

基于改进 LuGre 摩擦模型的机器人关节 模糊自适应反步控制

李俊阳^{1,2†}, 赵琛^{1,2}, 夏雨^{1,2}, 甘来^{1,2}

(1. 重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044;
2. 重庆大学 机械与运载工程学院, 重庆 400044)

摘要:为实现机器人关节在非线性摩擦和外界未知干扰力矩等因素影响下的精确和稳定控制,通过改进 LuGre 摩擦模型来描述系统的非线性摩擦特性,采用自适应算法进行摩擦补偿来逼近摩擦力的变化,并采用模糊神经网络逼近外界未知干扰力矩对系统的影响.引入正切障碍李雅普诺夫(Lyapunov)函数对输出信号进行约束,使误差被限制在给定范围之内.利用双曲正弦函数跟踪微分器解决了虚拟输入微分引起的“微分爆炸”和一阶滤波器精度差问题,将自适应控制方法与反步控制理论相结合,提出了一种带摩擦补偿的模糊自适应反步控制方法.利用 Lyapunov 判据证明了闭环系统的所有误差最终一致有界,并通过仿真得出本文所提出的控制方法相比于传统 PID 与神经网络动态面控制(Radial Basis Function Dynamic Surface Control, RBF DSC),位置跟踪误差分别提高了近 7.5% 和 3%;当 LuGre 模型参数变化时,自适应算法也可以精确对摩擦力进行跟踪补偿,从而验证了本文所提出的控制策略的有效性和鲁棒性.

关键词:改进 LuGre 摩擦模型;正切障碍李雅普诺夫函数;自适应反步控制;模糊神经网络
中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Adaptive Fuzzy Backstepping Control for Robot Joint Based on Modified LuGre Friction Model

LI Junyang^{1,2†}, ZHAO Chen^{1,2}, XIA Yu^{1,2}, GAN Lai^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
2. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: In order to achieve precise and stable control of the robot joint under the influence of nonlinear friction and unknown external disturbance moment, the LuGre friction model is modified to describe the nonlinear friction characteristics of the system, and an adaptive algorithm is used to compensate the friction to approximate the change of friction. The fuzzy neural network is used to approximate the influence of unknown external disturbance moment on the system. In this paper, the tangent barrier Lyapunov function is introduced to constrain the output signal, so that the error is limited within a given range. A hyperbolic sine function tracking differentiator is used to solve the “differential explosion” caused by virtual input differentiation and the poor accuracy of the first-order filter. A fuzzy adaptive backstepping control method with friction compensation is proposed by combining the adaptive control

* 收稿日期:2021-08-24

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2018YFB1304800), National Key Research and Development Program of China(2018YFB1304800)

作者简介:李俊阳(1982—),男,浙江金华人,重庆大学副研究员,工学博士

† 通信联系人, E-mail:lijunyang1982@sina.com

method with the backstepping control theory. Lyapunov criterion is used to prove that all the errors of the closed-loop system are uniformly bounded. Simulation results show that, compared with the traditional PID control and RBF DSC, the position tracking error of the proposed control method is improved by nearly 7.5% and 3%, respectively. Moreover, when the parameters of the LuGre model are changed, the adaptive algorithm can accurately track and compensate for the friction force, thus verifying the effectiveness and robustness of the proposed control strategy.

Key words: modified LuGre friction model; tangent barrier Lyapunov function; adaptive backstepping control; fuzzy neural networks

谐波减速器作为机器人柔性关节主要零部件^[1-2],具有小体积、大扭矩等特点^[3],但是由于谐波减速器传动时波发生器与柔轮内壁、柔轮齿与刚轮齿存在复杂的滑动摩擦接触,导致整个减速器不同的工况环境条件下存在较强的非线性摩擦,且对外界未知干扰力矩敏感.因此,研究谐波传动系统的动力学特性,并提出有效的控制策略以实现非线性摩擦以及外界未知干扰力矩的高精度补偿,具有十分重要的理论研究意义和工程应用价值^[4].

LuGre摩擦模型^[5]能精确地描述摩擦的各种动静态特性,如黏滑运动、预位移等,因此在基于模型的摩擦补偿中得到了广泛应用.党选举等^[6]基于LuGre摩擦模型对液压系统进行摩擦补偿;罗阳等^[7]基于谐波齿轮传动的非线性特性,提出了一种基于记忆特性迟滞刚度和LuGre动态摩擦的谐波齿轮传动动力学模型,但如何准确辨识LuGre模型参数仍是难点;Huang等^[8]提出了基于LuGre模型的机电伺服系统摩擦自适应补偿方法,证明其所提出的自适应补偿方法能很好地估计或减少摩擦和间隙的不利影响,提高了跟踪效果;Yue等^[9]基于光电跟踪系统提出了一种改进的LuGre模型,并利用遗传算法对摩擦模型的动静态参数进行辨识,需辨识的参数数目庞大且对理论要求高.综上,LuGre模型虽得到广泛应用,但模型参数会随着外界条件的变化而变化,因此,如何更加准确地描述LuGre模型,又如何对变换的参数进行摩擦补偿,成为研究的焦点.

反步控制是非线性控制中的一种重要方法^[10],其与神经网络、模糊逻辑、命令滤波器的结合是目前研究的热点^[11-14].王冬冬等^[15]在经典反步控制基础上,采用有限时间命令滤波,并设计了误差补偿,最终保证了柔性关节闭环系统有限时间收敛;Sun等^[16]基于径向基函数神经网络的特性,将反步控制的应用范围扩大到更一般的随机非线性系统,保证了所有闭环信号有界,跟踪误差收敛在一个足够小的领

域内;李晓光等^[17]采用最小二乘算法辨识了模型参数,并将反步控制与滑模控制相结合,设计了自适应滑模反步控制器,并与传统PID^[18-20]控制进行比较,提高了其动态响应速度,跟踪精度高,抗干扰能力强.

针对机器人柔性关节谐波驱动系统,考虑温度、载荷等工况对传动界面摩擦的影响,通过引入改进参数 φ 和 ξ 自适应分别对LuGre摩擦模型中的静态摩擦参数和动态摩擦参数进行补偿,采用模糊神经网络自适应逼近外界干扰力矩对谐波驱动系统的影响,引入正切障碍Lyapunov函数对输出信号进行约束,使得位置跟踪误差被限制在给定范围之内,并利用双曲正弦函数跟踪微分器解决虚拟输入微分引起的“微分爆炸”和一阶滤波器精度差问题,最终提出了基于改进的LuGre摩擦模型的机器人关节模糊自适应反步控制策略.

1 动力学模型

1.1 系统动力学模型

机器人关节在工作中存在着柔性变形、非线性摩擦和外界未知干扰等因素,综合考虑存在因素的影响,建立柔性滤波驱动机构的动力学模型^[21]:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{q}_1 + c_1 \dot{q}_1 + F_f(\dot{q}_1) - K(q_2/N - q_1) + \tau_1 = 0 \\ J_2 \ddot{q}_2 + c_2 \dot{q}_2 + (K/N)(q_2/N - q_1) + \tau_2 = u \end{cases} \quad (1)$$

式中: q_1 、 \dot{q}_1 、 \ddot{q}_1 分别为负载端的位移、速度、加速度; J_1 、 c_1 、 τ_1 分别表示负载端的转动惯量、阻尼系数和外界未知干扰力矩; q_2 、 \dot{q}_2 、 \ddot{q}_2 分别为电机端的位移、速度、加速度; J_2 、 c_2 、 τ_2 分别表示电机端的转动惯量、阻尼系数和外界未知干扰力矩; F_f 为系统中的非线性摩擦力矩; N 为系统的减速比; K 为系统的刚度系数; u 为系统的控制输入.

