文章编号:1674-2974(2022)11-0252-08

DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2022136

基于模态参数与改进萤火虫算法的结构模型修正

封周权^{1,2†},王文赞^{1,2},华旭刚^{1,2},陈政清^{1,2} [1. 湖南大学土木工程学院,湖南长沙 410082; 2. 风工程与桥梁工程湖南省重点实验室(湖南大学),湖南长沙 410082]

摘 要:为尽可能提高结构模型修正的准确性和有效性,提出一种基于模态参数和改进萤 火虫算法的有限元模型修正方法.该方法基于结构模态参数构造目标函数,使用本文提出的 改进萤火虫算法进行优化求解,并通过桁架模型数值仿真将改进算法同原始萤火虫算法、遗 传算法和粒子群算法进行对比,结果显示:使用改进的萤火虫算法得到的最优解更接近实际 值,且离散性低,验证了改进算法求解的准确性和优越性.最后通过六自由度剪切框架损伤识 别模型试验验证了该方法在求解结构有限元模型修正问题上的准确性和有效性.

关键词:结构健康监测;模型修正;损伤识别;萤火虫算法;模态参数 中图分类号:TU317 文献标志码:A

Structural Model Updating Based on Modal Parameters and Modified Firefly Algorithm

FEGN Zhouquan^{1,2†}, WANG Wenzan^{1,2}, HUA Xugang^{1,2}, CHEN Zhengqing^{1,2}

[1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;
2. Key Laboratory for Wind and Bridge Engineering of Hunan Province (Hunan University), Changsha 410082, China]

Abstract: In order to improve the accuracy and effectiveness of structural model updating, a finite element model updating method based on modal parameters and a modified firefly algorithm is proposed, in which an objective function based on modal parameters is formulated and solved by the modified firefly algorithm. The modified firefly algorithm is compared to be accurate and superior to the original firefly algorithm, genetic algorithm, and particle swarm optimization in solving a numerical simulation example of a truss model. And it shows that the optimal solution obtained by the modified firefly algorithm is closer to the actual value, and the scatteredness is low, which proves the accuracy and effectiveness of the modified algorithm. Finally, the accuracy and effectiveness of this method in structural finite element model updating are verified by a damage identification test of a 6–DOF shear frame experimental model.

Key words: structural health monitoring; model updating; damage detection; firefly algorithm; modal parameter

 ^{*} 收稿日期:2021-10-20
 基金项目:国家自然科学基金资助项目(52178284,51708203), National Natural Science Foundation of China(52178284,51708203);中国 工程院战略咨询重点项目(2021-XZ-37), Key Project of Strategy Consulting of Chinese Academy of Engineering (2021-XZ-37)
 作者简介:封周权(1982—),男,湖南衡南人,湖南大学副教授,博士 †通信联系人,E-mail: zqfeng@hnu.edu.en

在土木工程领域中,基于有限元技术的数值模 拟方法广泛应用于结构静力分析、结构动力分析、结 构或构件设计等各个方面[1],通过建立有限元模型 可为结构行为预测提供重要参考.有限元模型修正 实质上是一种系统识别问题,通过修正模型参数来 尽可能缩小模型响应数据与实测响应数据之间的差 别,从而使得有限元模型更加接近实际工程结构.模 态参数(频率、振型等)是表征结构动力特性的主要 参数,因此基于模态参数的模型修正得到了广泛的 应用.求解使得模态参数模型预测值与实测值之间 误差取得最小值时的模型参数,即得到了模型参数 的最优值,因此模型修正在数学上实际是一个优化 问题.针对优化问题的求解,现已有多种算法得到了 应用,如模式搜索法^[2]、拟牛顿法^[3]、元启发式优化算 法等.其中元启发式优化算法由于其优越的全局寻 优能力和较好的准确性而受到了学者们的青睐.王 家等[4]提出新的启发式算法来求解施工现场设施布 局的优化问题;Feng等^[5]针对类电磁机制算法提出 改进措施,并成功应用于三层剪切框架的结构损伤 识别.

