

基于 Ordered SIMP 插值模型的 点阵-实体复合结构拓扑优化设计方法

刘继凯^{1†}, 张乘虎¹, 袁志玲², 黄嘉奇¹

(1. 山东大学 机械工程学院, 山东 济南 250061;

2. 潍柴动力股份有限公司, 山东 潍坊 261061)

摘 要: 为了提高点阵材料结构件的力学性能, 提出了一种基于 Ordered SIMP 方法的点阵-实体复合结构拓扑优化方法. 采用一种三维 X 型微结构单元作为点阵材料, 通过数值拟合建立点阵材料相对密度与其等效物理属性之间的函数关系. 在宏观结构拓扑优化问题中, 以点阵材料等效密度为设计变量, 基于 Ordered SIMP 插值方法建立点阵材料和实体材料相结合的多材料插值模型, 进而, 以材料体积用量为约束, 以结构柔度最小化为目标实现点阵-实体复合结构的多尺度拓扑优化设计. 通过数值算例和实验测试表明, 相比于仅使用点阵材料填充的设计, 本方法能够获得更好的结构刚度.

关键词: 结构优化; 点阵结构; 拓扑优化; 多尺度设计; Ordered SIMP

中图分类号: TH122

文献标志码: A

Topology Optimization Method for Lattice-Solid Structure Design Based on Ordered SIMP Interpolation

LIU Jikai^{1†}, ZHANG Chenghu¹, YUAN Zhiling², HUANG Jiaqi¹

(1. School of Mechanical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China;

2. Weichai Power Co., Ltd., Weifang 261061, China)

Abstract: To enhance the mechanical performance of lattice-infilled structures, this paper presents a multiscale topology optimization method based on ordered solid isotropic material with penalization (Ordered SIMP) interpolation model for lattice-solid hybrid structure design. The X-shape cubic cell is selected as the basic lattice structure, and polynomial functions are established through numerical fitting to relate the lattice relative density to its physical properties. Then, for macro structure topology optimization, relative densities of the macro elements are employed as the design variables, and a multi-material interpolation model spanning from variable-density lattices to solid is developed based on the Ordered SIMP interpolation. Finally, a multiscale topology optimization problem is formulated to minimize the structural compliance of the lattice-solid hybrid structures subject to a material volume fraction con-

* 收稿日期: 2021-07-06

基金项目: 江苏省自然科学基金资助项目(BK20190198), Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20190198); 山东省自然科学基金资助项目(ZR2020QE165), Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2020QE165); 发动机可靠性国家重点实验室(skler-202001), State Key Laboratory of Engine Reliability (skler-202001)

作者简介: 刘继凯(1987—), 男, 山东潍坊人, 山东大学教授, 博士研究生导师

[†] 通信联系人, E-mail: jikai_liu@sdu.edu.cn

straint. Numerical examples and mechanical testing are presented to demonstrate the effectiveness of the proposed approach compared with pure lattice-infilled structure designs.

Key words: structure optimization; lattice structure; topology optimization; multiscale design; Ordered SIMP

拓扑优化(Topology optimization)是以结构设计域内的材料分布为研究对象,在满足给定的边界以及约束条件下,寻找设计域内最优材料分布以实现结构性能达到最优的结构设计方法^[1]. 而与实体材料相比,点阵材料作为一种先进新型轻质材料,具有超轻、高能量吸收性、高孔隙率等功能属性^[2-6]. 因此,在拓扑优化结构设计中采用点阵材料可以获得更丰富的性能.

