

典型带挑臂钢箱主梁涡激力模型研究

胡朋¹, 陈屹林¹, 蔡春声^{1,2}, 林伟^{1,3}, 韩艳^{1†}

(1. 长沙理工大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410114;

2. 东南大学 交通学院, 江苏 南京 211189;

3. 广州市城建规划设计院有限公司, 广东 广州 510230)

摘要:为研究带挑臂钢箱主梁的涡激力模型, 研究中以一座主跨为 160 m 的斜拉桥为工程背景, 首先采用双向流固耦合的数值模拟方法对带挑臂钢箱主梁的涡振全过程进行了数值模拟分析, 计算出主梁断面在不同风速下的涡振幅值, 并与风洞试验结果进行对比. 然后, 基于已验证的数值模拟结果提取了主梁的涡激力时程, 并以重构的涡激力值与目标值的残差大小建立了针对带挑臂钢箱主梁的涡激力数学模型. 最后, 通过四阶 Runge-Kutta 法反算出主梁的涡振响应以进一步验证所提涡激力模型的准确性, 并在此基础上推导了该主梁断面的涡振稳态振幅表达式. 结果表明: 数值模拟计算的主梁涡振锁定区间及涡振振幅值与风洞试验结果较为吻合, 当来流风速为 7.2 m/s 时, 涡振幅值达到最大. 对带挑臂钢箱主梁的涡激力时程作频谱分析发现, 除最显著的一阶主频外, 还存在二阶和三阶倍频, 这种现象表明了该主梁涡激力具有一定的非线性特性. 基于推导的带挑臂钢箱主梁涡振稳态振幅的表达式, 发现了该主梁涡振稳态振幅随系数 P_{12} 绝对值的增大而减小, 而随系数 P_{10} 的增大而增大.

关键词:大跨度桥梁; 带挑臂钢箱主梁; 风荷载; 数值模拟; 涡激力模型

中图分类号:U442 **文献标志码:**A

Study on Vortex-induced Force Model of a Typical Steel Box Girder with Projecting Slabs

HU Peng¹, CHEN Yilin¹, CAI Chunsheng^{1,2}, LIN Wei^{1,3}, HAN Yan^{1†}

(1. School of Civil Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China;

2. School of Transportation, Southeast University, Nanjing 211189, China;

3. Guangzhou Urban Construction Planning & Design Institute Co. Ltd, Guangzhou 510230, China)

Abstract: To study the vortex-induced force model of the steel box girder with projecting slabs, a cable-stayed bridge with a main span of 160 m was taken as the engineering background in this paper. First, a numerical simulation method with two-way fluid-structure interaction was used to analyze the whole process of vortex-induced vibration of a steel box girder with projecting slabs. The vibration amplitudes of the main girder section were calculated un-

* 收稿日期:2020-12-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51878080, 52178451, 51822803), National Natural Science Foundation of China(51878080, 52178451, 51822803); 湖南省自然科学基金资助项目(2020JJ3035, 2018JJ3538), Hunan Provincial Natural Science Foundation of China(2020JJ3035, 2018JJ3538)

作者简介: 胡朋(1985—), 男, 湖北武穴人, 长沙理工大学副教授, 博士

† 通信联系人, E-mail: ce_hanyan@163.com

der different wind speeds, and they were compared with those of wind tunnel tests. Then, the time-history of vortex-induced force of the main girder was extracted based on the validated numerical simulation results. A mathematical model of the vortex-induced force for the steel box girder with projecting slabs was established according to the residual values between the reconstituted and target vortex-induced forces. Finally, the vortex-induced response of the main girder was inversely solved by using the fourth-order Runge-Kutta method to further verify the accuracy of the proposed vortex-induced force model, and on this basis, the steady amplitude expression of vortex-induced vibration of the main girder was deduced. The results show that the lock-in range and the amplitudes of the vortex-induced vibration for the main girder obtained from the numerical simulations agree well with those obtained from the wind tunnel tests, and the maximum amplitude occurs at the oncoming wind speed of 7.2 m/s; in addition to the most important fundamental-frequency component, there are also double- and triple-frequency components when conducting the spectrum analysis on the time-history of vortex-induced force of the main girder, which implies that the vortex-induced force of the main girder exhibits certain nonlinear characteristics; according to the proposed expression for the steady amplitude of vortex-induced vibration of the main girder, it is found that the steady amplitude decreases with the increasing absolute value of parameter P_{12} , but it increases with the increase of the parameter P_{10} .

Key words: long-span bridge; steel box girder with projecting slabs; wind loads; numerical simulation; vortex-induced force model

大跨度钢桥梁因跨度大、阻尼小、质量轻、自振频率低等特点常易引发低风速下的涡激振动(以下简称“涡振”)问题,这对大桥的施工安全及成桥状态下的行车安全带来了严重的安全隐患^[1]. 丹麦的大海带桥东主桥为主跨 1 624 m 的带风嘴钢箱梁悬索桥,在主梁架设及桥面铺装期间都发生过较大幅值的竖向涡振^[2],而且在之后的运营期间又观测到数十次的竖向涡振现象,其中最大幅值超过 30 cm. 日本东京湾联络桥为最大主跨 240 m 的矩形钢箱连续梁桥^[3],在约 16 m/s 的风速下发生了竖向涡振,最大振幅更是超过了 50 cm. 在我国,近段时间也有几座大桥接连发生了涡振现象,如 2020 年 4 月,主跨为 850 m 采用双边主梁形式的武汉鹦鹉洲长江大桥发生了轻微涡振;2020 年 5 月,主跨为 888 m 采用带风嘴钢箱主梁形式的广东虎门大桥悬索桥也发生了较为明显的涡振现象,并导致大桥交通关闭. 因此,对于大桥涡振问题应给予高度重视.

国内外学者对于大桥主梁涡振问题开展了大量的研究工作,但对带挑臂钢箱梁桥涡振性能的研究还相对较少^[4]. 注意到,相对于流线型扁平钢箱梁断面,带挑臂钢箱梁断面的腹板角度一般较大,在风的作用下,容易在迎风侧腹板后缘产生较大的旋涡,同时在背风侧腹板与挑臂之间也容易形成较大的旋涡,极易引起大桥主梁的涡振问题. 已有试验也表

明^[4-6],带挑臂箱梁断面容易出现较明显的涡振振幅. 因此,围绕带挑臂钢箱主梁断面,对其涡振性能进行深入研究非常有必要.

