Vol.49, No.12 Dec. 2 0 2 2

文章编号:1674-2974(2022)12-0156-11

DOI: 10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2022246

基于采样PI的时滞电力系统负荷频率控制

李谟发 1,2,张志文 1*,练红海 2,胡斯佳 1

(1. 湖南大学 电气与信息工程学院,湖南 长沙 410082;

2. 湖南电气职业技术学院 风能工程学院,湖南 湘潭 411101)

摘要:针对不确定性传输时滞、系统参数与负荷扰动,通信带宽约束与计算负担以及风电间歇性功率,引发系统调频性能下降的问题,提出一种考虑信号采样周期与传输时滞的采样PI负荷频率控制(Sampling PI Load Frequency Control, SPI-LFC)方案,并引入指数收敛率来评价系统的快速性.基于通信时滞采样数据网络,建立含风电的时滞电力系统SPI-LFC模型.通过构建新的双边闭环 Lyapunov 泛函,并利用线性矩阵不等式技术,推导系统采样周期与通信时滞稳定裕度,以及指数收敛率相关的稳定准则与 SPI控制设计方法. 仿真结果表明,所提方案具有较大的采样周期和通信时滞稳定裕度与较高的指数收敛率;对不确定性系统参数、负荷扰动和风电的间歇性功率也具有较强的鲁棒性.

关键词:负荷频率控制;Lyapunov泛函;通信时滞;采样周期;控制器设计

中图分类号:TM721 文献标志码:A

Load Frequency Control of Time-delay Power System Based on Sampling PI

LI Mofa^{1,2}, ZHANG Zhiwen^{1†}, LIAN Honghai², HU Sijia¹

(1. College of Electric and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

 $2.\ College\ of\ Wind\ Energy\ Engineering\ , Hunan\ Electrical\ College\ of\ Technology\ , Xiangtan\ 411101\ , China)$

Abstract: Aiming at the problem of degradation of system frequency modulation performance caused by uncertain transmission delays, system parameters and load disturbance, communication bandwidth constraint and calculation burden, and the intermittent generation of wind power, in this paper, a Sampling PI Load Frequency Control (SPI-LFC) scheme is proposed considering the signal sampling period and transmission delay. And the exponential decay rate is introduced to evaluate the rapidity of the system. Firstly, a sampled-data-based delay-dependent SPI-LFC model of a time-delay power system with wind power is constructed. Then, by constructing a new two-sided closed-loop Lyapunov functional and applying linear matrix inequalities technology, the sampling period of system, the stability margin of communication delays, and the stability criterion and SPI control design method related to exponential convergence rate are derived. The simulation results show that the proposed scheme has a larger sampling period, communication delay stability margin, and large exponential decay rate. And it also has strong robustness against uncertain system parameters, load disturbance, and the intermittent generation of wind power.

 $\textbf{Key words:} load\ frequency\ control; Lyapunov\ functions; communication\ delays; sampling\ period; controller\ design and the property of the property of$

^{*} 收稿日期:2022-01-21

基金项目:湖南省创新型省份建设专项资金资助项目(2020GK1013), Hunan Province Special Fund for Innovative Province Construction under Grant (2020GK1013);湖南省自然科学基金资助项目(2020JJ7023), Natural Science Foundation of Hunan Province(2020JJ7023);湖南省教育厅科学研究项目(20C0425), Research Foundation of Education Bureau of Hunan Provincial (20C0425)

作者简介:李谟发(1986—),男,湖南娄底人,湖南大学博士研究生

[†]通信联系人,E-mail:hdzzw@126.com

随着风电在电力系统中的渗透率不断提升,传统机组开机减少,从而降低了电力系统的转动惯量^[1]. 风速的随机性与波动性使风功率预测成为难题,导致电力系统控制环节的功率波动性增加^[2]. 因此,电力系统中的功率失衡,将导致更快的频率响应和更大的频率偏差^[3-5]. 近年来,风电机组的虚拟惯量问题^[6-7]以及基于频率稳定性的并网控制^[8-9]受到很大的关注. 目前,主流变速风机大都采用最大功率跟踪的运行方式,其功率控制与电网端的频率完全解耦,故不具备常规机组的惯性响应和一次调频能力. 因此,对于风电接入的电力系统而言,频率稳定问题已成为限制风电渗透率提升的主要因素.

LFC作为自动发电控制的核心单元,可快速恢复由供给侧与需求侧功率不平衡造成的频率波动,以保持系统频率和区域间联络线功率的稳定[10-11].然而,LFC为典型的网络控制系统,其控制信号的固有更新周期可达2~4 s^[12].并且,采样信息在传输过程中会遇到时间延迟、数据丢包和错序等网络问题,将对含风电的互联电力系统频率稳定性构成很大威胁^[13-15].在实际通信网络中,LFC方案可能使用一些计算能力和带宽有限的微处理器^[16-17],这也可能会导致电力系统的不稳定和故障^[18].由此可见,系统的频率控制将变得更加复杂和困难^[19-20].

因此,含风电的时滞电力系统稳定分析与控制 成为研究热点,文献[21]对含有高风电渗透率的多 区域时延电力系统,引入了一种分散的LFC策略.文 献[22]研究了基于观测器的鲁棒积分滑模控制策 略,该控制策略适应于建模的不确定性和可变负荷 的新能源电力系统. 文献[23]就三区域延迟电力系 统,设计一种基于线性矩阵不等式与延迟边际估计 的鲁棒控制方法. 文献[24] 计及时滞的影响,提出一 种基于灰狼优化算法,获得分数阶PID的控制方法. 文献[25]考虑时滞,提出一种可再生能源系统集成 的滑模动态控制方法.考虑时滞的LFC方案,由于未 考虑反馈信息为采样数据这一特征,可容忍的采样 周期短.为减少通信负担,节省通信带宽,Wen等 人[26]设计一种基于采样数据的事件触发LFC方案; 作为方案的改进,Dong等人[27]提出了一种具有补充 自适应动态规划功能的事件触发LFC方案;文献 [28]引入一种自适应事件触发的LFC方案.对事件 触发条件的不断检查,增加了事件触发机制中的计 算负扣[29].

近年来,由于采样控制能够容忍一定的信号传

输时滞与更新周期,并对系统可变参数以及随机负荷具有较强鲁棒性,所以,采样控制方法在电力系统中的应用备受关注.文献[30]利用时域仿真简单分析了采样周期对电力系统 LFC 控制的影响.文献[31]针对含风电接入的电力系统,基于 Lyapunov理论和线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)技术,给出了采样相关的负荷频率稳定准则和控制器设计方法. Luo等人[32]利用闭环 Lyapunov 泛函,研究了具有通信时滞的采样 LFC 稳定性问题. 练红海等人[33]不但分析了时滞采样系统的稳定性,而且还给出了状态控制器设计方法. 采用全状态量的采样控制方法[31,33],在实际应用中不可取. 正如文献[34]所述,工业控制领域仍然更习惯用传统的PID型LFC控制器.

针对上述问题,本文提出一种考虑采样周期与传输时滞的SPI-LFC方案.首先,基于通信时滞采样数据网络,建立含风电的时滞电力系统SPI-LFC模型.然后,通过构建新的双边闭环Lyapunov泛函,并利用LMI技术,推导出所得系统采样周期与通信时滞稳定裕度以及指数收敛率相关的稳定准则与SPI控制设计方法.仿真结果表明,所提方案与已有方法相比,能够在相对较长的采样周期与时滞条件下,对系统不确定性参数、负荷扰动和风电的间歇性功率具有较强的鲁棒性.

1 多区域时滞系统 SPI-LFC 模型的建立

本部分首先对风电的不确定性进行分析,确定 其在系统模型中的接入形式,再对含风电电力系统 的连续动态模型予以建模分析.然后,结合系统信号 网络传输特征以及采样特性,将系统建模为含时滞的SPI-LFC模型.

下文用到的记号如下:上标"-1"和"T"代表矩阵的逆和转置;0和I分别表示合适维度的零矩阵和单位矩阵;"*"代表对称矩阵中的对称项;任意矩阵X > 0表示矩阵X是正定的;diag {-}表示对角阵;sym { N }表示 $N+N^{T}$.

1.1 含风电的电力系统 LFC 连续模型

在风力发电领域,由于双馈感应发电机组(Doubly Fed Induction Generator, DFIG)以功率控制灵活、变流器容量小等优势在风力发电中广泛应用,并网规模不断扩大.DFIG与传统电源的不同在于其出力的不确定性.由于气候条件的变化,DFIG功率预测

成为难题,导致实际输出功率与预测功率之间产生偏差^[19].为此,本文将DFIG输出功率偏差视为负的负荷扰动项接入模型的负荷位置^[31].