近年来,基于变密度点阵材料的多尺度结构拓扑优化方法得到了广泛的研究^[7-9]. Cheng 等^[10]提出了一种基于应力约束的变密度点阵材料结构拓扑优化方法,通过实验验证了方法的有效性. Wang 等^[11]提出了一种控制点阵材料微观结构中多个几何参数的点阵材料拓扑优化方法,相比于单一几何参数变量控制的优化方法,该设计方法优化得到的结构性能具有明显提升. Liu 等^[12]提出了一种多类点阵材料填充的拓扑优化方法,每个单元中点阵材料的分布考虑两个设计变量,即点阵材料类型和它的几何参数,有效地扩大了结构的设计自由度. 这些通过参数化表征点阵材料等效力学性质的多尺度拓扑优化方法具有很高的计算效率. 然而,点阵材料的刚度和强度与实体材料相比仍有很大差距. 因此,很多情况下仅使用点阵材料填充的设计无法提供足够的力学性能.

为解决上述问题,本文基于 Ordered SIMP 方法^[13],建立了点阵-实体多材料插值模型,提出一种全新的点阵-实体复合结构拓扑优化方法. 将其应用于简支梁的设计,并通过数值算例和实验测试验证了该方法的有效性.

1 点阵-实体复合结构拓扑优化模型

1.1 点阵材料等效力学性能计算

基于多尺度设计理念,将宏观结构离散为若干单元,每个单元代表一种待设计的微结构胞元,且微结构胞元的等效力学属性可基于能量均匀化方法求

得^[14-18]. 在变密度法拓扑优化设计中,微结构胞元的相对密度 ρ_L 表示为微观尺度上微结构胞元实体部分体积相对于设计域体积之比,如式(1)所示:

$$\rho_L = \frac{v_L}{v} \quad (1)$$

式中: v_L 为微结构胞元实体部分的体积; v 为微结构胞元的设计域体积.

本文中,采用一种三维 X 型微结构作为点阵材料胞元(如图 1),它具备抗拉压和抗剪切能力,以及增材制造加工过程中的自支撑优势. 通过改变结构中杆的直径,点阵材料的相对密度随之改变. 点阵材料的等效弹性矩阵 $\mathbf{D}^H$ 可表示为:

$$\mathbf{D}^H = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 & 0 & 0 \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{66} \end{bmatrix} \quad (2)$$

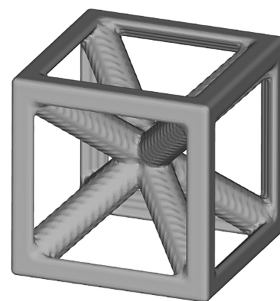


图 1 三维 X 型点阵材料

Fig.1 3D X-shape cubic lattice unit

在不失一般性的前提下,为了便于计算式(2)中等效弹性矩阵 $\mathbf{D}^H$,假设点阵材料的基材料弹性模量为 $E_0 = 100 \text{ MPa}$,泊松比为 $\mu = 0.3$. 基于能量均匀化方法^[14-18],可计算得到点阵材料的弹性矩阵,如图 2 所示. 显然,为了更优的结构性能,在优化设计过程中需要设计一系列相对密度的点阵材料. 然而,通过均匀化方法求解每个微观结构弹性矩阵的方法相对耗时. 为获取一系列相对密度的点阵材料的弹性矩

阵,通过采集一定数目样本点数据,使用拟合的方法,建立点阵材料相对密度及其等效弹性矩阵的数学关系式.考虑拟合精度与计算效率,建立5次多项式函数作为拟合关系式:

$$d_{ij} = a_1 \rho_e^5 + a_2 \rho_e^4 + a_3 \rho_e^3 + a_4 \rho_e^2 + a_5 \rho_e + a_6 \quad (3)$$

式中: d_{ij} 为弹性矩阵 $\mathbf{D}^H$ 中的元素.

