

# 货物三维装箱问题建模及其乌鸦搜索算法优化

王素欣<sup>1,2</sup>, 温恒<sup>1,2†</sup>, 卢福强<sup>1,2</sup>, 刘浩伯<sup>1,2</sup>, 王雷震<sup>1,2</sup>

(1. 东北大学秦皇岛分校 控制工程学院, 河北 秦皇岛 066004;

2. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘要:**针对货物三维装箱问题建立三维装箱模型. 在模型中, 为避免货物在运输过程中转弯时由于偏心导致翻车现象的发生, 加入了考虑转弯时重心约束, 得到重心区域投影为等腰三角形或者等腰梯形. 货物放置规则中扩大了剩余空间区域, 增加了解的多样性. 在算法中, 为了提高迭代收敛速度, 增强其全局寻优的能力, 采用改进的乌鸦搜索算法对模型进行求解与优化. 在改进算法中, 提出并引入了多概率随机游走策略和解修复策略. 解修复策略使得算法适用于模型求解, 尽可能增加解的多样性. 多概率随机游走策略是种群迭代后继续以多种不同的概率进行随机游走, 使得算法全局寻优能力更强. 仿真实例与基准函数测试结果表明, 改进后的算法优化效果明显.

**关键词:**三维装箱问题; 集装箱装载问题; 乌鸦搜索算法; 转弯重心约束; 集装箱包装公司; 优化与决策

中图分类号: TP391

文献标志码: A

## Modeling of 3D Cargo Loading Problem and Optimization of Crow Search Algorithm

WANG Suxin<sup>1,2</sup>, WEN Heng<sup>1,2†</sup>, LU Fuqiang<sup>1,2</sup>, LIU Haobo<sup>1,2</sup>, WANG Leizhen<sup>1,2</sup>

(1. School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China;

2. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

**Abstract:** Aiming at the three-dimensional bin loading problem of cargo, a three-dimensional cargo loading model is established. In the model, in order to avoid the phenomenon of rolling over due to the eccentricity during the turn of the goods in the process of transportation, the gravity center constraint during the turn was added to obtain the projection of the gravity center area as an isosceles triangle or isosceles trapezoid. The cargo placement rules expand the remaining space area and increase the diversity of understanding. In order to improve the speed of iterative convergence and enhance its global optimization ability, an improved crow search algorithm is adopted to solve and optimize the model. In the improved algorithm, a multi-probability random walk strategy and a reconciliation strategy are proposed and introduced. The solution repair strategy makes the algorithm suitable for model solving and increases the diversity of solutions as much as possible. The multi-probability random walk strategy is to continue to walk randomly

\* 收稿日期: 2019-07-17

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(71401027), National Natural Science Foundation of China (71401027); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N172304016), Fundamental Research Funds for the Central Universities (N172304016); 河北省自然科学基金资助项目(G2016501086), Natural Science Foundation of Hebei Province(G2016501086); 河北省高等学校科学技术研究重点资助项目(ZD2016202), Key Project of Science and Technology Research of Higher Education in Hebei Province(ZD2016202)

**作者简介:** 王素欣(1976—), 女, 河北唐山人, 东北大学秦皇岛分校副教授, 博士

† 通讯联系人, E-mail: iwenheng@outlook.com

with different probabilities after population iteration, which makes the global optimization ability of the algorithm stronger. Simulation examples and benchmark function test results show that the improved algorithm has obvious optimization effect.

**Key words:** three-dimensional bin packing problem; container loading problem; crow search algorithm; center of gravity constraint in turning; container packaging corp; optimization and decision

货物装箱与物流运输过程影响着企业的竞争力、成本、客户满意度、销量、以及市场占有率,直接影响着企业的盈亏情况甚至是企业未来的发展. 货物三维装箱问题的优化,可以减少物流过程所需要的成本,提高物流运输效率,使企业得到更好发展.

货物三维装箱问题其本质属于装箱问题(Bin Packing Problem, BPP). 作为一个经典的组合优化问题,“组合爆炸”现象的出现,导致这个 NP-hard 问题的最优解很难找到.

目前,装箱问题应用广泛,考虑平衡、稳定等因素的货物三维装箱问题逐渐增多. Galvão 等<sup>[1]</sup>针对集装箱装载问题,提出了一种具有静力稳定约束的集装箱装载算法,指出了静态稳定性与动态稳定性的对立关系. Martínez 等<sup>[2]</sup>考虑动态稳定约束的集装箱装载问题,提出了坠落箱数及加速时可能损坏箱数两项动态稳定性指标. 装箱问题的求解方法可以粗略地分为运筹学方法和启发式方法两大类. Paquay 等<sup>[3]</sup>针对三维多尺寸箱型的装箱问题,考虑了箱子的易碎性、稳定性和定位,以及箱子的特殊形状和重量等因素,提出了一个快速的建设性两阶段启发式算法. Alonso 等<sup>[4]</sup>考虑了几何、重量、重心、动力稳定性等约束,采用整数线性模型解决了多集装箱装载问题.

现有三维装箱研究中存在如下问题:

1) 一些模型的约束条件不完善,重心约束没有考虑转弯情况.

2) 目标函数考虑较少,部分模型未说明假设条件.

3) 用到的遗传算法等求解方法较旧,全局寻优的能力较弱,迭代收敛速度较慢.

乌鸦搜索算法<sup>[5]</sup>(Crow Search Algorithm, CSA)自被提出以来,广泛应用到诸多领域,如图像分割<sup>[6]</sup>、数据挖掘分类问题<sup>[7]</sup>、帕金森病的诊断<sup>[8]</sup>、评估噪声对损伤检测过程的影响<sup>[9]</sup>、图像处理问题<sup>[10]</sup>等. 改进乌鸦搜索算法的方法可以分为两大类,一类是引入策略对算法进行改进. 例如, Sayed 等<sup>[11]</sup>引入了 10 种混沌

映射,提出 CCSA; 另一类是与其他算法相结合的混合算法. 例如, Javaid 等<sup>[12]</sup>将 CSA 与蝙蝠算法混合,提出了 BCSA. Pasandideh 等<sup>[13]</sup>将 CSA 和正弦余弦算法的优点相结合,提出了余弦乌鸦搜索算法.

