

可扩展近休止角的高速傅里叶级数凸轮设计方法

周长江^{1†}, 蒋兴和¹, 王海航¹, 刘辉华²

(1. 湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 湖南长沙 410082;

2. 东莞市德晟智能科技有限公司, 广东 东莞 523710)

摘要:傅里叶级数凸轮的通用设计方法能够求解的近休止区间较小, 收敛性较差. 针对以上不足, 提出一种可扩展近休止角的高速傅里叶级数凸轮的改进设计方法. 通过引入近休止角函数, 求解凸轮任意近休止角的位移方程, 推导出从动件的速度、加速度、跃度和跳度方程. 基于凸轮特征参数和轮廓曲线数据, 建立傅里叶级数凸轮三维模型. 与通用设计方法对比, 验证改进设计方法的正确性, 并对影响凸轮机构运动特性的转速和推杆升程进行分析. 研究表明, 改进设计方法的凸轮近休止角范围较大, 廓线计算收敛性好, 冲击力小. 随近休止期区间、凸轮轴转速与推杆升程的增大, 从动件速度、加速度峰值增大. 改进设计方法可减小高速凸轮机构的振动与冲击, 提高传动精度.

关键词:傅里叶级数; 运动学; 可扩展近休止角; 推杆升程

中图分类号:TH132

文献标志码:A

Design Method of High-speed Fourier Cam with Extensible Near-rest Angle

ZHOU Changjiang^{1†}, JIANG Xinghe¹, WANG Haihang¹, LIU Huihua²

(1. State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. Dongguan Desheng Intelligent Technology Co., Ltd., Dongguan 523710, China)

Abstract: The universal design method of the Fourier series follower cam has a narrow application range to solve the near-rest interval and poor iterative convergence. In this work, an improved extensible near-rest angle high-speed Fourier cam design method is proposed. With the introduction of the function of angles in the near-rest interval, the general near-rest displacement equation of Fourier cam is solved. The velocity, acceleration equation, jerk, and jump of the follower are solved by successive derivation. Based on the cam feature parameters and profile curve data, the Fourier cam 3D model was established. The improved Fourier cam design method is verified by comparing it with the universal algorithm. The camshaft speed and push rod lift affecting the kinematic characteristic of the cam are investigated. The results indicate that the proposed model has a wide range of applications, excellent iterative convergence to solve the cam profile, and a small impact force. As the near-rest interval, camshaft speed, and push rod lift increase, the maximal velocity and acceleration of the follower increase. The proposed model is of guiding significance to

* 收稿日期:2021-10-08

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52075153), National Natural Science Foundation of China(52075153); 湖南省重点研发计划资助项目(2020WK2032), Natural Science Foundation of Hunan Province(2020WK2032)

作者简介:周长江(1974—), 男, 湖南溆浦人, 湖南大学教授, 博士生导师

† 通信联系人, E-mail: yangtsezhou@hnu.edu.cn

reduce the vibration of the high-speed cam mechanism and improve the working precision of transmission.

Key words: Fourier series; kinematics; extensible near-rest angle; push rod lift

高速凸轮运动平稳且冲击小,广泛应用于各种高速机器中,如无级变速器^[1]、凸轮轴磨床^[2]。为获得从动件的预定输出运动,则有必要对凸轮轮廓曲线进行精确设计。

凸轮轮廓曲线的设计方法可分为解析法和数值法两类。在解析法方面,张玉华等^[3]利用相对运动法计算平面凸轮轮廓方程。谢宗法等^[4]提出一种高次多项式凸轮设计方法,以改善凸轮机构动力学特性。吴佳等^[5]运用多项式拟合方法设计凸轮,提高凸轮运动学性能。何雪明等^[6]将多目标优化法运用到凸轮设计中,能有效提高凸轮机构整体性能。Chew等^[7]提出一种基于广义拉格朗日乘子法的高速凸轮设计方法。Jiang等^[8]基于动态补偿法设计凸轮,以减小残余振动。Arabaci等^[9]提出一种双圆弧凸轮机构的无量纲设计方法,推导出凸轮轮廓画线和从动件运动方程。Yu等^[10]采用高阶插补法与动态优化模型,求解高速凸轮动态性能优化问题。闫茹等^[11]基于共轭曲面理论和微分几何原理,结合几何坐标变换理论推导内啮合弧面凸轮廓面方程

在数值法方面,李鸿飞等^[12]基于SolidWorks二次开发,构建整机凸轮连杆CAD系统。Li等^[13]通过对配气凸轮轮廓曲线参数分析,提出一种高次多项式非对称凸轮的设计方法。Hidalgo-Martínez等^[14]提出一种以Bezier坐标为参数的凸轮轮廓曲线优化方法,使从动件升力最大化并避免反切。Zhou等^[15]提出一种基于傅里叶级数的从动件设计方法,减小凸轮机构的冲击振动。Nguyen等^[16]发现NURBS曲线合成的凸轮机构运动曲线具有鲁棒有效性。Abderazek等^[17]将多种优化算法应用于盘形凸轮机构设计,使凸轮设计高效且可靠。曹巨江等^[18]采用数值分析方法对非线性运动叠加的问题进行分析,得到机电混合驱动弧面凸轮机构的运动规律。

上述研究在凸轮优化设计方面取得了较大进展,但高速傅里叶级数凸轮优化设计方法有待进一步研究。在此,本文提出一种可扩展近休止角的高速傅里叶级数凸轮的改进设计方法,并对影响凸轮机构运动特性的转速和推杆升程进行分析。

