文章编号:1674-2974(2021)09-0147-08

DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2021.09.016

# 实时混合试验鲁棒时滞补偿方法的数值研究

宁西占1,2节,黄伟1

(1. 华侨大学 土木工程学院,福建 厦门 361021;2. 福建省智慧基础设施与监测重点实验室(华侨大学),福建 厦门 361021)

摘 要:为解决实时混合试验系统中时变时滞严重影响试验稳定性和精度的问题,以基于 混合灵敏度的 H<sub>∞</sub> 鲁棒控制方法设计反馈控制器,使试验系统具有稳定的动态特性;以多项式 外插进一步消除时滞,并将其应用于线性 Benchmark 问题.为充分探讨所提方法性能,采用线 性和非线性加载系统模型,开展了物理子结构为线性和非线性的虚拟实时混合试验研究.结果 显示:作动器的实测位移均与期望位移几乎完全重合;与已有方法的对比显示,采用鲁棒时滞 补偿的实时混合试验具有更小的误差;而对非线性物理子结构,试验系统的均方根误差和峰值 误差均在 0.6%~1.5%之间,且均方根误差大于 10%和峰值误差大于 6%的概率远小于 0.05.研 究结果表明,鲁棒时滞补偿方法可大幅提高实时混合试验的模拟精度,并具有较强的鲁棒性. 关键词:实时混合试验;时滞;H<sub>∞</sub>控制;鲁棒性;不确定性

中图分类号:TU317 文献标志码:A

# Numerical Study of Robust Time-delay Compensation Method for Real-time Hybrid Simulation

NING Xizhan<sup>1,2†</sup>, HUANG Wei<sup>1</sup>

(1. College of Civil Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China;

2. Key Laboratory for Intelligent Infrastructure and Monitoring of Fujian Province (Huaqiao University), Xiamen 361021, China)

Abstract: To address the problem that the variable time delay seriously affects the stability and accuracy of the real-time hybrid simulation (RTHS), a robust time-delay compensation method was studied. A feedback controller based on  $H_x$  robust control method of mixed sensitivity was designed to stabilize the dynamics of the testing system, while the polynomial extrapolation method was employed to compensate for the time-delay. The proposed method was applied to a linear Benchmark problem. To further investigate the performance of the proposed method, virtual RTHSs were carried out with linear and nonlinear physical substructure (PS) employing linear and nonlinear models of the loading system. The results showed the measured displacements were almost identical to the desired displacements. Compared with the existing method, RTHS with the robust time-delay compensation method had a smaller error. For nonlinear PS, the root-mean-square error (RMSE) and peak error (PE) were both between 0.6% and 1.5%, and the probability of RMSE greater than 10% and PE greater than 6% was far less than 0.05. The study demonstrated that the robust delay compensation method can improve the accuracy of RTHS greatly and behavior strong robustness.

**Key words**: real-time hybrid simulation; time delay;  $H_{\infty}$  control; robustness; uncertainty

<sup>\*</sup> 收稿日期:2020-07-31

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(51908231), National Natural Science Foundation of China(51908231);中央高校基本科研业务费专 项资金项目(ZQN-912), Fundamental Research Funds for the Central Universities(ZQN-912);福建省自然科学基金资助项目(2020J01058), Natural Science Foundation of Fujian Province(2020J01058)

作者简介:宁西占(1987—),男,河北邯郸人,华侨大学讲师,工学博士

<sup>†</sup>通信联系人, E-mail: xzning@hqu.edu.cn

混合试验源于 1969 年日本学者<sup>[1]</sup>提出的拟动力 试验方法,它将数值计算和物理试验通过在线的方 式有机结合在一起,是评估结构在动荷载作用下性 能的经济、实用的方法.通常,混合试验方法将待评 估结构中具有较强非线性的部分取出在实验室进行 物理加载,剩余部分在计算机中模拟.前者称为物理 子结构,后者称为数值子结构,子结构间通过传递系 统(通常是作动器)联系在一起.混合试验提出之初 采用了慢速加载方式,并在逐步积分方法、误差传递 等方面取得了一系列研究进展<sup>[24]</sup>.