含 DFIG 互联电力系统区域i的 SPI-LFC 模型如图 1 所示. 区域i包含n个常规发电机组,原动机为非再热式机组. 它由调速器模块、原动机模块、发电机-负荷模块、联络线模块、采样数据网络模块以及 LFC 控制模块等组成. 图 1 中,ZOH 为零阶保持器;RTU 为远程数据终端;指数块 $\tau_{i_a}^{sc}$ 和 $\tau_{i_a}^{ca}$ 表示网络中的传输时滞. 其余相关量在下面的公式(1)中予以详细介绍.

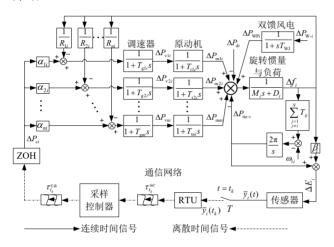


图 1 含 DFIG 互联电力系统区域 i 的 SPI-LFC 模型 Fig. 1 SPI-LFC model for area i of interconnected power system with DFIG

根据图 1 中的传递函数与信号流,使用 Laplace 逆变换并选择合适的状态量,区域i的 LFC 状态空间 方程描述如下[12]:

$$\begin{cases} \dot{\bar{\boldsymbol{x}}}_{i}(t) = \bar{\boldsymbol{A}}_{i}\bar{\boldsymbol{x}}_{i}(t) + \bar{\boldsymbol{B}}_{i}\boldsymbol{u}_{i}(t) + \bar{\boldsymbol{F}}_{i}\boldsymbol{\omega}_{i}(t) \\ \bar{\boldsymbol{y}}_{i}(t) = \bar{\boldsymbol{C}}_{i}\bar{\boldsymbol{x}}_{i}(t) \end{cases}$$
(1)

式中:

$$\begin{split} \boldsymbol{\bar{x}}_{i}(t) &= [\Delta f_{i}(t), \Delta P_{\text{tie}-i}(t), \Delta P_{\text{ml}i}(t), \cdots, \Delta P_{\text{mn}i}(t), \\ \Delta P_{\text{vl}i}(t), \cdots, \Delta P_{\text{vn}i}(t), \Delta P_{\text{WP}i}(t)]^{\text{T}} \\ \boldsymbol{u}_{i}(t) &= \Delta P_{ci}(t), \boldsymbol{\bar{y}}_{i}(t) = \Delta E_{i}(t) \\ \boldsymbol{\omega}_{i}(t) &= [\Delta P_{\text{di}}(t), \boldsymbol{\omega}_{1i}(t), \Delta P_{\text{W}-i}(t)] \\ \boldsymbol{\omega}_{1i}(t) &= \sum_{j=1,j\neq i}^{N} T_{ij} \Delta f_{j}(t) \\ \boldsymbol{\bar{A}}_{1i} & \boldsymbol{\bar{A}}_{12i} & 0 & \boldsymbol{\bar{A}}_{14i} \\ 0 & \boldsymbol{\bar{A}}_{22i} & \boldsymbol{\bar{A}}_{23i} & 0 \\ \boldsymbol{\bar{A}}_{31i} & 0 & \boldsymbol{\bar{A}}_{33i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{T_{\text{W}ii}} \end{bmatrix}; \ \boldsymbol{\bar{C}}_{i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\bar{C}}_{1i} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{split}$$

$$ar{m{B}}_{i} = egin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ ar{m{B}}_{3i} \\ 0 \end{bmatrix}; \ ar{m{F}}_{i} = egin{bmatrix} ar{m{F}}_{11i} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & rac{1}{T_{ ext{WJ}}} \end{bmatrix}$$

其中:

$$\begin{split} \bar{A}_{11i} &= \begin{bmatrix} -\frac{D_i}{M_i} & -\frac{1}{M_i} \\ 2\pi \sum_{j=1,j\neq i}^{N} T_{ij} & 0 \end{bmatrix}; \bar{A}_{12i} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M_i} & \cdots & \frac{1}{M_i} \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{A}_{22i} &= -\bar{A}_{23i} = -\operatorname{diag}\left\{\frac{1}{T_{11i}}, \cdots, \frac{1}{T_{nii}}\right\}, \bar{C}_{1i} = [\beta_i \ 1]^{\mathrm{T}} \\ \bar{A}_{14i} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{M_i} \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{F}_{11i} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{M_i} & 0 \\ 0 & -2\pi \end{bmatrix} \\ \bar{A}_{33i} &= -\operatorname{diag}\left\{\frac{1}{T_{g1i}}, \cdots, \frac{1}{T_{gni}}\right\} \\ \bar{A}_{31i} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{1i}T_{g1i}} & \cdots & \frac{-1}{R_{ni}T_{gni}} \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \bar{B}_{3i} &= \begin{bmatrix} \frac{\alpha_{1i}}{T_{g1i}} & \cdots & \frac{\alpha_{ni}}{T_{gni}} \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \end{split}$$

式中: $\Delta f_i \setminus \Delta P_{ei} \setminus \Delta P_{vni} \setminus \Delta P_{mni} \setminus \Delta P_{di} \setminus \Delta P_{W-i} = \Delta P_{WPi}$ 分别表示系统 i 个控制区域的频率偏差、系统控制输入变量、阀门开度变化量、机械功率变化量、负荷扰动量、随机的风能功率偏差与经机组转化后的风电功率扰动量; M_i 和 D_i 分别表示发电机的旋转惯量和阻尼系数; $R_{ni} \setminus \alpha_{ni} \setminus \beta_i$ 分别表示跌落系数、发电机的参与因子与频率偏差因子; ΔP_{tie-i} 表示联络线交换功率偏差; T_{ij} 表示控制区域 i 和 j 的联络线同步系数; $T_{gni} \setminus T_{vni}$ 与 T_{WJ} 分别为调速器、汽轮机与双馈风电机组的时间常数; $\Delta E_i (\Delta E_i = \beta_i \Delta f_i + \Delta P_{tie-i})$ 为区域 i 控制误差; ω_i 为外部扰动; ω_i 为联络线功率系数.

1.2 时滞系统 SPI-LFC 闭环模型

如图 1 所示, $\tau = \tau_{t_k} = \tau^{sc} + \tau^{ca} \leq \tau_M < \infty$ 为网络通信时滞. $t_k(k=1,2,\cdots,)$ 表示信号采样测量时刻序列,且满足 $0 = t_0 < t_1 < \cdots t_k < \cdots < \lim_{k \to \infty} t_k = +\infty$. 采样诱导时延可表示为 $d(t) = t - t_k$. 在采样控制模式下,只利用采样时刻 $t = t_k$ 的测量信号 $\bar{y}_i(t_k)$ 生成控制信号. 可定义有效采样时刻 t_k 与 t_{k+1} 之间的时间间隔为采样周期 t_k . 由于发送数据存在丢包或是错序,将导致一些采样点的采样数据失去有效性,因此, t_k 可表述为:

$$h_k = t_{k+1+r} - t_k, h_k \in [h_1, h_2]$$
 (2)
式中: r 为数据丢包或是错序个数; h_1 和 h_2 分别为采
样周期的下界和上界.考虑到数据的实际有效性, h_k

在实际系统中是可变的,体现了采样周期的变周期 性. 在控制器设计中,可以先不考虑数据丢包,先求 解出系统的最大允许采样周期;然后,在设置合适的 采样周期内,可计算并仿真系统可容忍的数据丢包 或错序的个数.

