为研究对象,共制作9组试件,其截面尺寸为HW150×150×8×8. 采用户外周期喷淋试验对试件进行加速腐蚀,如图1所示,腐蚀溶液为50 g/L的盐(NaCl)溶液(pH值为6.2~7.2).



图1 加速腐蚀试验装置

Fig.1 Accelerated corrosion test equipment

喷淋装置中的喷头采取交错排布,钢梁竖向放置,从而尽可能确保钢梁被盐溶液均匀喷洒. 试验采取全天候24小时喷淋,喷淋循环周期为一小时,每次喷淋时长2 min. 第一个试件4个月取出(A1),而后7个试件每隔1个月取样一次(A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8),试验共11个月. 每个试件在完成户外周期喷淋试验后截取端部加工制作成标准拉伸试件进行表面测试以及单调拉伸试验,如图2所示. 采用特殊溶液(500 mL盐酸(38%)+500 mL蒸馏水+20 g六次甲基四胺)对钢板进行除锈,图3为试件除锈前后表面状况.

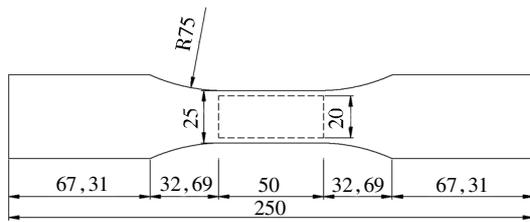
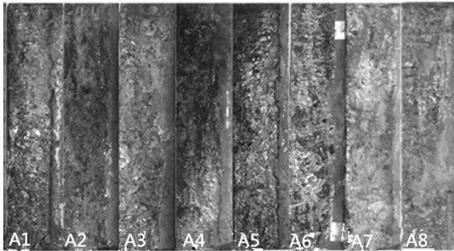
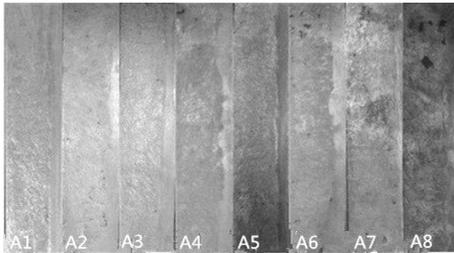


图 2 试件尺寸

Fig.2 Size of specimen



(a)钢板除锈前表面状况



(b)除锈后表面状况

图 3 钢板除锈前后表面状况

Fig.3 Surface condition of steel plate before and after rust removal

采用 ST400 三维非接触式表面形貌仪对钢板表面锈蚀深度进行测试,如图 4 所示. 由于 ST400 扫描仪工作台的自由移动范围有限制, 所以每个试件测试面积为  $50\text{ mm} \times 20\text{ mm}$ (沿试件宽度和长度方向步长均为  $50\text{ }\mu\text{m}$ ), 如图 2 所示. 测试可获得试件的锈蚀表面形貌图及表面锈蚀深度数据.

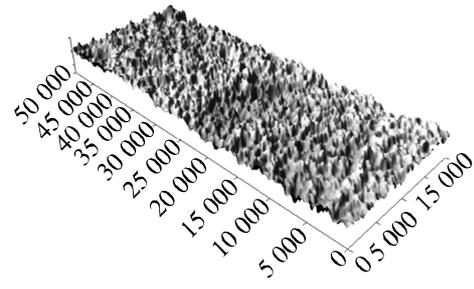


图 4 ST400 三维非接触式表面形貌仪

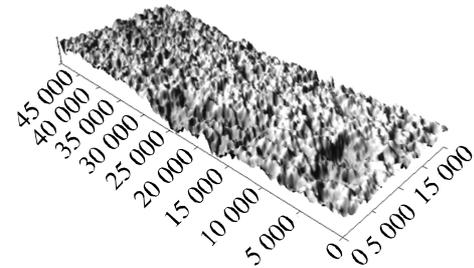
Fig.4 ST400 three-dimensional non-contact surface topography instrument

### 1.2 表面形貌

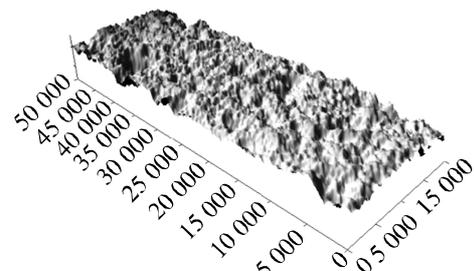
表面形貌图可以定性地看出试件表面的真实锈蚀变化情况. 由于采样表面形貌较多, 本文只列出部分试件形貌图, 如图 5 所示. 从图 5 可以发现, 在锈蚀初期, 只是局部发生了较为严重的锈蚀, 大多为针孔状, 且锈蚀深度较小. 随着腐蚀时间增大, 针孔状蚀坑逐渐变大, 出现了 U 形蚀坑、椭球形蚀坑、锥形蚀坑等不同形貌蚀坑.