Nakashima 等在进行混合试验时对试件采用动 力加载的方式,提出了实时混合试验,解决了速率相 关型试件的混合试验问题[9]. 在实时混合试验中,数 值计算、边界条件实现及数据采集等均需在十分短 的时间步长内完成,以实现子结构间边界位移协调 和力的平衡.受数据交互、模拟信号与数字信号间相 互转换、作动器的动态性能以及作动器与试件间相 互作用的影响,作动器接收的命令和实际响应之间 往往不同步,这种现象通常称为时滞.时滞的存在将 减弱实时混合试验的精度,甚至严重影响其稳定性。 因此,一系列时滞补偿措施不断被用于抑制时滞的 影响,如基于常时滞假设的预测方法<sup>60</sup>,基于经典控 制理论的前馈、反馈及逆控制<sup>[7-9]</sup>,基于现代控制理论 的滑动模态控制<sup>[10]</sup>、H。控制<sup>[11]</sup>,以及基于反馈力修正 的方法[12]等.近年来,自适应时滞补偿策略[13-16]也得到 了广泛的关注.然而,基于控制理论的时滞补偿方法 大多数具有模型依赖性, 而反馈控制无法完全消除 时滞的影响.此外,考虑到物理加载的动态特性、试 件的非线性、噪声以及电压变化导致的供油压力变 化等因素,前述时滞补偿方法效果被削弱.

针对以上问题,本文提出了一种鲁棒时滞补偿 方法,并通过 Benchmark 模型进行了初步验证<sup>[15]</sup>.为 深入分析鲁棒时滞补偿方法的性能,本文首先基于 作动器的 Benchmark 模型,采用线性物理子结构,对 比研究了鲁棒时滞补偿方法和反馈修正的自适应时 滞补偿方法;之后,讨论了鲁棒时滞补偿方法处理非 线性物理子结构的能力;最后,基于考虑流量非线性 的作动器模型,以磁流变阻尼器为非线性物理子结 构,研究了考虑试验系统(作动器-试件系统)非线性 时鲁棒时滞补偿方法的性能.

### 1 鲁棒时滞补偿方法

在已有的时滞补偿方法中,大多数具有模型依

赖性,而数学模型不能考虑物理子结构的制造误差、观测噪声、外界扰动以及加载系统动态性能改变等因素.而在控制领域中,上述因素通常归为未建模动态和模型参数不确定性.因此,笔者提出了鲁棒时滞补偿方法,并将其应用于线性 Benchmark 问题<sup>[15]</sup>.该方法的原理如图1所示,其中 d<sup>0</sup>是期望位移,d<sup>n</sup>是测量位移,d<sup>e</sup>是命令位移,d是外插预测位移.该方法中,时滞补偿器由 H<sub>a</sub>控制器和多项式外插两部分组成,前者用于改善被控对象的动态性能,得到一个稳定且具有鲁棒性的闭环系统,后者则用于进一步消除系统的时滞.



Fig.1 Block diagram of robust time-delay compensation method

### 1.1 基于混合灵敏度的 H。控制器

 $H_{\alpha}$ 控制是通过建立从广义输入到性能输出的 性能指标传递矩阵 F,并在 Hardy 空间中以该性能 指标的无穷范数为衡量标准进行优化,从而得到控 制器的一种方法.标准  $H_{\alpha}$ 控制问题可通过对一般反 馈控制问题进行性能加权获取,本研究中加权的反 馈控制框图如图 2 所示.这里,广义输入为位移 d,性 能输出为  $z = [z_1; z_2; z_3]$ ,性能指标为:

$$\|\boldsymbol{F}\|_{\infty} = \begin{pmatrix} W_1 S \\ W_2 KS \\ W_3 T \\ \end{bmatrix}_{\infty}$$
(1)