在控制区域i中,由输入信号 ΔE ,可得LFC系统 PI控制描述如下:

$$\mathbf{u}_{i}(t) = \Delta P_{ei}(t) = K_{Pi}\Delta E_{i}(t) + K_{Ii}\int\Delta E_{i}(t)$$
 (3)
式中: K_{Pi} 与 K_{Ii} 分别为比例与积分常实数. 因此,可通过增广系统,将区域控制误差及其积分作为测量输出向量,式(3)可转化为:

$$\boldsymbol{u}_{i}(t) = \begin{bmatrix} K_{\mathrm{P}i} & K_{\mathrm{I}i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{i}(t) & \int \Delta E_{i}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(4) 那么,有 $\boldsymbol{y}_{i}(t) = \begin{bmatrix} \Delta E_{i}(t) & \int \Delta E_{i}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$,相应地,有
$$\boldsymbol{x}_{i}(t) = \begin{bmatrix} [\bar{\boldsymbol{x}}_{i}(t)]^{\mathrm{T}} & \int \Delta E_{i}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$
 式 (1) 通 过 增 广 向 量 后,可得:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_{i}(t) = \boldsymbol{A}_{i}\boldsymbol{x}_{i}(t) + \boldsymbol{B}_{i}\boldsymbol{u}_{i}(t) + \boldsymbol{F}_{i}\boldsymbol{\omega}_{i}(t) \\ \boldsymbol{y}_{i}(t) = \boldsymbol{C}_{i}\boldsymbol{x}_{i}(t) \end{cases}$$
(5)

式中:

$$\boldsymbol{A}_{i} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{A}}_{i} & 0 \\ \bar{\boldsymbol{C}}_{i} & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{B}_{i} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{B}}_{i} \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{C}_{i} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{C}}_{i} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{F}_{i} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{F}}_{i} \\ 0 \end{bmatrix}$$

考虑系统的采样特性与通信时滞,得考虑时滞 与采样的静态输出反馈控制器可描述为:

$$\mathbf{u}_{i}(t) = \mathbf{u}_{i}(t_{k} + \tau) = \mathbf{K}_{i}\mathbf{y}_{i}(t_{k} + \tau), t \in [t_{k} + \tau, t_{k+1} + \tau)$$
(6)

式中: $K_i = [K_{Pi} \ K_{Ii}]$. 将式(6)代入式(5),可得闭环 时滞 SPI-LFC 模型如下:

 $\dot{\boldsymbol{x}}_{i}(t) = \boldsymbol{A}_{i}\boldsymbol{x}_{i}(t) + \boldsymbol{B}_{i}\boldsymbol{K}_{i}\boldsymbol{C}_{i}\boldsymbol{x}_{i}(t_{k} + \tau) + \boldsymbol{F}_{i}\boldsymbol{\omega}_{i}(t) \quad (7)$ 其中, $t ∈ [t_k + \tau, t_{k+1} + \tau)$. 如文献[25]所述,系统(7) 在平衡点内部稳定,可转化为如下系统设计稳定控 制器,使其在原点稳定($\boldsymbol{\omega}_{i}(t) = 0$).

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{i}(t) = \boldsymbol{A}_{i}\boldsymbol{x}_{i}(t) + \boldsymbol{B}_{i}\boldsymbol{K}_{i}\boldsymbol{C}_{i}\boldsymbol{x}_{i}(t_{k} + \tau),$$

$$t \in [t_{k} + \tau, t_{k+1} + \tau)$$
(8)

另外,在电力系统LFC中,可引入指数收敛率来 衡量电力系统频率的收敛速度,使其具有较快的频 率响应,以确保供电质量.对于电力系统(8)的指数 稳定分析,可使用文献[35]所提方法,设x(t)= $e^{\lambda t} \mathbf{x}_i(t)$,并结合式(8)可得:

 $\dot{\boldsymbol{x}}(t) = (\boldsymbol{A}_i + \lambda \boldsymbol{I})\boldsymbol{x}(t) + e^{\lambda(t-t_k-\tau)}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{C}_i\boldsymbol{x}(t_k+\tau)$ 式中: $e^{\lambda(t-t_k-\tau)} \in [\beta_1,\beta_2]; \beta_1 = e^{-\lambda \tau}; \beta_2 = e^{\lambda(h_2-\tau)}.$ 上述 系统可描述为如下多面体不确定系统:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \sum_{j=1}^{2} \varphi_{j}(t) \left[(\boldsymbol{A}_{i} + \lambda \boldsymbol{I}) \boldsymbol{x}_{t} + \beta_{j} \boldsymbol{B}_{i} \boldsymbol{K}_{i} \boldsymbol{C}_{i} \boldsymbol{x}(t_{k} + \tau) \right]$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\psi} : \varphi_{1}(t) = \frac{\beta_{2} - e^{\lambda(t - t_{k} - \tau)}}{\beta_{2} - \beta_{1}}; \ \varphi_{2}(t) = \frac{e^{\lambda(t - t_{k} - \tau)} - \beta_{1}}{\beta_{2} - \beta_{1}};$$

 $\sum_{j=1}^{\infty} \varphi_{j}(t) = 1$. 此时,分析系统(8)的指数稳定问题可 转化为分析系统(9)的渐进稳定性问题,其指数收敛 率为λ.

2 时滞 SPI-LFC 系统稳定性分析与控制

2.1 LFC 系统采样周期与通信时滞稳定分析判据

定理1 对于系统(8),给定采样周期上界h,和 下界h、通信时滞 τ 、指数收敛率 λ 以及控制器增益 K. 若存在合适维度对称矩阵 P > 0、Q > 0、R > 0、 $D_i > 0$ (i = 1, 2, 3, 4)、S,以及任意合适维度矩阵 Z_1, Z_2, G, H_i (*j*=1,2,3,4). 使得对 $h_i \in [h_1, h_2]$ 满足下 面的LMI,则系统(8)是指数渐进稳定的.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{1j} + h_{k}\boldsymbol{\Psi}_{2} & \sqrt{h_{k}} \, \boldsymbol{H}_{b} \\ * & -\boldsymbol{D}_{b} \end{bmatrix} < 0, j = 1, 2$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{1j} + h_{k}\boldsymbol{\Psi}_{3} & \sqrt{h_{k}} \, \boldsymbol{H}_{a} \\ * & -\boldsymbol{D} \end{bmatrix} < 0, j = 1, 2$$

$$(10)$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{1j} + h_k \boldsymbol{\Psi}_3 & \sqrt{h_k} \, \boldsymbol{H}_a \\ * & -\boldsymbol{D}_a \end{bmatrix} < 0, j = 1, 2$$
 (11)

其中:

$$\Psi_{1j} = \Psi_{11} + \Psi_{12} - E_5^T R_a E_5 + \text{sym} \left\{ E_{14}^T G \Theta_j \right\}$$
 $\Psi_2 = \text{sym} \left\{ E_7^T (Z_1 E_9 + Z_2 E_{10}) + E_{11}^T Z_1 E_{13} \right\} + E_{10}^T S E_{10} + e_3^T D_1 e_3 + e_4^T D_2 e_4$
 $\Psi_3 = \text{sym} \left\{ E_8^T (Z_1 E_9 + Z_2 E_{10}) + E_{12}^T Z_1 E_{13} \right\} - E_{10}^T S E_{10} + e_3^T D_3 e_3 + e_4^T D_4 e_4$
 $\Psi_{11} = \text{sym} \left\{ E_1^T P E_2 + E_6^T (Z_1 E_9 + Z_2 E_{10}) \right\} + E_3^T Q E_3 - E_4^T Q E_4 + \tau^2 e_3^T R e_3$

$$\Psi_{12} = \text{sym} \left\{ \sum_{i=1}^4 H_i^T \delta_i \right\}, R_a = \text{diag} \left\{ R, 3R \right\}$$

$$D_a = \text{diag} \left\{ D_1, D_2 \right\}, D_b = \text{diag} \left\{ D_3, D_4 \right\},$$

$$H_a = \left[H_1^T, H_2^T \right], H_b = \left[H_3^T, H_4^T \right], E_1 = \left[e_1^T, e_2^T, \tau e_9^T \right]^T$$

$$E_2 = \left[e_3^T, e_4^T, e_1^T - e_2^T \right]^T, E_3 = \left[e_1^T, e_3^T \right]^T, E_4 = \left[e_2^T, e_4^T \right]^T$$

$$E_5 = \left[e_1^T - e_2^T, e_1^T + e_2^T - 2 e_9^T \right]^T, E_7 = \left[e_3^T, e_4^T, 0, 0 \right]^T$$

$$E_6 = \left[-\delta_1^T, -\delta_2^T, \delta_3^T, \delta_4^T \right]^T, E_{10} = \left[e_5^T, e_6^T, e_7^T, e_8^T \right]^T$$

$$E_{12} = \left[0, 0, \delta_3^T, \delta_4^T \right]^T, E_{10} = \left[e_5^T, e_6^T, e_7^T, e_8^T \right]^T$$

$$E_{14} = \left[e_1^T, e_3^T, e_5^T, e_6^T \right]^T, \delta_1 = e_1 - e_5, \delta_2 = e_2 - e_6$$

$$\delta_3 = e_7 - e_1, \delta_4 = e_8 - e_2, \beta_1 = e^{-\lambda \tau}, \beta_2 = e^{\lambda (h_2 - \tau)}$$

$$\Theta_j = (A_i + \lambda I) e_1 + \beta_j B_i K_i C_i e_6 - e_3, j = 1, 2$$

$$e_i = \left[0_{n \times (i-1)n}, I, 0_{n \times (9-i)n} \right], i = 1, 2, \cdots, 9$$

$$\text{证明} \text{ 针对电力 LFC 系统(8)}, \text{ 考虑 系统 中的}$$

样特性和时滞信息,构造如下双边闭环 Lyapunov 泛函.