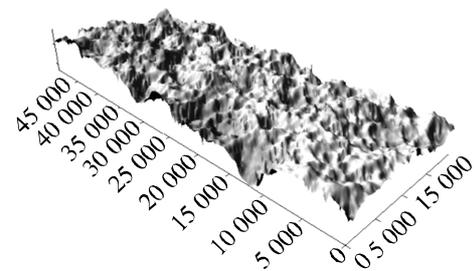
(a)试件 A2



(b)试件 A4



(c)试件 A6



(d)试件 A8

图 5 试件表面形貌图

Fig.5 Surface topography of specimen

### 1.3 锈蚀深度概率模型

锈蚀深度存在很大随机性,本文假设表面锈蚀深度服从正态分布,并对其进行概率分布检验,检验结果表明锈蚀深度很好地服从正态分布.表1给出了锈蚀深度正态分布模型均值与标准差,从表1可以发现,随着腐蚀时间的增加,锈蚀深度均值和标准差不断增加,说明随着腐蚀时间的增加锈蚀深度变异性增大.本试验是加速锈蚀试验,需把加速腐蚀时间换算成海洋大气腐蚀时间,根据文献[17],海洋大气钢材腐蚀速率取0.03 mm/a,即 $\mu_h(t) = 0.03t$ ,从而得到海洋大气腐蚀时间,见表1.图6给出了锈蚀深度标准差与海洋大气腐蚀时间的关系,表达式如下:

$$\sigma_h = 0.00396t + 0.037 \quad (1)$$

式中: $\sigma_h$ 为锈蚀深度方差; $t$ 为大气腐蚀时间.

表1 试件锈蚀深度参数与名义屈服强度

Tab.1 Corrosion depth parameters and nominal yield strength of corroded specimens

试件编号	腐蚀时间 T/月	大气腐蚀时间 t/a	锈蚀深度均值 $\mu_h$ /mm	锈蚀深度标准差 $\sigma_h$	名义屈服强度 $f_y$ /MPa
A0	0	0			284.326
A1	4	9.73	0.146	0.076	264.358
A2	5	10.53	0.158	0.080	263.735
A3	6	11.20	0.168	0.084	260.456
A4	7	12.27	0.184	0.086	258.982
A5	8	13.67	0.205	0.088	250.242
A6	9	13.87	0.208	0.090	248.814
A7	10	16.47	0.247	0.098	246.876
A8	11	18.67	0.280	0.116	244.228

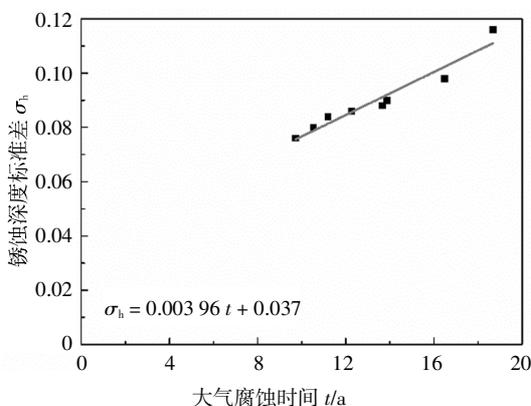


图6 锈蚀深度标准差与大气腐蚀时间关系

Fig.6 Relationship between the standard deviation of corrosion depth and atmospheric corrosion time

## 2 强度统计分析

### 2.1 单调拉伸试验

标准拉伸试件尺寸见图2,试验采用DNS300电子万能试验机,如图7所示.试验前将引伸计夹在试件中部,其标距为50 mm.试验过程参考《金属材料室温拉伸试验方法》(GB 228.1—2010)<sup>[18]</sup>,采用位移加载,弹性阶段与屈服阶段试验加载速率设为0.75 mm/min,强化阶段试验加载速率设为5 mm/min.为防止引伸计被拉坏,当荷载曲线下降时,加载速率设为0.25 mm/min,加载至试件断裂后停止试验.