式中:S = 1/(1 + PK)为灵敏度函数;T = PK/(1 + PK)为补灵敏度函数;P是控制对象(包含作动器和物理 子结构); $W_1$ 、 $W_2$ 和 $W_3$ 是性能加权函数,直接影响系 统的追踪性能和鲁棒性.图2所示控制问题的广义 被控对象及状态空间实现为:

$$G(s) = \begin{vmatrix} W_{1} & -PW_{1} \\ 0 & W_{2} \\ 0 & PW_{3} \\ 1 & -P \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_{1} & B_{2} \\ C_{1} & D_{11} & D_{12} \\ C_{2} & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$
(2)



Fig.2 Block diagram of weighted feedback control

设计 H<sub>\*</sub> 控制器,即寻找一个控制器 K,使得闭 环系统是内稳定的,并且性能指标满足

|| **F** ||<sub>∞</sub> = ||  $G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21}$ ||<sub>∞</sub> <  $\gamma$  (3) 式中: $\gamma$  是一个给定的正数,下标"∞"表示无穷范数. 设计  $H_{*}$  控制器有多种方法,如线性矩阵不等式法、 DGKF 法等<sup>[17]</sup>.本研究采用 DGKF 法,即当系统(A,  $B_{2}$ )为可镇定的,( $C_{2},A$ )为可检测时,可通过求解两 个黎卡提方程得到  $H_{*}$  控制器.

采用基于混合灵敏度的  $H_{\infty}$  控制设计时,控制器 的追踪性能和鲁棒性直接受到三个权函数的影响.吴 旭东和解学书<sup>[18]</sup>给出了权函数选取的一般性原则,这 里不再赘述.需要强调的是,在进行控制器设计时,权 函数  $W_1$ 应具有近似积分特性的形式,以实现在所关 心的频率范围内系统具有较强的追踪性能和抗干扰 能力;权函数  $W_3$ 在低频段远小于1并且在高频段应 具有近似  $s^2$ 特性,以实现对命令信号的追踪和对高 频噪声的抑制.因此,本研究中权函数  $W_1$ 和  $W_3$ 具有 如下形式;

$$W_1 = \frac{a_1}{s + a_2}, W_3 = b_1 s^2 + b_2 s + b_3$$
(4)

式中:a<sub>1</sub>、a<sub>2</sub>、b<sub>1</sub>、b<sub>2</sub>和b<sub>3</sub>是常数,且a<sub>2</sub>是一个很小的正数,以使控制器具有积分特性.

### 1.2 多项式外插

H<sub>\*</sub>控制本质上仍是反馈控制,控制后系统必然 仍有时滞存在.但采用 H<sub>\*</sub>控制器对被控对象的动态 性能进行修正后,系统将具有稳定的动态性能,具备 较强的追踪性能和抗干扰能力,且系统在较宽频率 范围内将具有稳定的时滞<sup>[11,15]</sup>.通常,采用 H<sub>\*</sub>控制修 正后的新系统可看作常时滞系统,可采用经典的多 项式外插法将该时滞进一步消除.

本研究中,多项式外插采用性能较好的三阶外 插方法<sup>[19]</sup>,其表达式为:

$$d(t_i + \tau) = q_1 d_i^D - q_2 d_{i-1}^D + q_3 d_{i-2}^D - q_4 d_{i-3}^D$$
(5)

式中: $q_1 = 1 + 11\eta/6 + \eta^2 + \eta^3/6$ ; $q_2 = 3\eta + 3\eta^2/2 + \eta^3/2$ ; $q_3 = 3\eta/2 + 2\eta^2 + \eta^3/2$ ; $q_4 = \eta/3 + \eta^2/2 + \eta^3/6$ ; $\eta = \tau/\Delta t, \tau$  是新系统的时滞, $\Delta t$  是积分步长.