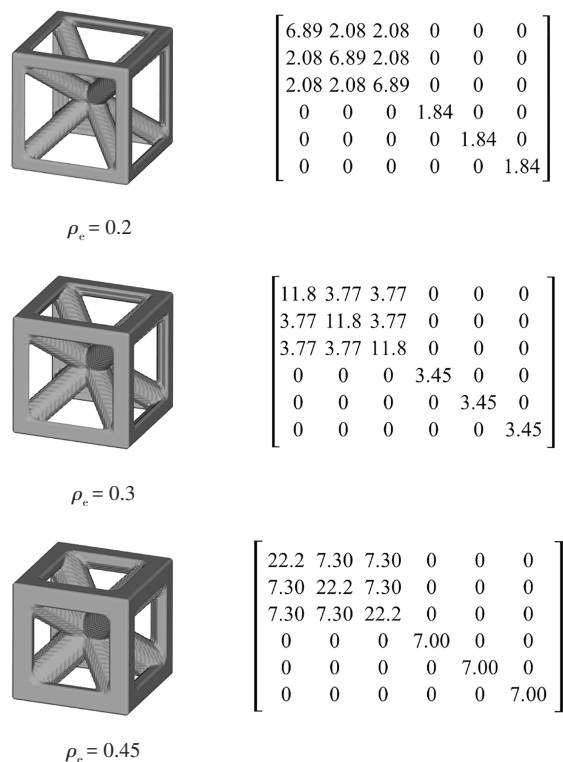


图2 变密度点阵材料的弹性矩阵

Fig.2 Elastic matrices of the varying-density lattices

考虑点阵材料的可制造性,本文设计过程中点阵材料的相对密度变化范围是15%~70%,在相对密度变化范围内取样,并计算对应点阵材料的弹性矩阵.其弹性矩阵中有3个相互独立的参数,分别对应3个拟合函数.基于24个样本点,使用最小二乘法,得到拟合函数的相关参数如表1所示,拟合效果如图3所示.

表1 拟合函数的相关参数表

Tab.1 Parameters of the interpolation functions

等效力学性能	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
$d_{11}=d_{22}=d_{33}$	479.1	-821.7	637.8	-181.4	61.81	-2.153
$d_{12}=d_{13}=d_{21}=d_{23}=d_{31}=d_{32}$	238.8	-373.2	252.8	-64.77	20.46	-0.926
$d_{44}=d_{55}=d_{66}$	-70.86	165.4	-112	58.5	-1.103	0.375

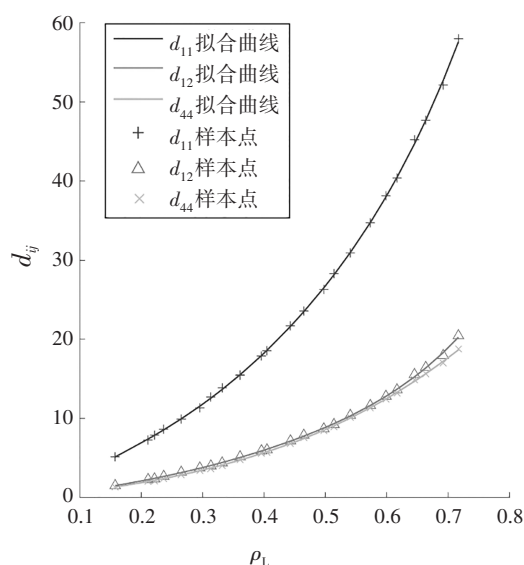


图3 弹性矩阵系数的拟合关系曲线

Fig.3 Interpolation curves of the elastic matrix components

1.2 点阵-实体多材料插值模型

针对一定体积约束下的柔度最小化问题,在点阵-实体复合结构拓扑优化设计方法中主要有以下两种方案.其一,首先基于SIMP (solid isotropic material with penalization)方法^[1]对结构进行小于体积分数约束的宏观拓扑优化设计,并将优化得到的结果定义为实体.之后,在宏观设计域进行剩余体积分数约束下的点阵材料填充的拓扑优化设计.该方法的局限性在于将点阵-实体复合结构的拓扑优化设计过程分离,造成设计结果偏离最优解.另一种设计方案是将点阵材料的密度上限提高到实体材料密度,从而将实体材料加入到等效材料本构参数的拟合样本中.然而,这种处理方法得到的优化结果中会引入大量的高密度点阵材料,即密度接近于1而未形成完整实体的单胞,这部分高密度点阵材料单胞会形成明显的封闭空腔,可制造性差.为了解决以上设计方案的不足,本节基于Ordered SIMP插值模型,建立了一套点阵-实体多材料插值模型.