1.2 LuGre 摩擦模型的改进

式(1)中的非线性摩擦力 F_f 由 LuGre 摩擦模型定义为^[22]:

$$\begin{cases} F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{q}_1 \\ \dot{z} = \dot{q}_1 - \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} z \\ \sigma_0 g(\dot{q}_1) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{q}_1}{\dot{q}_s}\right)^2} \end{cases} \quad (2)$$

式中: z 为鬃毛的平均变形量; $g(\dot{q}_1)$ 为不同摩擦影响; σ_0 为鬃毛刚度系数; σ_1 为鬃毛阻尼系数; σ_2 为黏性摩擦系数; F_c 为库伦摩擦力矩; F_s 为静摩擦力矩; \dot{q}_s 为 Stribeck 速度.

在 LuGre 摩擦模型中, 系数 σ_0 、 σ_1 、 σ_2 都是恒定常数. 而在实际工况中, 系数 σ_0 与 σ_1 分别表示传动界面处于混合润滑状态时鬃毛接触刚度与相对滑动时的阻尼系数, 随着微凸体接触与油膜承担载荷的比例改变而变化; σ_2 为油膜的黏性摩擦系数, 相对运动速度增大弹性流体动压效应的增加, 以及温度变化引起的润滑剂黏度改变, 都将影响油膜的黏性摩擦系数. 因此, 为了更准确地反映减速器内部摩擦随外界工况环境条件的变化, 分别引入参数 φ 和 ξ 对 LuGre 摩擦模型进行改进, 具体如下:

$$F_f = \varphi(\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z}) + \xi \sigma_2 \dot{q}_1 \quad (3)$$

式中: φ 用来反应鬃毛平均变形量的变化; ξ 用来反应黏性摩擦系数的变化, 且 $0 < \varphi_{\min} < \varphi < \varphi_{\max}$ 和 $0 < \xi_{\min} < \xi < \xi_{\max}$.

将式(3)代入式(2)得:

$$\begin{cases} F_f = \varphi(\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z}) + \xi \sigma_2 \dot{q}_1 \\ \dot{z} = \dot{q}_1 - \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} z \\ \sigma_0 g(\dot{q}_1) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{q}_1}{\dot{q}_s}\right)^2} \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中的参数均会随着外界温度、润滑条件等因素的影响发生变化, 因此假设实际的 LuGre 摩擦模型可表示为:

$$\begin{cases} \bar{F}_f = \varphi(\bar{\sigma}_0 z + \bar{\sigma}_1 \dot{z}) + \xi \bar{\sigma}_2 \dot{q}_1 \\ \dot{z} = \dot{q}_1 - \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} z \\ \bar{\sigma}_0 g(\dot{q}_1) = \bar{F}_c + (\bar{F}_s - \bar{F}_c) e^{-\left(\frac{\dot{q}_1}{\dot{q}_s}\right)^2} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\bar{\sigma}_0$ 、 $\bar{\sigma}_1$ 、 $\bar{\sigma}_2$ 、 \bar{F}_c 、 \bar{F}_s 、 \bar{q}_s 、 \bar{F}_f 分别为 σ_0 、 σ_1 、 σ_2 、 F_c 、 F_s 、 \dot{q}_s 、 F_f 的实际值.

由于参数的实际值很难获得, 将其名义值表示

实际模型, 式(1)改写为:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{q}_1 + c_1 \dot{q}_1 + F_f(\dot{q}_1) - K(q_2/N - q_1) + \bar{F}_f(\dot{q}_1) - F_f(\dot{q}_1) + \tau_1 = 0 \\ J_2 \ddot{q}_2 + c_2 \dot{q}_2 + (K/N)(q_2/N - q_1) + \tau_2 = u \end{cases} \quad (6)$$

定义系统状态变量 $x_1 = q_1$, $x_2 = \dot{q}_1$, $x_3 = q_2$, $x_4 = \dot{q}_2$, 构建系统状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{J_1} \left[-c_1 x_2 - F_f(x_2) + K \left(\frac{x_3}{N} - x_1 \right) - \hat{F}_f - \tau_1 \right] \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{J_2} \left[u - c_2 x_4 - \frac{K}{N} \left(\frac{x_3}{N} - x_1 \right) - \tau_2 \right] \\ y = x_1 \end{cases} \quad (7)$$

2 模糊自适应积分反步控制

2.1 模糊逻辑系统

为了补偿外界未知干扰力矩, 采用单点模糊化、乘积推理和中心去模糊化推导出模糊规则^[23-25], 输出的模糊系统可表示为:

$$y(x) = \frac{\sum_{j=1}^N \theta_j \prod_{i=1}^n \mu_{F_i}(x_i)}{\sum_{j=1}^N \left[\prod_{i=1}^n \mu_{F_i}(x_i) \right]} \quad (8)$$

式中: θ_j 为模糊隶属函数 $\mu_{F_j}(\theta_j)$ 达到最大值的点, 进一步假设 $\mu_{F_j}(\theta_j) = 1$.

$$\text{令: } p_j(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i}(x_i)}{\sum_{j=1}^N \left[\prod_{i=1}^n \mu_{F_i}(x_i) \right]} \quad (9)$$

$$\xi(x) = [\xi_1(x), \xi_2(x), \dots, \xi_n(x)]^T \quad (10)$$

则式(8)可以表示为:

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (11)$$

如果所有参数都取高斯函数, 那么下面的引理成立.

引理^[23]: 设 $f(x)$ 是定义在集合 Ω 上的连续函数, 则存在一个如式(11)所示的模糊逻辑系统, 使得:

$$\sup_{x \in \Omega} |f(x) - y(x)| \leq \delta \quad (12)$$

式中: $\delta(x)$ 为逼近误差且满足 $|\delta(x)| < \varepsilon$.

假设存在一个光滑有界函数 $\rho_i(\cdot)$, 满足 $0 < |\varepsilon_i + D_{i+1}| \leq \rho_i$, $i = 1, 2, 3$.

2.2 正切障碍函数

为了保证输出状态被约束在期望的区域内,本文使用正切障碍函数 $y \tan(y)$. 正切障碍函数具有以下特点^[25]:

$$0 \leq y \tan(y) \leq +\infty, \forall y \in (-\pi/2, \pi/2)$$

在进行 Lyapunov 分析时,正切障碍函数 $y \tan(y)$ 满足:当 $y \rightarrow -\pi/2$ 或 $y \rightarrow \pi/2$ 时, $y \tan(y) \rightarrow \infty$.

2.3 双曲正弦函数跟踪微分器

为了避免控制器设计中的“微分爆炸”,引入了基于双曲正弦函数的跟踪微分器,表示为^[26]:

$$\begin{cases} \dot{v}_1(t) = v_2(t) \\ \dot{v}_2(t) = \{ R^2 - l_1 \sinh[\lambda_1(v_1(t) - \alpha(t))] - \\ l_2 \sinh(\lambda_2 v_2(t)/R) \} \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\alpha(t)$ 表示输入信号; $v_1(t)$ 、 $v_2(t)$ 表示跟踪微分器的状态变量; R 、 l_1 、 l_2 、 λ_1 、 λ_2 均为大于0的设计参数. 对于合适的设计参数 R 、 l_1 、 l_2 、 λ_1 、 λ_2 , 当输入信号 $\alpha(t)$ 通过微分器时, 如果有 $v_1(t) - \alpha(t) \leq \kappa$ 且 $\kappa > 0$, 那么存在正常数 l_{v2} 使得:

$$|v_2(t) - \dot{\alpha}(t)| \leq l_{v2} \quad (14)$$

2.4 模糊自适应反步控制器设计

第1步: 给定连续可导的位移参考信号 x_{1d} , 则有误差变量 $e_1 = x_1 - x_{1d}$, 对 e_1 求导.