萤火虫算法(FA)作为元启发式优化算法的一种,具有控制参数少、物理意义简单明了的特点,具 有良好的寻优性能^[6],但同其他元启发式优化算法, 如遗传算法(GA)、粒子群算法(PSO)等一样,存在容 易陷入局部最优、早熟、不收敛的问题,因此学者针 对原始萤火虫算法的不足提出了诸多改进措施^[7-12].

本文基于模态参数识别技术,使用作者提出的 改进萤火虫算法对二维桁架数值模型和六层剪切框 架实验模型进行模型修正,并将其识别结果与原 FA、GA、PSO等算法识别结果进行对比,验证了改进 优化算法的优越性.

1 目标函数

对于线弹性结构模型,频率和振型的预测值与 其质量和刚度矩阵直接相关.假设结构的质量矩阵 M已知,结构模型修正仅考虑刚度修正,且引入刚 度修正系数 θ 来描述刚度变化程度.修正系数 $\theta \in$ [-1,1]为一个1×N维向量,其中N为未知量个数,应 为结构的单元个数.若 θ_i >0,则表示第i个单元刚度 提高,若 θ_i <0,则表示该单元刚度降低.另假设结构 在未受损伤状态下第i个单元的刚度矩阵为 k_i ,那么 修正状态(损伤状态)的刚度矩阵 $K(\theta)$ 可表示为:

$$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{N} (1 + \boldsymbol{\theta}_i) \boldsymbol{k}_i$$
(1)

结构的频率和振型预测值可以由其特征方程求 解得到:

$$\left[\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\theta}) - \boldsymbol{\omega}^2 \boldsymbol{M}\right] \boldsymbol{\phi} = 0 \tag{2}$$

式中: ω 为结构圆频率,与结构物理频率 $f \pi \omega = 2\pi f$ 的关系; ϕ 为与之对应的特征向量,即结构的振型.

在结构动力实测中,受制于人力、成本、器材等 诸多因素,高阶模态参数往往难以精确获取,全自由 度测量也经常难以实现,因此假设实测仅可获得前 m阶模态和n_a个自由度,并重复测量n_s次,即可获得 n_s组m阶频率和不完整振型实测值.将模态参数实 测值与预测值之间的误差分别按频率和振型以及模 型阶数进行累积,设计目标函数^[5]:

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{j=1}^{m} \left[\sum_{i=1}^{n_{s}} \left(\frac{f_{j,i} - \hat{f}_{j}(\boldsymbol{\theta})}{f_{j,i}} \right)^{2} \sum_{i=1}^{n_{s}} \frac{\|\boldsymbol{\phi}_{j,i} - a_{j,i}\hat{\boldsymbol{\phi}}_{j}(\boldsymbol{\theta})\|^{2}}{\|\boldsymbol{\phi}_{j,i}\|^{2}} \right]$$
(3)

式中: $a_{j,i} = (\phi_{j,i})^{^{T}} \hat{\phi}_{j}(\theta) / \| \hat{\phi}_{j}(\theta) \|^{^{2}}$ 为比例系数,确保 预测模态振型在测量自由度处与实测模态振型最接 近; $\hat{f}_{j}(\theta)$ 和 $\hat{\phi}_{j}(\theta)$ 分别为结构第j阶模态频率和振型 向量预测值,它们是将式(1)代入式(2)并通过模态 分析计算得到的; $f_{j,i}$ 和 $\phi_{j,i}$ 分别为第j阶模态频率和 振型向量的第i次实测值,它们是通过实验模态参数 识别得到的.为避免振型和频率误差水平的不同,公 式(3)以实测值(振型向量取实测值的模)为分母进 行了归一化处理.