多材料插值模型中的自变量是点阵材料和实体材料的相对密度,它们具有统一性,无需归一化处理.因此,只需归一化处理点阵材料和实体材料的物理属性,作为多材料插值模型中的因变量.多材料插值模型可表示为:

$$d_{ij}^A(\rho_e) = \begin{cases} \frac{1}{d_{ij}^A} d_{ij}(\rho_e) & (\rho_{\min}^L \leq \rho_e \leq \rho_{\max}^L) \\ x_1 \rho_e^p + x_2 & (\rho_{\min}^S < \rho_e < \rho_{\max}^S) \end{cases} \quad (4)$$

式中: d_{ij}^A 为归一化处理的材料弹性矩阵 D^A 中的元素; d_{ij}^0 为实体材料的弹性矩阵 D^0 中的元素; ρ_e 为单元密度; P 为惩罚因子; $\rho_{\min}^L, \rho_{\max}^L$ 分别为点阵材料的密度下限和上限; $\rho_{\min}^S, \rho_{\max}^S$ 分别为实体材料的密度下限和上限; x_1, x_2 分别为实体材料弹性矩阵归一化系数, 具体见式(5)和(6).

$$x_1 = \frac{1 - \phi D(\rho_{\max}^L)}{1 - (\rho_{\max}^L)^P} \quad (5)$$

$$x_2 = 1 - x_1 \quad (6)$$

根据上述多材料插值方法, 单元密度 ρ_e 的取值范围是 $[0.15 \sim 1]$. 其中, 点阵材料的密度设计上限即为实体材料的密度设计下限, 点阵材料的相对密度取值范围是 $[0.15 \sim 0.7]$, 实体材料的密度取值范围是 $(0.7 \sim 1]$. 在优化迭代过程中, 可通过施加密度惩罚的方式消除实体材料插值引起的中间密度问题. 因此, 建立点阵-实体多材料插值模型如图4所示.

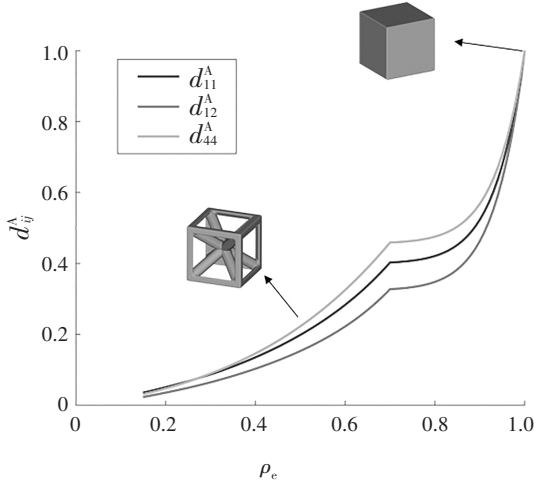


图4 点阵-实体多材料插值模型

Fig.4 Lattice-solid multi-material interpolation model

1.3 结构柔度问题的拓扑优化模型

本文以典型拓扑优化中柔度最小化问题为例, 展示所提出方法的求解流程, 该问题的具体数学表达如下:

$$\text{find } \tilde{\mathbf{x}} = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n]^T \quad (7)$$

$$\min C(\tilde{\mathbf{x}}) = \mathbf{F}^T \mathbf{U}(\tilde{\mathbf{x}}) = \mathbf{U}^T \mathbf{K}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{U}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \mathbf{F} = \mathbf{K}(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{U} \\ \mathbf{V}^* = \sum_{i=1}^n \rho_i v_0 \leq \bar{\mathbf{V}} \\ \rho_{\min} \leq \rho_i \leq \rho_{\max}, i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

式中: $\tilde{\mathbf{x}}$ 为设计变量, 包含每个单元的密度 ρ_i ; C

为结构柔度; $\mathbf{F}$ 为结构所载荷荷矢量; $\mathbf{U}$ 为结构位移; $\mathbf{K}$ 为结构总刚度阵; $\mathbf{V}^*$ 为优化过程中结构总体积; v_0 为材料单元体积; $\bar{\mathbf{V}}$ 为结构总体积上限; $\rho_{\max}, \rho_{\min}$ 分别为单元密度变化范围上限和下限.