### 2 作动器数值模型

### 2.1 线性模型

为推进实时混合试验的发展,由美国自然科学 基金资助的混合试验多灾害工程研究体发布了实时 混合试验的 Benchmark 问题<sup>[20]</sup>,用于评估不同时滞补 偿方法的性能,尤其是鲁棒性.该 Benchmark 问题建 立在实际试验系统之上,待模拟结构是一个三层两 跨的钢框架结构,刚度矩阵为Ks=[2.605 5,-2.313 4, 0.593 7; -2.313 4, 3.256 1, -1.442 0; 0.593 7, -1.442 0, 0.926 7] × 107 N/m,采用集中质量矩阵,每层质量相 同,并以底层左跨为物理子结构;同时,Benchmark提 供了电液伺服作动器的线性模型,将液压伺服阀、液 压作动筒和力/位移传感器等元件以集中参数表示, 物理子结构是线性试件,如图 3 所示.图中 $\alpha_1$ 、 $\beta_0$ 、 $\beta_1$ 和 $\beta_2$ 与液压伺服阀相关, $\alpha_2$ 与自然速率反馈相关, $\alpha_3$ 与液压作动筒相关,m<sub>p</sub>、c<sub>p</sub>和 k<sub>p</sub>是物理子结构的质 量、阻尼和刚度系数.为考虑液压传递系统、传感器 与控制实现硬件和试验子系统等的不确定性,参数  $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\alpha_3$ 和 $k_p$ 采用服从标准正态分布的随机变量来 描述. 上述参数取值及其分布情况见表 1.



图 3 Benchmark 问题中线性作动器模型<sup>[20]</sup>

Fig.3 Linear model of the actuator in the Benchmark problem<sup>[20]</sup>

表1 作动器线性模型参数值<sup>[20]</sup> Tab.1 Parameter value of the linear actuator model<sup>[20]</sup>

参数	值	标准差	单位	参数	值	标准差	单位
$\alpha_1 oldsymbol{eta}_0$	2.13×10 <sup>13</sup>	—	m•Pa/s	$\beta_2$	10×10 <sup>4</sup>	3.3×10 <sup>3</sup>	1/s
$\alpha_2$	4.23×10 <sup>6</sup>	_	m∙Pa	$m_{ m p}$	29.12	—	kg
$\alpha_3$	3.3	1.3	1/s	$k_{ m p}$	1.19×10 <sup>6</sup>	5×104	N/m
$oldsymbol{eta}_1$	425	3.3	_	$c_{\mathrm{p}}$	114.6	—	kg/s

### 2.2 考虑流量非线性的模型

作动器线性模型无法考虑加载系统使用过程中 非线性引起的时滞变化,而流量引起的非线性在电 液伺服系统中占主要成分.Zhao 等<sup>[21]</sup>提出的作动器 模型可以有效考虑上述非线性,如图 4 所示.图中,x, 是伺服阀位移,Q 是流量,p 是负载油压, $K_a$  是油的 压缩系数, $C_i$  是油的泄露系数,A 是活塞面积. 伺服 阀的传递函数为:

$$H_{\rm s} = \frac{T_{\rm PID}K_{\rm vp}}{\tau A_{\rm v}s^2 + A_{\rm v}s + K_3K_{\rm vp}} \cdot \frac{1}{x_{\rm v \, max}} \tag{6}$$

式中:*T*<sub>PD</sub> 是模拟控制器传递函数,通常只取比例增益;*K*<sub>vp</sub> 是阀的增益系数;*x*<sub>vmax</sub> 是最大阀芯位移;*A*<sub>v</sub> 是 滑阀阀芯面积;*K*<sub>3</sub> 是内置位移传感器灵敏度系数;*τ* 是滑阀时间常量.流量非线性关系及作动器相关参 数分别见表 2 和表 3.



图 4 非线性作动器模型[21]

Fig.4 Nonlinear model of the actuator<sup>[21]</sup>

## 表 2 阀芯开口与流量非线性关系[2]

# Tab.2 Nonlinear relationship between spool opening and flow<sup>[21]</sup>

$\chi_{ m v}$	$Q_{ m L}^{\star}$	$Q_{ m L}^-$
0.1	1.65	-1.63
0.2	3.01	-3.03
0.3	4.19	-4.20
0.4	5.17	-5.22
0.5	5.95	-6.07
0.6	6.62	-6.76
0.7	7.10	-7.28
0.8	7.54	-7.73
0.9	7.98	-8.18
1.0	8.42	-8.63