2 原始算法与优化算法

2.1 萤火虫算法

萤火虫算法最早由Yang^[13]提出,是一种以自然 界中萤火虫发光行为^[14]为启发的全局优化算法.萤 火虫算法通过建立不同萤火虫个体之间相互吸引机 制,从而达到在空间内寻找最优解的目的,即若某萤 火虫荧光亮度(*I*)越亮,则对其他个体的吸引力(β) 也就越强.

萤火虫算法做了以下3点假设:

1) 萤火虫没有性别上的区分,即所有萤火虫之间的相互吸引不受性别的影响.

2) 萤火虫的吸引力(β) 与荧光亮度(*I*) 成正比, 且两者都随距离的增加而降低.

3) 萤火虫的亮度(*I*) 取决于该萤火虫个体所处目标函数中的位置.

在一定的导光介质中,光线强度以高斯分布的 形式随距离的增加而衰减:

$$I(r) = I_0 \mathrm{e}^{-\gamma r^2} \tag{4}$$

式中:r为两相邻萤火虫之间的空间距离;I₀为距离 r=0时的荧光亮度;γ为导光介质的吸收系数,其值的 大小代表了介质对光亮衰减的影响程度.

萤火虫的吸引系数同样以指数的形式随距离的 增加而衰减:

$$\beta = \beta_0 \mathrm{e}^{-\gamma r^2} \tag{5}$$

式中:*β*₀为吸引系数初值,代表两萤火虫之间距离*r*=0时的吸引系数.

两萤火虫之间的距离满足笛卡儿坐标系下的空 间距离计算方法:

$$r = ||x_i - x_j|| = \sqrt{\sum_{m=1}^{n} (x_{i,m} - x_{j,m})^2}$$
(6)

式中:n为优化问题的自变量总数,即解的总维数; x_{im}是第*i*只萤火虫第m维变量.

如前所述,荧光亮度(1)较亮的萤火虫可吸引较暗的萤火虫向其移动,假设第*i*只萤火虫荧光亮度较第*j*只萤火虫弱,则萤火虫*i*的移动方式和移动量受式(7)约束:

$$x_i = x_i + \beta_0 e^{-\gamma r^2} (x_j - x_i) + \alpha \varepsilon_i$$
(7)

式中: $\beta_0 e^{-\gamma^2} (x_j - x_i)$ 一项代表了由于吸引而移动的 距离; $\alpha \varepsilon_i$ 代表由于一定程度随机运动而移动的距 离, α 为萤火虫随机移动的步长, ε_i 为随机分布因子, 一般可以是在[0,1]范围内的高斯分布、均匀分布或 列维分布^[11,15-19].

2.2 改进萤火虫算法

改进萤火虫算法(modified Nelder-Mead Firefly Algorithm, m-NMFA)在原标准FA算法的基础上提出4点改进措施,包括引入下山单纯形局部优化算法(Nelder-Mead Algorithm),并针对算法的结构、参数以及局部搜索提出了改进措施,如引入多样性阈值、引入边界控制因子、对参数进行修改等.

2.2.1 参数修改

大量的研究证明,改变步长α和吸引系数β对萤 火虫算法的求解精度、收敛速度等都有较大的 影响^[6-7,11,20-23].

经过测试发现,在迭代过程的前期,步长偏小的 往往会收敛更快,这个规律适合不同的步长公式和 测试函数,但如果步长减小过快,在后期容易陷入局 部最优解而难以寻找到全局最优解,使算法早熟.因 此,步长在迭代后期逐渐趋于0的过程中仍应保持 足够大的值,以最大限度地保持探索与开发之间的 平衡[24-25]. 据此设计出较为理想的步长公式:

$$\alpha(t) = 0.5 C^{\frac{\lambda t}{G_{\text{cr.max}}}}$$
(8)

$$\lambda = 1 + 2 \left(\frac{G_{\text{en,max}} - t}{G_{\text{en,max}}} \right)^2$$
(9)

式中: $\alpha(t)$ 表示第 t 迭代步的随机移动的步长; C= 1.0×10⁻¹⁰; G_{en, max}表示最大迭代次数; $\lambda \in [1,3]$ 为参考系数,其值随着迭代次数 t 的增加呈非线性递减趋势.引入参考系数 λ 可实现对步长大小变化趋势的控制.