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t), t \in [t_k + \tau, t_{k+1} + \tau]$$
 (12) 式中:

$$V_{1}(t) = \boldsymbol{\xi}_{1}^{\mathrm{T}}(t)P\boldsymbol{\eta}_{1}(t) + \int_{t-\tau}^{t} \boldsymbol{\xi}_{2}^{\mathrm{T}}(s)Q\boldsymbol{\xi}_{2}(s)\mathrm{d}s + \tau \int_{0}^{0} \int_{0}^{t} \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)R\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{V}_{2}(t) &= 2\boldsymbol{\xi}_{5k}^{T}(t)\boldsymbol{Z}_{1}\boldsymbol{\xi}_{4}(t) + \boldsymbol{Z}_{2}\boldsymbol{\xi}_{5k} + \left[(t_{k+1} + \tau) - t \right] \left[t - (t_{k} + \tau) \right] \times \\ \boldsymbol{\xi}_{5k}^{T}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\xi}_{5k} + \left[(t_{k+1} + \tau) - t \right] \left[\boldsymbol{\mu}_{1}(t_{k} + \tau) + \boldsymbol{\mu}_{2}(t_{k} + \tau) \right] - \\ \left[t - (t_{k} + \tau) \right] \left[\boldsymbol{\mu}_{3}(t_{k+1} + \tau) + \boldsymbol{\mu}_{4}(t_{k+1} + \tau) \right] \end{aligned}$$

并且

对泛函求导.

$$\boldsymbol{\mu}_{1}(t_{k}+\tau) = \int_{t_{k}+\tau}^{t} \dot{\boldsymbol{x}}^{T}(s) \boldsymbol{D}_{1} \dot{\boldsymbol{x}}(s) ds$$

$$\boldsymbol{\mu}_{2}(t_{k}+\tau) = \int_{t_{k}}^{t} \dot{\boldsymbol{x}}^{T}(s) \boldsymbol{D}_{2} \dot{\boldsymbol{x}}(s) ds$$

$$\boldsymbol{\mu}_{3}(t_{k+1}+\tau) = \int_{t}^{t_{k+1}+\tau} \dot{\boldsymbol{x}}^{T}(s) \boldsymbol{D}_{3} \dot{\boldsymbol{x}}(s) ds$$

$$\boldsymbol{\mu}_{4}(t_{k+1}+\tau) = \int_{t}^{t_{k+1}} \dot{\boldsymbol{x}}^{T}(s) \boldsymbol{D}_{4} \dot{\boldsymbol{x}}(s) ds$$

泛函 V(t) 中各矩阵定义见定理 1. 为了简化定理证明过程中相关式子的描述,定义如下符号:

$$\begin{aligned} & \boldsymbol{\gamma}_{1}(t) = [\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s) \quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s-\tau) \]^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\gamma}_{2}(t) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^{t} \boldsymbol{x}(s) \mathrm{d}s \\ & \boldsymbol{\gamma}_{3}(t) = [\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) - \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_{k}+\tau) \quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau) - \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_{k}) \]^{\mathrm{T}} \\ & \boldsymbol{\gamma}_{4}(t) = [\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_{k+1}+\tau) - \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_{k+1}) - \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\tau) \]^{\mathrm{T}} \\ & \boldsymbol{\xi}_{1}(t) = [\ \boldsymbol{v}_{1}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{v}_{2}^{\mathrm{T}}(t) \]^{\mathrm{T}}, \ \boldsymbol{\xi}_{2}(t) = [\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) \quad \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t) \]^{\mathrm{T}} \\ & \boldsymbol{\xi}_{3}(t) = [((t_{k+1}+\tau) - t) \boldsymbol{\gamma}_{3}^{\mathrm{T}}(t) \quad (t-(t_{k}+\tau)) \boldsymbol{\gamma}_{4}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}} \\ & \boldsymbol{\xi}_{4}(t) = [\ \boldsymbol{\gamma}_{3}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{\gamma}_{4}^{\mathrm{T}}(t) \]^{\mathrm{T}} \\ & \boldsymbol{\xi}_{5} = [\ \boldsymbol{\gamma}_{1}^{\mathrm{T}}(t_{k}+\tau) \quad \boldsymbol{\gamma}_{1}^{\mathrm{T}}(t_{k+1}+\tau) \]^{\mathrm{T}} \\ & \boldsymbol{\xi}_{6}(t) = [\ \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) \quad \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_{k}+\tau) \quad \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_{k}) \]^{\mathrm{T}} \\ & \boldsymbol{\xi}_{6}(t) = [\ \boldsymbol{\gamma}_{1}^{\mathrm{T}}(t) \quad \dot{\boldsymbol{\gamma}}_{1}^{\mathrm{T}}(t_{k}+\tau) \quad \boldsymbol{\gamma}_{1}^{\mathrm{T}}(t_{k+1}+\tau) \quad \boldsymbol{\gamma}_{2}^{\mathrm{T}}(t_{k}) \]^{\mathrm{T}} \end{aligned}$$

$$\dot{\boldsymbol{V}}(t) = \dot{\boldsymbol{V}}_{1}(t) + \dot{\boldsymbol{V}}_{2}(t) = \boldsymbol{\zeta}^{T}(t) \left[\boldsymbol{\Psi}_{11} + (t_{k+1} - t)\boldsymbol{\Psi}_{2} + ((t_{k+1} + \tau) - t)\boldsymbol{\Psi}_{3}\right] \boldsymbol{\zeta}(t) - \tau \int_{t-\tau}^{t} \dot{\boldsymbol{x}}^{T}(s) R \dot{\boldsymbol{x}}(s) ds - \boldsymbol{\mu}_{1} \times (t_{k} + \tau) - \boldsymbol{\mu}_{2}(t_{k} + \tau) - \boldsymbol{\mu}_{3}(t_{k+1} + \tau) - \boldsymbol{\mu}_{4}(t_{k+1} + \tau)$$
(13)

使用 Wirtinger 积分不等式对泛函导数 $\dot{V}(t)$ 中的第一个积分项进行估计,可得

$$-\tau \int_{t-\tau}^{t} \dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s) R \dot{\boldsymbol{x}}(s) \mathrm{d}s \leq -\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(t) \boldsymbol{E}_{5}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}_{a} \boldsymbol{E}_{5} \boldsymbol{\zeta}(t) \quad (14)$$

使用自由权积分不等式对积分项 $\mu_1(t_k + \tau)$, $\mu_2(t_k + \tau)$, $\mu_3(t_{k+1} + \tau)$, $\mu_4(t_{k+1} + \tau)$ 进行估计, 可得

$$-\boldsymbol{\mu}_{1}(t_{k}+\tau)-\boldsymbol{\mu}_{2}(t_{k}+\tau)-\boldsymbol{\mu}_{3}(t_{k+1}+\tau)-\boldsymbol{\mu}_{4}(t_{k+1}+\tau) \leq \boldsymbol{\zeta}^{T}(t)\left[((t_{k+1}+\tau)-t)(\boldsymbol{H}_{3}^{T}\boldsymbol{D}_{3}^{-1}\boldsymbol{H}_{3}+\boldsymbol{H}_{4}^{T}\boldsymbol{D}_{4}^{-1}\boldsymbol{H}_{4})+(t-(t_{k}+\tau))(\boldsymbol{H}_{1}^{T}\boldsymbol{D}_{1}^{-1}\boldsymbol{H}_{1}+\boldsymbol{H}_{2}^{T}\boldsymbol{D}_{2}^{-1}\boldsymbol{H}_{2})+\boldsymbol{\Psi}_{12}\right]\boldsymbol{\zeta}(t)$$

$$(15)$$

存在任意合适维度矩阵G,可得:

$$2\boldsymbol{\xi}_{6}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{G}\sum_{j=1}^{2}\varphi_{j}(t)\left[(\boldsymbol{A}_{i}+\lambda\boldsymbol{I})\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{\beta}_{j}\boldsymbol{B}_{i}\boldsymbol{K}_{i}\boldsymbol{C}_{i}\boldsymbol{x}(t_{k}-\tau)-\dot{\boldsymbol{x}}(t)\right]=$$

$$2\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{E}_{14}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{\zeta}(t)=0$$
(16)