针对上述问题,为了减少翻车情况的发生,建立了具有考虑转弯情况、重心约束等 7 个约束条件,容积利用率、载重总重量、重心坐标等 5 个目标函数的多约束多目标货物三维装箱模型. 为了使乌鸦搜索算法更好地适配装箱问题,同时加快迭代收敛速度,提高全局搜索能力,提出并引入了多概率随机游走策略和解修复策略对原始乌鸦搜索算法进行改进,并对模型进行了求解,装箱效果更好.

为了验证改进 CSA 的有效性,结合实例通过遗传算法、粒子群算法、乌鸦搜索算法、灰狼优化算法<sup>[14]</sup>(Grey Wolf Optimizer, GWO)、鲸鱼优化算法<sup>[15]</sup>(Whale Optimization Algorithm, WOA)、最有价值球员算法<sup>[16]</sup>(Most Valuable Player Algorithm, MVPA),以及改进后的乌鸦搜索算法对货物三维装箱问题进行了优化仿真与测试,进一步说明了改进后的算法迭代收敛速度更快,跳出局部最优的能力更强. 为了说明改进后的算法在连续问题中的适用性,通过对 3 个基准函数测试以及和其他部分算法对比,验证了改进后算法的优越性.

## 1 货物三维装箱模型的建立

由于大部分装箱问题研究中给出的重心约束都没有考虑货车转弯的情况,针对这一现象,建立了考虑转弯的情况的模型,并得出了与其他研究不一样的重心约束条件.

### 1.1 问题假设与符号说明

#### 1.1.1 问题假设

由于货车的实际运输过程较为复杂,为了将问题简化,提出如下假设:

1) 货车车厢与货物均为标准长方体结构.

2)所有货物均密度均匀,其质心为长方体结构几何中心,且不发生形变.

3)用泡沫或棉花填充空隙,忽略填充物重量.

4)装载时,货物的高必须与车厢的高平行.

5)运输过程中,货车转弯时的行驶路线为规则的圆形道路.

6)运输过程中,道路均为平坦的道路,若存在倾斜情况,倾斜角度始终不变.

1.1.2 符号说明

模型用到的符号及相关说明见表 1.

表 1 符号说明

Tab.1 Symbol description

符号	说明	符号	说明
$G$	货物和货车车厢整体所受的重力	$t$	当前迭代次数 $t(1,2,\dots,t,\dots,T)$
$F_N$	货车所受到的地面支持力	$N$	种群大小
$g$	重力加速度(按 $9.8 \text{ m/s}^2$ 进行计算)	$n$	个体序号 $n(1,2,\dots,n,\dots,N)$
$m$	货物和货车车厢整体的质量	$X_n$	第 $n$ 个个体
$F$	相当于加在货车上的离心力	$x_{nd}$	第 $n$ 个个体第 $d$ 个货物的编号与摆放方式
$f$	货车所受到的摩擦力	$u$	车厢容积的利用率
$R$	规则圆形平缓道路的半径	$I$	装入车厢中货物总数
$\alpha$	在 $YOZ$ 平面上,货物重心与支撑轴投影的连线与车厢底面投影直线所夹的锐角	$i$	装入车厢中货物序号, $i(1,2,\dots,i,\dots,I)$
$\beta$	道路倾斜角	$v_i$	放入第 $i$ 个货物体积
$V_{\max}$	货车转弯时行驶的最大速度	$\bar{x}$	货物合重心的 $x$ 坐标
$L$	货车车厢的长	$\bar{y}$	货物合重心的 $y$ 坐标
$W$	货车车厢的宽	$\bar{z}$	货物合重心的 $z$ 坐标
$H$	货车车厢的高	$x_i$	第 $i$ 个货物的 $x$ 坐标
$V$	货车车厢的容积 $V=LWH$	$y_i$	第 $i$ 个货物的 $y$ 坐标
$D$	货物的总个数	$z_i$	第 $i$ 个货物的 $z$ 坐标
$d$	装载货物的序号, $d(1,2,\dots,d,\dots,D)$	$m_i$	第 $i$ 个货物的质量
$S$	剩余空间	$M$	装入货物的总质量
$T$	最大迭代次数		

对货物按照从 1 到  $D$  的顺序进行编号,设可行解的结构为:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1d} & \cdots & x_{1D} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2d} & \cdots & x_{2D} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nd} & \cdots & x_{nD} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Nd} & \cdots & x_{ND} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $X$  的每一行表示一个解  $X_n; x_{nd} \in [-D, D]$ , 且  $x_{nd}$  是不为 0 的整数, 表示第  $d$  个装入的货物其序号为  $|x_{nd}|, x_{nd} > 0$  表示货物的长与车厢的长平行,  $x_{nd} < 0$  表示货物的长与车厢的宽平行.

1.2 建立货物三维装箱模型

在保证货物与货物之间不存在镶嵌、包含现象,且货车转弯过程中不翻车的条件下,将货物按照一定的顺序以及摆放方式装入到车厢内.综合考虑容积利用率以及货物合重心等因素对整个装载运输过程的影响,对货物三维装箱问题建立合理的模型.

1.2.1 目标函数

下面对货物三维装箱问题建立具有优先级的多目标优化模型.考虑到运输成本的因素,应当尽量减少货物运输的次数,因此,货物装箱的第 1 目标是车厢容积的利用率最大,即第 1 目标函数的表达式如式(2)所示.合理利用空间之后,要合理利用载重量,在满足第 1 个目标的情况下,货物装箱的第 2 目标是装载货物的总质量最大,即第 2 目标函数的表达式如式(3)所示.不倒翁之所以不倒,正是因为其重心低的原因,物体的重心越低越稳定,因此,货物装箱的第 3 目标是在满足前 2 个目标的情况下,货物合重心的高度最低,即第 3 目标函数的表达式如式(4)所示.货物装箱的第 4 目标是在满足前 3 个目标的情况下,货物合重心的  $Y$  坐标最靠近车厢宽度的中心,即第 4 目标函数的表达式如式(5)所示.一般情况下,上述 4 个具有优先级的目标函数足以区分不同的解,为了使模型的适用情况更加广泛,这里引入第 5 目标,假设运输过程中要求在满足前 4 个目标的情况下,货物合重心的  $X$  坐标要最靠近车厢长度的中心,则第 5 目标函数的表达式如式(6)所示.即在满足约束且货物容积利用率最大的情况下,进一步按优先级顺序对合重心的各个坐标进行建模与优化.