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = x_2 - \dot{x}_{1d} \quad (15)$$

定义第1个正切障碍 Lyapunov 函数^[20]:

$$V_1 = V_{TB1} = e_1 \tan\left(\frac{\pi}{2r_1} e_1\right) \quad (16)$$

其中满足 $e_1 \in (-r_1, r_1)$, r_1 表示设计参数.

对 V_1 求导:

$$\dot{V}_1 = \dot{e}_1 \left[\tan\left(\frac{\pi}{2r_1} e_1\right) + \frac{\pi}{2r_1} e_1 \sec^2\left(\frac{\pi}{2r_1} e_1\right) \right] = (x_2 - \dot{x}_{1d})M \quad (17)$$

其中, $M = \tan\left(\frac{\pi}{2r_1} e_1\right) + \frac{\pi}{2r_1} e_1 \sec^2\left(\frac{\pi}{2r_1} e_1\right)$.

为便于控制器设计, 假定 $x_{1d} = \alpha_1$, $x_{4d} = \alpha_4$, 即 $\alpha_i, i = 1, 2, 3, 4$ 通过双曲正弦跟踪微分器^[21]得到 $\dot{\alpha}_i$:

$$\begin{cases} \dot{v}_{i1} = v_{i2} \\ \dot{v}_{i2} = R_i^2 \{-l_{i1} \sinh[\lambda_{i1}(v_{i1} - \alpha_i)] - \\ l_{i2} \sinh(\lambda_{i2} v_{i2}/R_i)\} \end{cases} \quad (18)$$

式中: R_i 、 l_{i1} 、 l_{i2} 、 λ_{i1} 、 λ_{i2} 都为正数设计常数, $|v_{i2} - \dot{\alpha}_i| \leq l_{v_{i2}}$.

得到虚拟控制量 α_2 :

$$\alpha_2 = -k_1 M + v_{12} \quad (k_1 > 0) \quad (19)$$

第2步: 定义第2个误差变量.

$$e_2 = x_2 - \alpha_2 \quad (20)$$

将式(20)代入式(19), 得

$$\dot{V}_1 \leq -\left(k_1 - \frac{1}{2}\right)M^2 + e_2 M + \frac{1}{2}l_{v_{12}}^2 \quad (21)$$

定义第2个正切障碍 Lyapunov 函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}J_1 e_2^2 + \frac{1}{2\Gamma_1} \tilde{\vartheta}_1^2 + \frac{1}{2} \varphi \tilde{z}^2 + \frac{1}{2\eta_1} \tilde{\varphi}^2 + \frac{1}{2\eta_2} \tilde{\xi}^2 \quad (22)$$

对 ϑ_1 的估计值变量 $\tilde{\vartheta}_1$ 定义为:

$$\tilde{\vartheta}_1 = \hat{\vartheta}_1 - \vartheta_1 \quad (23)$$

对 V_2 求导:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = \dot{V}_1 + J_1 e_2 \dot{e}_2 + \frac{1}{\Gamma_1} \tilde{\vartheta}_1 \dot{\hat{\vartheta}}_1 + \varphi \tilde{z} (\dot{\hat{z}} - \dot{z}) + \frac{1}{\eta_1} \tilde{\varphi} \dot{\hat{\varphi}} + \\ \frac{1}{\eta_2} \tilde{\xi} \dot{\hat{\xi}} \leq -\left(k_1 - \frac{1}{2}\right)M^2 + e_2 M + \frac{1}{2}l_{v_{12}}^2 + \\ J_1 e_2 \left\{ \frac{1}{J_1} \left[-c_1 x_2 - F_f(x_2) + K \left(\frac{x_3}{N} - x_1 \right) - \tau_1 \right] - \dot{\alpha}_2 \right\} + \\ \frac{1}{\Gamma_1} \tilde{\vartheta}_1 \dot{\hat{\vartheta}}_1 + \varphi \tilde{z} (\dot{\hat{z}} - \dot{z}) + \frac{1}{\eta_1} \tilde{\varphi} \dot{\hat{\varphi}} + \frac{1}{\eta_2} \tilde{\xi} \dot{\hat{\xi}} \end{aligned} \quad (24)$$

式中: $\hat{\varphi}$ 和 $\hat{\xi}$ 分别为 φ 和 ξ 的估计值, 误差为

$$\tilde{\varphi} = \hat{\varphi} - \varphi, \tilde{\xi} = \hat{\xi} - \xi \quad (25)$$

对于外界位置干扰力矩 τ_1 , 根据式(11)使用模糊神经网络^[23-25]进行逼近, 得

$$\tau_1 = \theta_1^T \xi_1 + \delta_1 \quad (26)$$

利用 Young's 不等式, 得

$$e_2(-\tau_1) = e_2(-\theta_1^T \xi_1 - \delta_1) \leq \frac{1}{2m_1^2} e_2^2 \vartheta_1 \xi_1^T \xi_1 + \frac{1}{2} m_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{2} \delta_{10}^2 \quad (27)$$

式中: $\vartheta_1 = \|\theta_1\|^2 = \theta_1^T \theta_1$, 它可以减少模糊神经网络的权值数目, ϑ_1 为未知变量; $\|\cdot\|$ 为 θ_1 的二范数, $m_1 > 0$.

将式(27)代入式(24), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq e_2 [-c_1 x_2 - F_f(x_2) + K \left(\frac{x_3}{N} - x_1 \right) + M + \\ \frac{1}{2m_1^2} \vartheta_1 e_2 \xi_1^T \xi_1 + \frac{1}{2} e_2 - J_1 \dot{\alpha}_2] - \\ \left(k_1 - \frac{1}{2}\right)M^2 + \frac{1}{2}l_{v_{12}}^2 + \frac{1}{\Gamma_1} \tilde{\vartheta}_1 \dot{\hat{\vartheta}}_1 + \frac{1}{2} m_1^2 + \frac{1}{2} \delta_{10}^2 + \\ \varphi \tilde{z} (\dot{\hat{z}} - \dot{z}) + \frac{1}{\eta_1} \tilde{\varphi} \dot{\hat{\varphi}} + \frac{1}{\eta_2} \tilde{\xi} \dot{\hat{\xi}} \end{aligned} \quad (28)$$

由于鬃毛的平均变形量 z 不能直接测量, 因此, 使用一个非线性状态观测器来估计 z 的大小, 即

$$\dot{\hat{z}} = x_2 - \frac{|x_2|}{g(x_2)} \hat{z} - \left(\sigma_0 - \sigma_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \right) e_2 \quad (29)$$

摩擦力矩的估计值为:

$$\hat{F}_f = \hat{\varphi}(\sigma_0 \hat{z} + \sigma_1 \dot{\hat{z}}) + \hat{\xi} \sigma_2 x_2 \quad (30)$$

式(29)和式(30)中 \hat{z} 和 \hat{F}_f 分别为 z 和 F_f 的估计值, 设 $\tilde{z} = \hat{z} - z$ 为 z 的估计误差.

