

直廓环面蜗杆传动的高次方修形原理

赵亚平^{1†}, 李帅¹, 陈新元², 李公法³

- (1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819;
2. 武汉科技大学 机械传动与制造工程湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430081;
3. 武汉科技大学 冶金装备与控制技术教育部重点实验室, 湖北 武汉 430081)

摘要:系统地建立了高次方修形直廓环面蜗杆传动的数学模型,用微分几何和啮合理论等理论推导了蜗杆副的曲率参数,啮合函数以及曲率干涉界线函数.证明了直廓环面蜗杆的齿面为不可展的直纹面,这与其蜗杆的齿面形成原理相吻合.利用最小二乘法拟合无量纲化的修形数据得到普适型高次方修形曲线,基于此曲线推导出工艺传动比的计算公式,得到高次方修形蜗杆传动.根据不同次修形曲线修形的数值算例分析表明,高次方修形可消除原始型直廓环面蜗杆齿面的常接触线,有效的增大了蜗杆副齿面的共轭区面积,修形后蜗杆全长可被利用,承载能力强.但高次方修形后的蜗杆副齿面存在曲率干涉界线,有可能导致蜗杆副发生根切.

关键词:蜗轮;啮合理论;修形;曲率干涉;传动比

中图分类号:TH122

文献标志码:A

High-order Modification Principle of Globoidal Worm Drive

ZHAO Yaping^{1†}, LI Shuai¹, CHEN Xinyuan², LI Gongfa³

- (1. School of Mechanical and Automotive Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China;
2. Hubei Key Laboratory of Mechanical Transmission and Manufacturing Engineering,
Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China;
3. Key Laboratory of Metallurgical Equipment and Control Technology of Ministry of Education,
Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

Abstract: The mathematical model of globoidal worm drive with high-order modification is established systematically. The curvature parameters, meshing function and curvature interference boundary function of worm pair are derived by differential geometry and meshing theory. It is proved that the tooth surface of globoidal worm is an undevelopable ruled surface, which is consistent with the principle of tooth surface formation. The least squares method is used to fit the dimensionless modification data to obtain a universal high-order modification curve. Based on the curve, the calculation formula of the process transmission ratio is derived, and the high-order modification worm transmission is obtained. According to the numerical examples of different modification curves, the analysis shows

* 收稿日期:2021-07-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52075083), National Natural Science Foundation of China (52075083); 武汉科技大学冶金装备与控制教育部重点实验室开放基金项目(MECOF2021B02, MECOF2020B03), Open Fund of the Key Laboratory for Metallurgical Equipment and Control of Education Ministry in Wuhan University of Science and Technology (MECOF2021B02, MECOF2020B03)

作者简介:赵亚平(1975—),男,北京人,东北大学教授,博士

† 通信联系人, E-mail: zhyp_neu@163.com

that the high-order modification can eliminate the constant contact line of the tooth surface of the original globoidal worm, and effectively increase the conjugate area of the tooth surface of the worm pair. After the modification, the full length of the worm can be used and the bearing capacity is strong. However, there is a curvature interference line on the tooth surface of the worm pair after high-order modification, which may lead to undercutting of the worm pair.

Key words: worm gear; gear geometry; modification; curvature interference; transmission ratio

直廓环面蜗杆副最初由英国的 Hindley 于 1765 年首先发明^[1]. 1909 年, 美国的 Cone 进行了重要改进. 实际上在此之前, 德国的 Lorenz 博士就制成过这种蜗杆副, 并取得了专利权^[2].

与包络环面蜗杆副相比, 直廓环面蜗杆副主要优点为: 1) 一般不存在边齿变尖^[3]. 2) 在轴截面内, 相应蜗轮环面滚刀的齿廓为直线段^[4], 有利于刀具检验和测量. 但也存在一些不足之处^[5]: 1) 其蜗轮齿面上接触区面积较小. 2) 蜗杆螺旋面是不可展的直纹面, 难于按成形原理精确磨削.

直廓环面蜗杆传动有原始型和修正型之分. 原始型传动由于蜗轮齿面上存在所谓的“常接触线”, 容易造成蜗轮的早期失效, 多不主张采用^[6]. 修正型传动按原理可以归结为基于实测磨损量的自然修形, 和基于啮合理论的理性修形. 其中前者属于半经验半解析的修形方法.

自然修形最早由前苏联学者提出, 通过实测获得经过一定运转时间后的蜗杆分度环面上的磨损量曲线, 即所谓自然修形曲线^[7]. 进而采用抛物线对自然修形曲线进行拟合, 实现抛物线修形. 由于抛物线修形在本质上属于变工艺传动比修形, 在数控装置普及之前, 在生产实践中实现, 有一定困难, 因之曾采用变参数修形予以替代^[8].

为了提高自然修形曲线的拟合精度, 80 年代曾有学者提出高次方修形. 在自然修形的研究过程中, 长期没有获得加工修形蜗杆的工艺传动比的明确计算式, 后来得到该计算式后, 也没有在啮合分析计算的过程中, 始终把工艺传动比当作变量处理, 造成啮合分析的结果不能准确反映蜗杆副的实际工作状况^[9]. 作为自然修形的一个变种, 曲率修形通过建立修形量微分与蜗杆齿面曲率半径微分间的关系, 修正蜗杆齿厚达到修形目的^[10].

随着啮合理论的发展, 诞生了理性修形. 其基本原理是, 在加工蜗杆或相应滚刀的过程中, 蜗杆毛坯与刀座的相对位置及相对运动, 和蜗杆副啮合过程

中, 蜗杆蜗轮的相对位置及相对运动, 存在人为设置的差异, 实现修形, 达到去除常接触线扩大共轭区的目的. 由于上述差异可以人为设置, 意味着理性修形中, 工艺传动比可以取常值, 从而降低理性修形实现的难度.

理性修形中, 可调参数较多, 诸如: 工艺中心距、工艺传动比、刀座垂直高度、以及刀座轴线偏转角度等等, 从而形成各色修形传动. 不过, 按照啮合特点, 这些修形传动可以划分为: I 型传动、II 型传动和角修形传动等有限的类型. 理论研究表明, 综合施加不同参数修形, 才能获得啮合性能较为优越的传动副.

本文基于自然修形数据, 对其无量纲化处理后, 用高次多项式拟合得到具有普适性的高次修形曲线, 推导了修形曲线与工艺传动比 i_{id} 的关系式. 根据微分几何及齿轮啮合理论系统地建立了具有变工艺传动比直廓环面蜗杆副的数学模型, 证明了蜗杆螺旋面是不可展直纹面. 并通过相关算例分析了高次方自然修形直廓环面蜗杆的局部啮合性能.

1 加工蜗杆工艺传动比的计算原理

1.1 高次方修形曲线

高次方修形曲线的优劣直接影响到蜗杆副的啮合性能, 既有文献中的修形曲线是在特定参数下得到的. 为扩充修形曲线的适用范围, 进一步提高拟合精度, 需建立普适型修形曲线.

在精车蜗杆螺旋面的过程中, 蜗杆绕其轴线的转角为 φ , 车刀的所谓标称角度是 φ_s , 它们的几何关系如图 1 所示. 据此可以把 φ_s 表示为

$$\varphi_s = \alpha - \frac{\varphi}{i_{12}} \quad (1)$$

式中, α 是蜗杆分度环面压力角.

文献[9]中对中心距 $a = 500 \text{ mm}$ 、传动比 $i_{12} = 8$ 的蜗杆副, 按不同的标称角度 φ_s , 实际测量修形量 $\Delta_s^{(i)}$, 共获得 $i = 35$ 组数据 $(\varphi_s^{(i)}, \Delta_s^{(i)})$. 建立修形曲线

前,先对所得的数据无量纲化处理.为此首先定义转角系数

$$x = \frac{\varphi_x}{\varphi_w} = \frac{i_{12}\alpha - \varphi}{i_{12}\varphi_w} \quad (2)$$

式中, φ_w 为蜗杆包围蜗轮工作半角.