模型的目标函数为:

$$\max u = \frac{\sum_{i=1}^I v_i}{V} \quad (2)$$

$$\max \sum_{i=1}^I m_i \tag{3}$$

$$\min \bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^I z_i m_i}{\sum_{i=1}^I m_i} \tag{4}$$

$$\min \left| \bar{y} - \frac{W}{2} \right| \tag{5}$$

$$\min \left| \bar{x} - \frac{L}{2} \right| \tag{6}$$

1.2.2 约束条件

在物流领域中,货物装箱后存在配送过程,转弯的时候由于货物偏心容易翻车. 为了避免翻车现象的出现,在货物装箱过程中加入考虑转弯的重心约束.

1)转弯时重心约束的推导过程

以 $(x_i, y_i, z_i)$ 表示第*i*个箱子的质心的坐标,则*I*个箱子的组合体质心坐标表示为 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ ,其公式如下:

$$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = \left( \frac{\sum_{i=1}^I x_i m_i}{\sum_{i=1}^I m_i}, \frac{\sum_{i=1}^I y_i m_i}{\sum_{i=1}^I m_i}, \frac{\sum_{i=1}^I z_i m_i}{\sum_{i=1}^I m_i} \right) \tag{7}$$

考虑到货车转弯的对称性,对货车右转弯过程进行分析. 货车转弯时,相当于受到一个离心力的作用,此时,货车更容易绕着以货车左前轮、左后轮分别与地面接触的两点所确定的直线看作为转轴逆时针翻转. 以靠近车头的车厢左下角为原点,其引出的3条棱所在直线分别为*X*轴、*Y*轴、*Z*轴建立空间坐标系对车厢进行分析,仅考虑*YOZ*平面,即将车厢投影到*YOZ*平面上,对货车在即将翻转的临界状态进行受力分析,如图1所示.

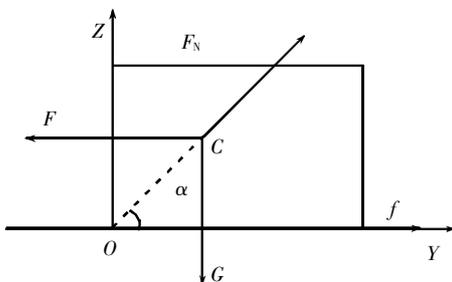


图1 货车车厢模拟后视图及其在投影面的受力分析图

Fig.1 The simulated rear view of the truck carriage and its force analysis diagram on the projection plane

受力分析后得到,

$$F = m \frac{V_{\max}^2}{R} \tag{8}$$

$$G = mg \tag{9}$$

左下角的转轴在*YOZ*平面投影为*O*点,其坐标为(0,0),货物重心在*YOZ*平面投影为*C*点,其坐标为(*y*,*z*),直线*CO*与车厢底边*Y*轴所夹的锐角为*α*:

$$\tan \alpha = \frac{z}{y} \tag{10}$$

容易得到,此时的合力矩为:

$$M = Fz - Gy \tag{11}$$

当*M* > 0时,货车发生翻转,即:

$$\tan \alpha > \frac{G}{F} = \frac{mg}{m \frac{V_{\max}^2}{R}} = \frac{gR}{V_{\max}^2} \tag{12}$$

货车会绕*O*点逆时针翻转,临界翻车时,

$$\alpha = \arctan \frac{gR}{V_{\max}^2} \tag{13}$$

即如果想要避免翻车,需要满足的约束条件为:

$$\alpha \leq \arctan \frac{gR}{V_{\max}^2} \tag{14}$$

考虑到货车以及路况的对称性,重心应该位于图2中的阴影区域,货车以速度*V*行驶过半径为*R*的弯道时,不会翻车. 即在*YOZ*平面上的一个以车底投影的直线为底,底角*α* = arctan  $\frac{gR}{V_{\max}^2}$ 的等腰三角形(或者等腰梯形)投影区域.

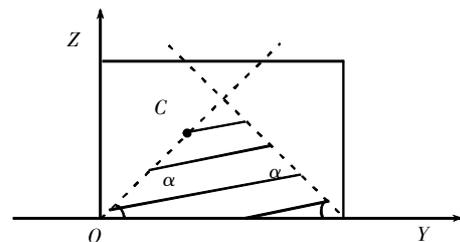


图2 货车后视图及重心稳定的区域

Fig.2 Rear view of truck and stable centre of gravity area

同理,当道路存在倾斜角为*β*的情况时,考虑最糟糕的情况,可以得到此时如果想要避免翻车,需要满足约束条件,

$$\alpha \leq \arctan \frac{gR}{V_{\max}^2} - \beta \tag{15}$$

式(15)所表示的重心约束条件在其他文章没有考虑的,加入此约束后,货物三维装箱问题更贴合实际情况,并且可以进一步降低货物运输过程存在的安全风险. 重心应该位于图3中的阴影区域.

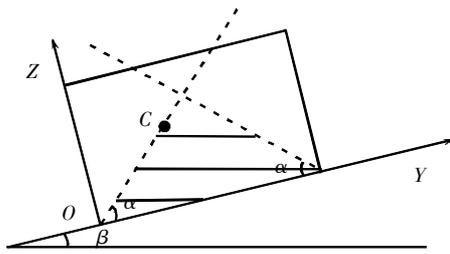


图 3 货车后视图及重心稳定的区域(道路有斜坡)  
Fig.3 Rear view and center of gravity stable area (road with slope)

2) 约束条件描述

模型的约束条件描述为:

- a) 保证货物不悬空放置.
- b) 保证货物与货物之间不存在镶嵌、包含的现象.
- c) 货物总重量不能超过货车的载重量.
- d) 货物的总体积不能超过货车的总容积.
- e) 货物放置的顶面要与车厢顶面平行, 货物放置的前面要与车厢前面平行.
- f) 装入的货物不能有在集装箱箱外的部分.
- g) 货物的组合重心满足式(15)约束条件.

3) 约束条件的特点

上述约束中, 前 6 个为常用的现实约束, 约束条件 g 中重心约束范围与其他研究不同. 其他研究未考虑转弯情况, 只在静止情况下得到的重心范围投影为矩形区域, 约束条件 g 考虑了转弯情况, 得到的是等腰三角形或等腰梯形区域, 模型相对更完善.