1 高速傅里叶级数凸轮设计方法

1.1 通用设计方法

基于傅里叶级数设计高速凸轮轮廓曲线时,加速度、跃度和跳度峰值应尽可能小。当高速凸轮机构运动时,通过控制高次谐波量能有效地避免较大振动。傅里叶级数凸轮位移传递函数通过取有限项构造从动件运动规律,控制构造的从动件运动规律与理想的从动件运动规律之间的误差,确保误差在工况要求范围内。

根据狄利克雷(Dirichlet)充分条件,位移传递函数可展开成收敛的傅里叶级数,表达式为:

$$S(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\theta) + b_k \sin(k\theta)] \quad (1)$$

式中:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} S(\theta) d\theta \\ a_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} S(\theta) \cos(k\theta) d\theta \\ b_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} S(\theta) \sin(k\theta) d\theta \end{aligned} \quad (2)$$

从动件推杆的升程位移函数,即为圆柱凸轮的位移函数。当傅里叶级数的 k 阶谐波对应的激振频率 $k\omega$ 与凸轮机构的固有频率 ω_n 相同或接近时,从动件产生共振,影响运动稳定性。有项限 n 的选取应满足 $n\omega \leq \omega_n$,其中 $\omega = d\theta/dt$ 为凸轮角速度。为避免凸轮机构产生共振,利用有限项傅里叶级数来表示凸轮位移传递函数。

$$S(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n [a_k \cos(k\theta) + b_k \sin(k\theta)] \quad (3)$$

式中: $S(\theta)$ 为凸轮位移传递函数; θ 为凸轮转角; a_0 、 a_k 、 b_k 为凸轮位移函数的系数。

在工程设计中,仅对从动件某些区段的运动规律有严格运动精度要求。设一个实际运动周期 $S(\theta)$ 有 n 段运动曲线有严格运动精度要求,用 $\bar{S}_i(\theta)$ 表示第 i 段有运动精度要求的理想运动函数, $i = 1, 2, \dots, n$; θ_{ai} 、 θ_{bi} 分别表示第 i 段凸轮的起始和终止转角。令 $S_i(\theta) = c$,当 $c > 0$ 时,表示区间 $\theta_{ai} \leq \theta \leq \theta_{bi}$ 为远休止期;当 $c = 0$ 时,表示区间 $\theta_{ai} < \theta < \theta_{bi}$ 为近休止期。理想

运动函数 $\bar{S}_i(\theta)$ 与实际运动函数 $S_i(\theta)$ 之间的误差 ε_s 可表示为:

$$\varepsilon_s = \sum_{i=1}^n \left\{ \int_{\theta_{a_i}}^{\theta_{b_i}} \alpha_i [S_i(\theta) - \bar{S}_i(\theta)]^2 d\theta \right\} \quad (4)$$

式中: α_i 为各严格要求区域段的权重系数. 一般地, 升程与回程区间仅对有限个工作点有要求. 假设从动件运动规律有 p 个约束条件, 则可求得 p 个参数.

$$\begin{cases} a_0 = h_0(a_p, a_{p+1}, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n, \theta_{h_0}) \\ a_1 = h_1(a_p, a_{p+1}, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n, \theta_{h_1}) \\ \vdots \\ a_{p-1} = h_{p-1}(a_p, a_{p+1}, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n, \theta_{h_{p-1}}) \end{cases} \quad (5)$$

基于最小二乘法原理, 位移最大误差 ε_s 对剩余 $(n+1-p)$ 参数求导等于 0, 求出 ε_s 最小值, 见式(6).

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial a_j} = 0, & j = p, p+1, \dots, n \\ \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial b_k} = 0, & k = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (6)$$

根据凸轮位移方程, 对其逐次求导得到从动件类速度、类加速度、类跃度和类跳度方程分别为:

$$\begin{cases} V(\theta) = \frac{dS(\theta)}{d\theta} \\ A(\theta) = \frac{dV(\theta)}{d\theta} \\ J(\theta) = \frac{dA(\theta)}{d\theta} \\ Q(\theta) = \frac{dJ(\theta)}{d\theta} \end{cases} \quad (7)$$

将凸轮转动角度与位移坐标转化成笛卡尔凸轮型线坐标, 得到通用设计方法求解的傅里叶级数凸轮轮廓线方程如下:

$$\begin{cases} x = R \cos(\theta) \\ y = R \sin(\theta) \\ z = S(\theta) \end{cases} \quad (8)$$

式中: R 为傅里叶级数凸轮半径; x, y, z 分别为笛卡尔坐标系的 x, y, z 轴坐标.

1.2 改进设计方法

在很多使役状况下, 需要对上述通用设计方法求解的傅里叶级数凸轮近休止期 $[0, \theta] \cup [360^\circ - \theta, 360^\circ]$ 进行扩展. 设某凸轮机构的扩展近休止期为 $[0, \theta_0] \cup [360^\circ - \theta_0, 360^\circ]$, 其中 θ_0 为扩展近休止角, 见式(9). 利用通用设计方法设计实际要求的近休止期傅里叶级数凸轮时, 易出现计算效率低, 甚至难以收敛. 图 1 为从动件位移与凸轮转角示意图.