因此, 得虚拟控制量 α_3 和自适应律 $\dot{\hat{\vartheta}}_1$ 、 $\dot{\hat{\varphi}}$ 、 $\dot{\hat{\xi}}$ 分别为:

$$\alpha_3 = \frac{N}{K} [c_1 x_2 + \hat{F}_f(x_2) + Kx_1 - M - \frac{1}{2m_1^2} \hat{\vartheta}_1 e_2 \xi_1^T \xi_1 - \frac{1}{2} e_2 - k_2 e_2 + J_1 v_{22}] \quad (31)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\vartheta}}_1 = \frac{1}{2m_1^2} \Gamma_1 e_2^2 \xi_1^T \xi_1 - c_1 \hat{\vartheta}_1 \\ \dot{\hat{\varphi}} = -\eta_1 e_2 (n \hat{z} + \sigma_1 x_2 - \sigma_1 n e_2) \\ \dot{\hat{\xi}} = -\eta_2 e_2 \sigma_2 x_2 \end{cases} \quad (32)$$

其中, $k_2 > 0$, $c_1 > 0$, $\eta_1 > 0$, $\eta_2 > 0$.

第3步: 定义第3个误差变量.

$$e_3 = x_3 - \alpha_3 \quad (33)$$

因为存在:

$$-\frac{c_1}{\Gamma_1} \hat{\vartheta}_1 \tilde{\vartheta}_1 \leq -\frac{c_1}{2\Gamma_1} |\tilde{\vartheta}_1|^2 + \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\vartheta_1|^2$$

结合式(31)、式(32)和式(28)并利用 Young's 不等式, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & -\left(k_1 - \frac{1}{2}\right) M^2 - \left(k_2 - \frac{1}{2}\right) e_2^2 + \frac{K}{N} e_2 e_3 + \frac{1}{2} \delta_{10}^2 + \\ & \frac{1}{2} m_1^2 - \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\tilde{\vartheta}_1|^2 + \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\vartheta_1|^2 + \frac{1}{2} l_{v12}^2 + \frac{1}{2} J_1^2 l_{v22}^2 - \\ & \varphi h \tilde{z}^2 \end{aligned} \quad (34)$$

式中: $h(x_2) = |x_2|/g(x_2)$; $|h(x_2)| \leq H$, $H \geq 0$; $n = \sigma_0 - \sigma_1 h$.

定义第3个正切障碍 Lyapunov 函数:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} e_3^2 \quad (35)$$

对 V_3 求导, 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = \dot{V}_2 + e_3 \dot{e}_3 \leq & e_3 (x_4 - \dot{\alpha}_3) - \left(k_1 - \frac{1}{2}\right) M^2 - \\ & \left(k_2 - \frac{1}{2}\right) e_2^2 + \frac{K}{N} e_2 e_3 + \frac{1}{2} \delta_{10}^2 + \frac{1}{2} m_1^2 - \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\tilde{\vartheta}_1|^2 + \\ & \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\vartheta_1|^2 + \frac{1}{2} l_{v12}^2 + \frac{1}{2} J_1^2 l_{v22}^2 - \varphi h \tilde{z}^2 \end{aligned} \quad (36)$$

因此, 得虚拟控制量 α_4 为:

$$\alpha_4 = -k_3 e_3 - \frac{K}{N} e_2 + v_{32} \quad (k_3 > 0) \quad (37)$$

第4步: 定义第4个误差变量.

$$e_4 = x_4 - \alpha_4 \quad (38)$$

得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & -\left(k_1 - \frac{1}{2}\right) M^2 - \left(k_2 - \frac{1}{2}\right) e_2^2 - \left(k_3 - \frac{1}{2}\right) e_3^2 + \\ & e_3 e_4 + \frac{1}{2} \delta_{10}^2 + \frac{1}{2} m_1^2 - \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\tilde{\vartheta}_1|^2 + \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\vartheta_1|^2 + \\ & \frac{1}{2} l_{v12}^2 + \frac{1}{2} J_1^2 l_{v22}^2 + \frac{1}{2} l_{v32}^2 - \varphi h \tilde{z}^2 \end{aligned} \quad (39)$$

定义第4个正切障碍 Lyapunov 函数:

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} J_2 e_4^2 + \frac{1}{2\Gamma_2} \tilde{\vartheta}_2^2 \quad (40)$$

变量 $\tilde{\vartheta}_2$ 定义为:

$$\tilde{\vartheta}_2 = \hat{\vartheta}_2 - \vartheta_2 \quad (41)$$

对 V_4 求导, 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = \dot{V}_3 + J_2 e_4 \dot{e}_4 + \frac{1}{\Gamma_2} \tilde{\vartheta}_2 \dot{\tilde{\vartheta}}_2 \leq & \\ e_4 \left[u - c_2 x_4 - \frac{K}{N} \left(\frac{x_3}{N} - x_1 \right) - \tau_2 - J_2 \dot{\alpha}_4 \right] - \\ & \left(k_1 - \frac{1}{2}\right) M^2 - \left(k_2 - \frac{1}{2}\right) e_2^2 - \left(k_3 - \frac{1}{2}\right) e_3^2 + \\ & e_3 e_4 + \frac{1}{\Gamma_2} \tilde{\vartheta}_2 \dot{\tilde{\vartheta}}_2 + \frac{1}{2} \delta_{10}^2 + \frac{1}{2} m_1^2 - \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\tilde{\vartheta}_1|^2 + \\ & \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\vartheta_1|^2 + \frac{1}{2} l_{v12}^2 + \frac{1}{2} J_1^2 l_{v22}^2 + \frac{1}{2} l_{v32}^2 - \varphi h \tilde{z}^2 \end{aligned} \quad (42)$$

对于外界位置干扰力矩 τ_2 , 根据式(11)使用模糊神经网络^[23-25]进行逼近, 得

$$\tau_2 = \theta_2^T \xi_2 + \delta_2 \quad (43)$$

利用 Young's 不等式, 得

$$\begin{aligned} e_4 (-\tau_2) = e_4 (-\theta_2^T \xi_2 - \delta_2) \leq & \\ \frac{1}{2m_2^2} e_4^2 \vartheta_2 \xi_2^T \xi_2 + \frac{1}{2} m_2^2 + \frac{1}{2} e_4^2 + \frac{1}{2} \delta_{20}^2 \end{aligned} \quad (44)$$

式中: $\vartheta_2 = \|\theta_2\|^2 = \theta_2^T \theta_2$, 它可以减少模糊神经网络的权值数目, ϑ_2 为未知变量; $\|\cdot\|$ 为 θ_2 的二范数, $m_2 > 0$.