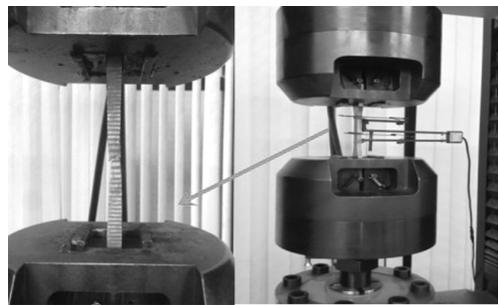


图7 单调拉伸设备

Fig.7 Monotonic tension equipment

### 2.2 强度概率模型

由于锈蚀表面粗糙不平,难以准确测量厚度,为便于对比分析锈蚀后试件的力学性能差异,引入名义厚度(平均残余厚度)和名义应力(荷载与平均残余厚度计算面积之比),表1给出了不同锈蚀程度试件的名义屈服强度.结合本次试验以及本课题组之前312个数据对名义屈服强度与失重率的关系进行了统计分析,为了消除不同试验带来的影响,锈蚀钢材名义屈服强度通过相对屈服强度(锈蚀钢材名义屈服强度与未锈蚀钢材屈服强度之比)表示.图8(a)给出了锈蚀钢材相对屈服强度与失重率的关系.由图8(a)可以发现,相对屈服强度随失重率增大而减小,原因是锈蚀钢板表面大小不一的坑蚀,产生严重的应力集中使其应力减小.同时,对于特定失重率,其相对屈服强度在一定范围波动,说明相对屈服强度也存在随机性.对不同失重率的相对屈服强度进行正态分布检验,结果表明,相对屈服强度服从正态分布.通过统计分析,得到相对屈服强度均值和标准差与失重率的关系(图8),可以发现,随着失重率增大,相对屈服强度均值减小而标准差增大,表达式见式(2)和式(3).

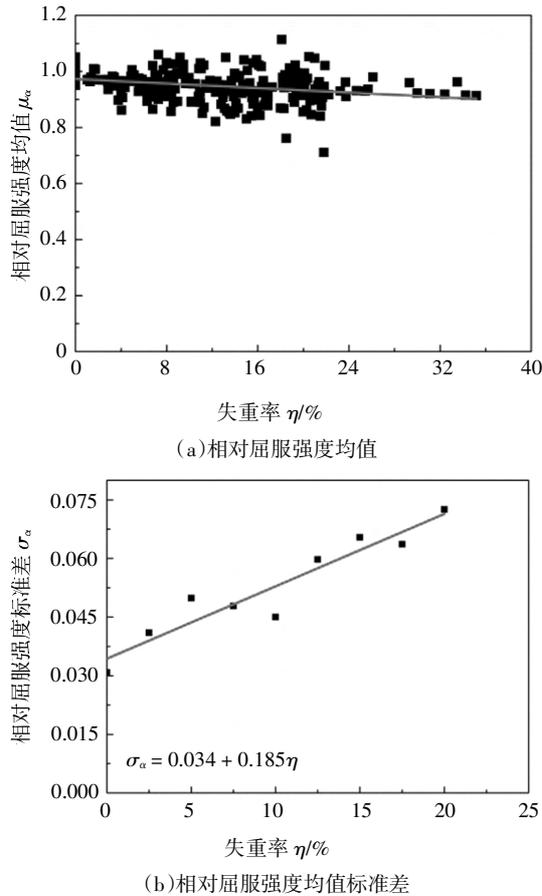


图8 锈蚀钢材相对屈服强度均值和标准差与失重率关系  
Fig.8 Relationship between mean and standard deviation of relative yield strength and mass loss rate

$$\mu_{\alpha} = 1 - 0.401\eta \quad (2)$$

$$\sigma_{\alpha} = 0.034 + 0.185\eta \quad (3)$$

式中: $\mu_{\alpha}$ 为相对屈服强度均值; $\sigma_{\alpha}$ 为相对屈服强度标准差; $\eta$ 为失重率。

根据文献[19],以重量计算的腐蚀速度和以锈蚀深度计算的腐蚀速度的关系

$$K_m = 8.76 \cdot K_h / \rho \quad (4)$$

$$\eta = \frac{K_m t}{m} \quad (5)$$

式中: $K_m$ 为按重量计算的腐蚀速度; $K_h$ 为按锈蚀深度计算的腐蚀速度,本文取0.03 mm/a; $\rho$ 为钢材密度; $m$ 为原始质量.根据式(4)(5)可得到以重量计算的腐蚀速度,从而得到失重率对应的腐蚀时间。

### 3 锈蚀钢梁可靠度分析

#### 3.1 功能函数

本文考虑锈蚀对钢梁承载力的影响,随着腐蚀

时间的增加,钢梁截面和强度不断减小,因此净截面模量和钢材强度具有时变性.本文假设同一腐蚀时间所有截面(翼缘和腹板)锈蚀深度相同,根据GB 50017—2017《钢结构设计标准》<sup>[20]</sup>,只考虑 $x$ 方向的钢梁抗弯强度计算公式

$$\frac{M_x}{\gamma_x W_x(t)} \leq f(t) \quad (6)$$

式中: $M_x$ 为绕 $x$ 轴弯矩; $W_x(t)$ 为 $x$ 轴净截面模量; $\gamma_x$ 为截面塑性发展系数; $f(t)$ 为随时间变化的钢材强度; $t$ 为腐蚀时间。