1.2.3 货物放置规则与特点

1) 放置规则

将空容器看作一个剩余空间, 将货物的左后下角与剩余空间的左后下角重合放置货物. 放入的货物其每个面均可将占用的剩余空间切割为两部分, 取货物不占用的那部分空间作为新的剩余空间. 图 4 表示货物上面切割出的剩余空间 S.

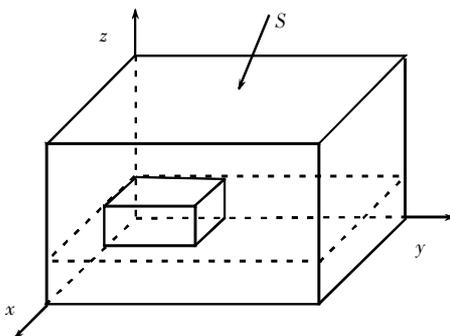


图 4 剩余空间分割示意图

Fig.4 Schematic diagram of residual space segmentation

每个面都切割空间后, 删除容积为 0 的剩余空间, 将得到剩余空间与已有的剩余空间合并. 得到新的剩余空间, 并尝试放入下一个货物. 货物按照解序列所对应的货物编号依次放入容器, 且优先放在靠下的剩余空间中.

2) 放置特点

其他大部分文献中, 上空间的分割得到的底面积和货物顶面的面积相同, 即货物上面的货物, 其底面面积必须不超过下方货物的顶面面积, 相当于增加了限定, 而这里的规则突破了限定, 增加了了解的多样性.

2 改进 CSA 求解货物三维装箱问题

对货物三维装箱模型优化求解的目的是为了得到一个更好的装箱方案, 在保证运输安全的情况下, 更好地利用装载空间, 从而尽可能减少运输成本.

2.1 CSA 求解货物三维装箱问题

乌鸦搜索算法(CSA)是 Askarzadeh<sup>[5]</sup>在 2016 年提出的启发式算法. 其灵感来自于群居的乌鸦隐藏自己多余食物的过程. 乌鸦隐藏自己的食物, 既要不被其他乌鸦发现, 又想跟随其他乌鸦找到它隐藏的食物. 由于其相对较好的优化效果, 被广泛应用在各个领域中.

随机初始化所有乌鸦种群 X, 如式(1).

初始化乌鸦的记忆 E, 作为当前每个乌鸦的历史最优位置, 即每个可行解的历史最优解.

$$E \leq X \tag{16}$$

按照解序列进行货物装箱, 计算式(2)~式(6)所描述的 5 个目标函数值, 再进行下一步迭代, 迭代更新出新的乌鸦种群, 即新解, 更新公式为:

$$X_n^{t+1} = \begin{cases} X_n^t + r_n \cdot l_n \cdot (E_s^t - X_n^t), & r_s \geq A_s^t \\ \text{随机位置, 其它} \end{cases} \tag{17}$$

式中: n 表示当前第 n 只乌鸦; s 表示第 s 只乌鸦且 s ≠ n; X\_n^t 与 X\_n^{t+1} 分别表示在 t 时刻和 t+1 时刻乌鸦 n 的位置; E\_s^t 表示在 t 时刻乌鸦 s 的记忆; r\_n, r\_s 为两个随机数且 r\_n, r\_s ∈ [0, 1]; A\_s^t 表示 t 时刻乌鸦 s 的感知概率; l\_n 表示乌鸦 n 的飞行距离, l\_n 与 A\_s^t 需要预先设定好.

检查新解是否可行, 如果不可行, 将它修正为可行解. 解的具体修正过程将在下文中进行详细介绍.

再次计算 5 个目标函数值, 更新乌鸦记忆, 即每个个体的历史最优解. 更新公式为:

$$E_n^{t+1} = \begin{cases} X_n^{t+1}, & \text{当 } X_n^{t+1} \text{ 优于 } E_n^t \text{ 时} \\ E_n^t, & \text{其它} \end{cases} \quad (18)$$

继续迭代更新乌鸦种群,修正解,计算目标函数,更新记忆,如此循环,直到满足最大迭代次数或者其他终止准则时停止.得出  $M$  中最优的解作为最终的最优解.

### 2.2 改进 CSA 的策略

由于原始 CSA 主要用于连续问题,且迭代收敛速度慢,容易陷入局部最优,因此,这里对 CSA 进行改进,提出了两个改进策略.

#### 2.2.1 解修正策略

原始 CSA 主要用于求解连续函数的极值问题,属于连续问题,而货物三维装箱问题的解是离散的,直接用 CSA 求解并不符合实际情况,原始 CSA 并不适用.为了将 CSA 与货物三维装箱问题适配,且尽可能增大解的多样性,这里提出了解修正策略,图 5 是解修正策略的一个例子.

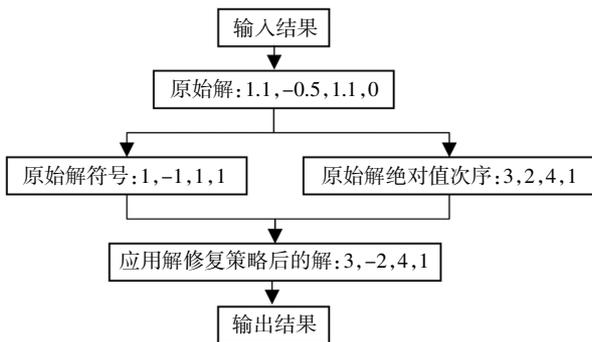


图 5 解的修正策略步骤示意图

Fig.5 Schematic diagram of the revision strategy steps of the solution

为了保持解的符号不变,先将解的符号提取出来,正号记为 1,负号记为-1,如果为 0 则视为正号.再将解序列的绝对值按照从小到大进行排序,如果大小一样则保持其相对顺序,将排序后的序号与解的符号按位相乘对解进行重新编码.

#### 2.2.2 多概率随机游走策略

在加入解修正策略之后,CSA 与货物三维装箱问题成功匹配了,但是其迭代收敛速度还不够快,跳出局部最优的能力还不够强.为了得到更优方案,引入多概率随机游走策略对乌鸦搜索算法进行改进,具体操作步骤如下.

设置 3 个概率,分别为  $p_1 = 0.25, p_2 = 0.5, p_3 = 0.75$ ,产生 3 个随机数  $q_1, q_2, q_3$ ,且满足  $q_1, q_2, q_3 \in$

$[0, 1]$ .