	表 3 作动器非线性模型参数值 <sup>[21]</sup>
Tab.3	Parameter value of the nonlinear actuator model <sup>[21]</sup>

参数	值	单位	参数	值	单位
A	8.212×10 <sup>-3</sup>	m <sup>2</sup>	$K_{ m vp}$	1.06×10 <sup>-5</sup>	$m^{3/(s \cdot V^{-1})}$
$C_1$	1.3×10 <sup>-8</sup>	m³/s	$K_3$	3 579.13	V/m
$K_{\rm a}$	7.56×10 <sup>-10</sup>	m³/kPa	au	0.001 4	s
$K_{v}$	425	m³/s	$x_{ m v\ max}$	2.79×10 <sup>-3</sup>	m

### 3 模拟结果与分析

### 3.1 作动器线性模型工况

为考察子结构划分对实时混合试验稳定性和精度的影响,Benchmark问题给出了4种子结构划分方式,楼层质量分别为1000kg、1100kg、1300kg和1000kg,相应于每一种楼层质量,对应的阻尼比分别为5%、4%、3%和3%.对每一种子结构划分,考虑了El Centro波、Kobe 波和 Morgan Hill 波等3种地震动记录,地震波的调幅均为0.4g,并分别完成了21次虚拟实时混合试验,共计252次虚拟实时混合试验,以验证鲁棒时滞补偿方法的有效性和鲁棒性.同时,本文还研究了物理子结构进入非线性,并考虑恢复力模型为Bouc-Wen模型时补偿器的性能.需要说明的是,本文采用了Kalman滤波器对含噪声的位移信号进行滤波.

## 3.1.1 补偿器设计

以图 3 所示系统为控制对象,完成了鲁棒时滞补偿器的设计.经试算,设计 H<sub>∞</sub>控制器的 3 个权函数为:

$$W_{1} = \frac{180}{s + 0.01}, W_{2} = 0.1,$$
  

$$W_{3} = 1 \times 10^{-5} s^{2} + 4 \times 10^{-3} s + 5 \times 10^{-2}$$
(7)

最终,经过 29 次迭代得到可行解,其中最优 γ 值为 1.522,相应的控制器为:

$$K = \frac{n_5 s^5 + n_4 s^4 + n_3 s^3 + n_2 s^2 + n_1 s + n_0}{s^6 + d_5 s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0}$$
(8)

式中: $n_5 = 3.94 \times 10^6$ ,  $n_4 = 1.703 \times 10^9$ ,  $n_3 = 1.139 \times 10^{12}$ ,  $n_2 = 3.151 \times 10^{14}$ ,  $n_1 = 7.355 \times 10^{16}$ ,  $n_0 = 2.933 \times 10^{18}$ ,  $d_5 = 2.615 \times 10^5$ ,  $d_4 = 2.935 \times 10^8$ ,  $d_3 = 2.136 \times 10^{11}$ ,  $d_2 = 9.397 \times 10^{13}$ ,  $d_1 = 2.427 \times 10^{16}$ ,  $d_0 = 2.369 \times 10^{14}$ .

经  $H_{s}$  控制器修正后系统的动态性能如图 5 所 示,为方便比较,无控系统的性能也在图中给出.从图 5 中可以看出,在关心的频率范围内,被控后系统具 有稳定的幅值,且该幅值接近于 0 dB,极大地改善了 系统的追踪性能;从时滞图中可以看出,无控系统的 时滞较大且变化明显,而被控后系统在较宽的频率 范围内具有稳定且较小的时滞.以上分析表明,被控 后系统具有稳定且较小的时滞.以上分析表明,被控 后系统具有稳定的动态性能,且可被看作常时滞系 统.被控后系统时滞大小为 0.008 4 s,因此,在多项式 外插中  $\eta = 34.406$  4.