由式(6)可知,锈蚀钢梁时变抗弯承载力计算公式见式(7)。

$$M(t) = \gamma_x f(t) W_x(t) \quad (7)$$

锈蚀后钢材强度为:

$$f(t) = \alpha(t) f \quad (8)$$

式中: $\alpha$ 为相对屈服强度; $f$ 为未锈蚀钢材强度。

锈蚀钢梁净截面模量表达式为:

$$W_x(t) = \frac{I_x}{H/2 - h(t)} \quad (9)$$

式中: $h(t)$ 为锈蚀深度; $I_x$ 为锈蚀后钢梁惯性矩,其表达式为

$$I_x(t) = (t_w - 2h(t))(H + 2h(t) - 2t_f)^3/12 + 2(B - 2h(t))(t_f - 2h(t))(H - t_f)^2/4 + (B - 2h(t))(t_f - 2h(t))^3/12 \quad (10)$$

结合式(7)(8)(9)和(10)可得锈蚀钢梁时变抗弯承载力。

综合上述可以建立锈蚀钢梁功能函数为

$$Z(t) = \gamma_x W_x(t) f(t) - M_G - M_Q \quad (11)$$

式中: $M_G$ 为永久荷载作用下钢梁计算截面产生的弯矩; $M_Q$ 为活荷载作用下钢梁计算截面产生的弯矩。

#### 3.2 锈蚀钢梁可靠度分析的概率密度演化方法

锈蚀钢梁功能函数为

$$Z(t) = g(\theta, t) \quad (12)$$

式中: $\theta$ 为锈蚀钢梁物理参数,本文考虑参数随机性, $\theta$ 为随机向量。

为了得到概率密度演化方程,需要 $Z$ 与 $\theta$ 的联合概率密度函数,其表达式为:

$$f_{Z\theta}(z, \theta, t) = \delta(z - g(\theta, t)) f_{\theta}(\theta) \quad (13)$$

式中: $f_{Z\theta}(z, \theta, t)$ 为 $Z$ 与 $\theta$ 的联合概率密度函数; $f_{\theta}(\theta)$ 为随机向量联合概率密度函数,本文取各随机变量分布概率密度函数的乘积<sup>[21]</sup>; $\delta(g)$ 为Dirac函数。

对式(13)两端关于 $t$ 求导得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{z\theta}(z, \theta, t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} [\delta(z - z(\theta, t))f_{\theta}(\theta)] = \\ &= -\frac{\partial z(\theta, t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial z} [\delta(z - z(\theta, t))f_{\theta}(\theta)] = \\ &= -\dot{Z}(\theta, t) \frac{\partial f_{z\theta}(z, \theta, t)}{\partial z} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{即: } \frac{\partial f_{z\theta}(z, \theta, t)}{\partial t} + \dot{Z}(\theta, t) \frac{\partial f_{z\theta}(z, \theta, t)}{\partial z} = 0 \quad (15)$$

式中:  $\dot{Z}(\theta, t)$  为锈蚀钢梁功能函数对时间求导. 式(15)即为基于锈蚀钢梁功能函数的概率密度演化方程.

由式(13)可知式(15)初始条件为

$$f_{z\theta}(z, \theta, t_0) = \delta(z - g(\theta, t_0))f_{\theta}(\theta) \quad (16)$$

根据初始条件式(16), 求解偏微分方程式(15), 得到联合概率密度函数  $f_{z\theta}(z, \theta, t_0)$ , 再对其关于  $\theta$  积分得到  $z(t)$  的概率密度函数

$$f_z(z, t) = \int_{\Omega} f_{z\theta}(z, \theta, t) d\theta \quad (17)$$

因此, 锈蚀钢梁失效概率可根据  $Z(t)$  的概率密度函数得到

$$p_f = \int_{z < 0} f_z(z, t) dz \quad (18)$$

### 3.3 基于概率密度演化方法可靠度分析步骤

根据上述分析, 基于概率密度演化方法锈蚀钢梁可靠度分析步骤如下<sup>[21]</sup>, 流程图如图9所示.