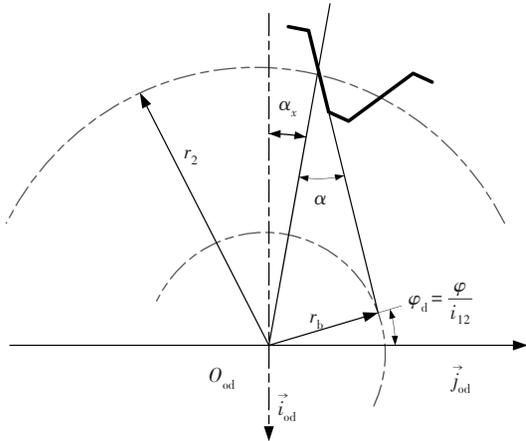


图1 蜗杆转角 φ 与标称角度 φ_x 的关系
Fig.1 Relationship between worm angle φ and nominal angle φ_x

同样定义修形量系数 $I_i = \Delta_s^{(i)}/\Delta_f$, 根据文献[8], 不同中心距、传动比条件下蜗杆啮入端修形量 Δ_f/mm 可按式计算

$$\Delta_f = a(0.0003 + 0.000034i_{12}) \quad (3)$$

其中, a 为蜗杆副标称中心距; 式中 $10.25 \leq i_{12} \leq 59$.

文献[9]中的数据,经上述方法处理后,得到的无量纲化的修形数据列于表1.

表1 无量纲化修形数据结果

Tab.1 The result of dimensionless modification data

序号	转角系数 x	修形量系数 $I_i = \Delta_i/\Delta_f$	序号	转角系数 x	修形量系数 $I_i = \Delta_i/\Delta_f$
1	1.000 0	1.000 0	19	-0.058 8	0.076 92
2	0.941 2	0.919 2	20	-0.117 6	0.046 15
3	0.882 4	0.850 0	21	-0.176 5	0.023 08
4	0.823 5	0.746 2	22	-0.235 3	0.000 00
5	0.764 7	0.688 5	23	-0.294 1	-0.015 38
6	0.705 9	0.638 5	24	-0.352 9	-0.023 08
7	0.647 1	0.592 3	25	-0.411 8	-0.030 77
8	0.588 2	0.546 2	26	-0.470 6	-0.030 77
9	0.529 4	0.492 3	27	-0.529 4	-0.034 62
10	0.470 6	0.438 5	28	-0.588 2	-0.034 62
11	0.411 8	0.376 9	29	-0.647 1	-0.030 77
12	0.352 9	0.330 8	30	-0.705 9	-0.026 92
13	0.294 1	0.284 6	31	-0.764 7	-0.015 38
14	0.235 3	0.238 5	32	-0.823 5	0.000 00
15	0.176 5	0.200 0	33	-0.882 4	0.019 23
16	0.117 6	0.161 5	34	-0.941 2	0.046 15
17	0.058 8	0.130 8	35	-1.000 0	0.076 92
18	0	0.100 0			

对上述修形数据以最小二乘法拟合得到修形量系数的函数为

$$I_n(x) = \sum_{k=0}^n c_k x^k \quad (4)$$

对式中多项式幂次 n 取不同数值,可得到式中不同次多项式的系数 c_k , 将计算的数值结果列于表2.

表2 各次修形曲线多项式系数

Tab.2 Polynomial coefficients of various modification curves

系数	3次曲线	4次曲线	5次曲线	6次曲线	7次曲线
c_0	9.9857×10^{-2}	1.0202×10^{-1}	1.0202×10^{-1}	9.6396×10^{-2}	9.640×10^{-2}
c_1	5.0056×10^{-1}	5.0056×10^{-1}	5.2125×10^{-1}	5.2125×10^{-1}	5.1184×10^{-1}
c_2	4.2790×10^{-1}	4.0739×10^{-1}	4.0739×10^{-1}	5.2004×10^{-1}	5.2004×10^{-1}
c_3	-4.5089×10^{-2}	-4.5089×10^{-2}	-1.3687×10^{-1}	-1.3687×10^{-1}	-5.5751×10^{-2}
c_4	0	-2.2659×10^{-2}	2.2659×10^{-2}	-2.9935×10^{-1}	-2.9935×10^{-1}
c_5	0	0	7.8395×10^{-2}	7.8395×10^{-2}	-9.2200×10^{-2}
c_6	0	0	0	2.2474×10^{-1}	2.2474×10^{-1}
c_7	0	0	0	0	1.0084×10^{-1}

以3次修形量系数的函数为例,拟合得到的曲线图像如图2. $x = -1, x = 0, x = 1$ 分别对应蜗杆副的啮出端、喉部和啮入端.

由式(4)和表2中的数据得到修形曲线函数表

达式为

$$\Delta = \Delta_f I_n(x) = \Delta_f \sum_{k=0}^n c_k x^k \quad (5)$$

当多项式幂次 $n = 2$ 时,式(5)为抛物线修形曲

线函数;当 $n > 2$,即为高次方修形曲线函数.

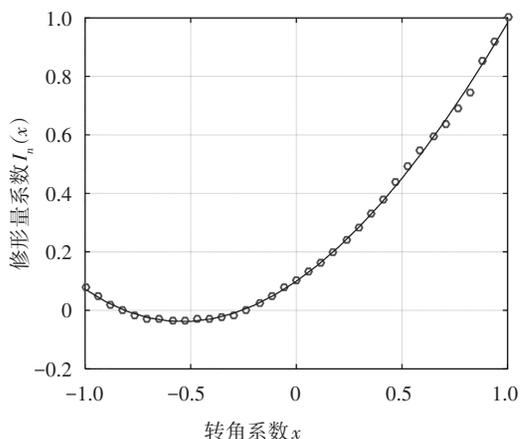


图2 3次修形量系数的函数曲线
Fig.2 The curve of the coefficient of the cubic modification amount

通过提高拟合多项式的次数 n ,可以提升式(4)的拟合精度.为此基于表1中数据计算各次曲线的误差,其结果如表3所示.

表3 各次曲线的总误差

Tab.3 Total error of various curves

曲线次数	$\sqrt{\sum_{i=1}^{35} [I_i - I(x^{(i)})]^2}$
2	6.9852×10^{-2}
3	5.4385×10^{-2}
4	5.3239×10^{-2}
5	4.9359×10^{-2}
6	3.9980×10^{-2}
7	3.9457×10^{-2}

由表3可知,单纯提高拟合多项式的次数,并不能显著提升拟合精度.

1.2 工艺传动比与修形曲线函数的关系

由图1可建立加工蜗杆毛坯时刀具的附加转动 $\Delta\varphi_d$ 与修形量变化的关系式

$$\Delta\varphi_d = \frac{\Delta}{r_2} = \frac{\Delta_f}{r_2} I_n(x) \quad (6)$$

式中, r_2 为蜗轮分度圆半径.

因此,加工修正型直廓环面蜗杆时刀具转角为

$$\varphi_d = \frac{\varphi}{i_{12}} - \Delta\varphi_d = \frac{\varphi}{i_{12}} - \frac{\Delta_f}{r_2} I_n(x) \quad (7)$$

任意转角下刀座与蜗杆的传动比为

$$i_{1d} = 1 / \left(\frac{d\varphi_d}{d\varphi} \right) = \frac{i_{12}}{1 + \frac{\Delta_f}{r_2} I_n'(x)} \quad (8)$$

在式中,啮入端修形量 Δ_f 、蜗轮分度圆半径 r_2 和工作半角 φ_w 均为常值且为正数.因此,工艺传动比 i_{1d} 与公称传动比 i_{12} 的大小关系由 $I_n'(x) = \sum_{k=1}^n kc_k x^{k-1}$ 决定.在图2中, $I_n'(x)$ 为曲线的斜率,由此可知 $I_n'(x) = 0$ 对应的转角系数在 $x = -0.5$ 左右,在 $x = -0.5$ 附近右侧, $I_n'(x) > 0, i_{1d} < i_{12}$;在 $x = -0.5$ 附近左侧 $I_n'(x) < 0, i_{1d} > i_{12}$.