根据所建立点阵-实体多材料插值模型, 得到单元密度 ρ_e 与其弹性矩阵之间的映射函数关系, 其单元刚度矩阵 $\mathbf{k}_e$ 如下:

$$\mathbf{k}_e = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T (\mathbf{D}^A(\rho_e)^0 \mathbf{D}^0) \mathbf{B} d\Omega \quad (8)$$

式中: Ω_e 为单元设计域; $\mathbf{B}$ 为单元的应变矩阵; $\mathbf{D}^A \cdot \mathbf{D}^0$ 为 $\mathbf{D}^A$ 与 $\mathbf{D}^0$ 的哈达玛积 (Hadamard product).

将单元刚度阵组装为结构总刚度阵 $\mathbf{K}$, 并通过有限元方法计算获得结构位移 $\mathbf{U}$. 根据链式法则, 求解拓扑优化问题的灵敏度信息. 其中, 目标灵敏度为:

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_e} = -\mathbf{u}_e^T \left(\int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \left(\frac{\partial \mathbf{D}^A(\rho_e)}{\partial \rho_e} \cdot \mathbf{D}^0 \right) \mathbf{B} d\Omega \right) \mathbf{u}_e \quad (9)$$

式中: $\mathbf{u}_e$ 为单元位移; n 为设计变量数目.

体积灵敏度为:

$$\frac{\partial V^*}{\partial \tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{V} \quad (10)$$

根据上述求解过程中所获得的系统状态和灵敏度信息, 使用移动渐近线方法 (MMA)^[19] 更新设计变量, 直至满足收敛条件, 从而结束整个优化过程. 本文所提出的点阵-实体复合结构拓扑优化方法具体流程如图5所示.

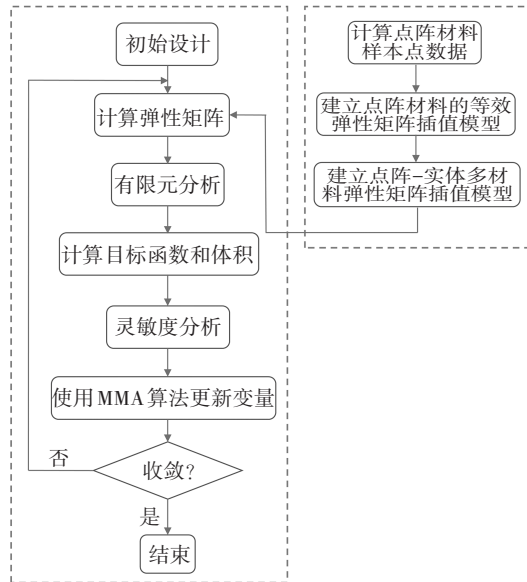


图5 点阵-实体复合结构拓扑优化方法流程图

Fig.5 Flow chart of the topology optimization method for hybrid lattice-solid structures

2 实施案例

本章对简支梁结构进行点阵-实体复合结构的拓扑优化设计. 通过与其它点阵材料填充的设计方法对比, 充分展示了该设计方法的有效性. 进一步, 通过三点弯曲实验验证了本文所提出的拓扑优化方法的优越性.