实际上,在大跨度桥梁抗风设计时,很难完全消除桥梁的涡振现象,因此满足结构安全和使用舒适的小幅值涡振是可以接受的,但这要求我们能详细了解桥梁涡振的非线性特性及细观机理,并准确预测涡振发生时的响应值,为此需要建立准确、可靠的非线性涡激力数学模型^[7]. 目前 Scanlan 经验非线性模型是桥梁涡振中应用最为广泛的,但孟晓亮^[7]、Zhu 等^[8]通过大比例节段模型风洞试验发现,对于中央开槽箱梁和带风嘴的扁平钢箱梁而言,采用 Scanlan 非线性模型计算的涡振幅值和涡激力与试验值均存在较为显著的差别,这也说明了 Scanlan 非线性模型存在一定的局限性. 针对带风嘴的扁平钢箱梁断面,Zhu 等^[9]基于试验测得的涡激力时程及振动响应,深入探究了箱梁涡振的机理及非线性特性,并最终确立了此种断面的涡激力数学模型. 进一步的,Zhu 等^[10]通过分析各涡激力分量对带风嘴扁平钢箱梁、中央开槽钢箱梁以及半封闭钢箱梁涡振响应贡献的大小,对箱梁的涡激力模型进行了相应的简化,最终提出了一种统一的、形式较为简单的涡激力模型,经过与试验数据对比,表明该模型能较好地预测箱梁的涡振振幅. Chen 等^[11]提出了一种自适应非线性

性拟合方法,考察了各涡激力分量对带风嘴扁平钢箱梁涡振贡献的大小,最终建立了能够较好预测箱梁节段模型涡振振幅的涡激力模型.由此可见,经过学者们的努力,已经建立了几种扁平箱梁断面形式的涡激力数学模型.随着带挑臂钢箱梁断面形式越来越多地应用于大跨度桥梁中,为了能准确地预测该类主梁断面的涡振振幅和进一步了解其涡激力的非线性特性,有必要建立可以准确描述其涡激力的数学模型,但目前针对带挑臂钢箱梁断面涡激力数学模型的研究尚未见报道.

针对上述问题,本文以某典型带挑臂钢箱主梁的斜拉桥为工程背景,首先,基于双向流固耦合的数值模拟方法对该桥主梁的涡振全过程进行了数值模拟计算,并与相应的风洞试验结果进行对比验证.针对涡振振幅峰值对应的来流风速,计算了该带挑臂

钢箱主梁的涡激力时程,并建立了该主梁形式的涡激力数学模型.进一步的,基于该涡激力数学模型,推导了主梁稳态涡振振幅的表达式.

1 带挑臂钢箱主梁涡振的数值模拟

1.1 工程简介

某斜拉桥跨径布置为 $85\text{ m} + 90\text{ m} + 160\text{ m} = 335\text{ m}$,其中主跨为 160 m ,大桥主梁断面采用带挑臂的钢箱梁形式,梁宽 37 m ,中心线处梁高 3.282 m ,宽高比为 $11.3:1$,如图1所示.由图1可知,该桥主梁腹板角度较大,在风的作用下,容易引起气流分离与旋涡脱落,从而引起大桥的涡振问题.鉴于涡振对成桥态与施工态的危害性,有必要对该种断面形式的主梁进行深入的性能分析.

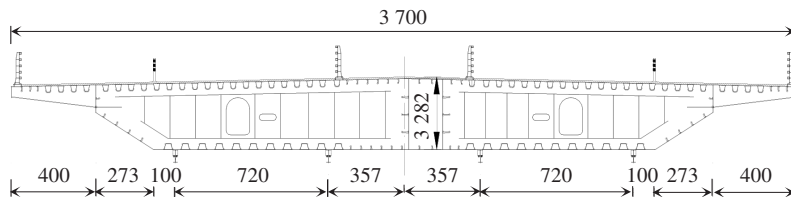


图1 主梁截面示意(单位:cm)

Fig.1 Schematic diagram of the main girder (unit: cm)

1.2 试验概况

本桥的涡振试验是在长沙理工大学风工程与风环境研究中心的高速试验段中进行(如图2所示),采用 Cobra Probe 三维脉动风速仪测试来流风速,采用激光位移计测试主梁节段模型的位移时程.弹性悬挂的节段模型缩尺比为 $1:50$,风速比为 $1:3.318$,其他主要参数如表1所示.



图2 放置于风洞中的试验模型

Fig.2 Testing model in the wind tunnel

数值模拟时,为了与风洞试验的节段模型保持一致,数值模型中包含了主梁、栏杆、检修车轨道等构件,并将其简化为二维模型,如图3所示.采用 Fluent 前处理软件 Gambit 对主梁断面进行网格划分.计算区域尺寸太小会导致流动难以充分发展,影响边界条件的设定,而太大的计算区域会浪费计算资源,增加计算时间.综合考虑计算精度与计算效率,并使计算区域满足阻塞率小于 5% 的要求,本文选择 $28D \times 17B$ 的矩形计算域,其中 D 为主梁总高度, B 为主梁总宽度.计算区域分为刚性运动区域、动网格区域和静止网格区域^[12].参考已有研究经验^[11],刚性运动区域尺寸为 $1.25D \times 1.15B$,主梁至刚体运动区域左边缘、右边缘、上边缘和下边缘的距离分别为 $0.05B$ 、 $0.1B$ 、 $0.125D$ 和 $0.125D$,动网格区域尺寸为 $10D \times 3B$;为使尾流流场充分发展,尾流域尺寸为 $10D \times 9.5B$,具体区域划分如图4所示.对于边界条件设置,计算域入口设置为速度入口边界条件,因为节段

表1 带挑臂型钢箱主梁节段模型参数取值

Tab.1 Parameter values for the section model of the steel box girder with projecting slab

模型宽度 B/m	模型高度 D/m	模型长度 L/m	每延米质量 $m/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-1})$	频率 f/Hz	阻尼比 $/\%$
0.74	0.066	1.54	11.589 6	9.678	0.3

模型风洞试验结果表明该桥在+3°风攻角下发生了较明显的竖弯涡振现象. 针对该风攻角, 将下边界和左边界均设置为速度入口边界条件, 相应的右边界和上边界均设置为压力出口边界条件, 而主梁断面及附属结构模型表面则设置为无滑移的壁面边界条件, 具体如图4所示. 研究中, 采用对钝体绕流比较适合的非定常 SST $k-\omega$ 湍流模型进行计算^[13], 由于试验中来流湍流强度在0.5%左右, 因此将入口处的湍流强度值设置为0.5%, 同时根据软件常用设置, 将入口处的湍流黏性比设置为5.0^[13].



图3 二维主梁断面

Fig.3 Two-dimensional main girder section

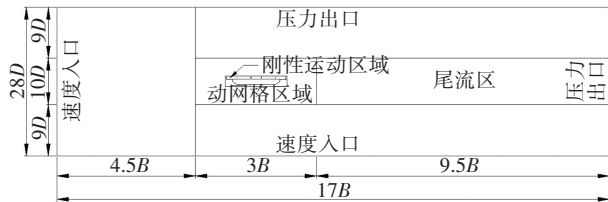


图4 计算域分块及边界条件

Fig.4 Computational domain divisions and boundary conditions

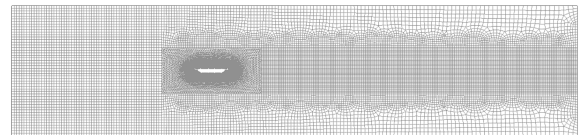
在保证数值模拟计算精度的前提下, 应尽可能缩减网格数量, 从而缩短计算时间. 对于刚性运动区域, 为缩减网格数量并保证网格初始质量, 本研究在该区域采用四边形网格进行划分. 因刚性运动区域引发的位移会传递至动网格区域, 故动网格区域的网格需不断地重构更新. 为防止网格在重构更新时发生畸变以致计算中断, 本研究在动网格区域采用适应性更好的三角形网格进行划分, 且同时采用弹簧光滑和网格重构两种方法对动网格部分进行重构更新. 对于静止网格区域, 为有效地减少网格数量, 对该区域全部采用四边形网格进行划分. 对主梁断面及附属设施设置边界层网格, 以更好地模拟主梁断面周围的流场情况, 从而得到更准确的数值模拟结果. 同时, 为验证计算区域的网格无关性, 先后共划分生成3套网格, 网格总数分别为18万、26万和36万. 通过试算发现, 26万和36万网格的计算结果非常接近, 而18万网格的计算结果与之相差较大, 如表2所示, 这说明当网格数达到26万时, 再继续增加已经不会显著影响计算结果. 兼顾计算效率和计算精度, 最终选用26万的网格作为最终计算网格,