式中:

 $\Pi = \sum_{j=1}^{2} \varphi_{j}(t) \Theta_{j}.$ 然后,对式(13)~式(16)进行整理,可得:

$$\dot{V}(t) = \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}(t) \left[\frac{(t_{k+1} + \tau) - t}{h_k} \boldsymbol{\Lambda}_1 + \frac{t - (t_k + \tau)}{h_k} \boldsymbol{\Lambda}_2 \right] \boldsymbol{\zeta}(t)$$
(17)

式中: $\boldsymbol{\Lambda}_{1} = \boldsymbol{\Psi}_{1} + h_{k}\boldsymbol{\Psi}_{2} + h_{k}\boldsymbol{H}_{b}\boldsymbol{D}_{b}^{-1}\boldsymbol{H}_{b}^{\mathrm{T}}; \boldsymbol{\Lambda}_{2} = \boldsymbol{\Psi}_{1} + h_{k}\boldsymbol{\Psi}_{2} + h_{k}\boldsymbol{H}_{a}\boldsymbol{D}_{a}^{-1}\boldsymbol{H}_{a}^{\mathrm{T}}; \boldsymbol{\Psi}_{1} = \sum_{i=1}^{2} \varphi_{i}(t)\boldsymbol{\Psi}_{1i}.$

若 Λ_1 < 0 和 Λ_2 < 0,则 $\dot{V}(t)$ < 0,根据 Lyapunov 稳定性理论可知,系统[式(9)]是渐进稳定的,那么,电力系统 LFC[式(8)]是指数稳定的.然而,由 Schur 补引理可知,LMI[式(10)]和 LMI[式(11)]分别等价于 Λ_1 < 0和 Λ_2 < 0.定理1证明完毕.

对于给定控制器参数,定理1可用于分析计算电力系统[式(8)]稳定时的时滞稳定裕度、采样周期稳定裕度以及指数收敛率三者之间的关系.进而能够评估已有控制器对通信时滞和采样周期的鲁棒性以及系统动态性能指标 \(\lambda\).下面给出通信时滞上界的求解算法.

算法1 给定采样周期下界 h_1 和上界 h_2 以及指数收敛率 λ ,并设置 $\tau_{test} = (\tau_{min} + \tau_{max})/2$,搜索电力系统[式(8)]所允许的通信时滞上界 τ_{M} . τ_{M} 的算法流程如图 2 所示.

注1 同样地,使用类似于上述算法的求解步骤,若固定 τ 和 λ (或固定 τ 和 h_k),可以搜索到系统所允许的采样周期上界 $h_{\rm M}$ (或指数收敛率的上界 $\lambda_{\rm M}$).

2.2 时滞 SPI-LFC 系统的采样控制器设计判据

基于定理1,在考虑采样周期与通信时滞的条件下,对时滞LFC电力系统的采样控制器设计准则以及求解算法进行分析.

定理2 对于系统(8),给定采样周期上界 h_2 和下界 h_1 ,通信时滞 τ ,指数收敛率 λ 以及调整参数 ρ_1 、

 $\rho_2, \rho_3,$ 若存在合适维度对称矩阵 $\hat{P} > 0, \hat{Q} > 0,$ $\hat{R} > 0, \hat{D}_j > 0$ $(j=1,2,3,4), \hat{S},$ 以及任意合适维度矩阵 $\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{G}, \hat{H}_i > 0$ (i=1,2,3,4),V. 使得 $h_k \in [h_1,h_2]$ 满足下面的LMI[式(18)和式(19)].那么电力系统(8)是指数渐进稳定的,并且反馈控制器增益 K_i 可由式(20)计算.

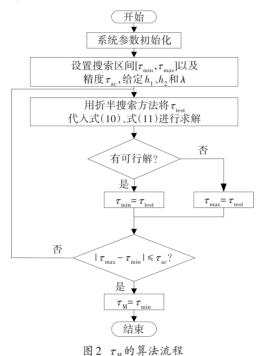


Fig.2 Algorithm process of τ_{M}

$$\begin{bmatrix} \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{1j} + h_{k} \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{2} & \sqrt{h_{k}} \widehat{\boldsymbol{H}}_{b} \\ * & -\widehat{\boldsymbol{D}}_{b} \end{bmatrix} < 0, j = 1, 2$$

$$\begin{bmatrix} \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{1j} + h_{k} \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{3} & \sqrt{h_{k}} \widehat{\boldsymbol{H}}_{a} \\ * & -\widehat{\boldsymbol{D}}_{a} \end{bmatrix} < 0, j = 1, 2$$

$$(18)$$

式中:

$$\begin{split} \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{1j} &= \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{11} + \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{12} - \boldsymbol{E}_{5}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{R}}_{a} \boldsymbol{E}_{5} + \operatorname{sym} \{ \boldsymbol{E}_{14}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{G}} \; \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{j} \} \\ \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{2} &= \operatorname{sym} \{ \boldsymbol{E}_{7}^{\mathrm{T}} (\widehat{\boldsymbol{Z}}_{1} \boldsymbol{E}_{9} + \widehat{\boldsymbol{Z}}_{2} \boldsymbol{E}_{10}) + \boldsymbol{E}_{11}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{Z}}_{1} \boldsymbol{E}_{13} \} + \\ \boldsymbol{E}_{10}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{S}} \; \boldsymbol{E}_{10} + \boldsymbol{e}_{3}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{D}}_{1} \boldsymbol{e}_{3} + \boldsymbol{e}_{4}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{D}}_{2} \boldsymbol{e}_{4} \\ \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{3} &= \operatorname{sym} \{ \boldsymbol{E}_{8}^{\mathrm{T}} (\widehat{\boldsymbol{Z}}_{1} \boldsymbol{E}_{9} + \widehat{\boldsymbol{Z}}_{2} \boldsymbol{E}_{10}) + \boldsymbol{E}_{12}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{Z}}_{1} \boldsymbol{E}_{13} \} - \\ \boldsymbol{E}_{10}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{S}} \; \boldsymbol{E}_{10} + \boldsymbol{e}_{3}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{D}}_{3} \boldsymbol{e}_{3} + \boldsymbol{e}_{4}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{D}}_{4} \boldsymbol{e}_{4} \\ \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{11} &= \operatorname{sym} \{ \boldsymbol{E}_{1}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{P}} \; \boldsymbol{E}_{2} + \boldsymbol{E}_{6}^{\mathrm{T}} (\widehat{\boldsymbol{Z}}_{1} \boldsymbol{E}_{9} + \widehat{\boldsymbol{Z}}_{2} \boldsymbol{E}_{10}) \} + \\ \boldsymbol{E}_{3}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{Q}} \; \boldsymbol{E}_{3} - \boldsymbol{E}_{4}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{Q}} \; \boldsymbol{E}_{4} + \boldsymbol{\tau}^{2} \boldsymbol{e}_{3}^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{R}} \; \boldsymbol{e}_{3} \\ \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{12} &= \operatorname{sym} \{ \boldsymbol{\sum}_{i=1}^{4} \widehat{\boldsymbol{H}}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\delta}_{i} \}, \widehat{\boldsymbol{R}}_{a} = \operatorname{diag} \{ \hat{\boldsymbol{R}}, 3 \hat{\boldsymbol{R}} \} \\ \widehat{\boldsymbol{D}}_{a} &= \operatorname{diag} \{ \hat{\boldsymbol{D}}_{1}, \hat{\boldsymbol{D}}_{2} \}, \widehat{\boldsymbol{D}}_{b} = \operatorname{diag} \{ \hat{\boldsymbol{D}}_{3}, \hat{\boldsymbol{D}}_{4} \} \end{split}$$