为使步长大小与可行域大小相适配^[25],在式 (7) $\alpha \epsilon_i$ 项中引入缩放参数(scaling parameters) S_k .

$$S_k = u_k - l_k \tag{10}$$

式中:*l_k和u_k*分别为某萤火虫个体的第*k*个未知量所 对应的下界和上界.如此,式(7)可写为:

$$x_{i,k} = x_{i,k} + \beta_0 \mathrm{e}^{-\gamma r^2} (x_j - x_i) + \alpha \varepsilon_i S_k \tag{11}$$

对于吸引系数,引用Selvarasu^[23]在其改进方法 中给出的吸引系数计算公式,以保证算法的精确度 和收敛速度:

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}_{\min} + \left(\boldsymbol{\beta}_{\max} - \boldsymbol{\beta}_{\min}\right) e^{-\gamma r^2} \tag{12}$$

式中: $\beta_{min}=0.2$ 为吸引系数 β 的下界, $\beta_{max}=1$ 为吸引系数 β 的上界,因此有 $\beta \in [\beta_{min}, \beta_{max}].$

2.2.2 边界约束处理机制

萤火虫算法与其他元启发式优化算法类似,个体有可能出现在所定义的边界之外^[26],这些个体将 对算法的精度和收敛速度均产生不利影响,甚至得 到完全错误的结果.使用有效的边界约束处理机制 可以很好地避免此类问题的发生,并提高搜索算法 的优化性能^[27-28].

在已有的边界约束方式中,较多的学者^[15.22,27-28] 针对萤火虫个体中溢出的某个未知量而非单个个体 进行处理,但多维度问题的最优解是由各个未知量 共同决定的,因此提出新的边界约束处理机制,即当 某萤火虫个体的某未知量超出边界值时,首先在可 行域范围内随机生成新的萤火虫个体,然后将该萤 火虫个体向当前最优解移动一定距离,在移动时能 够保证移动幅度不超过该萤火虫与当前最优解之间 距离的1/2,以最大限度地保证个体多样性.其伪代 码如下:

For
$$i=1:n$$

For $j=1:D$
If $x_{i,j} < l_j$ or $x_{i,j} > u_j$
Then $x_{i,j} = l_j + \text{rand} \times (u_j - l_j)$
End if

End for

 $x_i = x_i + F^*(x_{\text{best}} - x_i)$

End for

其中, rand为 $0\sim1$ 的随机数, $F \in [0, 0.5]$ 为随机因子, x_{best} 为当前全局最优解.

2.2.3 下山单纯形算法及多样性阈值

下山单纯形算法是一种局部优化算法,与群体 智能优化算法通过一定规模个体随机寻求最优解的 方法不同,它在给定的初始解附近生成*N*+1个顶点 的凸多面体,在此基础上通过反射、扩张、收缩和压 缩等运算逐渐逼近精确解^[29].因此在萤火虫算法迭 代过程中及运行结束后,使用下山单纯形算法在最 优解附近挖掘更优解,以提高算法求解能力.

在迭代过程中,启用单纯形算法的时机将直接 影响求解的精度和收敛速度,若启用过早,则接近真 实解的最优解还未找到,单纯形算法频繁调用,将降 低求解效率;若启用过晚,通过单纯形算法挖掘到的 更优解对算法整体的贡献将会被削弱,因此引入多 样性阈值概念以解决上述矛盾.记x_{k,best}和x_{k,worst}分别 为第 k 次迭代最优解和最差解,x_{g,best}和 x_{g,worst}分别为 当前全局最优解和最差解.多样性阈值计算公式 如下:

$$\xi = \frac{x_{k, \text{ best}} - x_{k, \text{ worst}}}{x_{g, \text{ best}} - x_{g, \text{ worst}}}$$
(13)

规定当 e^f - 1 < M 时, 萤火虫种群多样性足够低, 单纯形算法被启用, 在此后的每次迭代中均可在 当前全局最优解 x_{g,best} 附近找到局部最优解 x'_{best}, 再将 其替代成为目前最优解 x_{best}, 以吸引其他萤火虫向其 移动.