此时第一层网格高度为0.016 mm, 在主梁及附属设施周围设置15层边界层网格, 以提高计算精度, 具体网格划分情况如图5所示. 图6为经过2000步稳态计算后主梁壁面处无量纲 $Y+$ 值, 由图可知, 本计算模型的 $Y+$ 值总体小于1.0, 满足要求.

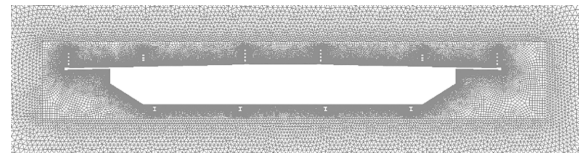
表2 不同网格计算结果对比

Tab.2 Computed results with different meshing schemes

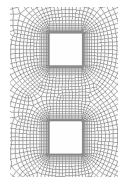
网格总数/万	第一层网格高度/mm	竖向全振幅值/mm	振动频率/Hz
36	0.010	5.392	9.501
26	0.016	5.387	9.498
18	0.024	3.956	9.389



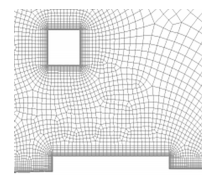
(a) 计算域全局网格



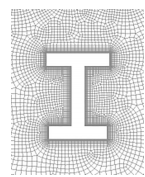
(b) 主梁附近网格



(c) 栏杆细部网格



(d) 栏杆底座细部网格



(e) 检修道细部网格

图5 全局及细部网格划分图

Fig.5 Global and local mesh schemes

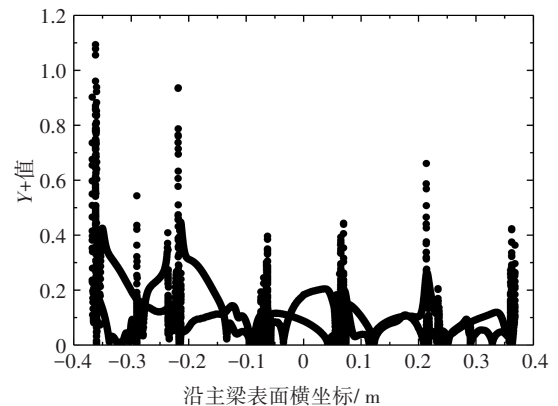


图6 沿主梁表面 $Y+$ 值分布图

Fig.6 Distribution of $Y+$ value along the surface of main girder

1.3 数值模拟结果验证

基于计算流体动力学软件Fluent,通过编写UDF计算程序对上述二维主梁断面模型进行双向流固耦合计算,并采用四阶Runge-Kutta法求解主梁的运动状态,以进一步提高计算精度^[14].同时利用大型工作站并行计算以减少运行时间.求解时采用速度-压力耦合算法,以二阶迎风格式对控制方程中的各参数进行离散,计算时先采用SIMPLE算法进行稳态求解,待稳态计算结果稳定后,再采用SIMPLEC算法进行瞬态计算求解.瞬态求解时,时间步长经过多次试算,最终设置为0.000 5 s.

研究中采用与节段模型风洞试验相同的试验参数,具体如表1所示.考虑风洞试验中主梁在 $+3^\circ$ 风攻角下的竖弯涡振最为明显,因此对该风攻角下二维主梁断面的涡振过程进行了双向流固耦合数值模拟,并将数值模拟结果与节段模型试验结果进行对比,如图7所示.由图7可知,数值模拟计算得到的带挑臂钢箱主梁断面在不同风速下的涡振幅值变化趋势与通过节段模型试验得到的基本一致,且二者测得的涡振锁定区间基本相同,大致位于5.5~7.5 m/s之间,其中最大涡振振幅发生的风速均在7.2 m/s左右.但同时也注意到,两者在相同风速下的涡振幅值存在一定的差别,这可能是由风洞实验中模型制作不够精准,节段模型有一定的展向长度或者数值模拟本身精度不足等原因造成的.但总体而言,数值模拟计算得到的涡振振幅与涡振区间结果与试验测试结果基本一致,其中涡振最大振幅相差约6.2%,涡振区间长度相差约3.6%,可知数值模拟结果精度满足要求.

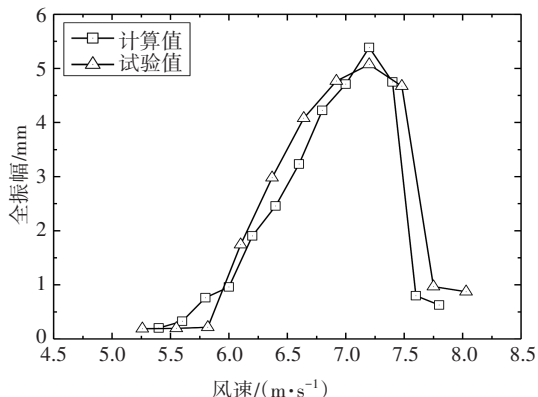
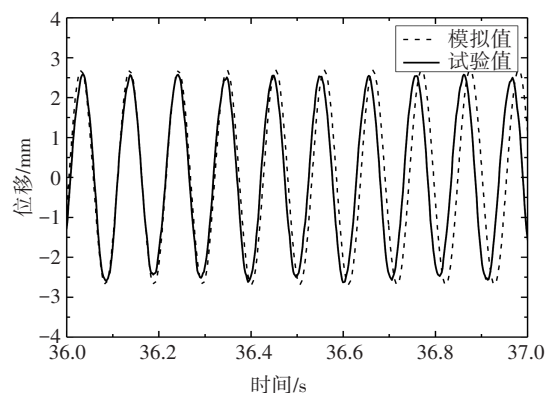


图7 主梁涡振振幅随来流风速的变化

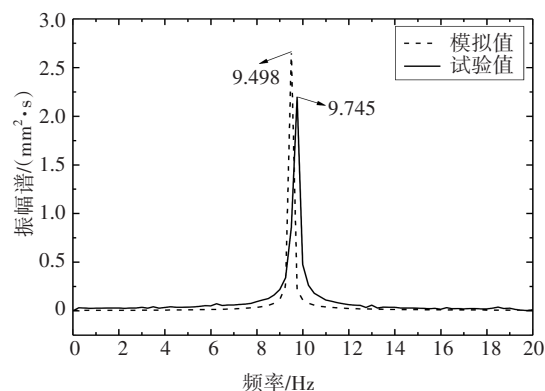
Fig.7 Amplitudes of the vortex-induced vibration of the main girder changing with the oncoming wind speed