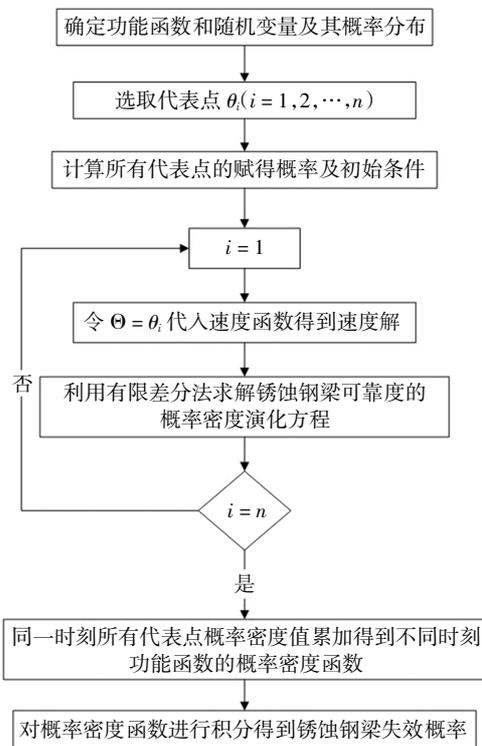


图9 锈蚀钢梁失效概率求解流程图

Fig.9 Flow chart of failure probability of corroded steel beam

1) 确定锈蚀钢梁功能函数  $Z(\theta, t)$  和随机变量及其分布类型.

2) 确定初始条件. 在概率空间  $\Omega$  选取代表点 ( $i=1, 2, \dots, n$ ), 则初始条件可表示为<sup>[21]</sup>

$$f_{z\theta}(z, \theta, t_0) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta z} P_q, g(\theta, t_0) - \frac{1}{2} \Delta z \\ \leq z \leq g(\theta, t_0) + \frac{1}{2} \Delta z \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (19)$$

式中:  $\Delta z$  为  $z$  的离散步长;  $g(\theta, t_0)$  为初始条件代表点  $\theta_i$  的  $z$  值;  $P_q$  为代表点的权重, 也称为赋得概率, 其表达式为

$$P_q = f_{\theta}(\theta_i) V_i \quad (20)$$

式中:  $V_i$  为代表点  $\theta_i$  空间体积.

3) 确定速度解 ( $\dot{Z}(\theta, t)$  的值). 对  $Z(\theta, t)$  关于  $t$  求导得  $\dot{Z}(\theta, t)$ , 把时间  $t$  离散为  $m$  个等间距时间段, 令  $t_m = k \times \Delta t$  ( $k=1, 2, \dots, m$ ),  $\Delta t$  为时间离散步长, 把  $t_m, \theta_i$  代入  $\dot{Z}(\theta, t)$  得到速度解  $\dot{Z}(\theta_i, t_m)$ .

4) 根据步骤2)与3)得到的初始条件和速度解  $\dot{Z}(\theta_i, t_m)$ , 采用有限差分法<sup>[14]</sup>求解式(15), 得到联合概率密度函数.

5) 对联合概率密度函数  $f_{z\theta}(z_j, \theta_i, t_m)$  进行积分得功能函数的概率密度函数

$$f_z(z_j, t_m) = \sum_{i=1}^n f_{z\theta}(z_j, \theta_i, t_m) \quad (21)$$

6) 对概率密度函数  $f_z(z, t_m)$  的  $(-\infty, 0)$  求积分可得锈蚀钢梁失效概率.

代表点的选取对概率密度演化方程的求解精度和效率至关重要, 代表点应保证均匀性并且尽可能的少又有足够的精度. 传统栅格选点法为了保证精度必须对随机变量进行足够精细的划分, 而且随着随机变量增加代表点的个数呈指数增加, 因此只适合随机变量较小情况, 当随机变量较大时, 计算量太大甚至无法计算. 为了得到更方便和精确的选点方法, 陈建岳等<sup>[22]</sup>提出了多种随机变量选点方法, 包括切球选点法(适用3个以下随机变量)和数论选点法<sup>[23]</sup>(适用3个以上随机变量). 对于一些简单问题可以直接得到概率密度演化方程的解析解, 但是对于工程实际问题一般很难求解, 因此有必要采用数值法对其进行计算. 概率密度演化方程求解实质是已知初始值求解线性偏微分方程问题, 有限差分法能

够很好的解决该问题,包括单边差分格式,LW(Lax-Wendroff)格式,TVD(Total Variation Diminishing)格式等.不同的差分格式稳定条件、收敛和精度有一定的差别.