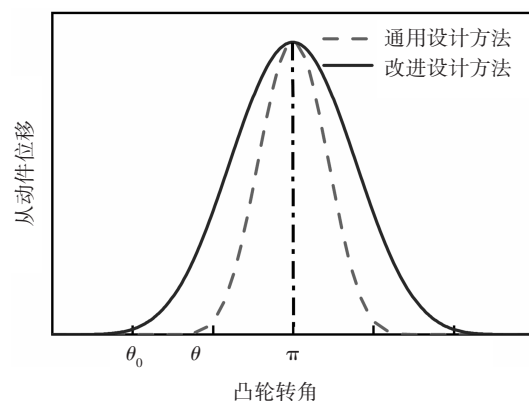


图 1 从动件位移与凸轮转角示意图

Fig.1 Diagram of follower displacement and cam rotation angle

为解决上述问题, 提出一种可扩展近休止角的高速傅里叶级数凸轮的改进设计方法(以下简称改进设计方法). 由式(9)可建立 θ 与 θ_0 之间的映射关系.

$$\theta_0 = \gamma\theta + \delta \quad (9)$$

式中: γ 为扩展近休止角 θ_0 和通用设计方法求解的近休止角 θ 之间的比例系数; δ 为修正值, 单位为度. 一般情况下, 凸轮远休止为 π , 可建立如下方程组:

$$\begin{cases} \theta_0 = \gamma\theta + \delta \\ \pi = \pi\gamma + \delta \end{cases} \quad (10)$$

求解方程组, 得

$$\begin{cases} \gamma = \frac{\pi - \theta_0}{\pi - \theta} \\ \delta = \theta_0 - \frac{\pi - \theta_0}{\pi - \theta} \theta \end{cases} \quad (11)$$

由式(9)可推导出:

$$\theta = \frac{\theta_0 - \delta}{\gamma} \quad (12)$$

用有限项傅里叶级数表示凸轮位移方程.

$$S(\theta_0) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n \left[a_k \cos\left(k \frac{\theta_0 - \delta}{\gamma}\right) + b_k \sin\left(k \frac{\theta_0 - \delta}{\gamma}\right) \right] \quad (13)$$

根据设计要求, 给定凸轮允许的位移最大误差 ε_s 、速度允许的最大误差 ε_v 及加速度允许的最大误差 ε_a .

$$\begin{cases} \varepsilon_s = \sum_{i=1}^n \left\{ \int_{\theta_{a_i}}^{\theta_{b_i}} \alpha_i [S_i(\theta_0) - \bar{S}_i(\theta_0)]^2 d\theta_0 \right\} \\ \varepsilon_v = \sum_{i=1}^n \left\{ \int_{\theta_{a_i}}^{\theta_{b_i}} \alpha_i [V_i(\theta_0) - \bar{V}_i(\theta_0)]^2 d\theta_0 \right\} \\ \varepsilon_a = \sum_{i=1}^n \left\{ \int_{\theta_{a_i}}^{\theta_{b_i}} \alpha_i [A_i(\theta_0) - \bar{A}_i(\theta_0)]^2 d\theta_0 \right\} \end{cases} \quad (14)$$

确定有限项 n 时,根据约束条件和最小二乘法原理求解傅里叶级数系数 $a_1 \sim a_n$ 及 $b_1 \sim b_n$. 凸轮允许的位移最大误差为 ε_s 、速度最大误差为 ε_v 、加速度最大误差为 ε_a ,若分别满足条件 $\varepsilon_s \leq \varepsilon'_s$ 、 $\varepsilon_v \leq \varepsilon'_v$ 、 $\varepsilon_a \leq \varepsilon'_a$,则确定 n 值,否则增加 n 值,重新计算. 求解凸轮实际位移函数 $S(\theta_0)$,其中 θ_0 为凸轮的扩展近休止角, S 为 θ_0 角度时推杆位移. 基于凸轮位移函数 $S(\theta_0)$,设计凸轮轮廓.

根据凸轮转角与时间的关系,求解从动件位移方程 $S(T)$ 、速度方程 $V(T)$ 、加速度方程 $A(T)$ 、跃度方程 $J(T)$ 和跳度方程 $Q(T)$.

凸轮转角 θ_0 与时间 T 的关系为:

$$T = \frac{\theta_0}{\omega} \quad (15)$$

根据式(15)求解从动件位移方程:

$$S(T) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n \left[a_k \cos\left(k \frac{\omega T - \delta}{\gamma}\right) + b_k \sin\left(k \frac{\omega T - \delta}{\gamma}\right) \right] \quad (16)$$

逐次求导,得到对应的从动件速度、加速度、跃度和跳度的方程,分别为:

$$\begin{cases} V(T) = \frac{dS(T)}{dT} \\ A(T) = \frac{dV(T)}{dT} \\ J(T) = \frac{dA(T)}{dT} \\ Q(T) = \frac{dJ(T)}{dT} \end{cases} \quad (17)$$

为便于研究凸轮轮廓曲线的共同特性,对输入量时间 T 、位移 S 、速度 V 、加速度 A 、跃度 J 及跳度 Q 等运动参数进行无因次化处理,并用小写字母来表示相应的无因次量.

$$\begin{cases} t = \frac{T}{T_h} \\ s = \frac{S}{h} \\ v = \frac{dS}{dT} = \frac{V}{h/T_h} \\ a = \frac{d^2S}{dT^2} = \frac{A}{h/T_h^2} \\ j = \frac{d^3S}{dT^3} = \frac{J}{h/T_h^3} \\ q = \frac{d^4S}{dT^4} = \frac{Q}{h/T_h^4} \end{cases} \quad (18)$$

式中: T_h 为升程或回程的总时间间隔; h 为与 T_h 对应的位移. 无因次时间 t 与无因次位移 s 与具体的升程或回程总时间 T_h 或总位移 h 无关. 无因次速度 v 可看成是实际速度 V 与升程或回程的平均速度 h/T_h 的比值. 无因次加速度 a 、跃度 j 和跳度 q 等具有类似物理意义.