2.1 数值算例

如图 6 所示, 长度 48 mm, 宽度 8 mm, 厚度为 14 mm 的简支梁由顶层、中间层和底层组成. 梁的两端被支撑, 其中间位置承受压力大小为 60 N 的负载. 优化设计的要求如下:

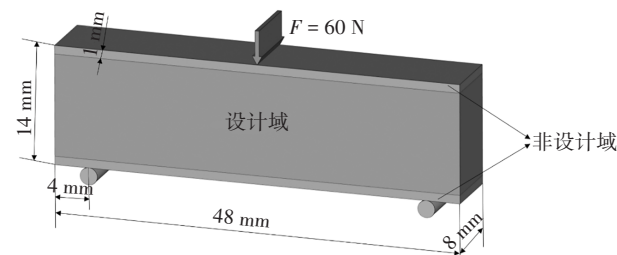


图 6 简支梁的优化设计模型及边界条件

Fig.6 Design domain and boundary conditions of the simply supported beam example

1) 简支梁的中间层为设计域, 顶层和底层为非设计域;

2) 体积约束为设计域的 40%.

使用本文提出的点阵-实体复合结构拓扑优化设计方法设计简支梁结构. 考虑优化设计问题的对称性, 只需对设计域的 1/2 进行优化设计. 首先进行网格划分, 使用八节点正六面体单元将设计域划分为 2 688 个单元, 单元的大小为 1 mm × 1 mm × 1 mm, 单元密度的变化范围为 [0.15~1], 在 [0.15~0.7] 范围内对应变密度点阵材料, 其余范围对应实体材料. 拓扑优化的初始设计为相对密度为 0.4 的单一材料填充. 拓扑优化迭代过程如图 7 所示, 整个优化过程中结构总体积基本保持不变, 而结构柔度迭代曲线很快收敛, 并最终收敛到 189 mJ, 柔度减小到初始设计的 63%.

为了更好地展示最终优化结构的细节, 使用合并单元的方法, 即将相邻四个单元的密度取平均值等效为一个单元, 重建了最终优化结果对应的完整结构, 如图 8 所示. 由图 8 可知, 机械性能更好的实体材料和高密度点阵材料分布在结构中施加边界条件处, 在受力较小的结构侧上方, 分布了低密度点阵材

料. 在相同工况和网格数目下, 表 2 展示了本文所提出设计方法与另外两种点阵材料填充设计方法的优化结果对比. 其中, 设计方案 A 为本文所提出实体-点阵复合结构拓扑优化设计方案, 方案 B 为仅使用变密度点阵材料进行的填充优化设计, 方案 C 为均匀点阵材料填充. 通过对比可以看出, 本文所提出设计方法具有更优异的力学性能.