为进一步验证数值模拟结果,针对7.2 m/s来流

风速下所发生的最大涡振振幅,对比了该风速下数值模拟的主梁位移时程与试验时的主梁位移时程,如图8(a)所示,从图8(a)中可以看到,二者幅值和振动频率均存在细微的差别,试验测得的最大振幅值略小于数值模拟值,二者对应的均方差分别为1.770 mm和1.905 mm,相差约7.63%.同时,对数值模拟时程结果进行频谱分析得到的涡振位移频率为9.498 Hz,而二维节段模型试验的涡振频率为9.745 Hz,如图8(b)所示,两者相差约2.53%,这可能与试验中振动系统的质量、刚度等参数难以准确测量有关.但总体上,数值模拟的误差较小,能够较为准确地模拟带挑臂钢箱主梁的涡振过程.



(a)位移时程对比



(b)数值模拟位移响应频谱图

图8 主梁涡振最大幅值处的响应对比图

Fig.8 Comparisons of responses of the girder at the maximum amplitude during the vortex-induced vibration

2 带挑臂钢箱主梁涡激力模型

2.1 主梁涡激力的提取

数值模拟计算过程中,带挑臂钢箱主梁涡振发生时作用于每延米主梁上的气动力如图9所示,图9中 F_H 、 F_V 和 M 表示体轴坐标系中的气动力.以主梁断面竖向受力为例,作用于其上的升力 F_V 包含了两

部分,即脉动部分 f_v 和平均部分 f_{v0} ,而脉动部分 f_v 则由涡激力 f_{v1} 和非风致附加力 f_n 两部分组成,有以下表达式成立:

$$F_v(t) = f_{v0} + f_v(t) = f_{v0} + f_{v1}(t) + f_n(t) \quad (1)$$

式中:非风致附加力 f_n 是指振动的模型与周围空气相互作用所产生的气动力.如当节段模型向下振动时,会挤压模型下方的空气一起运动.与此同时,周围的空气又会及时补充到模型上方.如此一来,振动的模型就会对周围空气产生受迫振动,而周围空气反过来会对模型产生作用力,为了与来流所产生的自激力相区别,这种力就称为非风致附加力,它一般可表示为非风致附加质量和非风致附加阻尼的表达式.

$$f_n(t) = -m_n \ddot{y}(t) - c_n \dot{y}(t) \quad (2)$$

式中: m_n 和 c_n 分别表示非风致附加质量和阻尼,可通过零风速下的主梁速度、加速度以及所受升力求得^[7].

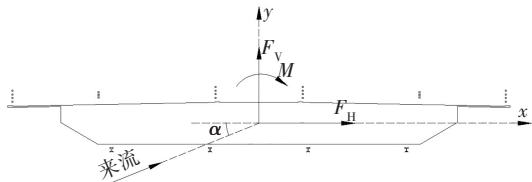


图9 带挑臂钢箱主梁断面涡振时所受气动力示意

Fig.9 The aerodynamic forces acting on the steel box girder with projecting slab during the vortex-induced vibration

将式(2)代入式(1)可得主梁涡激力表达式为:

$$f_{v1}(t) = f_v(t) + m_n \ddot{y}(t) + c_n \dot{y}(t) \quad (3)$$

式(3)即为在CFD数值模拟中,求解主梁涡激力的表达式.

前文已述,在 $+3^\circ$ 风攻角下,当来流风速为7.2 m/s时,主梁的涡振振幅达到最大值.同时,也证明了本文数值模拟的准确性.因此,针对该工况,下面就讨论涡激力的求解过程.由式(3)可知,在求解涡激力之前,首先应求解非风致附加质量 m_n 与非风致附加阻尼 c_n 参数.考虑在零风速来流下,主梁的涡激力为零,即此时主梁所受的脉动升力与非风致附加力之和应为零,如式(3)所示.为此,研究中首先开展了零风速下带挑臂钢箱主梁的自由衰减振动的数值模拟,计算中将结构阻尼比设置为0.3%,初始位移设置为0.002 5 m,初始速度和初始加速度则都为0.计算得到的零风速来流下该带挑臂钢箱梁的自由衰减振动的竖向位移时程如图10所示,而计算得到的主梁脉动升力时程如图11所示.同时,通过图10的位移

时程,采用中心差分法可不难得到其速度和加速度时程.根据式(3),利用非线性最小二乘法拟合得到的主梁脉动升力时程也在图11中给出,由图11可知,两者吻合较好,此时拟合得到的非风致附加质量 m_n 和非风致附加阻尼 c_n 的值分别为0.522 7 kg/m和6.656 5 N·s·m⁻².

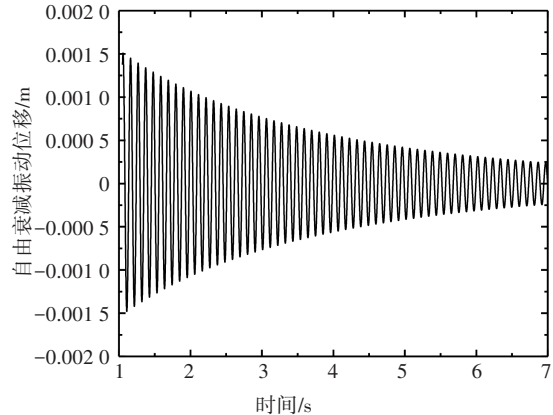


图10 主梁断面零风速自由衰减振动位移时程

Fig.10 Time-history of displacement of the main girder during free attenuation vibration at zero wind speed

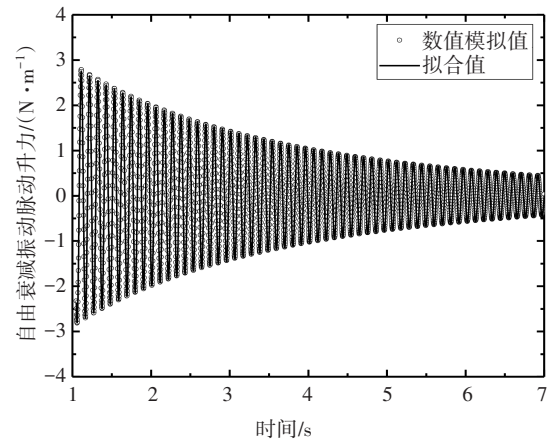


图11 主梁断面零风速自由衰减振动脉动升力时程

Fig.11 Time-history of fluctuating lift force of the main girder during free attenuation vibration at zero wind speed

根据 $+3^\circ$ 风攻角、7.2 m/s来流风速下计算的带挑臂钢箱主梁的稳态涡振时程响应,可得到其速度时程如图12所示,而加速度时程则可通过中心差分法计算得到.图13则表示了该带挑臂钢箱梁断面发生涡振时的脉动升力时程.根据式(3),并利用上述求得的非风致附加质量 m_n 和非风致附加阻尼 c_n 参数,可最终求得该带挑臂钢箱主梁断面的涡激力时程如图14所示.为了分析其涡激力的频率组成,其频谱分析如图15所示,由图15可知,可以看到它存在多个频率,除一阶主频外,二阶倍频谱峰值为一阶主频

的5.1%,这说明带挑臂钢箱主梁的涡激力表现出了
一定的非线性特征.