经过测试,取*M*=0.001是相对合适的,此时算法 已经能够找到接近于真实解的全局最优解,而且经 过若干次的迭代,步长α已经足够小,能够与单纯形 算法相适配.

3 数值方法测试

3.1 基准函数测试

为了验证改进优化的求解效果,选用表1所示的4个基准测试函数将FA、GA和PSO优化算法与m-NMFA进行对比,以验证改进算法的优越性.测试中,种群规模或染色体个数n均为30,最大迭代次数均为 $G_{en,max}$ =1000.其中,m-NMFA的步长初值为0.5,原始FA采用Yang^[15]对于多维度问题所采用的步长公式,步长初值为0.25.吸引系数 β_{min} 和 β_{max} 分别取0.2和1.0,光线吸收常数 γ =1.0.对于GA,测试调用了Matlab内置GA优化算法,除染色体个数及最大迭代次数外,其他参数均采用Matlab内置工具箱默认值.对于PSO,学习因子取 $c_1 = c_2 = 2$,粒子最大速度为1,惯性因子采用线性变化方程:

$$\omega_i = \omega_2 - i \times \frac{\omega_2 - \omega_1}{G_{\text{en, max}}}$$
(14)

式中:ω_i为第*i*次迭代的惯性因子,ω₁取0.4,ω₂取0.9.当 某粒子某一维度的速度或位置达到或超出边界时,该 粒子全部维度的速度或位置将会全被重置为边界值.

为对比各优化算法的稳定性,每个测试函数单 独运算100次,得到优化结果的平均值、标准差及最 小值如表2所示.

从表2可以看出,m-NMFA除了在函数4中的平均值和标准差略差于GA外,其余计算结果均优于其他优化算法,尤其是在函数2和函数3中的平均值、函数2~4中最小值、函数2中的标准差精度较其他算法均大幅提高.由此看出,m-NMFA可以使求解的精度大大提高,并且有足够的稳定性.图1为4种优化算法收敛情况的对比结果,从图1可以看出,m-NMFA算法在收敛速度和运算精度上均明显优于其他3种算法,并且存在第二、第三次深度求解的能力.

Tab.1 Benchmark function								
编号	函数名称	公式	自变量区间	最优解	维数(D)			
1	Eggholder 函数	$f(x) = -(x_2 + 47)\sin\left(\sqrt{\left x_2 + \frac{x_1}{2} + 47\right }\right) - x_1\sin\left(\sqrt{\left x_1 - (x_2 + 47)\right }\right)$	$x_i \in [-512, 512]$	-959.640 7	2			
2	Sphere 函数	$f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$	$x_i \in [-5.12, 5.12]$	0	30			
3	Zakharov 函数	$f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + (\sum_{i=1}^{n} 0.5ix_i)^2 + (\sum_{i=1}^{n} 0.5ix_i)^4$	$x_i \in [5, 10]$	0	30			
4	Sum of Different Powers 函数	$f(x) = \sum_{i=1}^{d} x_i ^{i+1}$	$x_i \in [-1, 1]$	0	30			