2 高次方修形蜗杆传动啮合理论

2.1 坐标系的选取及直线刀刃方程

如图3,直廓环面蜗杆的齿面是由直线刃车刀加工而成,与蜗杆相配对的蜗轮是由与蜗杆形状相同的滚刀加工而成.

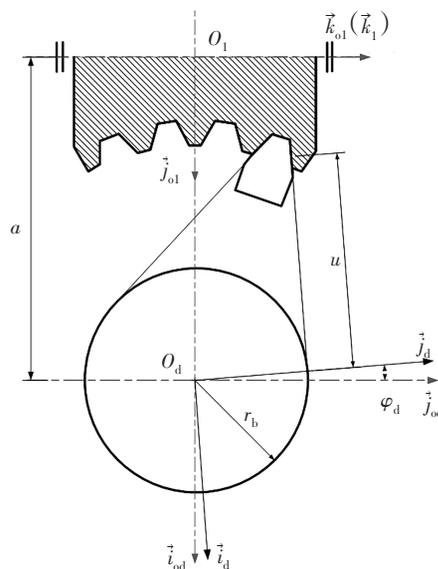


图3 直廓环面蜗杆成型原理

Fig.3 The forming principle of straight profile toroidal worm

图3中 u 为直线刃车刀参数,由此可得刀刃直线方程

$$(\vec{r}_d)_d = -u\vec{i}_d + r_b\vec{j}_d \quad (9)$$

根据蜗杆副加工啮合原理,可确定各坐标系的位置关系,建立如图4坐标系系统.

该坐标系系统由六个坐标系组成,其中坐标系 $\sigma_i \{O_i; \vec{i}_i, \vec{j}_i, \vec{k}_i\} (i = 1, 2)$ 和 $\sigma_d \{O; \vec{i}_d, \vec{j}_d, \vec{k}_d\}$ 为动坐标系,分别与蜗杆、蜗轮和刀具固连,其余坐标系为静坐标系,且与机架固连.图中 φ 为刀具加工蜗杆时蜗杆转角, φ_1 为加工蜗轮时刀具转角.

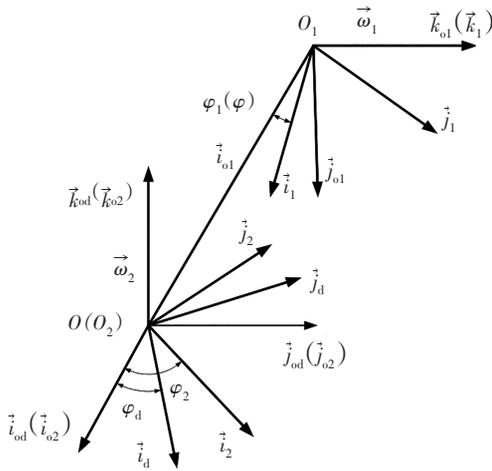


图4 坐标系的位置关系

Fig.4 The positional relationship of the coordinate system

对式(9)做旋转矩阵变换得到 σ_{od} 中刀刃直线族方程为

$$\begin{pmatrix} \vec{r}_d \end{pmatrix}_{od} = R[\vec{k}_{od}, \varphi_d] \begin{pmatrix} \vec{r}_d \end{pmatrix}_d = x_{od} \vec{i}_{od} + y_{od} \vec{j}_{od} \quad (10)$$

式中: $x_{od} = -u \cos \varphi_d - r_b \sin \varphi_d$, $y_{od} = -u \sin \varphi_d + r_b \cos \varphi_d$, $R[\vec{k}_{od}, \varphi_d]$ 为绕 \vec{k}_{od} 旋转的矢量矩阵^[11]. 进而由式(10)求得 σ_1 中蜗杆螺旋面方程

$$\begin{aligned} (\vec{r}_1)_1 &= aR[\vec{k}_1, -\varphi] \vec{i}_{o1} + \\ &R[\vec{k}_1, -\varphi] R\left[\vec{i}_{o1}, \frac{\pi}{2}\right] (\vec{r}_d)_{od} \end{aligned} \quad (11)$$

2.2 直廓环面蜗杆螺旋面不可展性的数学证明

σ_1 中蜗杆的螺旋面方程也可以写成以下形式

$$\begin{pmatrix} \vec{r}_1 \end{pmatrix}_1 = \vec{\rho}(\varphi) + u\vec{t}(\varphi) \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \vec{\rho}(\varphi) &= R\vec{k}_1, -\varphi R\left[\vec{i}_{o1}, \frac{\pi}{2}\right] R[\vec{k}_{od}, \varphi_d] \left[(a \cos \varphi_d) \vec{i}_d + \right. \\ &\left. (r_b - a \sin \varphi_d) \vec{j}_d \right] \end{aligned}$$

$$\vec{t}(\varphi) = -R[\vec{k}_1, -\varphi] R\left[\vec{i}_{o1}, \frac{\pi}{2}\right] R[\vec{k}_{od}, \varphi_d] \vec{i}_d$$

式(12)与直纹面的标准方程相符. 在此基础上证明其不可展. 从式(12)计算导矢, 分别令 $\vec{\rho}(\varphi)$, $\vec{t}(\varphi)$ 对 φ 求导

$$\begin{aligned} \vec{\rho}'(\varphi) &= R[\vec{k}_1, -\varphi] R\left[\vec{i}_{o1}, \frac{\pi}{2}\right] R[\vec{k}_{od}, \varphi_d] \left[-\frac{1}{i_{1d}} \vec{i}_d + \right. \\ &\left. (a - r_b \sin \varphi_d) \vec{k}_d \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{t}'(\varphi) &= R[\vec{k}_1, -\varphi] R\left[\vec{i}_{o1}, \frac{\pi}{2}\right] R[\vec{k}_{od}, \varphi_d] \left[-\frac{1}{i_{1d}} \vec{j}_d - \right. \\ &\left. \cos \varphi_d \vec{k}_d \right] \end{aligned}$$

求得 $\vec{\rho}'(\varphi)$, $\vec{t}'(\varphi)$ 和 $\vec{t}(\varphi)$ 的混合积为

$$[\vec{\rho}'(\varphi), \vec{t}(\varphi), \vec{t}'(\varphi)] = \frac{1}{i_{1d}} (a - r_b \sin \varphi_d) \neq 0 \quad (13)$$

这与可展曲面的判定条件相悖, 即直廓环面蜗杆的螺旋面为不可展. 综上可得, 直廓环面蜗杆的螺旋面为不可展的直纹面.