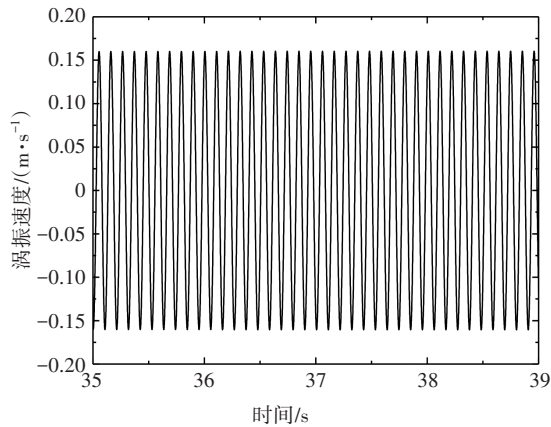


图12 主梁断面涡振速度时程

Fig.12 Time-history of velocity of the main girder during the vortex-induced vibration

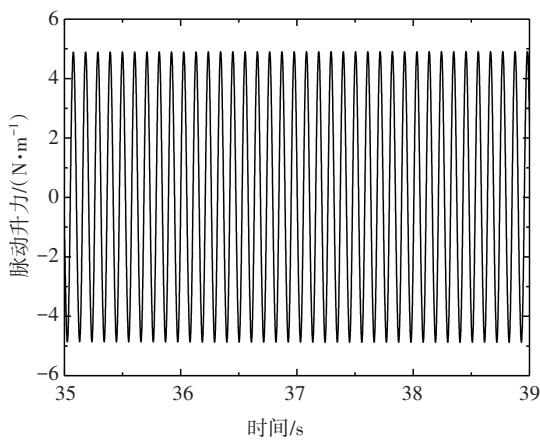


图13 主梁断面涡振脉动升力时程

Fig.13 Time-history of fluctuating lift force of the main girder during the vortex-induced vibration

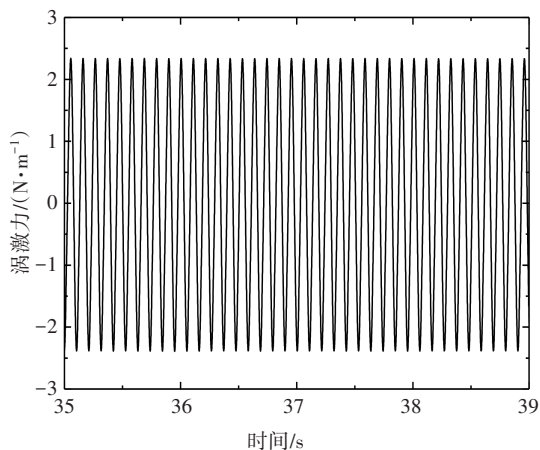


图14 主梁断面涡振时涡激力时程

Fig.14 Time-history of vortex-induced force of the main girder during the vortex-induced vibration

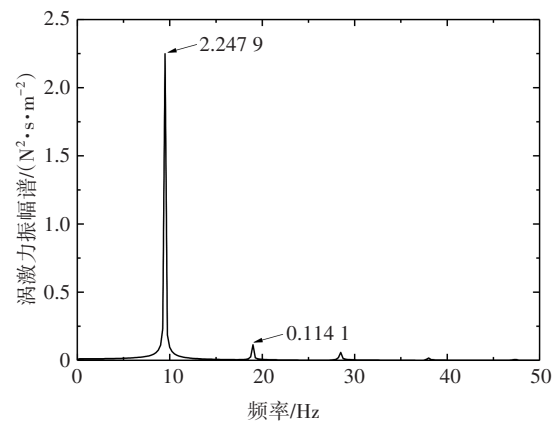


图15 主梁涡激力时程频谱分析图

Fig.15 Spectrum analysis on the time-history of the vortex-induced force of the main girder

2.2 涡激力数学模型的建立及验证

2.2.1 涡激力数学模型的建立

由于本文不考虑紊流的影响,因此钢箱梁的涡激力可由风速、时间、钢箱梁的位移、速度及加速度的函数加以描述.另一方面,由前文数值模拟计算结果可知,本文研究的带挑臂钢箱梁主要以一阶主频发生竖向涡激振动,此时钢箱梁的加速度变量可通过位移变量表示.由此,带挑臂钢箱梁竖向涡激力可表示为:

$$f_{v1} = f(y, \dot{y}, U, t) \quad (4)$$

从Scanlan的经验线性、非线性涡激力模型以及后续的针对扁平钢箱梁涡激力模型可以看出,涡激力模型通常含有位移 y 项、速度 \dot{y} 项、位移 y 和速度 \dot{y} 的交叉项以及涡脱力项等.故涡激力在广义上可表示如下:

$$f_{v1} = \rho U^2 D \left[\sum_{\substack{i=n, j=n \\ i=0, j=0}} P_{ij} \left(\frac{\dot{y}}{U} \right)^i \left(\frac{y}{D} \right)^j + V_s \sin(\omega_s t + \varphi) \right] \quad (5)$$

式中: ρ 表示空气密度; U 表示来流风速; D 表示主梁梁高; y 表示主梁涡振位移; \dot{y} 表示主梁涡振速度; P_{ij} (i, j 不同时为0)、 V_s 、 ω_s 和 φ 表示待定的参数.

由式(5)可知,模型中的一阶气动力除涡脱力项 $V_s \sin(\omega_s t + \varphi)$ 外,还包含线性气动阻尼项 $P_{10} \dot{y}/U$ 和线性气动刚度项 $P_{01} y/D$,其他的项次均为非线性高阶项,这些非线性高阶项代表了主梁涡激力的高阶倍频成分.由图15可知,涡激力时程基本上只包含前三阶成分,因此研究中涡激力模型式(5)中 i 与 j 之和不需超过3.同时,为了保证涡激力模型的准确性,涡激力模型中应含若干二阶和三阶项,因此需要合理

选取涡激力中的高阶项次。

为合理取舍带挑臂钢箱梁的涡激力模型项次,本文以数学模型重构的涡激力与实际涡激力之间的残差大小为判别标准,残差表达式如式(6)所示.研究中首先使重构的涡激力模型中仅包含涡脱力项,然后逐步增加项次并计算其与实际涡激力的残差大小,残差越小表明通过数学模型重构的涡激力与实际涡激力越接近.

$$R = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{i=N} [f_{vi}^m(t_i) - f_{vi}(t_i)]^2} \quad (6)$$

式中: R 表示残差值; N 表示时间步数量; f_{vi}^m 为数学模型重构的涡激力; f_{vi} 表示实际涡激力.