将式(44)代入式(42)得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & e_4 \left[u - c_2 x_4 - \frac{K}{N} \left(\frac{x_3}{N} - x_1 \right) + \frac{1}{2m_2^2} e_4 \vartheta_2 \xi_2^T \xi_2 + \right. \\ & \left. e_3 + \frac{1}{2} e_4 - J_2 \dot{\alpha}_4 \right] - \\ & \left(k_1 - \frac{1}{2}\right) M^2 - \left(k_2 - \frac{1}{2}\right) e_2^2 - \left(k_3 - \frac{1}{2}\right) e_3^2 + \frac{1}{\Gamma_2} \tilde{\vartheta}_2 \dot{\tilde{\vartheta}}_2 + \\ & \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \delta_{i0}^2 + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} m_i^2 - \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\tilde{\vartheta}_1|^2 + \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\vartheta_1|^2 + \\ & \frac{1}{2} l_{v12}^2 + \frac{1}{2} J_1^2 l_{v22}^2 + \frac{1}{2} l_{v32}^2 - \varphi h \tilde{z}^2 \end{aligned} \quad (45)$$

得到控制输入 u 和自适应律 $\dot{\hat{\vartheta}}_2$:

$$u = c_2 x_4 + \frac{K}{N} \left(\frac{x_3}{N} - x_1 \right) - \frac{1}{2m_2^2} e_4 \hat{\vartheta}_2 \xi_2^T \xi_2 - e_3 - \frac{1}{2} e_4 + J_2 v_{42} - k_4 e_4 \tag{46}$$

$$\dot{\hat{\vartheta}}_2 = \frac{1}{2m_2^2} \Gamma_2 e_4^2 \xi_2^T \xi_2 - c_2 \hat{\vartheta}_2 \tag{47}$$

且存在:

$$-\frac{c_2}{\Gamma_2} \hat{\vartheta}_2 \tilde{\vartheta}_2 \leq -\frac{c_2}{2\Gamma_2} |\tilde{\vartheta}_2| + \frac{c_2}{2\Gamma_2} |\vartheta_2|^2$$

其中 $k_4 > 0, c_2 > 0$.

利用 Young's 不等式, 式(45)可化简为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -\left(k_1 - \frac{1}{2}\right) M^2 - \left(k_2 - \frac{1}{2}\right) e_2^2 - \left(k_3 - \frac{1}{2}\right) e_3^2 - \\ & \left(k_4 - \frac{1}{2}\right) e_4^2 - \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\tilde{\vartheta}_1|^2 + \frac{c_1}{2\Gamma_1} |\vartheta_1|^2 - \frac{c_2}{2\Gamma_2} |\tilde{\vartheta}_2|^2 + \\ & \frac{c_2}{2\Gamma_2} |\vartheta_2|^2 + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \delta_{i0}^2 + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} m_i^2 + \frac{1}{2} J_{v12}^2 + \frac{1}{2} J_1^2 l_{v22}^2 + \\ & \frac{1}{2} l_{v32}^2 + \frac{1}{2} J_2^2 l_{v42}^2 - \varphi h \tilde{z}^2 \end{aligned} \tag{48}$$

3 稳定性分析

对于任意给定的常数 p , 定义紧集为:

$$\left. \begin{aligned} \Pi_1 &= \left\{ (e_1): 2V_{TB1} \leq 2p \right\} \\ \Pi_2 &= \left\{ (e_1, e_2, \hat{\vartheta}_1): 2V_{TB1} + e_2^2 + \frac{1}{\Gamma_1} \tilde{\vartheta}_1^2 \leq 2p \right\} \\ \Pi_3 &= \left\{ (e_1, e_2, e_3, \hat{\vartheta}_1): \right. \\ & \left. 2V_{TB1} + \sum_{i=2}^3 e_i^2 + \frac{1}{\Gamma_1} \tilde{\vartheta}_1^2 \leq 2p \right\} \\ \Pi_4 &= \left\{ (e_1, e_2, e_3, e_4, \hat{\vartheta}_1, \hat{\vartheta}_2): \right. \\ & \left. 2V_{TB1} + \sum_{i=2}^4 e_i^2 + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\Gamma_i} \tilde{\vartheta}_i^2 \leq 2p \right\} \end{aligned} \right\} \tag{49}$$

如果初始状态满足 $\Pi_i, r_i(0) \in (-r_{i0}, r_{i0})$, 其中 $i = 1, 2, 3, 4$, 那么, 所提出的控制方案可以满足所有不等式的成立.

证明:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\left(k_1 - \frac{1}{2}\right) M^2 - \left(k_2 - \frac{1}{2}\right) e_2^2 - \left(k_3 - \frac{1}{2}\right) e_3^2 - \\ & \left(k_4 - \frac{1}{2}\right) e_4^2 - \sum_{i=1}^2 \frac{c_i}{2\Gamma_i} |\tilde{\vartheta}_i|^2 - \varphi h \tilde{z}^2 + \Xi \end{aligned} \tag{50}$$

即:

$$\dot{V} \leq -\beta V + \Xi \tag{51}$$

式中:

$$\beta = \min \left\{ 2\left(k_1 - \frac{1}{2}\right), 2\left(k_2 - \frac{1}{2}\right), 2\left(k_3 - \frac{1}{2}\right), 2\left(k_4 - \frac{1}{2}\right), c_1, c_2, 2H \right\} > 0 \tag{52}$$

$$\begin{aligned} \Xi = & \sum_{i=1}^2 \frac{c_i}{2\Gamma_i} |\vartheta_i|^2 + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \delta_{i0}^2 + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} m_i^2 + \frac{1}{2} l_{v12}^2 + \\ & \frac{1}{2} J_1^2 l_{v22}^2 + \frac{1}{2} l_{v32}^2 + \frac{1}{2} J_2^2 l_{v42}^2 \end{aligned}$$

令 $\beta > \frac{\Xi}{p}$, 则当 $V = p$ 时, $\dot{V} \leq 0$, 所以 $V \leq p$ 是不变集, 即 $\forall t \geq 0$, 若 $V(0) \leq p$, 有 $V(t) \leq p$.

求解式(51)可得:

$$0 \leq V(t) \leq \frac{\Xi}{\beta} + \left(V(0) - \frac{\Xi}{\beta} \right) e^{-\beta t} \quad (\forall t \geq 0) \tag{53}$$

式(53)表面 $V(t)$ 最终以 $\frac{\Xi}{\beta}$ 为界, 因此闭环系统的所有误差 $(e_i, \tilde{\vartheta}_i, \tilde{z})$ 最终一致有界, 并且通过调整 k_i, c_i, Γ_i 的值, $\frac{\Xi}{\beta}$ 的值可以任意小, 所以位置跟踪误差 e_1 可以任意小.

4 仿真分析

机器人关节模型参数如表 1 所示^[17]; LuGre 摩擦模型参数如表 2 所示^[17].

表 1 机器人关节模型参数

Tab.1 Robot joint model parameters	
参数	数值
负载端转动惯量 $J_1 / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1.5×10^{-3}
电机端转动惯量 $J_2 / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	4.8×10^{-3}
刚度系数 $K / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	200
减速比 N	80
负载端阻尼系数 $C_1 / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	0.01
电机端阻尼系数 $C_2 / (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	0.01
负载端未知干扰力矩 $\tau_1 / (\text{N} \cdot \text{m})$	50
电机端未知干扰力矩 $\tau_2 / (\text{N} \cdot \text{m})$	0.5

控制参数输出约束 $r_1 = 0.2, k_1=20, k_2=k_3=k_4=50, \lambda_2 = 0.01, \lambda_3 = \lambda_4 = 0.1$; 选取位移参考信号: $x_{\text{id}} = 1 - \cos t$. 设置加载至负载端的外部未知干扰力矩为 $\tau_1 = 50 \text{ N} \cdot \text{m}$, 电机端的外部未知干扰力矩为 $\tau_2 = 0.5 \text{ N} \cdot \text{m}$, PID 控制器参数: $k_p=80, k_i=40, k_d=1$.