3.1.2 线性物理子结构

图 6 给出了在 El Centro 地震激励下楼层质量和 阻尼比分别为 1 000 kg 和 3%的实时混合试验中作 动器的追踪性能,其中参考位移是由数值子结构计 算得到的位移.从图 6(a)中可以看出,实测位移与参 考位移吻合良好;从图 6(b)可以看出,实测位移与参 考位移几乎完全重合,表明本文所提时滞补偿方法 具有良好的追踪性能.





本文采用鲁棒时滞补偿方法的虚拟实时混合试验结果与文献[22]的结果进行了对比,如图 7 所示. 图中结果来自在 El Centro 地震激励下虚拟实时混合试验的统计值.其中,误差指标 J2 和 J3 反映了作动器 的追踪性能,分别是均方根误差和峰值追踪误差;误 差指标 J<sub>4</sub>、J<sub>5</sub>和 J<sub>6</sub>分别是第一、第二和第三层位移的 均方根误差; J<sub>7</sub>、J<sub>8</sub>和 J<sub>6</sub>分别是第一、第二和第三层的 峰值误差. J<sub>2</sub>~J<sub>6</sub>的定义参见文献[20]. 从图 7(a)中 可以看出,在 8 个误差指标的统计均值中,本文方法 的最大值均小于 5%,而文献 [22]的方法则均大于 5%,且 J<sub>4</sub>的最大值高达 30%,表明本文方法具有较 好的追踪性能,可以大幅提高模拟精度.从图 7(b)可 以看出,除误差指标 J<sub>6</sub>略大于文献[22]的方法外,本 文方法的方差整体上是最小的,表明本文方法具有 较强的鲁棒性.



Fig.7 Histogram of error criterion under different methods

### 3.1.3 非线性物理子结构

在虚拟实时混合试验中,记录了非线性物理子 结构的实测位移和实测反力,得到其滞回曲线,如图 8 所示.从图中可看出,物理子结构进入了较强的非 线性.同时,本文对 252 次虚拟实时混合试验所得的 均方根误差和峰值追踪误差进行了统计分析,得到 了误差的累积分布函数,如图 9 所示.从图中可看 出,均方根误差的范围为 0.6%~1.3%,而峰值追踪误 差则为 0.7%~1.5%;且当概率小于 0.8 时,均方根误 差和峰值追踪误差的值分别小于 1%和 1.25%.值得 说明的是,采用鲁棒时滞补偿方法后,系统的计算时 滞为 0 ms.由于试件非线性的影响可归为模型的参 数不确定性和未建模动态特性,而 H<sub>∞</sub>控制可以很好 地处理这些不确定性,因此本文方法对非线性试件 依然具有较强的追踪能力.



本节采用结构第三层位移响应来讨论实时混合 试验的模拟精度.由样本统计和核密度估计<sup>[23</sup>得到的 均方根误差和峰值误差的统计直方图与概率密度函 数曲线如图 10 所示,其中,在对概率密度进行估计 时,核密度估计方法的核函数为正态分布函数,窗宽 由样本的数目确定.从图中可以看出,采用核密度估 计得到的两种误差指标的概率密度函数与由样本 统计得到的直方图具有较好的一致性,且均方根误 差和峰值误差的分布范围较小,分别集中在 0%~ 7%和 0%~5%.同时,从图中可以看出,均方根误差 大于 10%和峰值误差大于 6%的概率远小于 0.05. 结果表明,采用鲁棒时滞补偿方法的实时混合试验, 模拟结果的精度得到了很大改善,且表现出较强的 鲁棒性.



Fig.10 Probability distributions of the displacement errors

#### 3.2 作动器非线性模型工况

在本工况中,参考结构是一个三层单跨的钢框架结构,并在底层安装有一磁流变阻尼器.参考结构 每层的质量为 20 250 kg,刚度矩阵为 K<sub>s</sub> = [9.933 3, -5.662,0; -5.662,1.134, -5.662;0, -5.662 ,5.662]× 10<sup>6</sup> N/m,阻尼矩阵 C = [724 2, -206 9,0; -206 9, 4 139, -206 9;0, -2 069, 2 069] Ns/m. 物理子结构为 磁流变阻尼器,采用 Bouc–Wen 模型描述,即:

$$f = \alpha_{\rm b} z + c_{\rm b} x \tag{9}$$

$$z = -\gamma_z |\dot{x}| \ z \ |\dot{z}|^{n-1} - \beta_z \dot{x} |z|^n + p \dot{x}$$

$$(10)$$

式中: $\alpha_{\rm b} = 2.888.78$  N; $c_{\rm b} = 6.400$  N/A<sup>2</sup>; $\gamma_z = 200/m$ ; $\beta_z = 200/m$ ;n = 2, p = 5.000/m.