基于式(5)的涡激力表达式,重构的过程及相应的残差大小如表3所示,由表3中工况2和工况3可知,一阶项中, P_{10} 相比 P_{01} 而言,前者对涡激力的影响较大;由工况4~工况9可知,二阶项中, P_{11} 对涡激力的影响最大;由工况10~工况13可知,三阶项中, P_{12} 和 P_{30} 对涡激力的影响均较大.对比工况14与工况15可知,当 P_{21} 与 P_{12} 搭配时,总体残差达到最小.由以上分析,可建立出带挑臂钢箱主梁涡激力数学模型表达式如式(7)所示,即对应于最小残差的工况14,此时其残差仅为0.018 1,这说明重构的涡激力与实际涡激力非常接近.对于该工况,相应的各系数值如表4所示.

$$f_{vi} = \rho U^2 D \left[P_{10} \frac{\dot{y}}{U} + P_{01} \frac{y}{D} + P_{11} \frac{\dot{y}}{U} \frac{y}{D} + P_{12} \frac{\dot{y}}{U} \frac{y^2}{D^2} + P_{21} \frac{\dot{y}^2}{U^2} \frac{y}{D} + V_s \sin(\omega_s t + \varphi) \right] \quad (7)$$

文献[10]针对带风嘴扁平钢箱梁、中央开槽钢箱梁以及半封闭钢箱梁提出了一个统一的简化涡激力模型,如下式所示:

$$f_{vi} = \rho U^2 D \left[P_{10} \frac{\dot{y}}{U} + P_{30} \frac{\dot{y}^3}{U^3} \right] \quad (8)$$

式(8)涡激力模型对应的工况如表3中的工况16,由表3可知,此时残差为0.188 0;而式(7)涡激力模型对应的是工况14,此时残差仅为0.018 1.为更直观地反映式(7)与式(8)模型的差异,两种模型的涡激力时程与目标值的对比如图16(a)所示,其中目标值即为CFD计算的原始涡激力时程.由图16(a)可知,虽然3条时程曲线总体上吻合,但在-0.5~1.5 N/m范围内,相同时间步时,式(8)的计算值与目标值有一定的差距.此外,在-2.5~-2.0 N/m范围内,式(8)计算的涡激力绝对值也小于目标值(如图16(b)

所示).而对于式(7)计算的涡激力,由图16(a)与图16(b)可知,相同时间步时,式(7)的计算值与目标值几乎一致,幅值也非常吻合.因此,式(7)的涡激力模型能比较准确地模拟带挑臂钢箱主梁的涡激力值.

表3 不同重构涡激力模型残差大小

Tab.3 Residual values of different reconstituted vortex-induced force models

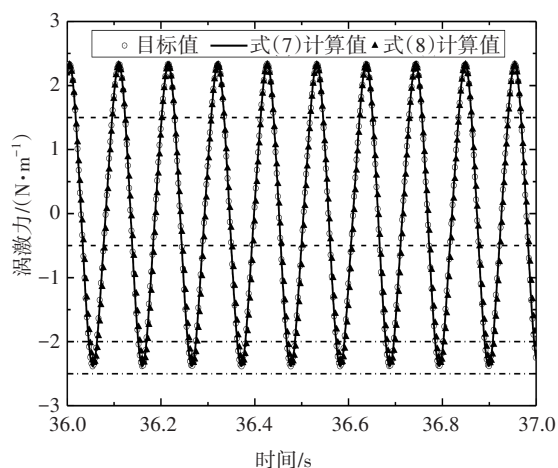
工况	P_{ij} 项	残差
1	—	0.284 6
2	P_{10}	0.100 9
3	P_{01}	0.283 2
4	P_{10}, P_{01}	0.097 2
5	P_{10}, P_{01}, P_{20}	0.097 1
6	P_{10}, P_{11}	0.054 8
7	P_{10}, P_{01}, P_{11}	0.048 2
8	$P_{10}, P_{01}, P_{11}, P_{20}$	0.048 0
9	$P_{10}, P_{01}, P_{11}, P_{20}, P_{02}$	0.048 0
10	P_{10}, P_{11}, P_{12}	0.033 5
11	$P_{10}, P_{01}, P_{11}, P_{12}$	0.020 7
12	$P_{10}, P_{01}, P_{11}, P_{21}$	0.047 1
13	$P_{10}, P_{01}, P_{11}, P_{30}$	0.020 8
14	$P_{10}, P_{01}, P_{11}, P_{12}, P_{21}$	0.018 1
15	$P_{10}, P_{01}, P_{11}, P_{12}, P_{30}$	0.020 2
16	P_{10}, P_{30}	0.188 0

表4 主梁涡激力数学模型式(7)中的参数值

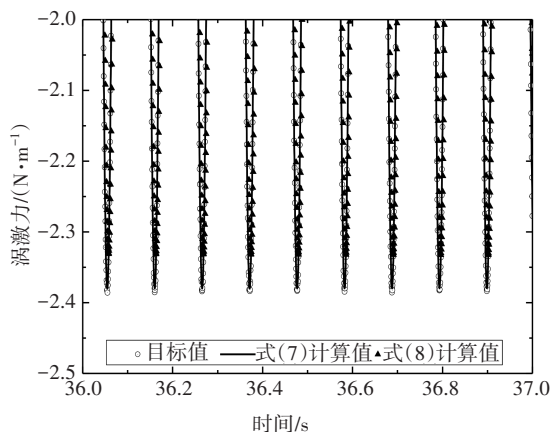
Tab.4 Parameter values in the mathematical model of the vortex-induced force for the main girder by Eq. (7)

参数	P_{10}	P_{01}	P_{11}	P_{12}
参数值	25.139 1	-1.239 3	62.880 9	-10 856.123 2
参数	P_{21}	V_s	w_s	φ
参数值	-676.051 9	-0.004 2	59.6828	0.822 2

需要说明的是,Simiu与Scanlan于1986年提出了一种线性气动力模型,并被广泛应用,如式(9)所示.该气动力模型对应的工况如表3中的工况4所示,可知该工况的残差为0.097 2,远大于式(7)所对应的工况14的残差值.为考察式(9)所代表的经典线性气动力模型的适用性,图17给出了式(9)线性涡激力时程与式(7)非线性涡激力时程的局部对比.由图17可知,线性涡激力模型的绝对值相比非线性