基于凸轮位移函数,设计圆柱凸轮轮廓. 将凸轮转动角度和位移坐标转化成笛卡尔凸轮轮廓曲线坐标,得到改进设计方法求解的傅里叶级数凸轮轮廓曲线方程.

$$\begin{cases} x' = R \cos(\theta_0) \\ y' = R \sin(\theta_0) \\ z' = S(\theta_0) \end{cases} \quad (19)$$

式中: R 为圆柱凸轮半径; x' 、 y' 、 z' 分别为笛卡尔坐标系的 x 、 y 、 z 轴坐标.

2 两种设计方法对比分析

为验证改进设计方法在求解可扩展近休止角的高速傅里叶级数凸轮的有效性,以某圆柱凸轮-推杆系统为研究对象进行分析,圆柱凸轮相关参数如表1所示. 有限项数 n ,由允许的位移最大误差 ε_s 、速度最大误差 ε_v 和加速度最大误差 ε_a 求解得到.

表1 圆柱凸轮相关参数

Tab.1 The parameters of the cylindrical cam	
名称	数值
圆柱凸轮外径 R/mm	152
圆柱凸轮内径 r/mm	100
凸轮轴转速 $\omega/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	3 200
推杆升程 h/mm	20
位移允许最大误差 $\varepsilon_s/\text{mm}^2$	10^{-10}
速度允许最大误差 $\varepsilon_v/(\text{mm}^2 \cdot \text{s}^{-2})$	10^{-5}
加速度允许最大误差 $\varepsilon_a/(\text{mm}^2 \cdot \text{s}^{-4})$	10^{-2}
有限项数 n	7

通用设计方法设计的傅里叶级数凸轮近休止期为 $[0^\circ, 90^\circ] \cup [270^\circ, 360^\circ]$,该方法求解计算效率低、迭代收敛性较差. 改进设计方法适用于任意近休止期的傅里叶级数凸轮设计. 为验证改进设计方法的有效性,设置4组凸轮近休止期算例. 一次函数系数如表2所示.

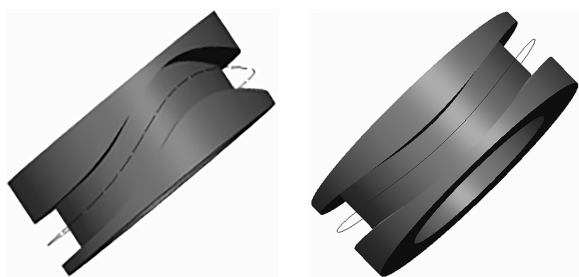
表 2 一次函数系数

Tab.2 The coefficient of first order function

算例	近休止期	γ	$\delta/(\circ)$
算例 1	$[0^\circ, 90^\circ] \cup [270^\circ, 360^\circ]$	0	0
算例 2	$[0^\circ, 60^\circ] \cup [300^\circ, 360^\circ]$	1.888 9	-160
算例 3	$[0^\circ, 30^\circ] \cup [330^\circ, 360^\circ]$	1.666 7	-120
算例 4	$[0^\circ, 10^\circ] \cup [350^\circ, 360^\circ]$	1.333 3	-60

表 2 中,算例 1 对应近休止期 1,由傅里叶级数凸轮通用设计方法求解;算例 2、算例 3 和算例 4 分别对应近休止期 2、近休止期 3 和近休止期 4,由傅里叶级数凸轮改进设计方法求解.

根据通用设计方法求解算例 1 的凸轮轮廓曲线坐标 x, y, z 的离散点数值和改进设计方法求解算例 3 的凸轮轮廓曲线坐标 x_0, y_0, z_0 的离散点数值. 将这些数据导入 Creo 中,得到如图 2 所示的圆柱凸轮三维模型.



(a)通用设计方法 (b)改进设计方法

图 2 圆柱凸轮三维模型

Fig.2 Three dimensional model of cylindrical cam

通过计算式(3)~式(18),分别求解通用设计方法与改进设计方法的凸轮运动学特性曲线,包括从动件的无量纲位移特性曲线、无量纲速度特性曲线、无量纲加速度特性曲线、无量纲跃度特性曲线和无量纲跳度特性曲线,分别如图 3~图 7 所示.