当  $q_1 \leq p_1$  时,随机游走策略为:

$$X_n^{t,1} = \tan(0.5\pi(q_4 - 0.5)) | X_n^t - (k_1^t \cdot q_5 - 0.5k_1^t) \bar{X}^t | \quad (19)$$

当  $q_2 \leq p_2$  时,随机游走策略为:

$$X_n^{t,2} = \sin(\pi(q_6 - 0.5)) | X_n^t - (k_2^t \cdot q_7 - 0.5k_2^t) \bar{X}^t | \quad (20)$$

当  $q_3 \leq p_3$  时,随机游走策略为:

$$X_n^{t,3} = \cos(\pi q_8) | X_n^t - (k_3^t \cdot q_9 - 0.5k_3^t) \bar{X}^t | \quad (21)$$

式中:  $X_n^t$  为第  $n$  只乌鸦在第  $t$  时刻随机游走前的位置;  $X_n^{t,h}$  为第  $n$  只乌鸦在第  $t$  时刻采用第  $h$  个概率随机游走方式游走后的位置,  $h = 1, 2, 3$ ;  $\bar{X}^t$  为乌鸦种群  $X$  对每 1 列的元素计算平均数后得到的一个行向量;  $q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9 \in [0, 1]$ , 且为随机数;  $k_h^t$  为  $t$  时刻第  $h$  个概率随机游走方式游走的步长,  $k_2^t$  的默认值为 2,  $k_1^t, k_3^t$  的默认计算公式为:

$$k_1^t = 1.5 + (t - 1)/(T - 1) \quad (22)$$

$$k_3^t = 2.5 - (t - 1)/(T - 1) \quad (23)$$

游走之后,分别计算  $X_n^{t,h}$  的函数值,选出最优的一个,存入与之对应乌鸦的记忆中.继续进行原算法的循环迭代操作.

#### 2.2.3 改进 CSA 流程图

将改进后的 CSA 称为多概率随机游走乌鸦搜索算法 (Multiple Probability Random Walk Crow Search Algorithm, MPRWCSA). MPRWCSA 是在原始 CSA 的基础上加入了解修正策略和多概率随机游走策略两个重要步骤,对于 MPRWCSA,其算法步骤流程图如图 6 所示.

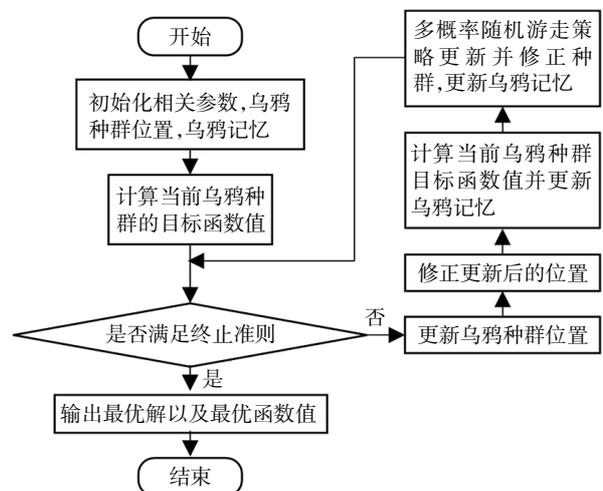


图 6 MPRWCSA 步骤框图

Fig.6 Procedure block diagram of MPRWCSA

### 3 仿真实验及结果分析

#### 3.1 装箱实例仿真

##### 3.1.1 案例说明

设置转弯时最大行驶速度  $V_{max} = 72 \text{ km/h}$ , 道路转弯的倾斜角  $\beta = 22^\circ$ , 转弯半径  $R = 0.1 \text{ km}$ , 重力加速度  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .

货车车厢与货物的规格<sup>[17]</sup>分别见表 2 及表 3.

表 2 货车车厢规格参数

Tab.2 Specifications of freight car

车厢尺寸	L/mm	W/mm	H/mm	G/kg	V/m <sup>3</sup>
外部	6 058	2 438	2 438	20 000	29.6
内部	5 867	2 300	2 197	20 000	29.6

表 3 货物规格参数

Tab.3 Cargo specifications

货物编号	l/mm	w/mm	h/mm	m/kg
1	2 208	517	1 000	1 027
2	2 280	612	1 000	1 495
3	908	760	1 000	935
4	850	663	1 000	1 038
5	1 700	765	1 000	1 250
6	1 320	509	1 000	933
7	1 800	1 400	1 000	1 145
8	1 612	1 570	1 000	1 655
9	1 000	540	1 000	1 043
10	530	409	1 000	885
11	2 206	820	1 000	1 287
12	700	660	1 000	822
13	600	336	1 000	867
14	900	470	1 000	1 165
15	1 560	680	1 000	1 210
16	1 900	1 205	1 000	925

设置种群数为 150, 最大迭代次数为 1 000, 分别用灰狼优化算法(GWO), 鲸鱼优化算法(WOA), 乌鸦搜索算法(CSA), 最有价值球员算法(MVPA), 遗传算法(GA), 粒子群优化算法(PSO)以及 MPRWC-SA 对该案例进行建模, 借助 MATLAB 程序对问题进行求解.

##### 3.1.2 仿真结果

计算每个算法模型求解 10 次后平均值, 只分析每一代中第 2 目标函数(重心高度最低)的值, 可以得到如图 7 所示的迭代收敛速度曲线.

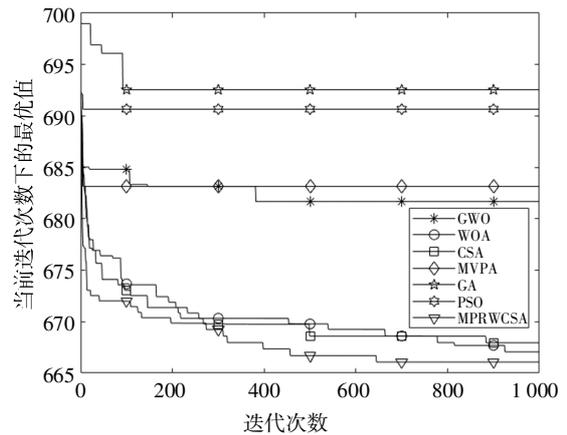


图 7 迭代收敛速度曲线

Fig.7 Iterative convergence rate curve

通过仿真实验可以得到, 货物装箱的最大体积为  $17\ 816.336 \text{ m}^3$ , 最大装载质量为  $17\ 682 \text{ kg}$ , 最大容积利用率为  $60.095\ 8\ %$ , 最优解的质心坐标为  $(2\ 407.425\ 2, 1\ 147.815\ 7, 663.556\ 16)$ , 最优解序列为  $3, 11, -2, 15, -8, 6, 5, -16, -1, 9, 4, 14, 10, 12, -13, 7$ , 装箱效果图如图 8 和图 9 所示, 仿真结果见表 4.