表 2 LuGre 摩擦模型参数
Tab.2 LuGre friction model parameters

参数	名义值
鬃毛刚度系数 $\sigma_0/(N \cdot m \cdot rad^{-1})$	259
鬃毛阻尼系数 $\sigma_1/(N \cdot m \cdot rad^{-1})$	7
黏性摩擦系数 $\sigma_2/(N \cdot m \cdot rad^{-1})$	4.93
静摩擦力矩 $F_s/(N \cdot m)$	9.42
库伦摩擦力矩 $F_c/(N \cdot m)$	7.97
Stribeck 速度 $\dot{q}_{st}/(rad \cdot s^{-1})$	0.04

4.1 跟踪效果

图 1 为在输出约束下 FABC (Fuzzy Adaptive Backstepping Control)、RBFDCS 和 PID 控制器对参考轨迹的跟踪效果对比图. 3 种控制器均能对参考轨迹实现一定精度的跟踪效果,从局部放大图中可以看出 FABC 控制方法输出轨迹最接近参考轨迹.

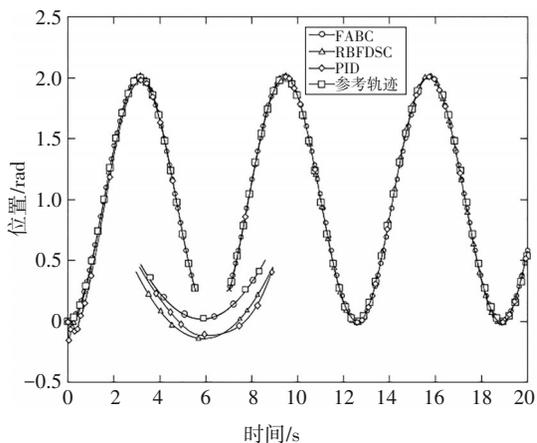


图 1 3 种控制器的轨迹跟踪

Fig.1 Trajectory tracking of three controllers

图 2 为 FABC、RBFDCS 和 PID 控制器与参考轨迹的跟踪误差对比图. 从图 2 可以看出, PID 控制器的轨迹跟踪误差在 ± 0.2 rad 以内, RBFDCS 跟踪误差在 ± 0.05 rad 之内, FABC 在输出受限时的跟踪误差在 ± 0.015 rad 之内. 可见, FABC 控制方法可以显著提高对给定信号的跟踪效果; 当输出受限时, FABC 最大跟踪误差仅为 PID 的最大跟踪误差的 7.5%、RBFDCS 的 3%, 所以本文提出的 FABC 控制算法的精度更高.

4.2 外界扰动与摩擦补偿效果分析

在减速器端和电机端施加外界扰动力矩分别为: $\tau_1 = 50 N \cdot m$, $\tau_2 = 0.5 N \cdot m$. 模糊神经网络自适

应律的参数为: $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0.01$, $c_1 = c_2 = 5$. 自适应改进系数 φ 、 ξ 的参数: $\eta_1 = 0.008$, $\eta_2 = 3.20$.

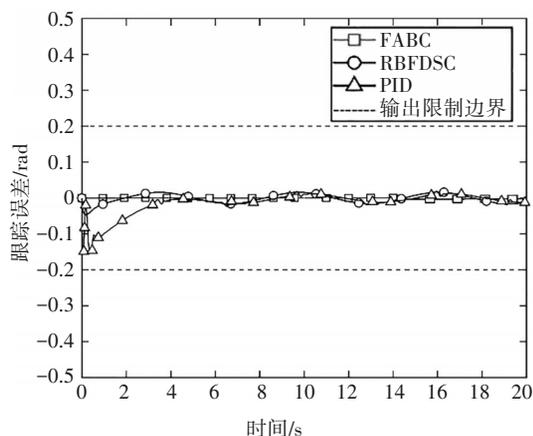


图 2 3 种控制器的轨迹跟踪误差

Fig.2 Trajectory tracking error of three controllers

图 3 为神经网络对负载端的外部未知干扰力矩为 $\tau_1 = 50 N \cdot m$ 的补偿情况, 图 4 为神经网络对电机端的外部未知干扰力矩为 $\tau_2 = 0.5 N \cdot m$ 的补偿情况. 由图 3 和图 4 可知, 在施加外界力矩扰动后, 模糊神经网络 1 (Fuzzy Radial Basis Function1, FRBF1) 和模糊神经网络 2 (Fuzzy Radial Basis Function2, FRBF2) 都可以迅速响应并以较小的误差跟踪期望轨迹. 图 5 为实际摩擦力的补偿效果, 通过在 LuGre 模型中引入参数 φ 、 ξ 并采用自适应方法实现了对非线性摩擦力的准确跟踪. 图 6 给出了摩擦力的跟踪误差值. 可知, 对改进后的 LuGre 模型可以较好地进行自适应摩擦补偿, 摩擦力误差控制在 $-0.7 \sim 0.4 N$ 之内. 综上, 所提出的自适应控制器对外界扰动力矩与实际摩擦力都有非常好的补偿效果且具有较强的鲁棒性.

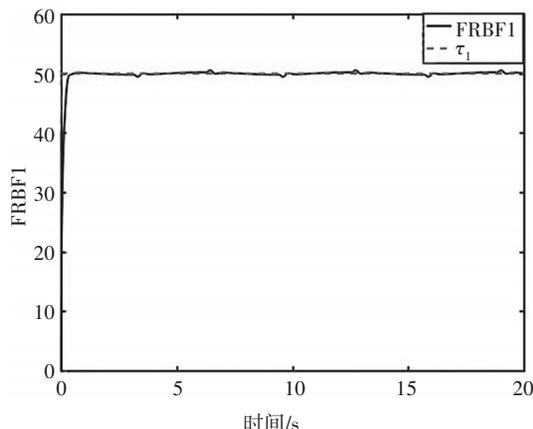


图 3 FRBF1 对 τ_1 逼近

Fig.3 Approximation of FRBF1 to τ_1

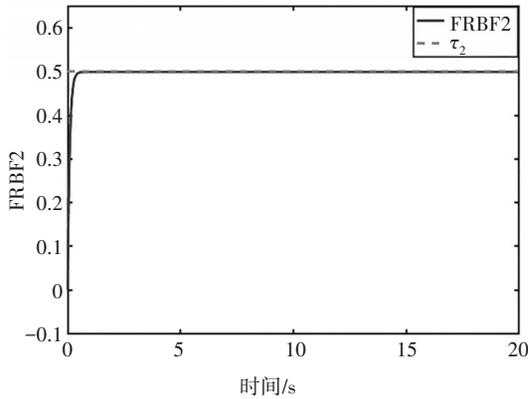


图4 FRBF2对 τ_2 逼近

Fig.4 Approximation of FRBF2 to τ_2

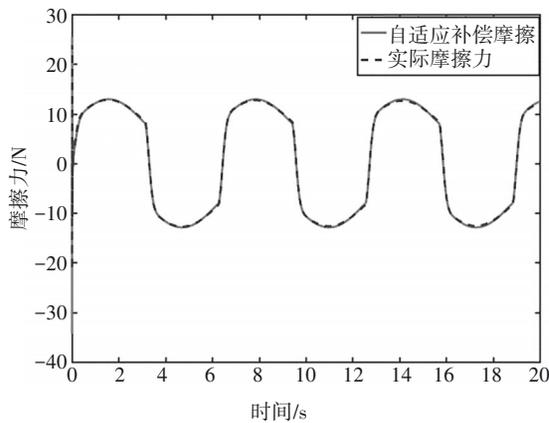


图5 改进后 LuGre 模型对摩擦力补偿效果图

Fig.5 Compensation effect of modified LuGre model on friction force

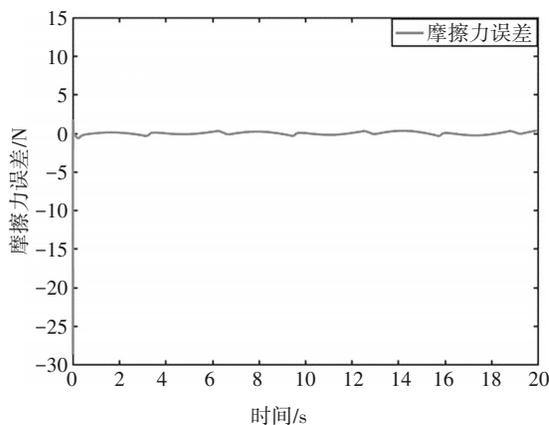


图6 摩擦力误差变化

Fig.6 Error variation of friction force

4.3 LuGre 摩擦模型参数变化下的仿真分析

为了更好地验证本文提出的自适应控制算法的鲁棒性,接下来分析控制算法对变参数 LuGre 模型的跟踪效果, LuGre 摩擦模型参数取值如表 3 所示.