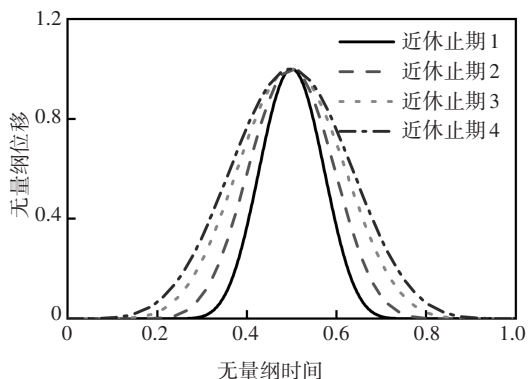


图 3 从动件无量纲位移特性曲线

Fig.3 Dimensionless displacement characteristic curve of follower

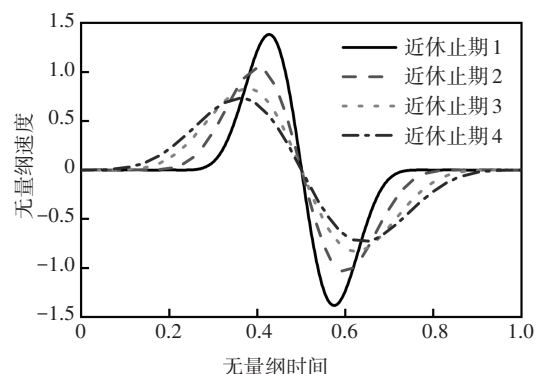


图 4 从动件无量纲速度特性曲线

Fig.4 Dimensionless velocity characteristic curve of follower

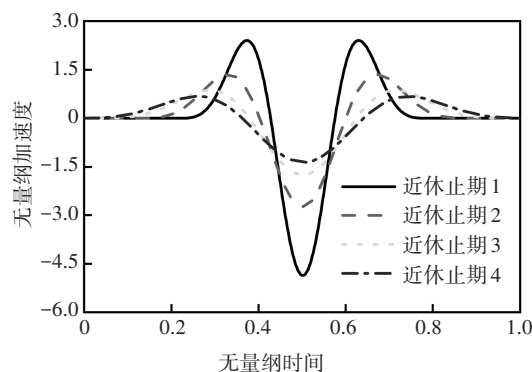


图 5 从动件无量纲加速度特性曲线

Fig.5 Dimensionless acceleration characteristic curve of follower

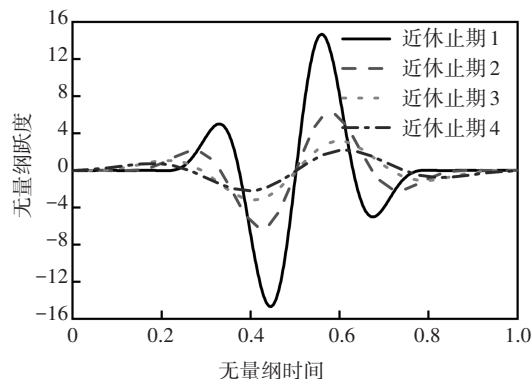


图 6 从动件无量纲跃度特性曲线

Fig.6 Dimensionless jerk characteristic curve of follower

由图 3~图 7 可知,改进设计方法设计的傅里叶级数凸轮位移曲线更平缓.与通用设计方法设计的傅里叶级数凸轮相比,改进设计方法设计的傅里叶级数凸轮最大速度和最大加速度更小,且减小的幅度较大.改进设计方法设计的傅里叶级数凸轮所拟合的曲线较平滑,说明滚轮与凸轮的间接接触冲击更小,适用于冲击力小,动力学性能要求高的复杂机器.与通用设计方法设计的傅里叶级数凸轮相比,改

进设计方法设计的傅里叶级数凸轮最大跃度和最大跳度更小,而且减小幅度较大,说明改进设计方法设计的傅里叶级数凸轮能有效地减小凸轮机构的振动,提高高速凸轮机构的工作精度.进一步分析,近休止期越小,其速度、加速度、跃度和跳度峰值越小,并且减小幅度较大.例如,算例4与算例1相比,加速度峰值、跃度峰值、跳度峰值分别减小了72%、79%、87%.

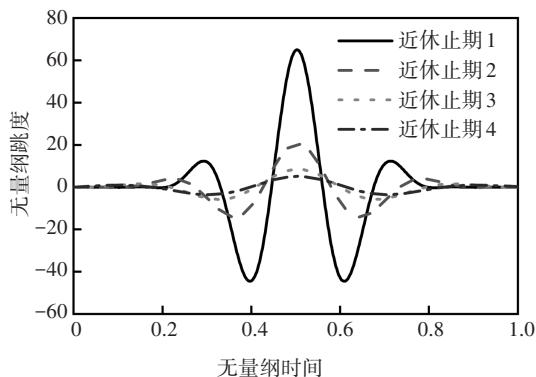


图7 从动件无量纲跳度特性曲线

Fig.7 Dimensionless jump characteristic curve of follower

设高速凸轮转速为3 200 r/min,计算凸轮压力角.

$$\tan \alpha = \frac{dS}{d\theta} \frac{1}{R} \quad (20)$$

式中: α 为凸轮压力角; R 为圆柱凸轮半径.计算压力角应小于许用压力角 $[\alpha]$,许用压力角 $[\alpha]$ 为 30° .

根据式(20),求得凸轮压力角特性曲线,如图8所示.

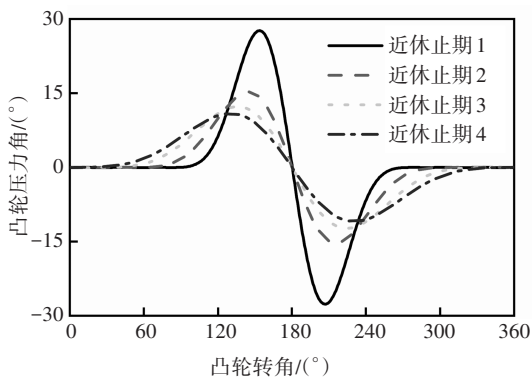


图8 凸轮压力角特性曲线

Fig.8 Cam pressure angle characteristic curve

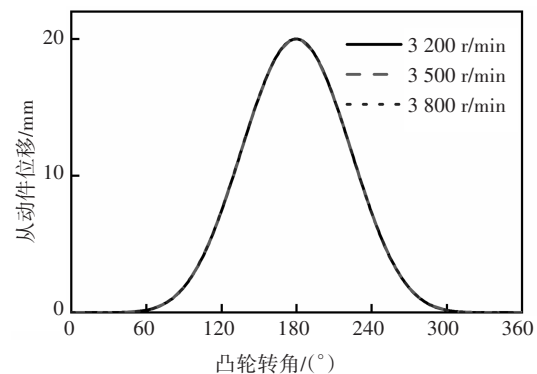
由图8可知,通用设计方法设计的傅里叶级数凸轮最大压力角为改进设计方法设计的傅里叶级数凸轮最大压力角的一倍.改进设计方法设计的傅里叶级数凸轮最大压力角明显较小,且能更好地保证凸轮机构正常运转,更好地减小由于机构加工、安装等方面的误差对位移、速度、加速度等输出参数的影

响.此外,结果表明,近休止期区间范围越小,压力角峰值也越小.压力角峰值对应的凸轮角度与加速度峰值对应的凸轮角度重合.