### 4 算例分析

#### 4.1 算例概况

现有 Q235 H 型简支钢梁,其截面尺寸为 HW150×150×8×8.梁承受均布恒荷载  $G_k = 5.5 \text{ kN/m}$  和楼面活荷载  $Q_k = 1.5 \text{ kN/m}$ ,跨度为 6 m.未锈钢材屈服强度为 287.16 MPa,基本随机参数的选取见表 2,活荷载出现次数服从 Poission 分布,其随时间关系的计算过程参考文献[24],锈蚀深度和钢材屈服强度分布参数随时间关系分别由式 (1)(2)(3)(4)(5) 确定.通过 Matlab 编程计算得到锈蚀钢梁时变抗弯承载力平均值,如图 10 所示.从图 10 可发现,锈蚀钢梁时变抗弯承载力平均值随着时间增加不断下降.

表 2 构件随机参数

Tab.2 Component random parameters

变量名称	概率分布类型	平均值	变异系数
恒荷载 $G/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	正态	$1.06G_k$	0.07
活荷载 $Q/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	极值 I 型	$0.353Q_k$	0.229
截面宽度 $B/\text{mm}$	正态	150	0.035
截面高度 $H/\text{mm}$	正态	150	0.035
翼缘厚度 $t_f/\text{mm}$	正态	8	0.035
腹板厚度 $t_w/\text{mm}$	正态	8	0.035

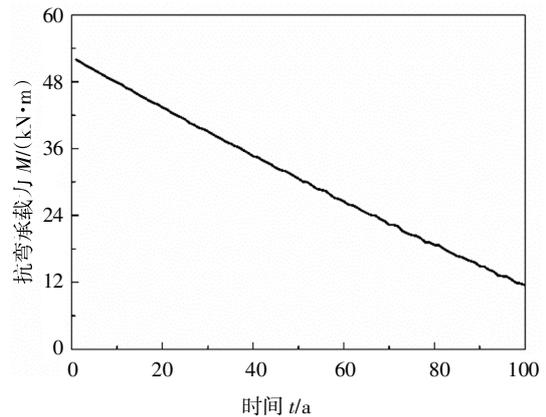


图 10 锈蚀钢梁时变抗弯承载力

Fig.10 Time-dependent flexural capacity of corroded steel beams

#### 4.2 锈蚀钢梁时变可靠度分析

本例随机变量较多,因此采用数论选点法,而后分别采用单边差分格式,LW 格式,TVD 格式对概率密度演化方程进行求解.第 26 年前失效概率较小,对比意义不大,为此表 3 给出了第 26-50 年 MCS 与 3 种差分格式失效概率对比.从表 3 可以发现,在失效概率较小时,3 种差分格式与 MCS 偏差较大,但是随着失效概率增大,偏差迅速减小且基本控制在 5% 以内,总体来看本文提出的方法是有效的;还可以发现 LW 格式和 TVD 格式较接近并且比单边差分格式更精确.在求解过程中可以看出,LW 格式求解得到的概率密度函数峰值右侧出现负值,特别是在前期,这和实际情况不符,因此后文采用 TVD 格式对概率演化方程进行求解.

表 3 MCS 与 3 种差分格式失效概率对比

Tab.3 Comparison of failure probability between MCS and three difference schemes

时间/a	MCS	单边差分法	偏差/%	TW	偏差/%	TVD	偏差/%
26	0.000 85	0.001 71	101.23	0.00166	95.56	0.00137	61.20
29	0.004 33	0.005 05	16.50	0.00456	5.22	0.00414	-4.41
32	0.010 54	0.011 30	7.20	0.01111	5.36	0.01032	-2.11
35	0.025 75	0.026 57	3.20	0.02736	6.24	0.02515	-2.33
38	0.051 61	0.050 94	-1.31	0.05329	3.25	0.05098	-1.23
41	0.094 99	0.093 00	-2.09	0.09256	-2.55	0.09682	1.93
44	0.158 33	0.154 38	-2.49	0.15286	-3.45	0.16268	2.75
47	0.235 02	0.228 18	-2.91	0.23023	-2.04	0.2428	3.31
50	0.330 52	0.317 59	-3.91	0.32708	-1.04	0.33815	2.31

分别计算了仅考虑锈蚀深度随机性、仅考虑强度随机性、两参量随机性都考虑和两参量随机性都不考虑4种情况下锈蚀钢梁失效概率及可靠指标,如图11所示.参考《建筑结构可靠度设计统一标准》(GB 50068—2001)<sup>[25]</sup>,本文假定钢梁安全等级为二级,延性破坏,则目标可靠指标为3.2.两参量随机性都考虑、仅考虑强度随机性、仅考虑锈蚀深度随机性和两参量随机性都不考虑可靠指标从最高点下降到目标可靠指标分别使用了31.42、27.89、26.78、24.95年.分析可以发现锈蚀深度随机性对锈蚀钢梁可靠度的影响大于强度随机性;还可以发现考虑随机性比未考虑随机性早6.47年达到目标可靠指标,因此锈蚀深度和强度在锈蚀过程中的随机性对锈蚀钢梁可靠度影响较大.