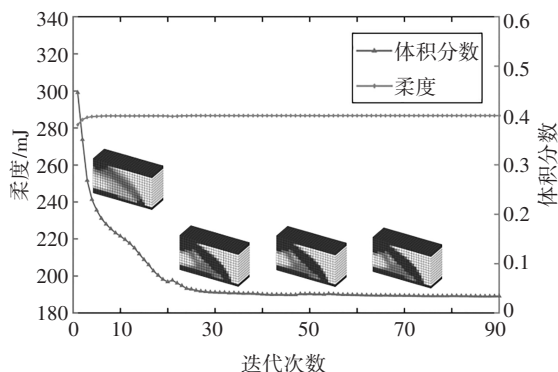


图 7 简支梁的优化迭代过程

Fig.7 Convergence history of the simply supported beam example

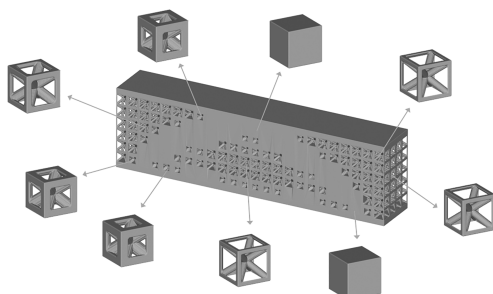


图 8 优化结构的细节展示

Fig.8 Structural details of the optimization result

表 2 不同设计方案优化结果数值对比

Tab.2 Numerical comparison of the different design solutions

设计 方案	结构柔 度/mJ	模型展示图	部分代表性 单胞结构
A	189		
B	217		
C	299		

2.2 实验验证

为了进一步验证本文提出的点阵-实体复合结构拓扑优化方法的有效性,本节对3种设计方案对应的简支梁模型进行了实验测试.通常使用增材制造的加工方式打印形状复杂的拓扑优化模型^[20].DLP光固化技术是采用紫外光在液态光敏树脂表面进行扫描,从而逐层生成工件的增材制造加工方式^[21].它具有加工效率高、成型精度高的优点^[22].使用DLP型3D打印机(Rayshape Shape 1)和标准灰色树脂完成实验模型的打印,并同时在紫外光照射下固化15 min.对图8中的设计结构进行等比例缩放后,模型的尺寸为240 mm×70 mm×20 mm,其中每个点阵材料的尺寸为5 mm×5 mm×5 mm.为了避免实验偶然性,每组加工了两个模型进行实验.

在万能拉伸试验机上,以2 mm/min的速度分别对实验模型加载,并记录载荷和位移曲线如图9所示.由实验曲线可知,设计方案A优化后的模型具有更优的刚度,这与数值算例的结果是相符的.

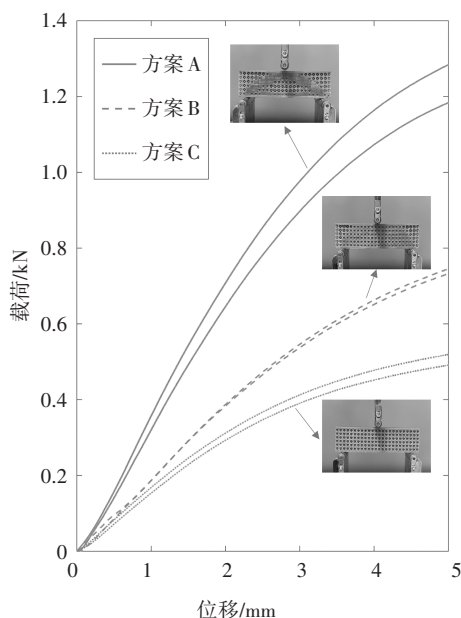


图9 实验载荷和位移曲线

Fig.9 Experimental load-displacement curves

3 结论

本文基于 Ordered SIMP 插值模型,提出了一种全新的点阵-实体复合结构拓扑优化设计方法.总结全文可得到以下结论:

1) 运用本文所提出方法可以实现点阵材料的

相对密度和其等效力学属性的高精度的拟合,从而降低多尺度结构拓扑优化的计算成本.

2) 本文将 Ordered SIMP 插值模型引入点阵-实体复合结构设计,解决了传统设计方案中点阵材料和实体材料“分离”设计的缺陷.算法在寻优过程自动分配实体材料和点阵材料的比例,避免了人为干预,更具严谨性.

3) 本文所提出的点阵-实体复合结构设计方案可以得到机械性能更优的结构,同时发挥点阵材料填充设计的优势,优化结构满足结构自支撑条件,且具有高能量吸收性和流体通透性.

4) 本文所提出的点阵-实体复合结构拓扑优化设计方法对不同点阵材料具有广泛的适用性.