2.3 蜗杆螺旋面的两类基本量及曲率参数

由式(11)可得 u, φ 两个方向偏导矢

$$\begin{pmatrix} \vec{r}_{1u} \end{pmatrix}_1 = \vec{t}(\varphi) \quad (14)$$

$$\begin{pmatrix} \vec{r}_{1\varphi} \end{pmatrix}_1 = \vec{\rho}'(\varphi) + u\vec{t}'(\varphi) \quad (15)$$

根据微分几何理论求得直廓环面蜗杆螺旋面的第一类基本量为

$$E = (\vec{r}_{1u})_1 \cdot (\vec{r}_{1u})_1 = 1, F = (\vec{r}_{1u})_1 \cdot (\vec{r}_{1\varphi})_1 = \frac{r_b}{i_{1d}},$$

$$G = (\vec{r}_{1\varphi})_1 \cdot (\vec{r}_{1\varphi})_1 = (x_{od} + a)^2 + \frac{(u^2 + r_b^2)}{i_{1d}^2} \quad (16)$$

由式(14)(15)及第一类基本量求得坐标系 σ_1 中蜗杆的螺旋面单位法向量为

$$\begin{aligned} (\vec{n}_1)_1 &= \frac{(\vec{r}_{1u})_1 \times (\vec{r}_{1\varphi})_1}{D} = \\ &\frac{1}{D} R[\vec{k}_1, -\varphi] R\left[\vec{i}_{o1}, \frac{\pi}{2}\right] R[\vec{k}_{od}, \varphi_d] \times \\ &\left[(a + x_{od}) \vec{j}_d + \frac{u}{i_{1d}} \vec{k}_d \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{式中: } D = \sqrt{EG - F^2} = \sqrt{\left(\frac{u}{i_{1d}}\right)^2 + (a + x_{od})^2}.$$

为计算螺旋面的第二类基本量, 分别计算蜗杆螺旋面方程对 u, φ 的二阶偏导矢

$$\begin{pmatrix} \vec{r}_{1uu} \end{pmatrix}_1 = 0 \quad (18)$$

$$\begin{pmatrix} \vec{r}_{1u\varphi} \end{pmatrix}_1 = \vec{g}_1(-\varphi) \cos \varphi_d - \frac{\vec{m}_1(-\varphi, -\varphi_d)}{i_{1d}} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \vec{r}_{1\varphi\varphi} \end{pmatrix}_1 &= \frac{2y_{od}}{i_{1d}} \vec{g}_1(-\varphi) - D_1 \vec{e}_1(-\varphi) + \\ &\left(x_{od} \frac{d^2 \varphi_d}{d\varphi^2} - \frac{y_{od}}{i_{1d}^2} \right) \vec{k}_1 \end{aligned} \quad (20)$$

式中: $\vec{g}_1(-\varphi), \vec{e}_1(-\varphi)$ 为圆向量函数, $\vec{m}_1(-\varphi, -\varphi_d)$

为球向量函数^[12]. $D_1 = \frac{x_{od}}{i_{1d}^2} + y_{od} \frac{d^2\varphi_d}{d\varphi^2} + a + x_{od}$,

$$\frac{d^2\varphi_d}{d\varphi^2} = -\frac{\Delta_f}{r_2 i_{12}^2 \varphi_w^2} \sum_{k=2}^n k(k-1) c_k x^{k-2}.$$

从式(17)(18)(19)和(20),可以计算出直廓环面蜗杆螺旋面的第二类基本量如下:

$$\begin{aligned} L &= (\vec{n}_1)_1 \cdot \vec{r}_{uu} = 0 \\ M &= (\vec{n}_1)_1 \cdot \vec{r}_{u\varphi} = \frac{r_b \sin \varphi_d - a}{i_{1d} D} \\ N &= (\vec{n}_1)_1 \cdot \vec{r}_{\varphi\varphi} = \frac{a + x_{od}}{D} \left[(a + x_{od}) \sin \varphi_d - \right. \\ &\quad \left. u \frac{d^2\varphi_d}{d\varphi^2} - \frac{r_b}{i_{1d}^2} \right] - \frac{2uy_{od}}{i_{1d}^2 D} \end{aligned} \quad (21)$$

沿 u 方向的单位切向量 $(\vec{\alpha}_\xi)_1$ 和正交于 $(\vec{\alpha}_\xi)_1$ 的单位切矢量 $(\vec{\alpha}_\eta)_1$ 可表示为^[12]

$$(\vec{\alpha}_\xi)_1 = \frac{(\vec{r}_{1u})_1}{\left| (\vec{r}_{1u})_1 \right|} = \vec{i}(\varphi) \quad (22)$$

$$(\vec{\alpha}_\eta)_1 = (\vec{n}_1)_1 \times (\vec{\alpha}_\xi)_1 = (\vec{n}_1)_1 \times \vec{i}(\varphi) \quad (23)$$

由蜗杆螺旋面的两类基本量可计算得沿 $(\vec{\alpha}_\xi)_1$ 方向法曲率、测地挠率和蜗杆螺旋面的平均曲率为

$$k_\xi = \frac{L}{E} = 0, \tau_\xi = \frac{EM - FL}{ED} = \frac{M}{D} \quad (24)$$

$$H = \frac{EN - 2FM + GL}{2D^2} = \frac{N - 2FM}{2D^2} \quad (25)$$

2.4 蜗轮的齿面方程及啮合函数

设蜗杆的角速度为 $|\vec{\omega}_1| = 1 \text{ rad/s}$,则在 σ_{o1} 中,蜗轮的角速度 $(\vec{\omega}_2)_{o1}$ 和蜗杆副的相对角速度分别为

$$(\vec{\omega}_2)_{o1} = -\frac{1}{i_{12}} \vec{j}_{o1} \quad (26)$$

$$(\vec{\omega}_{12})_{o1} = (\vec{\omega}_1)_{o1} - (\vec{\omega}_2)_{o1} = \frac{1}{i_{12}} \vec{j}_{o1} + \vec{k}_{o1} \quad (27)$$

由旋转变换得到 σ_{o1} 中蜗轮齿面生成面族方程

$$(\vec{r}_1^*)_{o1} = R[\vec{k}_{o1}, \varphi] (\vec{r}_1)_1 \quad (28)$$

同理蜗轮齿面生成面族的单位法向量也可由旋转变换得到

$$(\vec{n}_1^*)_{o1} = R[\vec{k}_{o1}, \varphi_1] (\vec{n}_1)_1 \quad (29)$$

在 σ_{o1} 中蜗杆螺旋面和蜗轮齿面啮合的相对速度矢量为

$$\begin{aligned} (\vec{V}_{12})_{o1} &= (\vec{\omega}_{12})_{o1} \times (\vec{r}_1^*)_{o1} - (\vec{\omega}_2)_{o1} \times (\vec{O}_2\vec{O}_1)_{o1} = \\ &= \left[\frac{y_{od}}{i_{12}} - (x_{od} + a) \sin(\varphi_1 - \varphi) \right] \vec{i}_{o1} + \\ &= (x_{od} + a) \cos(\varphi_1 - \varphi) \left[\vec{j}_{o1} - \frac{1}{i_{12}} \vec{k}_{o1} \right] \end{aligned} \quad (30)$$

σ_{o1} 中两个单位切向量 $(\vec{\alpha}_\xi)_{o1}$ 和 $(\vec{\alpha}_\eta)_{o1}$ 为

$$(\vec{\alpha}_\xi)_{o1} = R[\vec{k}_{o1}, \varphi_1] (\vec{\alpha}_\xi)_1 = R[\vec{k}_{o1}, \varphi_1] \vec{i}(\varphi) \quad (31)$$

$$(\vec{\alpha}_\eta)_{o1} = R[\vec{k}_{o1}, \varphi_1] \left[(\vec{n}_1)_1 \times \vec{i}(\varphi) \right] \quad (32)$$

由式(29)和式(30)推导啮合函数如下^[13-15]:

$$\begin{aligned} \Phi(u, \varphi, \varphi_1) &= (\vec{n}_1^*)_{o1} \cdot (\vec{V}_{12})_{o1} = \\ &= \frac{1}{i_{12} D} \left[A \sin(\varphi_1 - \varphi) + B \cos(\varphi_1 - \varphi) + C \right] \end{aligned} \quad (33)$$