$$\begin{split} \widehat{\boldsymbol{H}}_{a} &= [\widehat{\boldsymbol{H}}_{1}^{\mathsf{T}}, \widehat{\boldsymbol{H}}_{2}^{\mathsf{T}}], \widehat{\boldsymbol{H}}_{b} = [\widehat{\boldsymbol{H}}_{3}^{\mathsf{T}}, \widehat{\boldsymbol{H}}_{4}^{\mathsf{T}}] \\ \widehat{\boldsymbol{G}} &= [\boldsymbol{I}, \rho_{1} \boldsymbol{I}, \rho_{2} \boldsymbol{I}, \rho_{3} \boldsymbol{I}] \\ \widehat{\boldsymbol{\Theta}}_{j} &= (\boldsymbol{A}_{i} + \lambda \boldsymbol{I}) \boldsymbol{V}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{e}_{1} + \beta_{j} \boldsymbol{B}_{i} \boldsymbol{K}_{i} \boldsymbol{C}_{i} \boldsymbol{L} \boldsymbol{e}_{6} - \boldsymbol{V}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{e}_{3}, j = 1, 2. \\ \boldsymbol{K}_{i} &= \boldsymbol{L} (\boldsymbol{V}^{\mathsf{T}})^{-1} \boldsymbol{C}_{i}^{\mathsf{T}} (\boldsymbol{C}_{i} \boldsymbol{C}_{i}^{\mathsf{T}})^{-1} \\ \text{证明} \quad \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Sigma} \text{如下矩阵变量:} \\ \widehat{\boldsymbol{v}}_{i} &= \operatorname{diag} \{ \widetilde{\boldsymbol{V}}_{1}, \widetilde{\boldsymbol{V}}_{2}, \cdots, \widetilde{\boldsymbol{V}}_{i} \}, \widetilde{\boldsymbol{V}}_{i} = \widetilde{\boldsymbol{V}}, i = 1, 2, 3, \cdots \\ \widetilde{\boldsymbol{V}} &= \boldsymbol{V}^{-1}, \boldsymbol{G} &= [\boldsymbol{V}^{\mathsf{T}}, \rho_{1} \boldsymbol{V}^{\mathsf{T}}, \rho_{2} \boldsymbol{V}^{\mathsf{T}}, \rho_{3} \boldsymbol{V}^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}}, \widehat{\boldsymbol{P}} = \widetilde{\boldsymbol{v}}_{3} \boldsymbol{P} \widetilde{\boldsymbol{v}}_{3}^{\mathsf{T}} \\ \widehat{\boldsymbol{Q}} &= \widetilde{\boldsymbol{v}}_{2} \boldsymbol{Q} \widetilde{\boldsymbol{v}}_{2}^{\mathsf{T}}, \widehat{\boldsymbol{R}} = \widetilde{\boldsymbol{V}} \widehat{\boldsymbol{R}} \, \widetilde{\boldsymbol{V}}^{\mathsf{T}}, \widehat{\boldsymbol{Z}}_{1} = \widetilde{\boldsymbol{v}}_{4} \boldsymbol{Z}_{1} \widetilde{\boldsymbol{v}}_{4}^{\mathsf{T}} \\ \widehat{\boldsymbol{Z}}_{2} &= \widetilde{\boldsymbol{v}}_{4} \boldsymbol{Z}_{2} \widetilde{\boldsymbol{v}}_{4}^{\mathsf{T}}, \widehat{\boldsymbol{D}}_{i} = \widetilde{\boldsymbol{V}} \boldsymbol{D}_{i} \widetilde{\boldsymbol{V}}^{\mathsf{T}} (i = 1, 2, 3, 4) \\ \widehat{\boldsymbol{S}} &= \widetilde{\boldsymbol{v}}_{4} \boldsymbol{S} \widetilde{\boldsymbol{v}}_{4}^{\mathsf{T}}, \ \widehat{\boldsymbol{H}}_{1} = \widetilde{\boldsymbol{V}} \boldsymbol{H}_{1} \widetilde{\boldsymbol{v}}_{9}^{\mathsf{T}} \\ \widehat{\boldsymbol{H}}_{2} &= \widetilde{\boldsymbol{V}} \boldsymbol{H}_{2} \widetilde{\boldsymbol{v}}_{9}^{\mathsf{T}}, \widehat{\boldsymbol{H}}_{3} = \widetilde{\boldsymbol{V}} \boldsymbol{H}_{3} \widetilde{\boldsymbol{v}}_{9}^{\mathsf{T}}, \ \widehat{\boldsymbol{H}}_{4} = \widetilde{\boldsymbol{V}} \boldsymbol{H}_{4} \widetilde{\boldsymbol{v}}_{9}^{\mathsf{T}} \\ \widehat{\boldsymbol{G}} &= [\boldsymbol{I}, \rho_{1} \boldsymbol{I}, \rho_{2} \boldsymbol{I}, \rho_{3} \boldsymbol{I}]^{\mathsf{T}} \end{split}{}$$

将定理1中的条件(10)和(11)分别左乘 v_{11}^{T} 和右乘 v_{11} ,可得条件(18)和(19). 类似于定理1,若条件(18)和(19)成立,则电力系统LFC[式(8)]是指数渐进稳定的. 并且,可得SPI控制器增益 $K_i = L(V^{T})^{-1}C_i^{T}(C_iC_i^{T})^{-1}$. 定理2证毕.

下面给出通信时滞 τ 和采样周期 h_k ,最大化系统指数收敛率来获得控制器的求解算法.

算法2 设 $\lambda_{\text{test}} = (\lambda_{\text{min}} + \lambda_{\text{max}})/2$,基于定理2,搜索电力系统最大化指数收敛率 λ_{M} 及相应控制器的算法流程如图3所示.

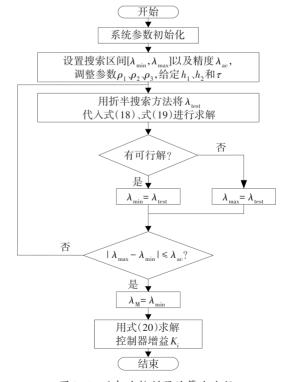


图 3 λ_{M} 及相应控制器的算法流程

Fig.3 Algorithm process of $\lambda_{\,\mathrm{M}}$ and the corresponding controller

注2 根据系统实际需要,也可以按照类似于上述算法,以获得系统最大采样周期 h_M 或是最大化系统通信时滞 τ_M 的情形来求解控制器参数.显然,较大的采样周期稳定裕度,可降低数据传输量,从而减少通信与计算负担;较大的通信时滞,可降低网络通信故障对系统频率稳定性能的影响.较大的指数收敛率下,系统将以较快的速度恢复到稳态.所以,可以根据不同的要求来设计控制器.

3 实例研究

通过对 DFIG 接入的 3 个区域系统进行理论计算与仿真分析,验证本文所提方案的有效性和优越性. 假设各控制区域包含 3 台发电机组,具体参数见参考文献[14].

3.1 控制器设计与性能分析

3.1.1 SPI控制器设计

设电力系统 3个区域的采样周期为 2 s,时滞为 3 s,即 h=2 s 和 $\tau=3$ s。调整参数 $\rho_1=8$, $\rho_2=\rho_3=0.02$ 。使用定理 2 和算法 2,计算得到 3 个区域的最大指数收敛率均为 $\lambda_M=0.153$,相应的静态输出反馈控制器称为 K_{33} ,文献 [14] 给出的控制器称为 K_{31} ,文献 [31] 给出的控制器称为 K_{32} . 不同 LFC 方案下 3 个区域的 PI 控制器增益如表 1 所示.

表 1 不同 LFC 方案下 3 个区域的 PI 控制器增益 Tab.1 PI Controllers gains in different LFC scheme of three-area power systems

文献	控制器	区域	控制器增益	λ_{M}
[14]	K ₃₁	1	-[-0.025 0 0.188 8]	0.074
		2	-[-0.039 6 0.252 0]	0.047
		3	-[-0.030 8 0.275 3]	0.030
[31]	K ₃₂	1	-[0.049 9 0.229 0]	0.060
		2	-[0.057 6 0.228 9]	0.061
		3	-[0.049 8 0.228 9]	0.061
本文		1	-[0.025 5 0.104 6]	0.153
	K_{33}	2	-[0.028 3 0.104 6]	0.153
		3	-[0.023 5 0.099 4]	0.153

3.1.2 控制器性能分析

在 h = 2 s 和 $\tau = 3 \text{ s}$ 时,对于安装控制器 K_{32} 与 K_{33} 的 3 区域电力系统,使用定理 1 和算法 1,得到 3 个 区域的指数收敛率 λ_{M} ,如表 1 所示.由表 1 可知,在相同采样周期与时滞条件下,本文所提方法得到的

指数收敛率相对较大[如区域 $2,\lambda_{M}=0.153(K_{33})>\lambda_{M}=0.061(K_{32})>\lambda_{M}=0.047(K_{31})]$. 在同等采样周期与时滞条件下,系统受到相同的外部扰动时,本文所得控制器将使系统以相对较快的速度收敛.