装箱效果图

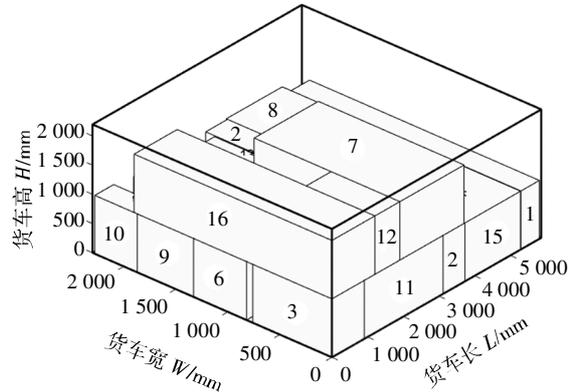


图 8 装箱效果图

Fig.8 Packing effect drawing

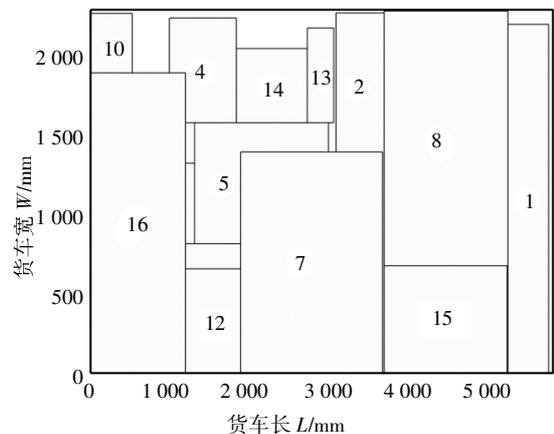


图 9 装箱效果俯视图

Fig.9 Top view of packing effect

表4 仿真结果表

Tab.4 Table of simulation results

评价指标	装载总体积 V/m <sup>3</sup>	装载体积利用率 u/%	装载总质量 G/kg	合重心Z轴坐标的平均值 /mm	合重心Y轴坐标的平均值 /mm	合重心X轴坐标的平均值 /mm	算法程序平均运行时间/s	达到最优时的平均迭代次数/次	10次实验的最优解合重心Z轴坐标/mm	10次实验的最优解合重心Y轴坐标/mm	10次实验的最优解合重心X轴坐标/mm	10次实验的最优解程序运行的时间/s	10次实验达到最优时的迭代次数/次
GWO	17 816.336	60.095 8	17 682	681.664 972	1 050.934 081	2 849.418 84	128.126 4	67.2	675.149 87	1 147.356	2 713.881 5	129.537	5
WOA	17 816.336	60.095 8	17 682	667.062 55	1 062.317 771	2 851.921 79	126.651 6	559.6	663.556 16	1 092.135 5	2 704.715 4	130.608	846
CSA	17 816.336	60.095 8	17 682	667.950 459	1 086.355 081	2 926.619 41	112.498 7	538.4	663.556 16	1 138.404 1	2 696.309 9	121.462	21
MVPA	17 816.336	60.095 8	17 682	683.146 703	1 048.634 553	2 845.446 61	307.099 3	4.9	669.833 73	999.102 93	3 086.086 5	291.595	1
GA	17 816.336	60.095 8	17 682	692.546 092	1 015.182 293	2 871.156 06	111.405 9	48.6	675.149 87	1 093.936 3	2 668.908	109.137	92
PSO	17 816.336	60.095 8	17 682	687.105 532	1 017.640 678	2 688.445 28	60.458 7	2.6	675.149 87	1 074.989 9	2 481.495 4	109.137	5
MPRWCSA	17 816.336	60.095 8	17 682	666.067 188	1 053.906 476	2 828.948 68	281.817 4	442.8	663.556 16	1 147.815 7	2 407.425 2	281.234	783

3.1.3 结果分析

通过图7可以直观地看出,改进后的乌鸦搜索算法(MPRWCSA)迭代效果明显优于其他优化算法,迭代收敛速度更快,得到的解更优.表4中,从解的优劣程度上可以看出,CSA、WOA、MPRWCSA 所得到的解,明显优于GWO、MVPA、GA、PSO. MPRWCSA 的合重心Z轴坐标的平均值较其他算法更优,10次实验中,Z轴坐标的最优值比GWO、MVPA、GA、PSO好,虽然与WOA、CSA相同,但在Y轴坐标的最优值上效果更好.相比较CSA与WOA,MPRWCSA达到最优解时所需要的平均迭代次数小于CSA与WOA.说明改进CSA后得到的MPRWCSA其迭代收敛速度更快,跳出局部最优的能力更强,在离散问题的应用上效果较好.

文献[8]和文献[19]中也用到了相同的仿真案例,对比实验结果发现,MPRWCSA得到的结果在重心上优于文献[17-19]中的结果,且模型更为合理.MPRWCSA由于其在更新后,还会按照不同的概率继续随机游走,结合解修复策略,因此比其他算法优化效果相对较好.

3.2 基准函数测试仿真

3.2.1 案例说明

通过3个常用的基准函数(Ackley、Sphere、Rastrigin)对MPRWCSA进行测试,并与CSA、PSO、GWO、WOA进行对比.其中,Sphere函数为单峰函数,Ackley函数虽是多峰函数,但是峰值间差距不明显,Rastrigin函数是显著的多峰函数.3个基准函数的表达式及其对应自变量的取值范围见表5.问题

维度设为2时,函数的图像如图10所示.