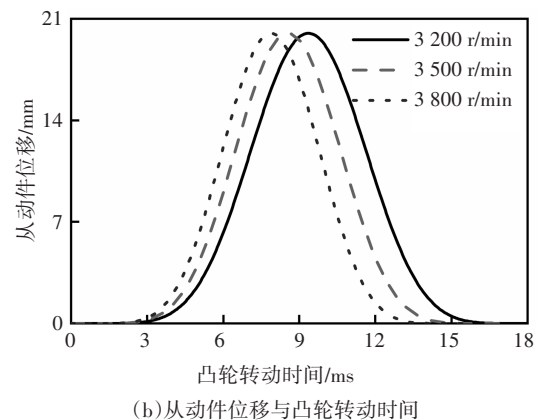
3 傅里叶级数凸轮运动特性参数分析

3.1 转速对凸轮运动特性的影响

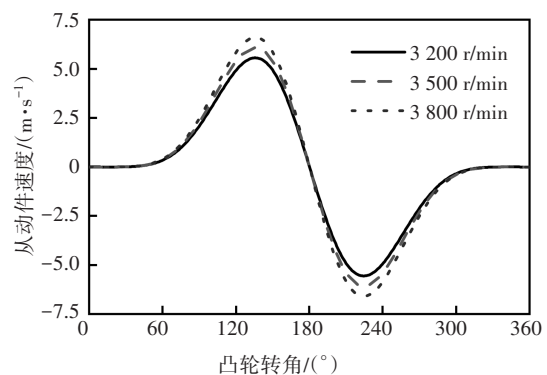
设定高速凸轮机构工况要求的傅里叶级数凸轮近休止期为 $[0, 30^\circ] \cup [330^\circ, 360^\circ]$,推杆升程为20 mm,凸轮轴转速分别为3 200 r/min、3 500 r/min、3 800 r/min的情况进行凸轮运动特性分析.得到从动件位移与凸轮转角、从动件位移与凸轮转动时间、从动件速度与凸轮转角、从动件加速度与凸轮转角、凸轮压力角与凸轮转角关系图,如图9所示.



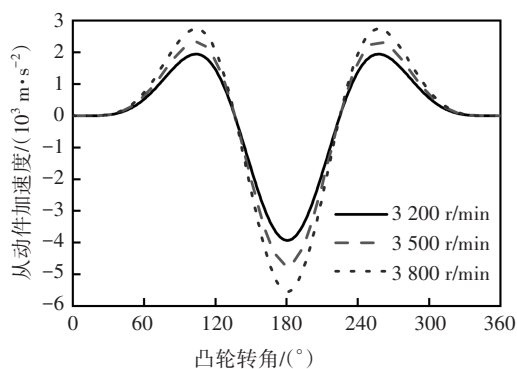
(a)从动件位移与凸轮转角



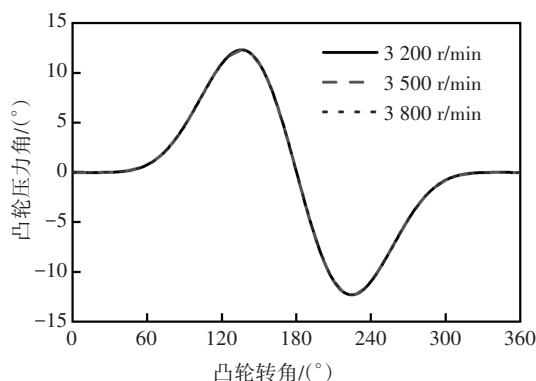
(b)从动件位移与凸轮转动时间



(c)从动件速度与凸轮转角



(d) 从动件加速度与凸轮转角



(e) 凸轮压力角与凸轮转角

图 9 不同凸轮轴转速下凸轮运动特性

Fig.9 Cam motion characteristics under different camshaft speeds

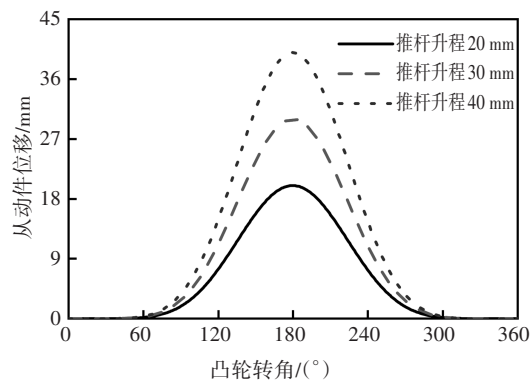
由图 9 可知,从动件的位移曲线主要取决于凸轮轴上的凸轮轮廓,凸轮轴转速改变后,从动件升程最大位移保持不变,凸轮轴转速越大,从动件达到最大位移的时间越短.当凸轮轴转速由 3 200 r/min 增大到 3 500 r/min 时,从动件速度及加速度峰值出现明显增大,速度峰值由原来 5.56 m/s 提高到 6.08 m/s,相比增加 9.35%;加速度峰值由原来 1 940.78 m/s² 提高到 2 321.74 m/s²,相比增加 19.63%.当凸轮轴转速由 3 500 r/min 增大到 3 800 r/min 时,从动件速度及加速度峰值增加幅度较小,速度峰值由原来 6.08 m/s 提高到 6.60 m/s,相比增加 8.55%;加速度峰值由原来 2 321.74 m/s² 提高到 2 736.81 m/s²,相比增加 17.88%.由此可知,随着凸轮轴转速增大,瞬时冲击也越大,凸轮机构内部振动也越大,这会增大凸轮与滚子、凸轮与推杆等的磨损,导致内部噪声增大,影响凸轮机构工作性能.随着凸轮轴转速增大,从动件加速度及速度在升程与回程过程中变化规律一致.随着凸轮轴转速增大,凸轮压力角没有变化.