对于安装控制器 K_{31} 、 K_{32} 和 K_{33} 的 3 区域电力系统,在全局渐进稳定状态下,即 λ = 0 时,使用定理1和算法 1,对不同的采样周期 h,计算得到系统所允许的时滞 τ 上界见表 2. 从表 2 可知,在同等采样周期条件下,采用本文所提方法所得时滞稳定裕度相对较大[区域 2, h = 3 s 时, τ = 13.1 s (K_{33})> τ = 4.7 s (K_{32})> τ = 3.8 s(K_{31})]. 当 h = 10 s 时,控制器 K_{33} 依然能够容忍较大时滞,也表明了本文所提方案相比文献[14]与[31]中的方法,有相对较大的采样周期稳定裕度,可进一步减少通信带宽的限制与减轻计算机的计算负担.通过对指数收敛率、时滞与采样周期稳定裕度的计算分析,验证了本文所提方案的优越性.

表2 不同h条件下各区域的时滞 τ 上界 Tab.2 Upper bound of τ for different h

采样周期/s	区域 一		τ/s		
不件问别/S		K ₃₁	K ₃₂	K ₃₃	
	1	7.2	6.1	14.2	
1	2	5.1	6.1	14.2	
	3	4.6	6.1	15.9	
	1	5.9	4.6	13.0	
3	2	3.8	4.7	13.1	
	3	3.2	4.7	14.7	
	1	_	_	8.3	
10	2	_	_	8.4	
	3	_	_	10.0	

3.2 控制器仿真验证

3.2.1 阶跃负荷扰动试验

通过 Simulink 仿真测试 K_{31} 、 K_{32} 和 K_{33} 在不同采样周期与时滞条件下,对阶跃负荷扰动的鲁棒性. 假设在 $t \ge 0$ 时,3个区域中的阶跃负荷扰动情况如下: ΔP_{d1} =0.01 p.u., ΔP_{d2} = -0.01 p.u., ΔP_{d3} = 0.02 p.u. 得到不同采样周期与时滞条件下区域2的频率偏差 Δf_2 的响应曲线,如图4所示. 区域1和区域3的频率偏差 Δf_1 和 Δf_3 响应曲线类似.

由图 4 可知, 当 $h = 1 \text{ s.} \tau = 4 \text{ s}$ 时, 控制器 K_{31} 、 K_{32} 和 K_{33} 都能保持系统对负荷扰动的鲁棒性. 收敛速度为 $\lambda_{K_{33}} > \lambda_{K_{31}} > \lambda_{K_{31}} < \lambda_{K_{33}} = \lambda_{K_{33$

 $h = 3 \text{ s}, \tau = 4 \text{ s}$ 时,控制器 K_{31} 失去对频率的控制作用,控制器 K_{32} 和 K_{33} 仍能保持对系统负荷扰动的鲁棒性能.并且控制器 K_{33} 在调节过程中仍然没有超调与振荡过程.

当 h = 10 s、 $\tau = 5 \text{ s}$ 时,控制器 K_{31} 与 K_{32} 将不能保持系统稳定,而本文所设计的控制器 K_{33} 仍然能以较小的超调量、较快的收敛速度,使频率恢复到平衡值.

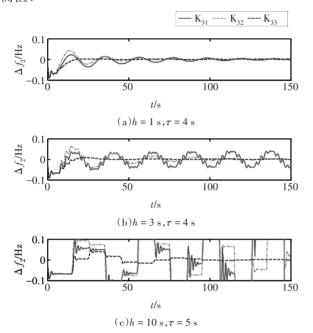


图 4 阶跃负荷扰动下不同控制器的 Δf_2 响应曲线对比 Fig.4 Comparison of responses curve of Δf_2 with different controllers under step load disturbance

3.2.2 随机负荷扰动试验

测试 K_{31} 、 K_{32} 和 K_{33} 在不同采样周期与时滞条件下,随机负荷扰动的鲁棒性.输入如图 5 所示的随机负荷扰动,得到不同采样周期与时滞条件下区域 2 的频率偏差 Δf_2 的响应曲线,如图 6 所示.区域 1 和区域 3 的频率偏差 Δf_1 和 Δf_3 响应曲线类似.

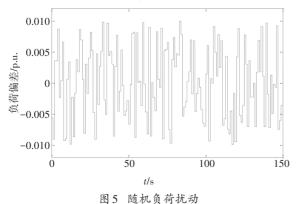


Fig.5 Random load disturbance

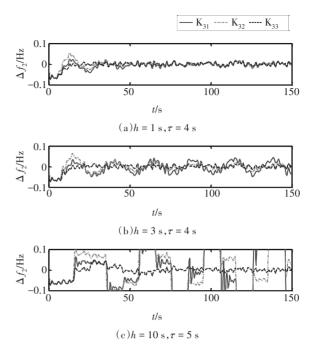


图 6 随机负荷扰动下不同控制器的 Δf_2 响应曲线对比 Fig. 6 Comparison of responses curve of Δf_2 with different controllers under random load disturbance

由图 6 可知,在随机负荷扰动下,当 h=1 s、 $\tau=4$ s 或 h=3 s、 $\tau=4$ s 时,控制器 K_{33} 与控制器 K_{31} 、 K_{32} 相比,能以较快的收敛速度、小的超调量与较小的静差,保持对随机负荷扰动的有效控制.当 h=10 s、 $\tau=5$ s 时,控制器 K_{31} 、 K_{32} 将失去对频率稳定性的控制,而控制器 K_{33} 依然有较好的控制效果.可见,控制器 K_{33} 相比控制器 K_{31} 与 K_{32} ,能够在相对较大的采样周期与时滞条件下,以相对较快的速度抑制系统的随机负荷扰动.

3.2.3 风功率偏差扰动试验

假设3个区域受到如图7所示的风功率偏差扰动.得到不同采样周期与时滞条件下区域2的频率偏差 Δf_2 的响应曲线,如图8所示.区域1和区域3的频率偏差 Δf_1 和 Δf_3 响应曲线类似.

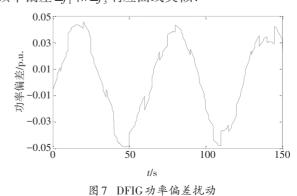


Fig.7 DFIG power deviation disturbance

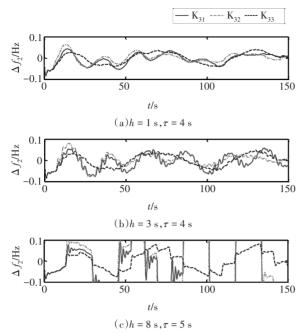
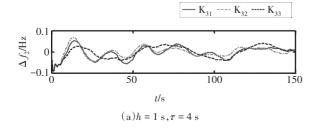


图 8 风功率偏差扰动下不同控制器的 Δf_2 响应曲线对比 Fig.8 Comparison of responses curve of Δf_2 with different controllers under wind power deviation disturbance

由图 8 可以看出,在风功率偏差扰动下,当 h=1 s、 $\tau=4$ s 或 h=3 s、 $\tau=4$ s 时,控制器 K_{33} 与控制器 K_{31} 、 K_{32} 相比,在跟随风电功率偏差扰动时,没有出现振荡过程,能以较快的速度、小的超调量跟随风功率偏差扰动,保持对风功率偏差扰动的有效控制.当h=8 s、 $\tau=5$ s 时,控制器 K_{31} 、 K_{32} 将失去对频率稳定性的控制,而控制器 K_{33} 依然有较好的控制效果,在系统允许的频率偏差范围内,保持对风功率偏差扰动的跟随控制.

3.2.4 叠加扰动试验

为测试控制器 K_{33} 在更加复杂扰动工况下的有效性,在阶跃负荷与风功率偏差叠加的扰动下进行试验. 假设在 $t \ge 0$ 时,3个区域中的阶跃负荷扰动情况如下: $\Delta P_{d1} = 0.01$ p.u., $\Delta P_{d2} = -0.01$ p.u., $\Delta P_{d3} = 0.02$ p.u.. 并叠加 IIDG 的随机扰动输入,其功率偏差输入如图 7 所示. 得到频率偏差 Δf_2 的响应曲线,如图 9 所示. 区域 1 和区域 3 的频率偏差 Δf_1 和 Δf_3 响应曲线类似.