参考文献

- [1] BENDSØE M P, SIGMUND O. Extensions and applications[M]// Topology Optimization. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004: 71-158.
- [2] 杜义贤, 杜大翔, 李涵钊, 等. 极限负泊松比的微结构拓扑优化[J]. 机械设计, 2018, 35(4): 62-66.
DU Y X, DU D X, LI H Z, *et al.* Topology optimization of microstructure with extreme negative Poisson's ratio[J]. Journal of Machine Design, 2018, 35(4): 62-66. (In Chinese)
- [3] 卢天健, 何德坪, 陈常青, 等. 超轻多孔金属材料的多功能特性及应用[J]. 力学进展, 2006, 36(4): 517-535.
LU T J, HE D P, CHEN C Q, *et al.* The multi-functionality of ultra-light porous metals and their applications[J]. Advances in Mechanics, 2006, 36(4): 517-535. (In Chinese)
- [4] ZHANG C H, LIU J K, YUAN Z L, *et al.* A novel lattice structure topology optimization method with extreme anisotropic lattice properties[J]. Journal of Computational Design and Engineering, 2021, 8(5): 1367-1390.
- [5] 范华林, 杨卫. 轻质高强点阵材料及其力学性能研究进展[J]. 力学进展, 2007, 37(1): 99-112.
FAN H L, YANG W. Development of lattice materials with high specific stiffness and strength[J]. Advances in Mechanics, 2007, 37(1): 99-112. (In Chinese)
- [6] ZHANG L, SONG B, FU J J, *et al.* Topology-optimized lattice structures with simultaneously high stiffness and light weight fabricated by selective laser melting: Design, manufacturing and characterization[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2020, 56: 1166-1177.
- [7] CHENG L, LIU J K, TO A C. Concurrent lattice infill with feature evolution optimization for additive manufactured heat conduction design[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2018,

- 58(2):511-535.
- [8] 廖中源,王英俊,王书亭. 基于拓扑优化的变密度点阵结构体优化设计方法[J]. 机械工程学报,2019,55(8):65-72.
LIAO Z Y, WANG Y J, WANG S T. Graded-density lattice structure optimization design based on topology optimization[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(8):65-72. (In Chinese)
- [9] WU Z J, XIA L, WANG S T, *et al.* Topology optimization of hierarchical lattice structures with substructuring [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2019, 345: 602-617.
- [10] CHENG L, BAI J X, TO A C. Functionally graded lattice structure topology optimization for the design of additive manufactured components with stress constraints[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2019, 344:334-359.
- [11] WANG C, GU X J, ZHU J H, *et al.* Concurrent design of hierarchical structures with three-dimensional parameterized lattice microstructures for additive manufacturing[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2020, 61(3):869-894.
- [12] LIU Z, XIA L, XIA Q, *et al.* Data-driven design approach to hierarchical hybrid structures with multiple lattice configurations[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2020, 61(6):2227-2235.
- [13] ZUO W J, SAITOU K. Multi-material topology optimization using ordered SIMP interpolation[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2017, 55(2):477-491.
- [14] CHENG G D, CAI Y W, XU L. Novel implementation of homogenization method to predict effective properties of periodic materials[J]. Acta Mechanica Sinica, 2013, 29(4):550-556.
- [15] GAO J, LI H, GAO L, *et al.* Topological shape optimization of 3D micro-structured materials using energy-based homogenization method [J]. Advances in Engineering Software, 2018, 116: 89-102.
- [16] DONG G Y, TANG Y L, ZHAO Y F. A 149 line homogenization code for three-dimensional cellular materials written in Matlab [J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 2019, 141(1):011005.
- [17] XIA L, BREITKOPF P. Concurrent topology optimization design of material and structure within FE2 nonlinear multiscale analysis framework[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2014, 278:524-542.
- [18] SIVAPURAM R, DUNNING P D, KIM H A. Simultaneous material and structural optimization by multiscale topology optimization [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2016, 54(5): 1267-1281.
- [19] SVANBERG K. The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1987, 24(2):359-373.
- [20] LIU J K, GAYNOR A T, CHEN S K, *et al.* Current and future trends in topology optimization for additive manufacturing [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2018, 57(6):2457-2483.
- [21] 刘雨,陈张伟. 陶瓷光固化3D打印技术研究进展[J]. 材料工程, 2020, 48(9):1-12.
LIU Y, CHEN Z W. Research progress in photopolymerization-based 3D printing technology of ceramics [J]. Journal of Materials Engineering, 2020, 48(9):1-12. (In Chinese)
- [22] 吴甲民,杨源祺,王操,等. 陶瓷光固化技术及其应用[J]. 机械工程学报, 2020, 56(19):221-238.
WU J M, YANG Y Q, WANG C, *et al.* Photopolymerization technologies for ceramics and their applications [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(19):221-238. (In Chinese)