3.2 推杆升程对凸轮运动特性的影响

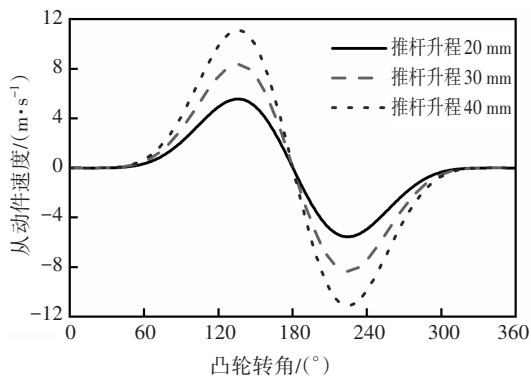
设定高速凸轮机构工况要求的傅里叶级数凸轮近休止期为 $[0, 30^\circ] \cup [330^\circ, 360^\circ]$,凸轮轴转速为

3 200 r/min,推杆升程分别为 20 mm、30 mm、40 mm 的情况进行凸轮运动特性分析.得到从动件位移与凸轮转角、从动件速度与凸轮转角、从动件加速度与凸轮转角、凸轮压力角与凸轮转角关系图,如图 10 所示.

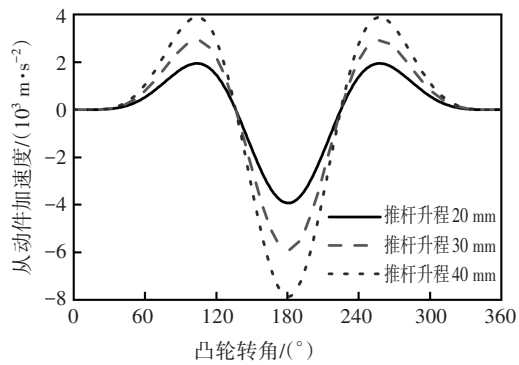
由图 10 可知,从动件位移曲线主要取决于凸轮轴上的凸轮轮廓,推杆升程增大后,位移峰值随之增大.当推杆升程由 20 mm 增大到 30 mm 时,从动件速度及加速度峰值也随之增大,且增加幅度较大,速度峰值由原来 5.56 m/s 提高到 8.33 m/s,相比增加 49.82%;加速度峰值由原来 1 940.78 m/s² 提高到 2 911.17 m/s²,相比增加了 50.00%.当推杆升程由 30 mm 增大到 40 mm 时,从动件的速度及加速度的峰值也随之增大,且增加幅度相比较小,速度峰值由原来的 8.33 m/s 提高到 11.11 m/s,相比增加 33.37%;加速度峰值由原来 2 911.17 m/s² 提高到 3 881.56 m/s²,相比增加 33.33%.由此可知,随着推杆升程增大,瞬时冲击也增大,凸轮机构内部振动也越大,影响凸轮机构工作性能.随着推杆升程增大,从动件加速度及速度在升程与回程过程中变化规律一致.此外,随着推杆升程增大,凸轮压力角也增大,当推杆升程由 20 mm 增大到 30 mm 时,凸轮压力角峰值由 12.31° 增加到 18.12°,相比增加 47.20%.当推杆升程由 30 mm 增大到 40 mm 时,凸轮压力角峰值由 18.12° 增加到 23.57°,凸轮压力角相比增加 30.08%.



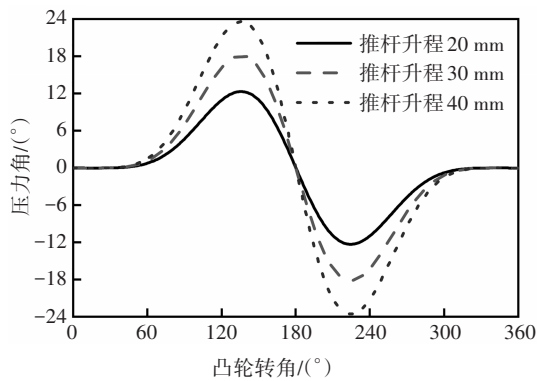
(a) 从动件位移与凸轮转角



(b) 从动件速度与凸轮转角



(c) 从动件加速度与凸轮转角



(d) 凸轮压力角与凸轮转角

图 10 不同推杆升程下凸轮运动特性

Fig.10 Cam motion characteristics under different lifts of push rod

4 结 论

1) 提出一种可扩展近休止角的高速傅里叶级数凸轮的改进设计方法. 通过引入近休止角函数, 求解凸轮任意近休止期的位移方程, 推导出从动件的速度、加速度、跃度和跳度方程. 基于凸轮特征参数和轮廓曲线数据, 建立高速傅里叶级数凸轮三维模型.

2) 与高速傅里叶级数凸轮通用设计方法相比, 改进设计方法在求解任意近休止期的位移方程时, 计算效率高、收敛性好. 改进设计得到的凸轮速度峰值、加速度峰值、跃度峰值、跳度峰值与压力角均较小.