表1 基准函数 Tab.1 Benchmark function

表2 优化算法解的平均值、标准差和最小值												
Tab.2 The mean, standard deviation and minimum of the solutions of the four optimization algorithms												
函数		FA			GA			PSO			m-NMFA	
编号	平均值	标准差	最小值	平均值	标准差	最小值	平均值	标准差	最小值	平均值	标准差	最小值
1	-823.013	116.875	-959.64	-812.62	131.239	-959.64	-772.12	118.315	-959.641	-836.145	111.802 0	-971.73
2	0.204 0	0.146 1	0.044	0.024 4	0.029 37	0.000 5	0.195 0	0.136 4	0.034 59	2.94E-32	8.1E-33	1.1E-32
3	70.0860	25.577	35.143	40.661	41.233 2	0.273 3	67.788	35.907	33.729 2	0.996 66	1.734 96	4.8E-12
4	0.8927	0.364 3	0.106	0.005 5	0.020 19	0.000 14	14.645	4.604	6.836 72	0.036 83	0.040 32	4.4E-13







3.2 桁架模型数值模拟

数值模拟使用如图2所示的两端简支桁架模型 进行测试.图2中桁架长10m,材料弹性模量为 6.88×10¹⁰ Pa,密度为2780 kg/m³,杆的横截面积为 0.0025m².数值模拟初始工况有如下假设:①测试值 仅为前6阶模态以及图中箭头所指的9个自由度;② 受环境影响,频率和振型的测试结果中均存在1%的 白噪声;③结构的损伤仅考虑刚度损伤,第4、5、6号 单元分别受到了20%、30%和20%的刚度折减.

本次模拟同样采用FA、GA、PSO、m-NMFA这4 种优化算法做对比,除自变量个数做了调整外,其余 参数均与基准函数测试保持一致.每种算法各测试 100次,得到各单元损伤系数θ。的平均值和标准差, 结果如图3所示.此外,模拟试验采用两种对比工况 与原工况作对比,以验证改进优化算法计算模型修 正问题结果的准确性与稳定性.对比工况I:在初始 工况假设的基础上,将可测得的模态数从6阶减少 为4阶;对比工况II:在初始工况假设的基础上,将 白噪声由1%增加为5%.



Fig.2 Schematic of the 17-bar planar truss (unit: m)



从图3可以看出,FA、GA、PSO三种优化算法的 最优解与目标值存在较大偏差,离散程度较大.通过 改进算法得到的受损处单元损伤系数平均值分别为 20.05%、29.86%和20.03%,非受损处单元损伤系数误 差均小于5%,与假设情况符合良好;最优解的标准差 均小于10⁻³,离散程度低.因此可以认为,使用m-NMFA算法寻找模态参数识别问题的最优解是可靠的.

从图4可以看出,对于工况 I,模态阶数减少至 4阶后,改进算法仍能在损伤部位找到较准确的损伤





系数,且第5号单元损伤系数较原工况的损伤系数偏差 仅有0.22%;工况Ⅱ中受损处单元损伤系数相较于原工 况分别存在3.33%、1.83%和3.57%的增加,对于土木 工程结构而言,这将是偏保守和偏安全的结果.

4 剪切框架试验

洗用6层钢结构剪切框架,通过测试模态参数 并采用本文提出的改进萤火虫算法对模型刚度矩阵 进行修正从而实现损伤识别.钢结构框架如图5(a) 所示,结构由地脚螺栓固定在地面上,层间板长、宽、 厚分别为450 mm、450 mm、10 mm,各板在厚度中点 处距离均为250mm,各个层间板之间的刚度由分布 在层间板4个顶点处的主要柱和侧边中点处的附加 柱提供.剪切框架的有限元模型采用如图5(b)所示 的6自由度集中质量模型.各层间板中心位置处设 置一块竖直挡板,并使用采样频率为200 Hz的IL-300 激光位移计来测量挡板底部的位移. 试验测试 了5层附加柱缺失(测试 I)、第三和第五层附加柱 缺失(测试Ⅱ)两种工况,为保证测试结果的准确性 与稳定性,每种工况均重复测量50次,每次持续时 长5 min. 剪切框架前6阶固有频率和振型如表3和 图6所示,其中表3所列频率为50次测量的平均值, 振型均为位移归一化后的结果.