式中, $A = \frac{uy_{od}}{i_{1d}}$, $B = (x_{od} + a)(u - a \cos \varphi_d)$, $C =$

$$(x_{od} + a) \left[a \cos \varphi_d - \frac{i_{12}}{i_{1d}} u \right].$$

由蜗杆副满足关系 $\Phi(u, \varphi, \varphi_1) = 0$ 可得

$$A \sin(\varphi_1 - \varphi) + B \cos(\varphi_1 - \varphi) + C = 0 \quad (34)$$

对式(34)进行三角变换

$$\sin(\varphi_1 - \varphi + \phi) = -\frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (35)$$

式中 ϕ 满足以下关系:

$$\sin \phi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \cos \phi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

由式(35)得到一个啮合周期内 φ_1 的两个解:

$$\varphi_1^A = \varphi - \phi - \arcsin \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\varphi_1^B = \varphi - \phi + \pi + \arcsin \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

这两个解分别表示在子共轭区 Σ^A 和 Σ^B 中 φ_1 与 u, φ 的关系. 在 σ_2 中蜗轮齿面两个子共轭区 Σ^A 和 Σ^B 的方程分别为

$$\begin{cases} (\vec{r}_2)_2 = R\left[\vec{k}_2, -\frac{\varphi_1}{i_{12}}\right] \left\{ R\left[\vec{i}_{o2}, -\frac{\pi}{2}\right] (\vec{r}_1^*)_{o1} - a\vec{i}_{o2} \right\} = \\ \quad x_2 \vec{i}_2 + y_2 \vec{j}_2 + z_2 \vec{k}_2 \\ \Phi(u, \varphi, \varphi_1) = 0 \end{cases} \quad (36)$$

$$x_2 = \left[(x_{od} + a) \cos(\varphi_1 - \varphi) - a \right] \cos\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}}\right) + y_{od} \sin\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}}\right)$$

$$y_2 = \left[a - (x_{od} + a) \cos(\varphi_1 - \varphi) \right] \sin\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}}\right) +$$

$$y_{od} \cos\left(\frac{\varphi_1}{i_{12}}\right)$$

$$z_2 = -(x_{od} + a) \sin(\varphi_1 - \varphi)$$

由式(33)对 φ_1 微分得到直廓环面蜗杆副的啮合极限函数 Φ_{φ_1} 为

$$\Phi_{\varphi_1} = \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_1} = \frac{1}{i_{12}D} \left[A \cos(\varphi_1 - \varphi) - B \sin(\varphi_1 - \varphi) \right] \quad (37)$$

直廓环面蜗杆啮合过程中的瞬时接触线的法向量为

$$\left(\vec{N} \right)_{o1} = N_{\xi} \left(\vec{\alpha}_{\xi} \right)_{o1} + N_{\eta} \left(\vec{\alpha}_{\eta} \right)_{o1} \quad (38)$$

式中: $N_{\xi} = \tau_{\xi} \left(\vec{V}_{12} \right)_{o1} \cdot \left(\vec{\alpha}_{\eta} \right)_{o1} + \left(\vec{\omega}_{12} \right)_{o1} \cdot \left(\vec{\alpha}_{\eta} \right)_{o1}$, $N_{\eta} =$

$$2H \left(\vec{V}_{12} \right)_{o1} \cdot \left(\vec{\alpha}_{\eta} \right)_{o1} + \tau_{\xi} \left(\vec{V}_{12} \right)_{o1} \cdot \left(\vec{\alpha}_{\xi} \right)_{o1} - \left(\vec{\omega}_{12} \right)_{o1} \cdot \left(\vec{\alpha}_{\xi} \right)_{o1}$$

各项因式乘积的计算结果表示如下:

$$\left(\vec{V}_{12} \right)_{o1} \cdot \left(\vec{\alpha}_{\xi} \right)_{o1} =$$

$$\frac{(r_b - a \sin \varphi_d) \cos(\varphi_1 - \varphi) + a \sin \varphi_d}{i_{12}}$$

$$\left(\vec{V}_{12} \right)_{o1} \cdot \left(\vec{\alpha}_{\eta} \right)_{o1} = \frac{y_{od}}{i_{12}D} (x_{od} + a) \sin(\varphi_1 - \varphi) - \frac{(x_{od} + a)^2}{D} +$$

$$\frac{u \left[(a \cos \varphi_d - u) \cos(\varphi_1 - \varphi) - a \cos \varphi_d \right]}{i_{12}i_{1d}D}$$

$$\left(\vec{\omega}_{12} \right)_{o1} \cdot \left(\vec{\alpha}_{\xi} \right)_{o1} = -\frac{\cos \varphi_d}{i_{12}} \sin(\varphi_1 - \varphi) - \sin \varphi_d$$

$$\left(\vec{\omega}_{12} \right)_{o1} \cdot \left(\vec{\alpha}_{\eta} \right)_{o1} = \frac{1}{i_{12}D} \left[\frac{u \sin \varphi_d \sin(\varphi_1 - \varphi)}{i_{1d}} - \right.$$

$$\left. (x_{od} + a) \cos(\varphi_1 - \varphi) \right] - \frac{u \cos \varphi_d}{i_{1d}D}$$

据式(37)(38)可求得曲率干涉界限函数为

$$\Psi = N_{\xi} \left(\vec{V}_{12} \right)_{o1} \cdot \left(\vec{\alpha}_{\xi} \right)_{o1} + N_{\eta} \left(\vec{V}_{12} \right)_{o1} \cdot \left(\vec{\alpha}_{\eta} \right)_{o1} + \Phi_{\varphi_1} \quad (39)$$

同时可求得瞬时接触线法线方向的诱导法曲率 $k_N^{(12)}$ 和曲率滑动角 θ_{v1} 如下:

$$k_N^{(12)} = \frac{N^2}{\Psi} = \frac{N_{\xi}^2 + N_{\eta}^2}{\Psi} \quad (40)$$

$$\theta_{v1} = \arcsin \left[\frac{|\Psi - \Phi_{\varphi_1}|}{\left| \left(\vec{V}_{12} \right)_{o1} \right| \sqrt{N_{\xi}^2 + N_{\eta}^2}} \right] \quad (41)$$

3 数值算例分析

仿真分析部分采用数值算例的蜗杆副参数为 $Z_1 = 2, a = 280 \text{ mm}, i_{12} = 25$. 表4中给出了算例所需参数的计算方法及其数值结果^[16-17].