3.2.1 补偿器设计

在进行虚拟混合之前,对试验系统输入幅值为 0.01 m、频率为 0~40 Hz 的正弦扫频信号,识别得到 试验系统的线性数值模型为:

$$G_n = \frac{9\,110}{s^2 + 193.6s + 9\,110} \tag{11}$$

之后,以式(11)为控制对象,进行补偿器设计.经

试算,设计H<sub>a</sub>控制器的3个权函数为:

$$W_{1} = \frac{100}{s + 0.01}, W_{2} = 0.1,$$
  

$$W_{3} = 1 \times 10^{-5} s^{2} + 3 \times 10^{-3} s + 5 \times 10^{-2}$$
(12)

经过 26 次迭代得到可行解,其中最优 γ 值为 0.783,相应的控制器为:

$$K = \frac{6.618 \times 10^5 \, s^2 + 1.281 \times 10^8 \, s + 6.029 \times 10^9}{s^3 + 1.145 \times 10^5 \, s^2 + 4.69 \times 10^7 \, s + 4.539 \times 10^5}$$
(13)

此时, 新系统的时滞大小为 0.007 8 s. 因此, 在 多项式外插中, η = 7.8.

3.2.2 模拟结果分析

在 El Centro 地震激励下,作动器的追踪性能如 图 11 所示.从图 11(a)中可以看出,作动器的测量位 移与期望位移吻合良好;从 11(b)的局部放大图可以 看出,二者完全重合,表明作动器具有较强的追踪性 能;从图 11(c)给出了期望位移与测量位移的关系 图,其中直线斜率为 45°,进一步表明,鲁棒时滞补偿 方法在处理作动器非线性和物理子结构非线性时依 然具有较强的追踪性能.



Fig.11 Tracking performance of the nonlinear actuator

## 4 结 论

为改善实时混合试验的稳定性,提高模拟精度, 提出了鲁棒时滞补偿方法,并将其应用于解决线性 问题的时滞补偿.基于前期工作,本文针对非线性问 题开展了深入细致的研究,主要结论如下:

1)经 H<sub>\*</sub> 控制后试验系统的时滞明显减小,动态 性能得到了极大改善;在关心的频率范围内,新系统 可近似看作常时滞系统,且该时滞可采用多项式外 插进一步消除.

2)考虑液压传递系统、传感器与控制硬件以及 物理子结构等的不确定性和非线性时,经本文方法 修正后的试验系统依然可几乎完全实现期望位移, 使实时混合试验的模拟精度大幅提高,且表现出较 强的鲁棒性.

3)虽然鲁棒时滞补偿方法具有较强的追踪性能 和鲁棒性,但本文只完成了数值研究,该方法在真实 试验中的性能有待进一步验证.