 m_5 — m_4 — m_4 — m_3 — m_2 — m_2 — m_1 — m_1

 $m_6 \oslash$

图5 钢结构剪切框架及其集中质量有限元模型 Fig.5 Steel structure shear frame and

its lumped mass finite element model

表 3 剪切框架试验前 6 阶频率 Tab.3 The first 6 natural frequencies

of the shear frame tests									
阶数	有限元理论值	实测值	测试 I	测试Ⅱ					
1	2.681 7	2.661 6	2.6101	2.487 2					
2	7.865 9	7.832 9	7.390 5	7.400 9					
3	12.387 2	12.5790	12.393 8	11.8184					
4	16.185 3	16.6569	16.5133	16.1959					
5	19.028 1	19.758 4	18.999 5	19.0154					
6	20.489 3	21.4556	21.2000	20.5396					





试验测得的结果如图7和图8所示.在测试 I中, 第五层刚度减少21.36%;在测试 II中,第三层和第五 层结构刚度分别减少21.76%和22.81%.两组测试中, 未损伤层的结构刚度平均值误差均在5%以内,因此 可以认为,改进的优化算法能够准确识别结构损伤的 位置,并且能够得到符合实际期望的最优解.





5 结 论

基于结构的模态参数数据,通过m-NMFA改进 萤火虫算法寻找模型参数最优解,成功地识别出受 损结构的刚度变化,主要结论如下: 1)改进萤火虫算法可在保持较强全局搜索能力的 同时,引入4点改进措施,极大地提高了局部搜索能力, 其最优解相比于其他优化算法更精确、更稳定.

2)基于结构的频率、振型等模态参数,采用改进 算法可利用较少的模态阶数和自由度,在一定白噪 声影响下准确地找到结构损伤的位置,并求得有较 高可信度的刚度损伤,为有限元模型修正准确度提 供了有力保证,具有很好的实用价值.

参考文献

- [1] SIMOEN E, DE ROECK G, LOMBAERT G. Dealing with uncertainty in model updating for damage assessment: a review[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 56/57:123-149.
- [2] 陈政清,张继峰,牛华伟,等. MTVMD对结构减震参数优化及偏离性分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2020,47(9):1-9. CHEN Z Q, ZHANG J F, NIU H W, et al. Optimization and deviation analysis of structural shock absorption parameters based on MTVMD[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2020,47(9):1-9.(In Chinese)
- [3] SALIM M S, AHMED A I. A family of quasi-newton methods for unconstrained optimization problems [J]. Optimization, 2018, 67 (10): 1717-1727.
- [4] 王家,王洋,邓铁军,等.施工现场设施布局优化问题的新型启发 式算法[J].湖南大学学报(自然科学版),2020,47(9):128-136.
 WANG J, WANG Y, DENG T J, et al. A novel meta-heuristic algorithm for construction site facilities layout optimization [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2020, 47(9): 128-136.(In Chinese)
- [5] FENG Z Q, YE Z T, WANG W Z, et al. Structural model identification using a modified electromagnetism-like mechanism algorithm[J]. Sensors, 2020, 20(17):4789.
- [6] YANG X S, HE X S. Why the firefly algorithm works? [M]// Nature-inspired algorithms and applied optimization. Cham: Springer International Publishing, 2017:245-259.
- [7] YU S H, YANG S L, SU S B. Self-adaptive step firefly algorithm[J]. Journal of Applied Mathematics ,2013,2013:832718.
- [8] FISTER I, YANG X S, BREST J, et al. Modified firefly algorithm using quaternion representation [J]. Expert Systems With Applications, 2013, 40(18):7220–7230.
- [9] KAVOUSI-FARD A, SAMET H, MARZBANI F. A new hybrid modified firefly algorithm and support vector regression model for accurate short term load forecasting[J]. Expert Systems With Applications, 2014, 41(13):6047-6056.
- [10] ZHANG L N, LIU L Q, YANG X S, et al. A novel hybrid firefly algorithm for global optimization [J]. PLoS One, 2016, 11 (9) : e0163230.
- [11] WANG H, ZHOU X Y, SUN H, et al. Firefly algorithm with adaptive control parameters [J]. Soft Computing, 2017, 21(17): 5091– 5102.
- [12] PAN X Q, XUE L M, LI R X. A new and efficient firefly algorithm for numerical optimization problems [J]. Neural Computing and