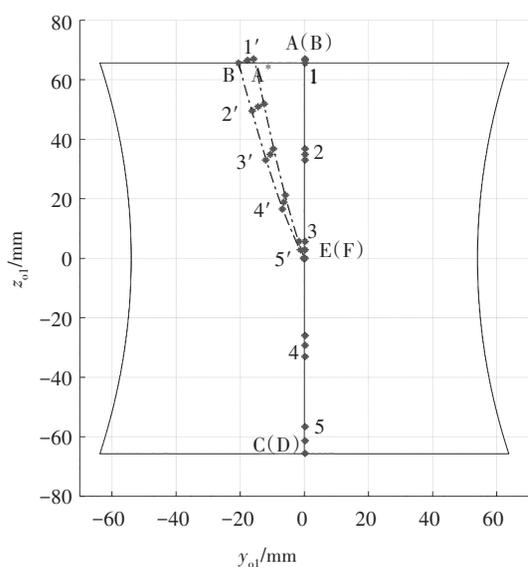
表4 蜗杆副参数

Tab.4 Worm pair parameters

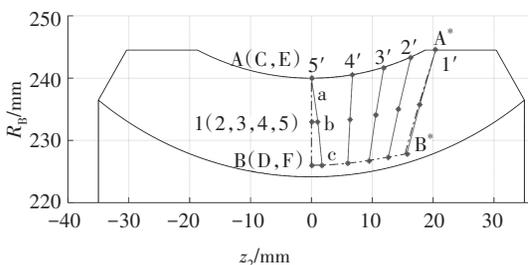
参数名称	计算方法	数值
蜗杆分度圆直径/mm	$d_1 \approx 0.681a^{0.875}$	94
蜗杆分度圆直径/mm	$d_2 = 2a - d_1$	466
蜗轮齿宽/mm	$b_2 = 0.25a$	70
蜗轮基圆直径/mm	$d_b \approx 0.625a$	175
分度圆压力角/°	$\alpha = \arcsin\left(\frac{d_b}{d_2}\right)$	22.058 9
蜗轮齿数	$Z_2 = i_{12}Z_1$	50
蜗轮端面模数/mm	$m_1 = \frac{d_2}{Z_2}$	9.320 0
蜗杆包围蜗轮齿数	$Z_k = Z_2/10$	5
蜗杆包围蜗轮工作半角/°	$\varphi_w = \frac{\pi}{Z_2}(Z_k - 0.5)$	16.380 9
蜗杆工作长度/mm	$L_w = d_2 \sin(\varphi_w)$	131.415 1
蜗杆齿顶圆直径/mm	$d_{a1} = d_1 + 1.5m_1$	107.98
蜗轮齿顶圆直径/mm	$d_{a2} = d_2 + 1.5m_1$	479.98
蜗轮齿顶圆最大直径/mm	$d_{a2} \approx d_{a2} + m_1$	489
蜗杆齿顶圆弧半径/mm	$R_{a1} = a - 0.5d_{a1}$	226.010 0
蜗轮齿顶圆弧半径/mm	$R_{a2} \geq 0.53(d_{a1} - 3.4m_1)$	41
蜗轮齿根圆弧半径/mm	$R_{f2} = 0.5d_{a1} + 0.2m_1$	55.854 0
啮入端修形量/mm	按式(3)计算	0.323 9
3次修形速比修正量区间		[-0.147 9, 0.070 4]
4次修形速比修正量区间		[-0.153 9, 0.078 7]
5次修形速比修正量区间	$\Delta i = i_{1d} - i_{12}$	[-0.170 8, 0.051 0]
6次修形速比修正量区间		[-0.206 2, 0.122 6]
7次修形速比修正量区间		[-0.216 9, 0.094 9]

3.1 原始型直廓环面蜗杆传动的啮合特性

图5基于蜗杆传动啮合理论,令 $i_{1d} = i_{12}$ 可以得到无修形的原始型传动. 按表4中的技术参数,绘出了原始型传动的共轭区与接触线.



(a)蜗杆螺旋面上的共轭区和接触线



(b)蜗轮螺旋面上的共轭区和接触线

图 5 原始型直廓环面蜗杆啮合特性

Fig.5 Meshing characteristics of primitive straight profile toroidal worm

图 5(a)为蜗杆螺旋面在 $\{O_1; y_{01}, z_{01}\}$ 平面上的投影. 区域 $ABCD$ 为传动副的共轭区 Σ^A , 由式(34)可知, 此区域内 $\varphi_1 = \varphi$, AB 线和 CD 线分别代表蜗杆的啮入端与啮出端.

图 5(b)为蜗轮齿面在 $\{O_2; z_2, R_B\}$ 平面上的投影, 纵坐标 $R_B = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$. AB 线、 CD 线以及接触线 1-5 重合, 此区域退化为常接触线. 区域 A^*B^*FE 为传动副的新接触区 Σ^B . 蜗杆螺旋面上的 A^*B^* 线代表共轭区 Σ^B 的啮入端, EF 线为传动副的曲率干涉界线, 沿此线 $\Psi = 0$. 同时 EF 线是共轭区 Σ^A 与 Σ^B 的公共边界, 构成传动副啮合界线, 沿此线 $\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_1} = 0$. 因此在蜗轮齿面上 EF 线不起曲率干涉界线的作用, 不引起曲率干涉, 只对蜗杆齿面上共轭区 Σ^B 起啮合界线的作用. 沿 EF 线传动副瞬时接触线法矢量 $\vec{N} = 0$, 因此它是瞬时接触线的奇点轨迹.

分别在瞬时接触线与蜗轮齿顶、蜗杆分度圆和蜗杆齿顶交点处选取 3 个采样点, 计算采样点诱导

法曲率 $k_N^{(12)}$ 和滑动角 θ_{vt} 的数值结果列于表 5 中. 数据表明, 在整个 Σ^B 区上, $k_N^{(12)}$ 的值较小, 即齿间的接触应力小, 油膜厚度相应增大^[18]. 且该子共轭区的 θ_{vt} 值较大, 尤其在 EF 线附近数值接近 90° , 表明形成油膜的条件良好.

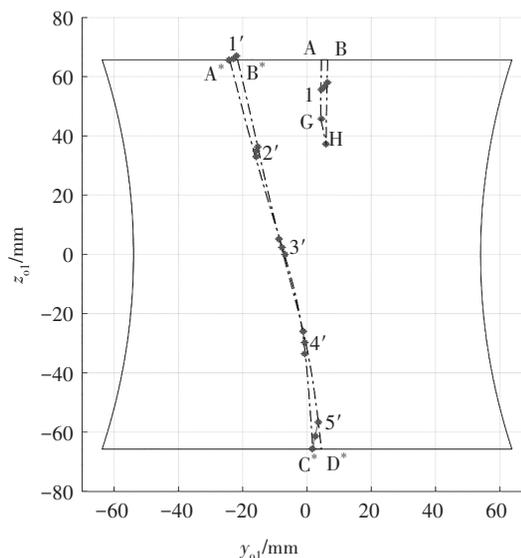
表 5 原始型直廓环面蜗杆啮合质量

Tab.5 Meshing quality of original globoidal worm drive

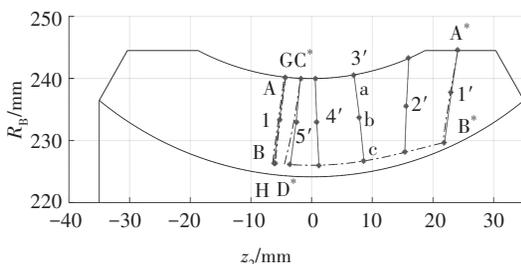
计算点	瞬时接触线						
	1-5	1'	2'	3'	4'	5'	
a	$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0	0.006 5	0.005 2	0.003 2	0.001 3	0
	$\theta_{vt}/(^\circ)$	-	47.960 6	53.162 5	61.031 1	73.517 1	0/0
b	$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0	0.004 9	0.003 9	0.002 6	0.001 2	0.000 1
	$\theta_{vt}/(^\circ)$	-	54.775 2	59.785 3	66.506 5	76.200 6	89.226 0
c	$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0	0.003 9	0.003 2	0.002 2	0.001 1	0.000 2
	$\theta_{vt}/(^\circ)$	-	60.414 6	64.931 4	70.611 9	78.192 4	88.775 4

3.2 高次方修形直廓环面蜗杆传动的啮合特性

为了防止过于繁冗, 文中只给出 3 次、5 次和 7 次曲线修形直廓环面蜗杆副的算例分析, 如图 6-7 和图 8 所示.