### 参考文献

- HAKUNO M, SHIDAWARA M, HARA T. Dynamic destructive test of a cantilever beam, controlled by an analog-computer [J]. Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers, 1969, 1969(171): 1-9.
- [2] TAKANASHI K, NAKASHIMA M. Japanese activities on on-line testing [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1987, 113 (7): 1014-1032.
- [3] NAKASHIMA M.Hybrid simulation: an early history[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics ,2020,49(10):949–962.
- [4] 郭玉荣,黄强.子结构拟动力试验边界条件模拟方法[J].湖南大 学学报(自然科学版),2017,44(3):68-75.
   GUO Y R,HUANG Q. Boundary condition simulation method of substructure pseudo-dynamic test [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences),2017,44(3):68-75. (In Chinese)
- [5] NAKASHIMA M, KATO H, TAKAOKA E. Development of realtime pseudo dynamic testing[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1992, 21(1):79–92.
- [6] HORIUCHI T, INOUE M, KONNO T, et al. Real-time hybrid experimental system with actuator delay compensation and its application to a piping system with energy absorber[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1999,28(10):1121-1141.
- [7] CHEN C, RICLES J M. Improving the inverse compensation method for real-time hybrid simulation through a dual compensation scheme
   [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2009, 38 (10):1237-1255.
- [8] CHEN P C, CHANG C M, SPENCER B F, et al. Adaptive modelbased tracking control for real-time hybrid simulation [J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2015, 13(6):1633—1653.
- [9] PHILLIPS B M, SPENCER B F Jr. Model-based feedforward-feed-

back actuator control for real-time hybrid simulation [J]. Journal of Structural Engineering, 2013, 139(7): 1205–1214.

- [10] WU B,ZHOU H. Sliding mode for equivalent force control in realtime substructure testing [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2014, 21(10): 1284–1303.
- [11] 宁西占,周惠蒙,吴斌,等.基于内环 H<sub>\*</sub> 控制的实时混合试验
  [J]. 振动与冲击,2017,36(15):57—63.
  NING X Z,ZHOU H M, WU B, et al. Real-time hybrid simulation based on inner-loop H<sub>\*</sub> control[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017,36(15):57—63. (In Chinese)
- WU B, WANG Z, BURSI O S. Actuator dynamics compensation based on upper bound delay for real-time hybrid simulation [J].
   Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2013, 42 (12): 1749-1765.
- [13] WANG Z, WU B, BURSI O S, et al. An effective online delay estimation method based on a simplified physical system model for realtime hybrid simulation [J]. Smart Structures and Systems, 2014, 14 (6):1247-1267.
- [14] 李宁,周子豪,李忠献. 基于时滞追踪的实时混合试验自适应补 偿方法[J]. 工程力学,2019,36(7):38-47.
  LI N,ZHOU Z H,LI Z X. Time-delay tracing based adaptive compensation algorithm for real-time hybrid testing [J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(7):38-47. (In Chinese)
- [15] NING X Z, WANG Z, ZHOU H M, et al. Robust actuator dynamics compensation method for real-time hybrid simulation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 131:49-70.
- [16] 李腾飞,隋龑,苏明周,等. 偏心支撑框架子结构实时混合仿真 试验研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2018,45(11):46 53.

LI T F, SUI Y, SU M Z, et al. Study on real time hybrid simulation

test of an eccentrically braced frame as test sub-structure[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2018, 45(11):46–53. (In Chinese)

- [17] ZHOU K, DOYLE J C, GLOVER K. Robust and optimal control[M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1996;442-445.
- [18] 吴旭东, 解学书. H<sub>\*</sub> 鲁棒控制中的加权阵选择[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1997, 37(1):27—30.
  WUXD, XIEXS. Weighting function matrix selection in H<sub>\*</sub> robust control [J]. Journal of Tsinghua University (Sci & Tech), 1997, 37 (1):27—30. (In Chinese)
- [19] BONNET P A, LIM C N, WILLIAMS M S, et al. Real-time hybrid experiments with newmark integration, MCSmd outer-loop control and multi-tasking strategies [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2007, 36(1):119–141.
- [20] SILVA C E, GOMEZ D, MAGHAREH A, et al. Benchmark control problem for real-time hybrid simulation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 135:106381.
- [21] ZHAO J, FRENCH C, SHIELD C, et al. Considerations for the development of real-time dynamic testing using servo-hydraulic actuation[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2003, 32 (11):1773-1794.
- [22] TAO J J, MERCAN O. A study on a benchmark control problem for real-time hybrid simulation with a tracking error-based adaptive compensator combined with a supplementary proportional-integralderivative controller [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 134:106346.
- [23] RUPPERT D, CLINE D B H. Bias reduction in kernel density estimation by smoothed empirical transformations [J]. The Annals of Statistics, 1994, 22(1):185-210.