表5 基准函数表

Tab.5 Table of benchmark function

函数名	表达式	x <sub>n</sub> 的取值
Ackley	$f_1 = -20e^{0.2\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N x_i^2} - e^{-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \cos(2\pi x_i)}} + 20 + e$	[-32.7, 32.7]
Sphere	$f_2 = \sum_{n=1}^N x_n^2$	[-100, 100]
Rastrigin	$f_3 = \sum_{n=1}^N [x_n^2 - 10\cos(2\pi x_n) + 10]$	[-5.12, 5.12]

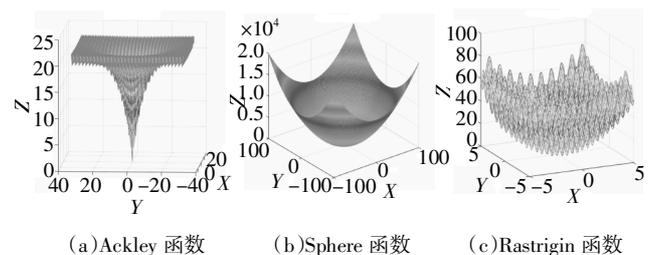


图10 基准函数图像(问题维度为2)

Fig.10 Baseline function image (problem dimension 2)

设置种群大小为150,最大迭代次数为1000,问题维度为30,分别对MPRWCSA和CSA进行30次测试.

3.2.2 仿真结果

依次将不同基准函数的30次测试历代当前最优值取平均值,绘制迭代收敛的半对数曲线,如图11~图13所示.记录30次测试的最优解,根据这30个数据,计算出最优值、最差值、平均值、标准差、平均时间等评价指标,结果见表6.

表 6 基准函数测试结果表  
Tab.6 Table of benchmark function test results

函数名评价指标	算法				
	MPRWCSA	CSA	PSO	GWO	WOA
最优值	0.141 950 113 843 676	0.185 722 974 367 818	0.167 946 365 755 065	0.000 000 000 000 888e-3	0.041 582 023 600 900
最差值	0.436 511 595 010 075	0.449 761 829 471 542	4.423 464 206 259 340	0.990 686 766 074 056e-3	1.667 359 582 197 066
Ackley 平均值	0.302 750 856 200 388	0.306 984 815 117 051	2.850 858 159 388 128	0.033 719 104 170 811e-3	0.449 087 002 013 168
标准差	0.091 310 871 501 079	0.076 706 550 828 122	1.053 619 406 698 468	0.180 757 334 762 029e-3	0.328 915 451 818 464
平均时间	4.239 4	2.407 3	1.864 7	3.253 2	6.249 5
最优值	0.082 255 544 497 652	0.117 846 278 441 317	0.040 703 213 910 467e2	0	0.088 647 834 754 249
最差值	1.173 967 231 662 480	1.892 773 470 782 937	1.486 153 925 237 107e2	46.873 139 124 518 204	6.499 448 116 960 683
Sphere 平均值	0.597 157 644 424 886	0.620 896 227 386 734	0.679 986 117 656 242e2	1.951 330 636 856 809	1.273 756 217 159 768
标准差	0.283 442 986 377 102	0.367 420 232 920 379	0.373 414 762 156 650e2	8.625 046 629 518 852	1.392 715 009 892 405
平均时间	3.272 9	1.702 5	0.805 57	2.548 6	5.056 1
最优值	0.005 049 769 200 906	0.118 967 217 019 190	0.002 324 331 826 969	0	0.016 227 215 721 415
最差值	0.014 010 409 440 315	0.807 637 049 286 257	1.189 343 638 332 389	22.663 341 587 429 329	2.811 205 173 384 622
Rastrigin 平均值	0.008 972 908 753 297	0.430 853 680 994 964	0.268 662 134 807 450	1.252 862 044 245 777	0.799 029 486 813 155
标准差	0.001 815 266 855 952	0.179 130 883 924 321	0.317 085 539 381 945	4.447 006 909 260 064	0.617 754 941 003 537
平均时间	3.554 5	2.362 7	1.084	2.638 8	6.331 7

3.2.3 结果分析

通过图 11~图 13 可以看出,MPRWCSA 能够很好地应用在连续问题中,且其前期的迭代收敛速度明显优于其他几个算法.从最终结果上看,除 Ackley 函数中不及 GWO 外,MPRWCSA 得到的结果相对更优一些.从表 6 中可以看出,较 CSA 而言,除运行时间与 Ackley 函数中测试标准差外,其他各项都比后者更优.较 WOA 而言,除 Ackley 函数中测试最优值外,其他各项都比后者更优.较 PSO 与 GWO 而言,

虽然最优值和运行时间上结果比后者差一点,但其算法稳定性较好.改进后的算法主要是为了提高前期的迭代收敛速度与全局搜索的能力,对于连续问题的寻优精度改进效果并不明显.

图 11 中,MPRWCSA 得到的结果其精度不如 GWO 的原因是由于 CSA 结果的精度比 GWO 差,而 MPRWCSA 并未针对最优解精度进行改进,主要改进了迭代收敛速度与全局搜索能力.

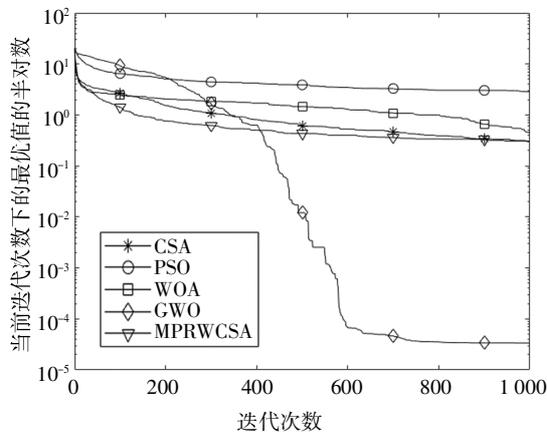


图 11 Ackley 函数迭代收敛速度半对数曲线图  
Fig.11 Ackley function iterative convergence rate semi-logarithmic curve

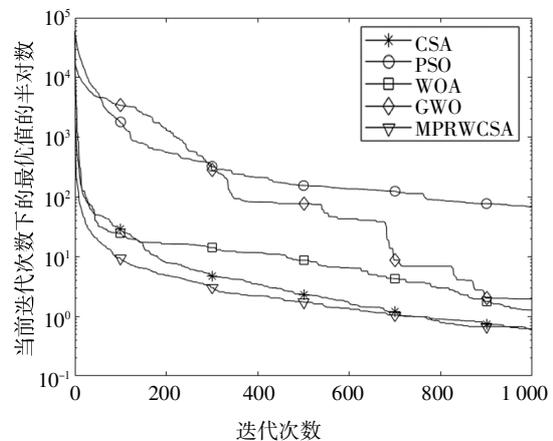


图 12 Sphere 函数迭代收敛速度半对数曲线图  
Fig.12 Sphere function iterative convergence rate semi-logarithmic curve