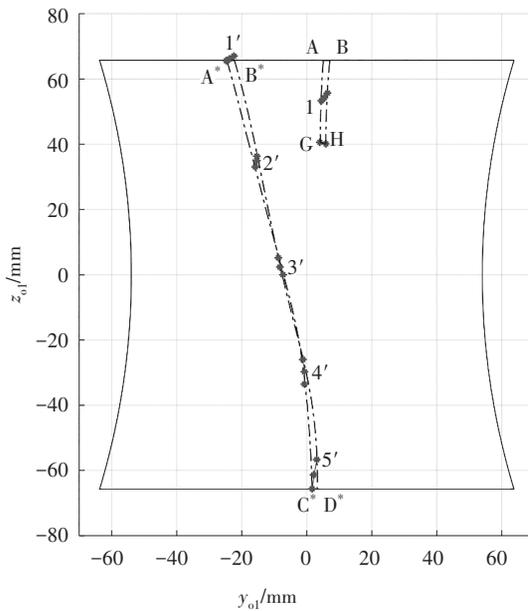
(a)蜗杆螺旋面上的共轭区和接触线



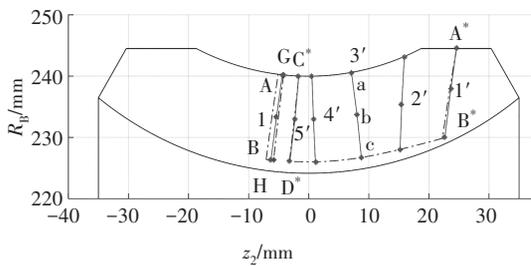
(b)蜗轮螺旋面上的共轭区和接触线

图 6 3 次曲线修形后蜗杆副啮合特性

Fig.6 The meshing characteristics of the worm pair after cubic curve modification



(a) 蜗杆螺旋面上的共轭区和接触线



(b) 蜗轮螺旋面上的共轭区和接触线

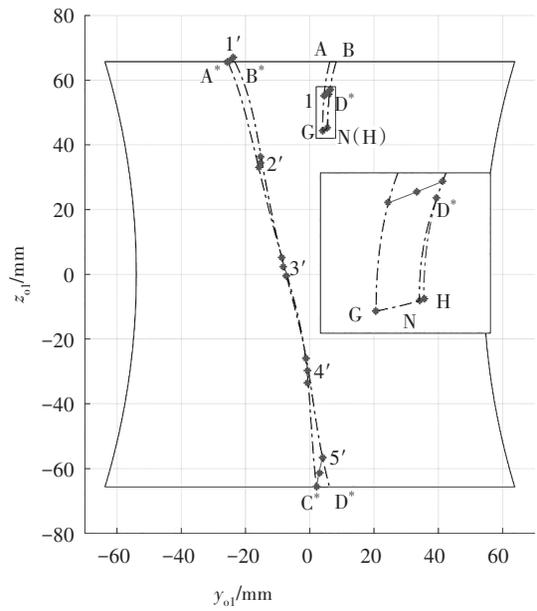
图 7 5 次曲线修形后蜗杆副啮合特性

Fig.7 The meshing characteristics of the worm pair after the fifth power curve modification

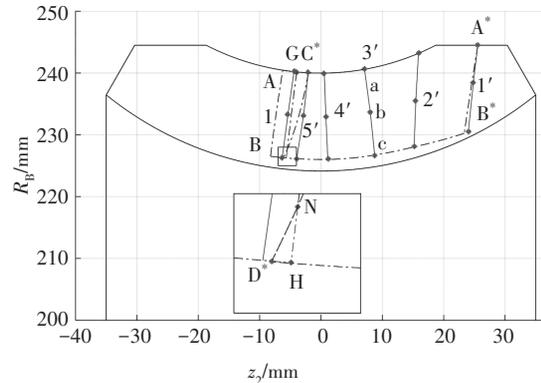
图 6(a)和图 7(a)中,区域 $ABHG$ 为子共轭区 Σ^A , 相比于原始型直廓环面蜗杆副, Σ^A 区不再退化为常接触线. 但区域内存在曲率干涉界线 GH , Σ^A 区不能贯彻蜗杆螺旋面的始终. 区域 $A^*B^*D^*C^*$ 为子共轭区 Σ^B , 区域内的啮合界线被消除, 子共轭区 Σ^B 扩大至蜗杆的啮出端, C^*D^* 线为啮出端的反映线. 这表明, 修形后的蜗杆仍为全长可用, 且在啮入端附近实现部分双线传动.

图 6(b)和图 7(b)中, 蜗轮齿面上的子共轭区 Σ^A 和 Σ^B 均增大. 且与 3 次修形相比, 5 次修形的 Σ^A 区更大一些.

表 6 和表 7 中, Σ^A 区的诱导法曲率 $k_N^{(12)}$ 值较小, 滑动角 θ_{vt} 值较大, 啮合性能良好. 相比于原始型直廓环面蜗杆, 修形后 Σ^B 区中的诱导法曲率并无明显变化, 滑动角 θ_{vt} 值略微增大, 油膜的形成条件更美好. 在曲率干涉界线 GH 上 $\Psi = 0$, 诱导主曲率无限大, 接触应力也无限大, 导致蜗杆副失效.



(a) 蜗杆螺旋面上的共轭区和接触线



(b) 蜗轮螺旋面上的共轭区和接触线

图 8 7 次曲线修形直廓环面蜗杆啮合特性

Fig.8 The meshing characteristics of the worm pair after the seventh power curve modification

表 6 3 次修形直廓环面蜗杆啮合质量

Tab.6 Meshing quality of cubic curve modified globoidal worm drive

计算点	瞬时接触线						
	1	1'	2'	3'	4'	5'	
a	$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0.117 0	0.007 6	0.005 6	0.002 6	0.006 9	0.015 5
	$\theta_{vt}/(^{\circ})$	83.459 3	50.982 8	61.667 3	83.950 0	86.486 7	83.154 2
b	$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0.074 7	0.006 6	0.005 2	0.002 7	0.003 3	0.008 6
	$\theta_{vt}/(^{\circ})$	84.671 5	56.097 1	66.731 9	83.059 9	87.416 0	82.409 3
c	$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0.049 8	0.005 9	0.005 0	0.002 8	0.001 8	0.004 7
	$\theta_{vt}/(^{\circ})$	85.786 4	61.400 3	70.325 8	82.633 5	88.202 2	80.608 5

表7 5次修形直廓环面蜗杆啮合质量
Tab.7 Meshing quality of fifth power curve modified globoidal worm drive

计算点	瞬时接触线					
	1	1'	2'	3'	4'	5'
$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0.038 8	0.006 6	0.005 5	0.002 7	0.006 3	0.033 9
$\theta_{vt}/(^{\circ})$	83.470 8	51.514 5	61.697 5	83.850 1	86.391 2	83.430 5
$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0.026 4	0.005 6	0.005 1	0.002 8	0.003 0	0.021 2
$\theta_{vt}/(^{\circ})$	84.731 4	56.332 6	66.776 2	82.961 9	87.302 0	82.825 1
$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0.019 1	0.004 8	0.004 9	0.002 9	0.001 6	0.014 0
$\theta_{vt}/(^{\circ})$	85.876 5	61.528 4	70.382 2	82.540 4	88.084 3	81.335 3

提高修形曲线的拟合幂次后,子共轭区 Σ^A 面积可以明显增大,如图8所示, Σ^B 区的啮出端反映线 C^*D^* 部分进入 Σ^A 区. D^* 点的蜗杆转角 $\varphi_1^{(D^*)} = 1357.7^{\circ}$,曲率干涉界线 GH 与蜗杆齿顶环面交点 H 的蜗杆转角 $\varphi_1^{(H)} = 286.19^{\circ}$.由于 $\varphi_1^{(D^*)} > \varphi_1^{(H)}$,说明 Σ^B 区的蜗杆啮出端反映线 C^*D^* ,在曲率干涉界线 GH 之后进入了共轭区 Σ^A ,因此可以将其 D^*NH 区域切除,也就是切除了曲率干涉界线 GH 靠近蜗轮齿根的部分 NH . N 点为蜗轮齿面上曲率干涉界线 GH 和 C^*D^* 线的交点,可通过求解由曲率干涉界线函数 $\Psi = 0$ 、蜗杆啮出端边界条件、以及 Σ^A 和 Σ^B 中 N 点在坐标系 $\{O_2; z_2, R_B\}$ 中横纵坐标分别相等构成的方程组确定^[19].在蜗杆螺旋面上, D^*N 线是啮出端在共轭区 Σ^A 内的反映线,如图8(a)所示.