表 3 LuGre 摩擦模型动态参数

Tab.3 LuGre friction model dynamic parameters

参数	名义值	实际值
$\sigma_0/(N \cdot m \cdot rad^{-1})$	259	$259[1+0.5\sin(0.2t)]$
$\sigma_1/(N \cdot m \cdot rad^{-1})$	7	$7[1+0.5\sin(0.2t)]$
$\sigma_2/(N \cdot m \cdot rad^{-1})$	4.93	$4.93[1+0.5\sin(0.2t)]$
$F_s/(N \cdot m)$	9.42	$9.42[1+0.5\sin(0.2t)]$
$F_f/(N \cdot m)$	7.97	$7.97[1+0.5\sin(0.2t)]$
$\dot{q}_{st}/(rad \cdot s^{-1})$	0.04	$0.04[1+0.5\sin(0.2t)]$

图 7 和图 8 分别为摩擦模型参数变化下的控制器对参考信号的轨迹跟踪情况以及轨迹跟踪误差. 在参数变化的情况下,该方法仍可以有效跟踪给定轨迹,且跟踪误差被控制在 $\pm 0.2 \times 10^{-3}$ rad 之内. 由此可知,提出的控制器具有较高的鲁棒性,可以精确地对参考轨迹进行跟踪.

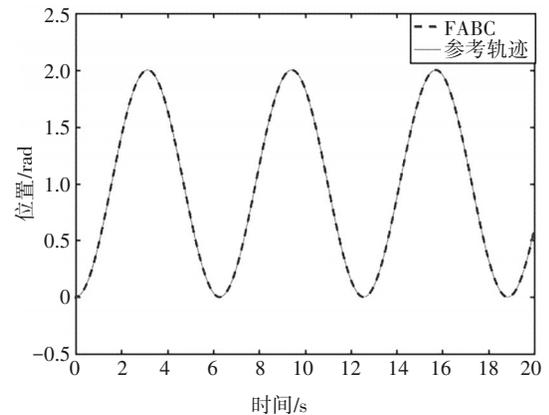


图7 动态参数变化下的控制器跟踪轨迹

Fig.7 Trajectory tracking of controller under dynamic parameters variation

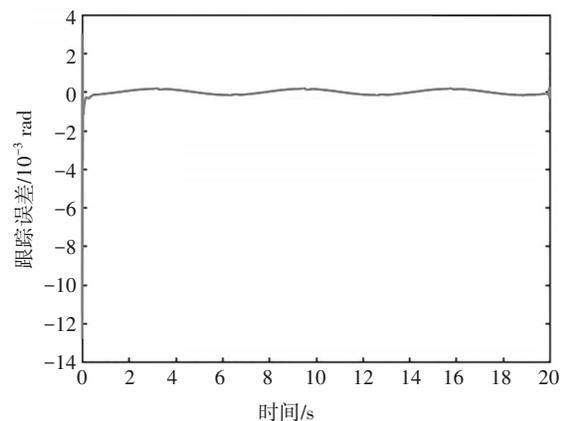


图8 动态参数变化下的轨迹跟踪误差

Fig.8 Trajectory tracking error under dynamic parameters variation

图 9 和图 10 为动态参数变化后,改进系数 φ 、 ξ 自适应下的摩擦补偿效果以及其摩擦力补偿误差。由图 9 可知,在 LuGre 模型参数动态变化时,所提出的改进系数自适应方法仍可较为精确地对实际摩擦力进行摩擦补偿,且误差控制在 $-0.8 \sim 0.6 \text{ N}$ 之内。由此证明了本文所提出的控制器可以实现精确控制,且具有较强的鲁棒性。

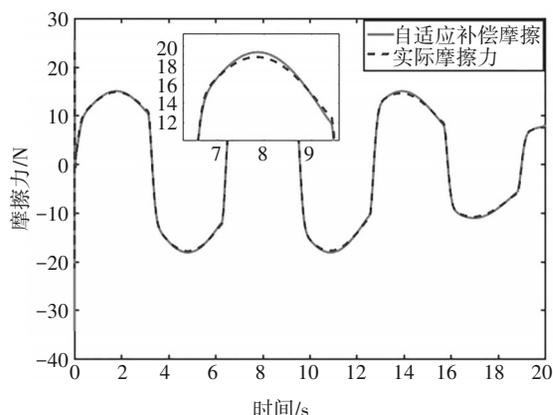


图 9 动态参数变化下的自适应摩擦力补偿效果图

Fig.9 Adaptive friction compensation effect under dynamic parameters variation

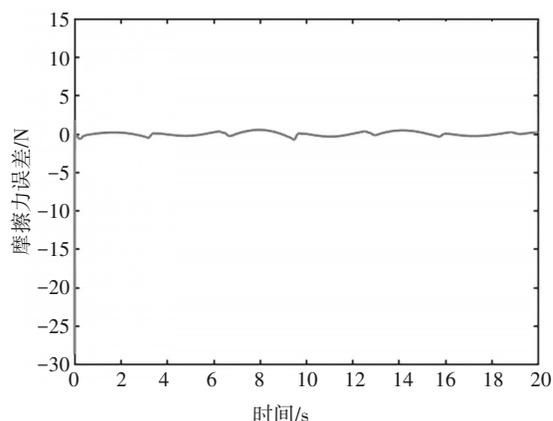


图 10 动态参数变化下的摩擦力误差

Fig.10 Friction force error of dynamic parameters variation

5 结论

针对机器人关节,提出了一种基于摩擦补偿的模糊自适应反步控制方法,以实现给定参考信号在非线性摩擦和外界未知力矩的干扰环境的精确稳定跟踪控制。通过引入鬃毛平均变形量 φ ,黏性摩擦系数变化量 ξ 改进了 LuGre 摩擦模型,设计了带摩擦补偿的模糊自适应反步控制器,减小了非线性摩擦和外界未知干扰力矩的影响并验证了在动态摩擦参

数变化下,所提出的自适应摩擦补偿方法仍可对摩擦力准确跟踪,误差控制在 $-0.8 \sim 0.6 \text{ N}$ 之内。在 MATLAB/Simulink 环境下进行仿真实验,验证了所提出控制方法的有效性。结果表明:与传统 PID 和 RBFDC 控制相比,本研究提出的 FBAC 控制方法对摩擦参数变化和外界未知干扰力矩具有较强的鲁棒性,可以有效提高系统的位置跟踪精度,跟踪误差分别提高了近 7.5% 和 3%。