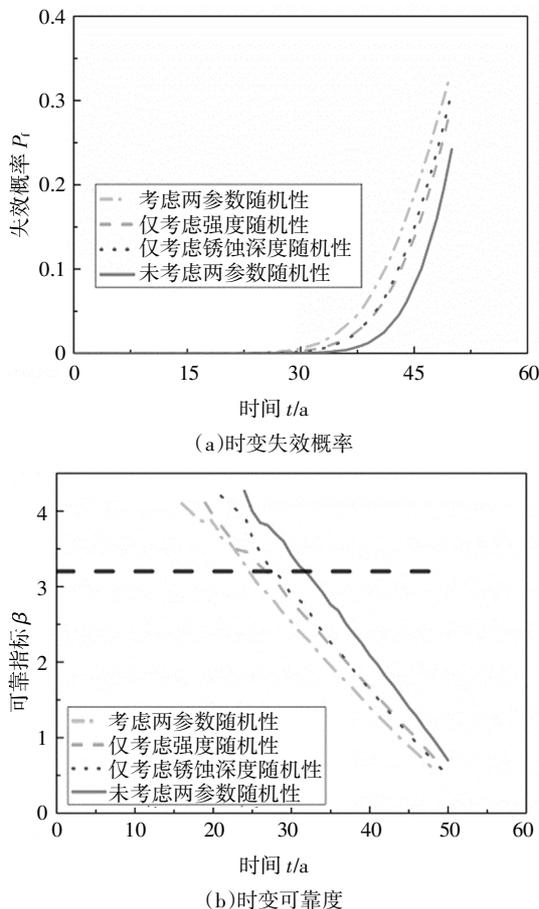


图11 时变失效概率和时变可靠度

Fig.11 Time-dependent failure probability and reliability

## 5 结论

1) 锈蚀深度和锈蚀钢材相对屈服强度服从正态分布;随着腐蚀时间的增加,锈蚀深度均值、标准差和钢材相对屈服强度标准差不断增大而相对屈服强

度均值不断减小.

2) 在失效概率较小时,单边差分格式,LW格式,TVD格式与MCS偏差较大,但是随失效概率增大,其偏差迅速减小,偏差基本控制在5%以内;TVD格式差分格式比另两种格式更精确.

3) 锈蚀深度和强度随机性对钢梁可靠度影响较大并且锈蚀深度随机性对可靠度的影响大于强度随机性,所以锈蚀钢梁可靠度分析时,应该考虑锈蚀深度和强度随机性.

## 参考文献

- [1] 罗立胜,罗永峰,郭小农.既有钢结构构件安全性评定分析方法[J].湖南大学学报(自然科学版),2014,41(3):20—25.  
LUO L S,LUO Y F,GUO X N. Analysis method for safety assessment of existing steel structure member [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2014, 41(3): 20—25. (In Chinese)
- [2] 史炜洲,童乐为,陈以一,等.锈蚀对钢材和钢梁受力性能影响的试验研究[J].建筑结构学报,2012,33(7):53—60.  
SHI W Z,TONG L W,CHEN Y Y, *et al.* Experimental study on influence of corrosion on behavior of steel material and steel beams [J]. Journal of Building Structures, 2012, 33(7): 53—60. (In Chinese)
- [3] KIM I T,LEE M J,AHN J H, *et al.* Experimental evaluation of shear buckling behaviors and strength of locally corroded web[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2013, 83(2): 75—89.
- [4] KHURRAM N,SASAKI E,KATSUCHI H, *et al.* Finite element investigation of shear capacity of locally corroded end panel of steel plate girder [J]. International Journal of Steel Structures, 2013, 13(4): 623—633.
- [5] LIU C,MIYASHITS T,NAGAI M. Analytical study on shear capacity of steel I-girders with local corrosion nearby supports[J]. Procedia Engineering, 2011, 14: 2276—2284.
- [6] WANG Y,WHARTON J A,SHENOI R A. Ultimate strength assessment of steel stiffened plate structures with grooving corrosion damage[J]. Engineering Structures, 2015, 94: 29—42.
- [7] RAHGOZAR R. Remaining capacity assessment of corrosion damaged beams using minimum curves [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2009, 65(2): 299—307.
- [8] SHARIFI Y,RAHGOZAR R. Remaining moment capacity of corroded steel beams [J]. International Journal of Steel Structures, 2010, 10(2): 165—176.
- [9] 徐善华,任松波,崔焕平,等.锈蚀槽钢受弯承载力试验研究[J].实验力学,2014,29(4):506—512.  
XU S H,REN S B,CHUI H P, *et al.* Experimental study of bending capacity of corroded channel steel member [J]. Journal of Experimental Mechanics, 2014, 29(4): 506—512. (In Chinese)
- [10] 卫军,张萌,董荣珍,等.钢筋锈蚀对混凝土梁破坏模式影响的试验研究[J].湖南大学学报(自然科学版),2013,40(10):15—21.