3) 改进方法设计的凸轮, 随近休止期区间减小, 从动件速度峰值、加速度峰值、跳度峰值和跃度峰值均减小, 凸轮压力角也随之减小. 随凸轮轴转速与推杆升程增大, 从动件速度峰值与加速度峰值增大, 凸轮冲击力随之增大. 改进方法设计的凸轮, 随近休止期区间减小, 从动件速度峰值、加速度峰值、跳度峰值和跃度峰值均减小, 凸轮压力角也随之减小. 随凸

轮轴转速与推杆升程增大, 从动件速度峰值与加速度峰值增大, 凸轮冲击力随之增大.

参考文献

- [1] 马秋成, 肖江, 张魁, 等. 基于凸轮机构驱动的无级变速器设计与仿真[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2020, 47(6): 43-51.
MA Q C, XIAO J, ZHANG K, *et al.* Design and simulation of continuously variable transmission driven based on cam mechanism [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2020, 47(6): 43-51. (In Chinese)
- [2] 张氢, 陈文韬, 陈森, 等. 数控凸轮轴磨床颤振稳定性研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2020, 47(2): 45-52.
ZHANG Q, CHEN W T, CHEN M, *et al.* Study on cutting chatter stability of a computerized numerical control camshaft grinder [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2020, 47(2): 45-52. (In Chinese)
- [3] 张玉华, 辛重镐. 设计平面凸轮轮廓的新方法[J]. 机械工程学报, 2004, 40(1): 33-37.
ZHANG Y H, XIN C H. New approach to profile generation of disk cam mechanisms [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(1): 33-37. (In Chinese)
- [4] 谢宗法, 程勇, 张小印, 等. 用最大速度位置和最大加速度位置设计高次多项式配气凸轮[J]. 内燃机学报, 2005, 23(3): 274-278.
XIE Z F, CHENG Y, ZHANG X Y, *et al.* A new method for designing polynomial value-train cam profile by fixing maximum velocity and maximum acceleration [J]. Transactions of CSICE, 2005, 23(3): 274-278. (In Chinese)
- [5] 吴佳, 何雪明, 何楷, 等. 多项式拟合法在旋盖机凸轮曲线设计中的研究与应用[J]. 食品与机械, 2018, 34(6): 75-80.
WU J, HE X M, HE K, *et al.* The research and application of polynomial fitting in cam curve design of cap screwing machine [J]. Food & Machinery, 2018, 34(6): 75-80. (In Chinese)
- [6] 何雪明, 陈小飞, 武美萍, 等. 多目标优化设计在含间隙高速凸轮机构的研究与应用[J]. 机械强度, 2019, 41(3): 625-632.
HE X M, CHEN X F, WU M P, *et al.* Research and application on the high speed cam mechanism with clearance on account of multi-objective optimization [J]. Journal of Mechanical Strength, 2019, 41(3): 625-632. (In Chinese)
- [7] CHEW M, CHUANG C H. Minimizing residual vibrations in high-speed cam-follower systems over a range of speeds [J]. Journal of Mechanical Design, 1995, 117(1): 166-172.
- [8] JIANG J K, IWAI Y R. Improving the B-spline method of dynamically-compensated cam design by minimizing or restricting vibrations in high-speed cam-follower systems [J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(4): 041003.

- [9] ARABACI E. Dimensionless design approach to translating flat faced follower mechanism with two-circular-arc cam[J]. *Mechanical Sciences*, 2019, 10(2):497-503.
- [10] YU J W, HUANG K F, LUO H, *et al.* Manipulate optimal high-order motion parameters to construct high-speed cam curve with optimized dynamic performance [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2020, 371:124953.
- [11] 闫茹, 曹巨江, 杨坤, 等. 内啮合弧面凸轮机构的设计与分析 [J]. *包装工程*, 2021, 42(1):186-192.
YAN R, CAO J J, YANG K, *et al.* Design and analysis of internal meshing globoidal cam mechanism [J]. *Packaging Engineering*, 2021, 42(1):186-192. (In Chinese)
- [12] 李鸿飞, 赵方超, 李军念, 等. 基于SW的整机凸轮连杆CAD系统开发[J]. *包装工程*, 2021, 42(23):199-206.
LI H F, ZHAO F C, LI J N, *et al.* CAD system development of whole machine cam linkage system based on SW [J]. *Packaging Engineering*, 2021, 42(23):199-206. (In Chinese)
- [13] LI Y, REN P L, LIU S H. Valve cam profile design of high-speed diesel engine based on MATLAB [J]. *Advanced Materials Research*, 2013, 779/780:810-814.
- [14] HIDALGO-MARTÍNEZ M, SANMIGUEL-ROJAS E, BURGOS M A. Design of cams with negative radius follower using Bézier curves[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 82:87-96.
- [15] ZHOU C J, HU B, CHEN S Y, *et al.* Design and analysis of high-speed cam mechanism using Fourier series [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 104:118-129.
- [16] NGUYEN T T N, KURTENBACH S, HÜSING M, *et al.* A general framework for motion design of the follower in cam mechanisms by using non-uniform rational B-spline [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, 137:374-385.
- [17] ABDERAZEK H, YILDIZ A R, MIRJALILI S. Comparison of recent optimization algorithms for design optimization of a cam-follower mechanism [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2020, 191:105237.
- [18] 曹巨江, 杨坤, 闫茹, 等. 机电混驱弧面凸轮机构运动学数值法分析[J]. *包装工程*, 2020, 41(3):164-169.
CAO J J, YANG K, YAN R, *et al.* Numerical analysis on kinematics of electromechanical hybrid drive of globoidal cam mechanism [J]. *Packaging Engineering*, 2020, 41(3):164-169. (In Chinese)