在未来研究中可以考虑关节减速器迟滞、非线性刚度等因素的影响,实现对动力学模型的进一步优化,设计出具有更高精度的控制器。

参考文献

- [1] 陈茜,李俊阳,王家序,等. 制造误差对谐波齿轮应力的影响规律[J]. 浙江大学学报(工学版),2019,53(12):2289-2297.
CHEN Q, LI J Y, WANG J X, *et al.* Influence law of manufacturing error on harmonic gear stress[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2019, 53(12): 2289-2297. (In Chinese)
- [2] KIM J H, LI Z Y, CHOI H R, *et al.* Design of flexible joint using in soft robot hand [C]//2016 13th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI). August 19-22, 2016, Xi'an, China. IEEE, 2016: 101-103.
- [3] 黄兴,何文杰,符远翔. 工业机器人精密减速器综述[J]. 机床与液压,2015,43(13):1-6.
HUANG X, HE W J, FU Y X. Summary of precision speed reducer of industrial robots[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2015, 43(13): 1-6. (In Chinese)
- [4] 刘森. 谐波驱动系统非线性控制研究[D]. 厦门:厦门大学, 2018.
LIU S. Research on nonlinear control of harmonic drive systems [D]. Xiamen: Xiamen University, 2018. (In Chinese)
- [5] HAUSCHILD J P, HEPPLER G R. Control of harmonic drive motor actuated flexible linkages[C]//Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. April 10-14, 2007, Rome, Italy. IEEE, 2007: 3451-3456.
- [6] 党选举,张潇. 基于改进 LuGre 模型的液压系统滑模控制[J]. 组合机床与自动化加工技术,2020(8):118-121.
DANG X J, ZHANG X. Sliding mode control for hydraulic system based on improved LuGre model [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2020 (8): 118-121. (In Chinese)
- [7] 罗阳,陈满意,张杰,等. 谐波齿轮传动非线性动力学建模及仿真研究[J]. 机械传动,2021,45(4):58-63.
LUO Y, CHEN M Y, ZHANG J, *et al.* Research on nonlinear dynamics modeling and simulation of harmonic gear drive[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2021, 45(4): 58-63. (In Chinese)

- [8] HUANG J, ZHANG X H, WANG G, *et al.* Adaptive friction compensation of electromechanical servo system based on LuGre model [C]//2018 13th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. May 31 – June 2, 2018, Wuhan, China: IEEE, 2018:2596–2600.
- [9] YUE F F, LI X F. Robust adaptive integral backstepping control for opto–electronic tracking system based on modified LuGre friction model[J]. *ISA Transactions*, 2018, 80:312–321. [LinkOut]
- [10] WANG L L, LEI J W. Research of simulation on 3–DOF helicopter system based on backstepping control [C]//2017 International Conference on Computer Technology, Electronics and Communication (ICCTEC). December 19–21, 2017, Dalian, China: IEEE, 2017:300–303.
- [11] 王世剑, 孙红江, 王佳伟, 等. 含齿隙转台伺服系统的RBF神经网络反步控制[J]. *现代制造工程*, 2021(5):39–46.
WANG S J, SUN H J, WANG J W, *et al.* RBF neural network backstepping control of turntable servo system with backlash[J]. *Modern Manufacturing Engineering*, 2021 (5) : 39–46. (In Chinese)
- [12] 薛晔. PMSM驱动关节机器人模糊反步控制[D]. 青岛: 青岛大学, 2020.
XUE Y. Fuzzy backstepping control of joint robot driven by PMSM[D]. Qingdao: Qingdao University, 2020. (In Chinese)
- [13] 王金强, 王聪, 魏英杰, 等. 欠驱动AUV自适应神经网络反步滑模跟踪控制[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2019, 47(12):12–17.
WANG J Q, WANG C, WEI Y J, *et al.* Path following of an under-actuated AUV based on adaptive neural network backstepping sliding mode control[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2019, 47(12):12–17. (In Chinese)
- [14] 何熊熊, 陈中天, 谢树宗, 等. 航天器自适应有限时间反步控制[J]. *浙江工业大学学报*, 2020, 48(1):13–19.
HE X X, CHEN Z T, XIE S Z, *et al.* Adaptive finite–time backstepping control for spacecrafts[J]. *Journal of Zhejiang University of Technology*, 2020, 48(1):13–19. (In Chinese)
- [15] 王冬冬, 赵林, 于金鹏. 柔性关节机械手有限时间命令滤波反步控制[J]. *控制工程*, 2021, 28(7):1474–1482.
WANG D D, ZHAO L, YU J P. Finite–time command filtered backstepping control of flexible–joint manipulator [J]. *Control Engineering of China*, 2021, 28(7):1474–1482. (In Chinese)
- [16] SUN Y M, CHEN B, LIN C, *et al.* Adaptive neural control for a class of stochastic nonlinear systems by backstepping approach [J]. *Information Sciences*, 2016, 369:748–764.
- [17] 李晓光, 张弼, 赵新刚, 等. 形状记忆合金驱动器的自适应滑模反步控制[J]. *控制理论与应用*, 2020, 37(1):137–146.
LI X G, ZHANG B, ZHAO X G, *et al.* Adaptive backstepping sliding mode controller for a shape memory alloy actuator [J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(1):137–146. (In Chinese)
- [18] 毛艳, 成凯. 柔性联结配重系统同步升降控制研究[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2021, 48(4):100–112.
MAO Y, CHENG K. Research on synchronous lifting control of flexible connection counterweight system [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2021, 48(4):100–112. (In Chinese)
- [19] WANG T, ZHAO Y G, ZHU L, *et al.* Research on control system of working robot in nuclear environment based on Neural Network PID [C]//2020 Chinese Automation Congress (CAC). November 6–8, 2020, Shanghai, China. IEEE, 2020:4828–4831.
- [20] MENG J, LIU A B, YANG Y Q, *et al.* Two–wheeled robot platform based on PID control [C]//2018 5th International Conference on Information Science and Control Engineering (ICISCE). July 20–22, 2018, Zhengzhou, China. IEEE, 2018:1011–1014.
- [21] 王家序, 刘彪, 李俊阳, 等. 谐波驱动系统自适应神经网络动态面控制[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2015, 43(10):81–86.
WANG J X, LIU B, LI J Y, *et al.* Adaptive neural–network dynamic surface control of the harmonic drive system [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2015, 43(10):81–86. (In Chinese)
- [22] IKHOUANE F, MAÑOSA V, PUJOL G. Minor loops of the Dahl and LuGre models [EB/OL]. 2018: arXiv: 1812.00175 [math. DS]. <https://arxiv.org/abs/1812.00175>.
- [23] 袁小芳, 陈秋伊, 黄国明, 等. 基于FNN的电动汽车自适应横向稳定性控制[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2019, 46(8):98–104.
YUAN X F, CHEN Q Y, HUANG G M, *et al.* Adaptive lateral stability control of electric vehicle based on FNN [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2019, 46(8):98–104. (In Chinese)
- [24] CHEN Y, YANG J X. Design of back propagation optimized Nagar–Bardini structure–based interval type–2 fuzzy logic systems for fuzzy identification [J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2021, 43(12):2780–2787.
- [25] 罗绍华. 基于RBF网络逼近的机器人自适应动态面控制方法研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2013.
LUO S H. Study on robot adaptive dynamics surface control method based on the RBF network approximation [D]. Chongqing: Chongqing University, 2013. (In Chinese)
- [26] BU X W, WU X Y, ZHANG R, *et al.* Tracking differentiator design for the robust backstepping control of a flexible air–breathing hypersonic vehicle [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352(4):1739–1765.