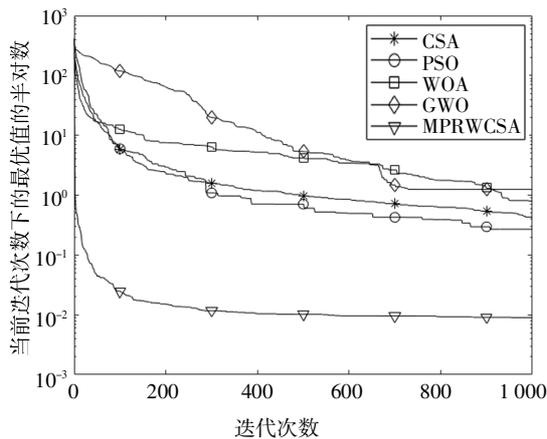


图 13 Rastrigin 函数迭代收敛速度半对数曲线图

Fig.13 Rastrigin function iterative convergence rate semi-logarithmic curve

## 4 结论

针对货物三维装箱问题进行了建模与优化,提出了更完善的模型与更高效的求解方法。

1)模型上的改进.在6个现实约束的基础上,加入了考虑转弯时的重心约束,建立了容积利用率、载重总重量、重心坐标等5个目标函数的货物三维装箱优化模型.其中,重心区域的投影为等腰三角形或等腰梯形,较其他文献中的矩形区域而言,考虑得更全面。

2)算法中的改进.提出并引入了多概率随机游走策略与解修复策略对乌鸦搜索算法进行改进,对货物三维装箱问题进行了求解与优化.将更新后的解按照不同概率进行随机游走,结合解修复策略,有效地提高了算法的迭代收敛速度与全局搜索能力。

3)优化结果分析.通过实例仿真验证了改进后算法对货物三维装箱问题求解优化的可行性与优越性.通过基准函数测试,说明了改进后的算法同样适用于连续问题,且在前期迭代收敛速度快,全局搜索能力强,得到的结果相对更好。

## 参考文献

[1] GALRÃO R A, OLIVEIRA J F, GONÇALVES J F, *et al.* A container loading algorithm with static mechanical equilibrium stability constraints [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2016, 91: 565—581.

[2] MARTÍNEZ J C, CUELLAR D, ÁLVAREZ-MARTÍNEZ D. Review of dynamic stability metrics and a mechanical model integrated with open source tools for the container loading problem [J]. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 2018, 69: 325—332.

[3] PAQUAY C, LIMBOURG S, SCHYNS M. A tailored two-phase

constructive heuristic for the three-dimensional multiple bin size bin packing problem with transportation constraints [J]. *European Journal of Operational Research*, 2018, 267: 52—64.

[4] ALONSO M T, ALVAREZ-VALDES R, IORI M, *et al.* Mathematical models for multi container loading problems with practical constraints [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2019, 127: 722—733.

[5] ASKARZADEH A. A novel metaheuristic method for solving constrained engineering optimization problems: crow search algorithm [J]. *Computers & Structures*, 2016, 169: 1—12.

[6] OLIVA D, HINOJOSA S, CUEVAS E, *et al.* Cross entropy based thresholding for magnetic resonance brain images using crow search algorithm [J]. *Expert Systems with Applications*, 2017, 79: 164—180.

[7] NAIK B, NAYAK J. Crow search optimization-based hybrid metaheuristic for classification: a novel approach [J]. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2017, 710: 775—784.

[8] GUPTAA D, SUNDARAMA S, KHANNA A, *et al.* Improved diagnosis of Parkinson's disease using optimized crow search algorithm [J]. *Computers and Electrical Engineering*, 2018, 68: 412—424.

[9] NARGES F, HOSEINI V S R, ALI M. Multi-damage identification of large-scale truss structures using a two-step approach [J]. *Journal of Building Engineering*, 2018, 19: 494—505.

[10] PATIL B, PATIL P M. Crow search algorithm with discrete wavelet transform to aid mumford shah inpainting model [J]. *Evolutionary Intelligence*, 2018, 11: 73—87.

[11] SAYED G I, HASSANIEN A E, AZAR A T. Feature selection via a novel chaotic crow search algorithm [J]. *Neural Comput & Applic*, 2019, 31: 171—188.

[12] JAVAID P N, MOHSIN S M, IQBAL A, *et al.* A hybrid bat-crow search algorithm based home energy management in smart grid [C]// *Barolli. Complex, Intelligent, and Software Intensive Systems*. Torino, Italy: *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2018: 75—88.

[13] PASANDIDEH S H R, KHALILPOURAZARI S. Sine-cosine crow search algorithm: theory and applications [J]. *Neural Computing and Applications*, 2020, 32: 7725—7742.

[14] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, LEWIS A. Grey wolf optimizer [J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69: 46—61.

[15] MIRJALILI S, LEWIS A. The whale optimization algorithm [J]. *Advances in Engineering Software*, 2016, 95: 51—67.

[16] BOUCHEKARA H R E H. Most valuable player algorithm: a novel optimization algorithm inspired from sport [J]. *Operational Research*, 2017, 80: 1—57.

[17] 卜雷, 袁新江, 蒲云, 等. 基于遗传算法的集装箱单箱三维装载优化问题 [J]. *中国铁道科学*, 2004, 25(4): 108—111.

BU L, YUAN X J, PU Y, *et al.* Three-dimensional loading optimization problem of container single box based on genetic algorithm [J]. *China Railway Science*, 2004, 25(4): 108—111. (In Chinese)

[18] 朱莹. 基于混合遗传算法的集装箱船三维装箱问题研究 [D]. 武汉: 华中科技大学船舶与海洋工程学院, 2016: 50—52.

ZHU Y. Container ship three-dimensional loading problem based on hybrid genetic algorithm [D]. Wuhan: School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Huazhong University of Science and Technology, 2016: 50—52. (In Chinese)

[19] 崔会芬, 许佳瑜, 朱鸿国, 等. 基于改进遗传算法的三维单箱装箱问题研究 [J]. *工业工程与管理*, 2018, 23(1): 86—89.

CUI H F, XU J Y, ZHU H G, *et al.* Study on three dimensional single box packing based on improved genetic algorithm [J]. *Industrial Engineering and Management*, 2018, 23(1): 86—89. (In Chinese)