(a)整体对比图



(b)局部对比图

图16 不同涡激力模型对比

Fig.16 Comparisons between different vortex-induced force models

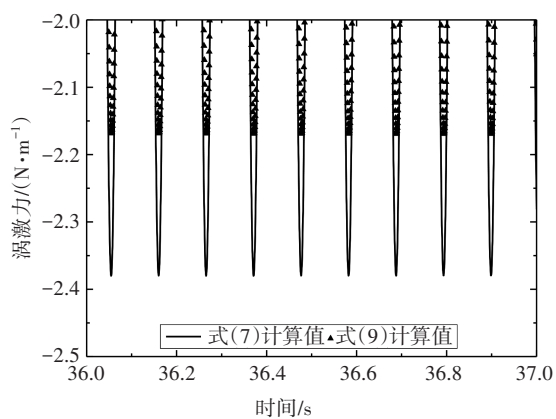


图17 线性涡激力模型与非线性涡激力模型对比

Fig.17 Comparisons between the linear and nonlinear vortex-induced force models

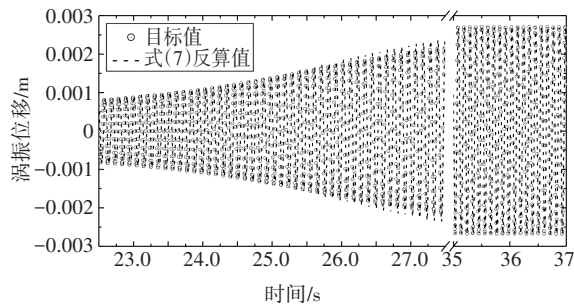
涡激力模型的绝对值要明显偏小,其幅值偏小约8.8%,而由图16可知,式(7)所代表的非线性涡激力与目标值基本一致.由此可知,采用线性涡激力模型

预测的涡激力时程有一定的误差.由于式(9)的涡激力模型相比式(7)的涡激力模型缺少了高阶项,这说明了尽管涡激力的二阶及高阶成分占比很小(如图15所示),但在一定程度上影响了涡激力时程的建模精度.

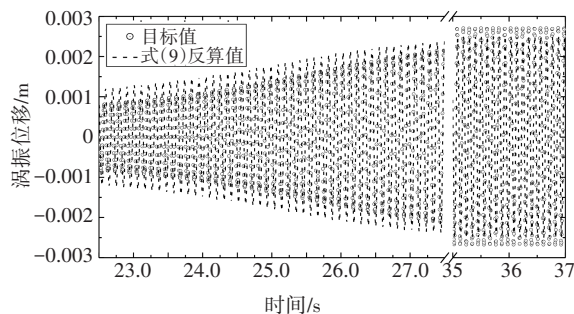
$$f_{v1} = \rho U^2 D \left[P_{10} \frac{\dot{y}}{U} + P_{01} \frac{y}{D} + V_s \sin(\omega_s t + \varphi) \right] \quad (9)$$

2.2.2 非线性与经典线性涡激力数学模型位移反算值的对比

为进一步验证式(7)非线性涡激力数学模型的准确性,基于四阶Runge-Kutta法利用MATLAB自编程序通过式(7)确定的非线性涡激力数学模型反算出带挑臂钢箱主梁的涡振响应,并与CFD数值模拟计算的涡振位移时程进行对比,如图18(a)所示.从图中可以看出,在振幅达到稳定后,通过式(7)涡激力模型反算的涡振位移值与CFD数值模拟计算的目标值吻合良好.但另一方面,在涡振振幅达到稳态前,涡振位移的反算值与目标值有一定区别,但总体上差异较小.图18(b)给出了由式(9)线性涡激力模型计算的位移值,由图可知,在涡振振幅达到稳态后,由线性涡激力模型得到的反算值相比目标值要偏小7%左右.同时,在涡振振幅达到稳态前,其涡振位移也明显大于目标值,由此可知,由经典线性涡激力模型反算的主梁涡振位移值的精度不如非线性涡



(a)式(7)模型反算值



(b)式(9)模型反算值

图18 不同涡激力模型主梁位移反算值与目标值对比

Fig.18 Comparisons of displacements of the main girder inversely solved by different vortex-induced force models with the target values

激力模型.同理,对于其他风速情况,也有类似趋势,在此不再赘述.

此外,研究中还发现,不同风速时两种涡激力模型反算的涡振位移频率值与目标值较为吻合,说明两种模型对振动系统的气动刚度模拟较准确.通过上述分析可知,非线性涡激力模型比线性模型的精度更高,反映出式(7)涡激力模型的准确性.

3 涡振稳态振幅计算公式

基于以上建立的带挑臂钢箱主梁涡激力的数学模型,以下讨论其主梁的涡振稳态振幅.主梁涡振时,振动系统的动力学控制方程可表示为:

$$m(\ddot{y} + 2\zeta\omega\dot{y} + \omega^2y) = f_{v1} \quad (10)$$

式中: m 为振动系统的质量; ζ 为振动系统的阻尼比; ω 为系统的固有圆频率.

在涡振锁定区域,主梁的位移可近似为简谐振动,此时可假设其振动位移为:

$$y = A\cos(\omega_1t - \psi) \quad (11)$$

式中: A 是振幅; ω_1 为锁定区的振动频率; ψ 是相位角.

根据式(11),得其涡振时的振动速度为:

$$\dot{y} = -\omega_1A\sin(\omega_1t - \psi) \quad (12)$$

进一步假设振幅 A 与相位角 ψ 是时间 t 的函数^[15-16],对式(11)求导并代入式(12)可得:

$$\dot{A}\cos(\omega_1t - \psi) + A\sin(\omega_1t - \psi)\dot{\psi} = 0 \quad (13)$$

对式(12)求导,并联立式(11)与式(10)可得:

$$-\dot{A}\omega_1\sin(\omega_1t - \psi) + A\omega_1\cos(\omega_1t - \psi)\dot{\psi} = F_{v1} + A(\omega_1^2 - \omega^2)\cos(\omega_1t - \psi) \quad (14)$$

其中, F_{v1} 为:

$$F_{v1} = \frac{f_{v1}}{m} - 2\zeta\omega\dot{y} \quad (15)$$

联立式(14)与式(13)可求解得到:

$$\dot{A} = \frac{-1}{\omega_1} [F_{v1} + A(\omega_1^2 - \omega^2)\cos(\omega_1t - \psi)] \sin(\omega_1t - \psi) \quad (16)$$

引入慢变函数的概念^[17],即假设在 $[0, 2\pi]$ 的一个整周期内,函数 A 与 ψ 的变化都很小,此时函数 A 值可用一个整周期内的平均值来代替.令 $p = (\omega_1t - \psi)$,即可得:

$$\dot{A} = \frac{-1}{2\pi\omega_1} \int_0^{2\pi} (F_{v1} + A(\omega_1^2 - \omega^2)\cos p)\sin p dp \quad (17)$$

将式(11)、式(12)、式(15)及式(7)代入式(17),并考虑式(15)或式(7)中的简谐涡脱力项占比较小,

在推导中予以忽略,由此可得:

$$\dot{A} = P_{10} \frac{\rho U D A}{2m} + P_{12} \frac{\rho U A^3}{8mD} - \zeta\omega A \quad (18)$$

求解式(18)的微分方程,可得:

$$A = \sqrt{\frac{C_1}{C_2} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{C_2 A_0^2 + C_1}{C_2 A_0^2}\right) e^{-2C_1 t}}}} \quad (19)$$

式中: A_0 为初始位移; C_1 与 C_2 为式(18)中的系数,其表达式如下:

$$C_1 = P_{10} \frac{\rho U D}{2m} - \zeta\omega \quad (20)$$

$$C_2 = P_{12} \frac{\rho U}{8mD} \quad (21)$$

对于涡振稳态振幅,可令式(19)中的 $t = +\infty$,即可得到涡振稳态振幅的表达式为:

$$A(+\infty) = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = 2 \sqrt{\frac{2\zeta\omega m D - P_{10}\rho U D^2}{P_{12}\rho U}} \quad (22)$$

根据上述分析,若将各参数代入式(22),可计算得到主梁模型涡振时的稳态振幅 $A(+\infty) = 0.00301$ m;而由图8(a)可以看出,CFD计算出的涡振稳态位移为0.00269 m,两者相差约11.9%.分析原因,这可能是由于当前主梁模型的涡振振幅较小,从而导致相对误差较大;另外,在推导过程中,忽略了简谐涡脱力项,这也会部分影响计算结果的精度.但总体而言,通过式(22)计算的涡振稳态振幅值与CFD计算值大致相当.更为重要的是,从式(22)中可看出,涡振稳态振幅随着一阶阻尼和二阶刚度交叉项 P_{12} (为负数)绝对值的增大而减小,同时随着一阶阻尼项 P_{10} 的增大而增大.