Applications, 2019, 31(5):1445-1453.

- YANG X S. Firefly algorithm, levy flights and global optimization
 [M]//Research and Development in Intelligent Systems XXVI. London: Springer, 2010: 209-218.
- [14] 王郡明,梁醒财,罗佑珍. 萤火虫生物学特性及其应用研究[J]. 云南农业大学学报,2006,21(5):576-580.
 WANG J M, LIANG X C, LUO Y Z. Surveys of bionomics and application of firefly[J]. Journal of Yunnan Agricultural University, 2006,21(5):576-580. (In Chinese)
- [15] YANG X S. Nature-inspired metaheuristic algorithms [M]. London: Luniver Press, 2008: 81–95.
- [16] YU S H, SU S B, LU Q P, et al. A novel wise step strategy for firefly algorithm[J]. International Journal of Computer Mathematics, 2014,91(12):2507-2513.
- [17] ALLAH R M R. An improved firefly algorithm based on local search method for solving global optimization problems [J]. International Journal of Management and Fuzzy Systems, 2019, 2(6): 51-57.
- [18] BRAJEVIĆ I, IGNJATOVIĆ J. An upgraded firefly algorithm with feasibility-based rules for constrained engineering optimization problems [J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2019, 30(6): 2545-2574.
- [19] YANG X S, HE X S. Firefly algorithm: recent advances and applications [J]. International Journal of Swarm Intelligence, 2013, 1 (1):36–50.
- [20] MANOHARAN G V, SHANMUGALAKSHMI R. Multi-objective firefly algorithm for multi-class gene selection [J]. Indian Journal of Science and Technology, 2015, 8(1):27.
- [21] WANG C F, CHU X Y. An improved firefly algorithm with specific probability and its engineering application [J]. IEEE Access, 2019,7:57424-57439.
- [22] BRAJEVIĆ I, IGNJATOVIĆ J. An enhanced firefly algorithm for mixed variable structural optimization problems[J]. Facta Universitatis, Series: Mathematics and Informatics, 2015, 30(4): 401–417.
- [23] SELVARASU R, ASIR C, SURYA K. Optimal placement of TCSC for voltage constrained loss minimization using self-adaptive firefly algorithm[J]. Journal of Electrical Engineering, 2014, 14(2):1–8.
- [24] CREPINSEK M, MERNIK M, LIU S H. Analysis of exploration and exploitation in evolutionary algorithms by ancestry trees [J]. International Journal of Innovative Computing and Applications, 2011, 3(1):11–19.
- [25] YANG X S. Firefly algorithms for multimodal optimization [J]. Mathematics, 2010, 5792:169–178.
- [26] MEZURA-MONTES E, CETINA-DOMÍNGUEZ O. Empirical analysis of a modified Artificial Bee Colony for constrained numerical optimization[J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 218(22):10943-10973.
- [27] BRAJEVIĆ I, STANIMIROVIĆ P. An improved chaotic firefly algorithm for global numerical optimization [J]. International Journal of Computational Intelligence Systems, 2018, 12(1): 131-148
- [28] GANDOMI A H, YANG X S. Evolutionary boundary constraint handling scheme[J]. Neural Computing and Applications, 2012, 21(6):1449-1462.
- [29] SINGER S, NELDER J. Nelder-mead algorithm [J]. Scholarpedia, 2009, 4(7): 2928.