位于该区上的瞬时接触线1是根据 A 点到 G 点蜗杆转角的中间值得到的,其明显更靠近边界 MNG ,这说明 Σ^A 区内瞬时接触线分布不均匀,在边界 MNG 附近瞬时接触线更密集,在蜗杆副的传动过程中接触频率更高,容易发生点蚀.

表8中给出了7次修形曲线修形后诱导法曲率 $k_N^{(12)}$ 和滑动角 θ_{vt} 的计算结果.相比于表6和表7, Σ^A 区内滑动角 θ_{vt} 变化不大,但诱导法曲率 $k_N^{(12)}$ 更小,齿间接触应力变小,油膜厚度增加.在 Σ^B 区上,诱导法曲率 $k_N^{(12)}$ 无明显变化,啮入端的滑动角 θ_{vt} 增大,啮出端的滑动角 θ_{vt} 减小,但都处于较好的状态,有利于蜗杆副的传动.

表8 7次修形直廓环面蜗杆啮合质量
Tab.8 Meshing quality of seventh power curve modified globoidal worm drive

计算点	瞬时接触线					
	1	1'	2'	3'	4'	5'
$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0.014 4	0.004 7	0.006 0	0.002 5	0.007 9	0.009 2
$\theta_{vt}/(^{\circ})$	83.417 8	55.289 4	63.224 4	83.832 5	77.890 7	78.723 0
$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0.010 2	0.003 9	0.005 7	0.002 6	0.003 8	0.004 9
$\theta_{vt}/(^{\circ})$	84.666 8	59.472 3	68.294 5	83.319 1	81.627 2	70.967 4
$k_N^{(12)}/\text{mm}^{-1}$	0.007 7	0.003 1	0.005 7	0.002 6	0.002 0	0.002 5
$\theta_{vt}/(^{\circ})$	85.811 5	64.377 1	71.898 4	83.090 3	84.071 7	73.119 5

4 结论

通过对修形数据无量纲化处理,推导出了更具普适性的高次方修形曲线函数,在此基础上获得了加工直廓环面蜗杆螺旋面的工艺传动比的计算式.从而通过工艺传动比,把修形曲线的影响引入啮合分析的计算,改变了既有文献中只考虑修形曲线对蜗杆齿厚影响的旧观念.在这个意义上,基于修形曲线的修形应属于变传动比修形,工艺传动比在本质上是时间的函数.数值结果表明,单纯提高修形曲线函数的幂次,对于提升修形曲线拟合精度的作用是十分有限的.

基于旋转变换矩阵,全面建立了高次方修正型直廓环面蜗杆传动的啮合理论,通过所得到的工艺传动比公式,精确地考虑了修形曲线的影响,弥补了先前文献在这方面的不足,严格论证了其蜗杆螺旋面为不可展的直纹面.

数值计算结果表明,高次方修形可以去除蜗轮齿面的常接触线,并扩大接触区,同时使蜗杆全长参与啮合,且在入口部分保持一定长度的双线接触.高次方修形对诱导主曲率及滑动角等局部啮合性能指标影响不大.主要不足之处是,蜗轮齿面中部靠近齿顶部位存在一定程度的曲率干涉,提升修形曲线函数的幂次,可以消减蜗轮齿面上曲率干涉界线的长度,但难以将其去除净尽.

综合考量,高次方修形需按一定规律改变加工蜗杆的工艺传动比,在工艺方面相对比较复杂,又存在一定程度的曲率干涉,因此不宜单独采用.

参考文献

- [1] 槐崇飞,赵亚平,王琪. 环面蜗杆传动啮合理论研究进展[J]. 机械研究与应用,2014,27(5):17-20.
HUI C F, ZHAO Y P, WANG Q. Research development in meshing theory of toroidal worm drive[J]. Mechanical Research & Application, 2014, 27(5): 17-20. (In Chinese)
- [2] FAYDOR L L. Development of gear technology and theory of gearing[M]. Washington: National Aeronautics and Space Administration, Lewis Research Center, 1997:94.
- [3] ZHAO Y P. Edge tooth addendum thickness of hindley worm [M]//New Advances in Mechanisms, Mechanical Transmissions and Robotics. Cham: Springer International Publishing, 2016: 117-124.
- [4] 袁哲俊,刘华明. 金属切削刀具设计手册[M].北京:机械工业出版社,2008:17-18.
YUAN Z J, LIU H M. Metal cutting tool design manual [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 2008: 17-18. (In Chinese)
- [5] 傅则绍. 新型蜗杆传动[M]. 西安:陕西科学技术出版社,1990: 93-95.
FU Z S. New type worm drive [M]. Xi'an: Shaanxi Science and Technology Press, 1990:93-95. (In Chinese)
- [6] ZHAO Y P. Meshing analysis for TA worm drive [M]//New Trends in Mechanism and Machine Science. Cham: Springer International Publishing, 2016:13-20.
- [7] ЗАК П С. Глободная передача [M]. Москва: Машгиз, 1962:66-84.
ZAK P S. Globoidal transmission [M]. Moscow: Mashgiz, 1962: 66-84. (In Russian)
- [8] 董学朱. 环面蜗杆传动设计和修形[M].北京:机械工业出版社,2004:210-217.
DONG X Z. Design and modification of toroidal worm drive [M]. Beijing: China Machinery Industry Press, 2004: 210-217. (In Chinese)
- [9] 胡松春,黎上威. 蜗杆传动设计(下册)[M].北京:机械工业出版社,1987:320-321.
HU S C, LI S W. Worm transmission design (volume 2) [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1987:320-321. (In Chinese)
- [10] 周良塘. 环面蜗杆的曲率修形原理[J]. 机械工程学报,2002, 38(2):112-115.
ZHOU L Y. Curvity modification of toroidal worm [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(2): 112-115. (In Chinese)
- [11] 董学朱. 齿轮啮合理论基础[M].北京:机械工业出版社,1989:8-9.
DONG X Z. Foundation of meshing theory for gear drives [M]. Beijing: China Machinery Industry Press, 1989: 8-9. (In Chinese)
- [12] ZHAO Y P, ZHANG Y M. Novel methods for curvature analysis and their application to TA worm [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 97:155-170.
- [13] 吴大任,骆家舜. 齿轮啮合理论[M].北京:科学出版社,1985.
WU D R, LUO J S. Gear meshing theory [M]. Beijing: Science Press, 1985. (In Chinese)
- [14] 胡来瑛. 空间啮合原理及应用(下册)[M].北京:煤炭工业出版社,1988.
HU L R. Principle and application of spatial meshing (volume 2) [M]. Beijing: Coal Industry Press, 1988. (In Chinese)
- [15] LITVIN F L, FUENTES A. Gear geometry and applied theory [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [16] 齿轮手册编委会. 齿轮手册(第2版,上册)[M].北京:机械工业出版社,2004:85-88.
Editorial Committee of Gear Handbook. Gear handbook (second edition, volume 1) [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2004:85-88. (In Chinese)
- [17] CROSER W P. Design and application of the worm gear [M]. New York: ASME Press, 2002.
- [18] AKIN L S. The interdisciplinary lubrication theory of gears, selected papers of the international conference on gears and transmissions [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 1977.
- [19] ZHAO Y P, ZHANG Y M. Determination of the most dangerous meshing point for modified-hourglass worm drives [J]. Journal of Mechanical Design, 2013, 135(3):034503.