4 结论

本文对 $+3^\circ$ 风攻角下带挑臂钢箱主梁断面进行了双向流固耦合数值模拟计算,基于计算结果开展了该主梁涡激力数学模型的研究,可得出以下主要结论:

1)基于双向流固耦合数值模拟方法对带挑臂钢箱主梁的涡振全过程进行了数值模拟计算,并且数值模拟的涡振锁定区间及涡振振幅值和节段模型风洞试验结果吻合良好,表明文中的计算模型、网格设置及流固耦合方法等满足精度要求.

2)基于已验证的数值模拟计算结果,发现带挑臂钢箱主梁的涡激力时程频谱图中,除最显著的一阶主频外,还存在二阶和三阶倍频,这种现象表明该

主梁涡激力具有一定的非线性特性.在此基础上,根据重构的涡激力值与目标值的残差大小,建立了带挑臂钢箱主梁的非线性涡激力数学模型.

3)基于上述建立的涡激力数学模型,反算出的涡振位移时程与CFD计算的位移时程总体吻合良好,进一步验证了所建立涡激力模型的准确性;同时基于慢变函数理论,推导了该主梁断面涡振稳态振幅的表达式,并发现该主梁涡振稳态振幅随着一阶阻尼和二阶刚度交叉项 P_{12} 绝对值的增大而减小,而随着一阶阻尼项 P_{10} 的增大而增大.

本文目前只研究了一种形式的带挑臂钢箱主梁断面的涡激力模型,未来将对更多类似断面进行研究,以验证该涡激力模型的准确性与适用性.

参考文献

- [1] 刘志文,龚慧星,陈政清. 流线型箱梁断面涡激力展向相关试验研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2017,44(5):80-87.
LIU Z W, GONG H X, CHEN Z Q. Experimental study on span-wise correlation of vortex-excited forces of a streamlined box girder [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2017, 44(5):80-87. (In Chinese)
- [2] LARSEN A, ESDAHL S, ANDERSEN J E, *et al.* Storebælt suspension bridge-vortex shedding excitation and mitigation by guide vanes [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2000, 88(2/3):283-296.
- [3] FUJINO Y, YOSHIDA Y. Wind-induced vibration and control of trans-Tokyo bay crossing bridge [J]. Journal of Structural Engineering, 2002, 128(8):1012-1025.
- [4] 熊龙,廖海黎,孙延国.带挑臂箱梁竖向涡振特性风洞试验研究[J]. 武汉理工大学学报, 2015, 37(11): 72-77.
XIONG L, LIAO H L, SUN Y G. Wind-tunnel test study on the characteristics of vertical vortex-induced vibration of box girder with projecting slab [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2015, 37(11): 72-77. (In Chinese).
- [5] 张文明,葛耀君,杨詠昕,等.带挑臂箱梁涡振气动控制试验[J]. 哈尔滨工业大学学报,2010,42(12):1948-1952.
ZHANG W M, GE Y J, YANG Y X, *et al.* Experimental study on aerodynamic control of the vortex induced vibrations of a box girder with projecting slab [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, 42(12): 1948-1952.
- [6] 李明水,孙延国,廖海黎,等.港珠澳大桥大挑臂钢箱梁涡激振动特性及抑振措施[J]. 清华大学学报(自然科学版),2020,60(1):57-65.
LI M S, SUN Y G, LIAO H L, *et al.* Vortex-induced vibration of steel box girder with large projecting slab and its mitigation countermeasures for Hong Kong-Zhuhai-Macao Bridge [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2020, 60(1): 57-65.
- [7] 孟晓亮.大跨度钢箱梁桥竖向涡激共振非线性特性和机理研究[D].上海:同济大学,2013:160-165.
MENG X L. Nonlinear behavior and mechanism of vertical vortex-induced vibration of long span steel-box-deck bridges [D]. Shanghai: Tongji University, 2013: 160-165. (In Chinese).
- [8] ZHU L D, MENG X L, GUO Z S. A novel empirical non-linear model for vortex-induced force on a closed box bridge deck [C]// The Seventh International Colloquium on Bluff Body Aerodynamics and its Application (BBAA7), Shanghai: Tongji University, 2012: 429-440.
- [9] ZHU L D, MENG X L, GUO Z S. Nonlinear mathematical model of vortex-induced vertical force on a flat closed-box bridge deck [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2013, 122: 69-82.
- [10] ZHU L D, MENG X L, DU L Q, *et al.* A simplified nonlinear model of vertical vortex-induced force on box decks for predicting stable amplitudes of vortex-induced vibrations [J]. Engineering, 2017, 3(6): 854-862.
- [11] CHEN X Y, WANG B, ZHU L D, *et al.* Numerical study on surface distributed vortex-induced force on a flat-steel-box girder [J]. Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, 2018, 12(1): 41-56.
- [12] 刘志文,陈岳飞,陈政清.大攻角下典型主梁断面颤振临界风速数值模拟[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2021,48(1): 82-91.
LIU Z W, CHEN Y F, CHEN Z Q. Numerical simulation of critical flutter wind speed of typical bridge deck sections at high attack angles [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2021, 48(1): 82-91.
- [13] HU P, HAN Y, XU G J, *et al.* Numerical simulation of wind fields at the bridge site in mountain-gorge terrain considering an updated curved boundary transition section [J]. Journal of Aerospace Engineering, 2018, 31(3): 04018008.
- [14] GUO P, ZHANG J H. Numerical model and multi-objective optimization analysis of vehicle vibration [J]. Journal of Zhejiang University-SCIENCE A, 2017, 18(5): 393-412.
- [15] EHSAN F, SCANLAN R H. Vortex-induced vibrations of flexible bridges [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1990, 116(6): 1392-1411.
- [16] 孙延国.基于偏相关的大跨度桥梁涡激振动分析方法及应用研究[D].成都:西南交通大学,2013:29-31.
SUN Y G. The analytical approach and application study of vortex-induced vibration of long-span bridge based on partial correlation [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2013: 29-31. (In Chinese).
- [17] ZHU Q, XU Y L, ZHU L D, *et al.* A semi-empirical model for vortex-induced vertical forces on a twin-box deck under turbulent wind flow [J]. Journal of Fluids & Structures, 2017, 71: 183-198.