- WEI J,ZHANG M,DONG R Z,*et al.* Experiment research on the failure mode of concrete beam due to steel corrosion [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences),2013,40 (10):15—21. (In Chinese)
- [11] NAKAI T,MATSUSHITA H,YAMAMOTO N. Effect of pitting corrosion on strength of web plates subjected to patch loading [J]. Thin-Walled Structures,2006,44(1):10—19.
- [12] SHARIFI Y. Reliability of deteriorating steel box-girder bridges under pitting corrosion [J]. Advanced Steel Construction,2011,7 (3):220—238.
- [13] MELCHERS R E. The effect of corrosion on the structural reliability of steel offshore structures [J]. Corrosion Science,2005,47(10): 2391—2410.
- [14] 陈建兵,李杰.基于概率密度演化方法的随机结构可靠度分析[J].计算力学学报,2004,21(3):285—290.  
CHEN J B,LI J. Reliability analysis of stochastic structures based on probability density evolution method [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics,2004,21(3):285—290. (In Chinese)
- [15] 李杰,陈建兵.随机结构动力可靠度分析的概率密度演化方法[J].振动工程学报,2004,17(2):121—125.  
LI J,CHEN J B. Probability density evolution method for dynamic reliability analysis of stochastic Sstructures[J]. Journal of Vibration Engineering,2004,17(2):121—125. (In Chinese)
- [16] 李杰,范文亮.钢筋混凝土框架结构体系可靠度分析[J].土木工程学报,2008,41(11):7—12.  
LI J,FAN W L. System reliability analysis of RC frames [J]. China Civil Engineering Journal,2008,41(11):7—12. (In Chinese)
- [17] 杨熙珍.金属腐蚀电化学热力学[M].北京:化学工业出版社,1991:124—125.  
YANG X Z. Electrochemical thermodynamics of metal corrosion [M]. Beijing:Chemical Industry Press,1991:124—125. (In Chinese)
- [18] GB 228.1—2010 金属材料拉伸试验第1部分:室温试验方法[S].北京:中国标准出版社,2001:34—35.  
GB 228.1—2010 Metallic materials—tensile testing—part 1;method of test at room temperature [S]. Beijing:Standards Press of China,2010:34—35. (In Chinese)
- [19] 朱相荣,王相润.金属材料的海洋腐蚀与防护[M].北京:国防工业出版社,1999:38—39.  
ZHU X R,WANG X R. Corrosion and protection of metals in marine environment [M]. Beijing:National Defense Industry Press,1999:38—39. (In Chinese)
- [20] GB 50017—2017 钢结构设计标准[S].北京:中国建筑工业出版社,2017:37—38.  
GB 50017—2017 Standard for design of steel structures [S]. Beijing:China Architecture & Building Press,2017:37—38. (In Chinese)
- [21] 李杰.生命线工程抗震[M].北京:科学出版社,2005:78—86.  
LI J. Seismic of the lifeline engineering [M]. Beijing:Science Press,2005:78—86. (In Chinese)
- [22] 陈建兵,李杰.随机结构反应概率密度演化分析的切球选点法[J].振动工程学报,2006,19(1):1—8.  
CHEN J B,LI J. Strategy of selecting points via sphere of contact in probability density evolution method for response analysis of stochastic structures[J]. Journal of Vibration Engineering,2006,19 (1):1—8. (In Chinese)
- [23] 陈建兵,李杰.随机结构静力反应概率密度演化方程的差分方法[J].力学季刊,2004,25(1):21—28.  
CHEN J B,LI J. Difference method for probability density evolution equation of stochastic structural response [J]. Chinese Quarterly of Mechanics,2004,25(1):21—28. (In Chinese)
- [24] 项正良,申永江,马菲,等.工程结构时变可靠度方法及 Monte Carlo 实现[J].铁道科学与工程学报,2017(5):151—158.  
XIANG Z L,SHEN Y J,MA F,*et al.* Time-dependent reliability method of engineering structures and realization of Monte Carlo[J]. Journal of Railway Science and Engineering,2017(5):151—158. (In Chinese)
- [25] GB 50068—2001 建筑结构可靠度设计统一标准[S].北京:中国建筑工业出版社,2001:9—10.  
GB 50068—2001 Unified standard for reliability design of building structures [S]. Beijing:China Architecture & Building Press,2001:9—10.(In Chinese)