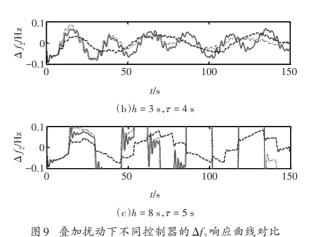


Fig.9 Comparison of responses curve of Δf_2 with different controllers under superposition disturbance

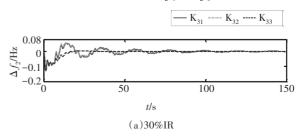
由图9可知,叠加扰动试验基本上能得到与风功率偏差扰动试验相同的控制效果.所以,在负荷和风功率偏差的叠加扰动工况下,考虑时滞的SPI控制器,在较大采样周期与时滞条件下,能够较好地处理负荷和风电不确定性对互联电力系统频率稳定的影响.

3.2.5 系统参数变化时的试验

随着 IIDG 的渗透率提升,系统惯性就会相对减小.根据文献[36]所述,渗透率按一定比例提升后,系统的惯性系数与频率偏差因子将按一定的方式减小,而下垂系数将按一定的方式增大.按照文献[36]所提方法,可计算出惯性系数按比例分别减少30%、40%、50%时的系统参数,并记为30%IR、40%IR、50%IR.

根据前面的仿真分析,当系统参数相对变化时,可选取阶跃负荷扰动试验来验证3种控制器对参数变化的鲁棒性.那么,对随机扰动、风功率偏差扰动与叠加扰动进行试验时,将会有一致的结论.

假设在 $t \ge 0$ 时, 3 个区域中的阶跃负荷扰动情况如下: $\Delta P_{d1} = 0.03$ p. u., $\Delta P_{d2} = -0.06$ p. u., $\Delta P_{d3} = 0.02$ p. u.. 在 h = 3 s、 $\tau = 3$ s 时, 得到 3 种惯性常数相对减少条件下的频率偏差 Δf_2 响应曲线, 如图 10 所示.区域 1 和区域 3 的频率偏差 Δf_1 和 Δf_3 响应曲线类似.



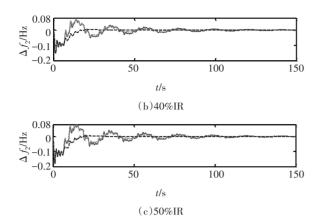


图 10 惯性常数不同减小比例下的 Δf_2 响应曲线 Fig.10 Responses curve of Δf_2 under the different inertia

从图 10 可知, 当采用恒功率控制模式的 IIDG 接入电网时, 随着 IIDG 比例的提升, 电力系统相对惯性系数等参数变化时, 在合适的采样周期与时滞条件下, 考虑时滞的鲁棒方案所得的控制器 K_{31} 、采样控制方法所得的控制器 K_{32} 与本文考虑时滞的 SPI 方案所得的控制器 K_{33} 都能保持对电力系统频率稳定性能的控制效果. 但是, 控制器 K_{31} 与 K_{32} 在系统参数变化时, 频率动态调整过程中的超调量明显增加, 并且有明显的振荡过程, 频率动态性能较差. 而本文方法求得的控制器 K_{33} 在系统参数变化的情况下, 当受到外部扰动时, 其频率动态性能基本不受影响. 因此, 控制器 K_{33} 相比控制器 K_{31} 与 K_{32} , 对系统参数有较好的鲁棒性.

4 结 语

本文研究了一种考虑通信时滞的 SPI-LFC 方法,并引入指数收敛率来评价系统的动态性能.通过构造双边闭环 Lyapunov 泛函,并采用 Wirtinger 与自由权积分不等式对泛函导数进行估计,得到采样周期与时滞相关的稳定准则,设计了静态输出反馈控制器.通过算例仿真,得到如下结论:

- 1)本文提出的稳定判据,可综合考虑采样周期、通信时滞与指数收敛率性能的影响. 所确定的采样周期与时滞稳定裕度比已有方法有较大的提升,并且有较高的指数收敛率.
- 2)在随机负荷、DFIG间歇性功率偏差等不确定性扰动,以及DFIG的高渗透率,导致系统参数变化的情况下,也可实现对系统频率稳定性能的控制.能够在一定程度上提升新能源的渗透率,可为新能源接入的电力系统LFC提供一种新的思路与参考.

参考文献

- [1] 张剑云,李明节.新能源高渗透的电力系统频率特性分析[J].中国电机工程学报,2020,40(11):3498-3507.

 ZHANG J Y, LI M J. Analysis of the frequency characteristic of the power systems highly penetrated by new energy generation[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(11):3498-3507. (In Chinese)
- [2] YAN R F, SAHA T K, MODI N, et al. The combined effects of high penetration of wind and PV on power system frequency response[J]. Applied Energy, 2015, 145:320-330.
- [3] 李兆伟,吴雪莲,庄侃沁,等."9·19"锦苏直流双极闭锁事故华东电网频率特性分析及思考[J]. 电力系统自动化,2017,41 (7):149-155.
 - LI Z W, WU X L, ZHUANG K Q, et al. Analysis and reflection on frequency characteristics of East China grid after bipolar locking of "9·19" Jinping–Sunan DC transmission line [J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(7):149–155. (In Chinese)
- [4] 曾辉,孙峰,李铁,等. 澳大利亚"9·28"大停电事故分析及对中国启示[J]. 电力系统自动化,2017,41(13):1-6.

 ZENG H, SUN F, LI T, et al. Analysis of "9·28" blackout in south Australia and its enlightenment to China[J]. Automation of Electric Power Systems,2017,41(13):1-6. (In Chinese)
- [5] 孙华东,许涛,郭强,等. 英国"8·9"大停电事故分析及对中国电网的启示[J]. 中国电机工程学报,2019,39(21):6183-6192.

 SUN H D, XU T, GUO Q, et al. Analysis on blackout in great Britain power grid on August 9th, 2019 and its enlightenment to power grid in China[J]. Proceedings of the CSEE, 2019,39(21):6183-
- [6] 徐波,章林炜,俞向栋,等.基于系统辨识的电力系统惯量在线评估改进方法[J].电力系统保护与控制,2021,49(18):62-69. XU B, ZHANG L W, YU X D, et al. An improved method of power system inertia online estimation based on system identification[J]. Power System Protection and Control, 2021,49(18):62-69.(In Chinese)

6192 (In Chinese)

- [7] 张武其,文云峰,迟方德,等。电力系统惯量评估研究框架与展望[J]。中国电机工程学报,2021,41(20):6842-6856.

 ZHANG W Q, WEN Y F, CHI F D, et al. Research framework and prospect on power system inertia estimation[J]. Proceedings of the CSEE, 2021,41(20):6842-6856.(In Chinese)
- [8] 李柏慷,张峰,丁磊. 双馈风机参与调频的速度控制器模糊协同控制及参数校正策略[J]. 电网技术,2022,46(2):596-605. LI B K, ZHANG F, DING L. Fuzzy cooperative control and parameter correction strategy of speed controller in frequency modulation stage of doubly-fed induction generator[J]. Power System Technology,2022,46(2):596-605.(In Chinese)
- [9] 李少林,王伟胜,张兴,等.基于频率响应区间划分的风电机组 虚拟惯量模糊自适应控制[J].电网技术,2021,45(5):1658-1665.

- LISL, WANG WS, ZHANG X, et al. Fuzzy adaptive virtual inertia control strategy of wind turbines based on system frequency response interval division [J]. Power System Technology, 2021, 45 (5):1658–1665. (In Chinese)
- [10] KUNDUR P. Power system stability and control[M]. New York: Mc Graw Hill, 1994:45-76.
- [11] 张磊,罗毅,叶婧,等. 考虑联络线支援波动约束的多区域AGC最优联合调频控制策略[J]. 中国电机工程学报,2017,37(3):676-685.

 ZHANG L, LUO Y, YE J, et al. Optimal cooperation frequency control strategy of AGC in multi-area under tie-line support volatility constraint[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(3):676-
- [12] BEVRANI H. Robust power system frequency control[M]. New York: Springer, 2014:82-115.

685. (In Chinese)

- [13] 赵熙临,何晶晶,付波,等. 考虑双通道随机时延的区域互联电网AGC方法[J]. 电力系统保护与控制,2018,46(8):50-57. ZHAO X L, HE J J, FU B, et al. An AGC method for interconnected power grid with two-channel random delays [J]. Power System Protection and Control,2018,46(8):50-57.(In Chinese)
- [14] BEVRANI H, HIYAMA T. Robust decentralised PI based LFC design for time delay power systems [J]. Energy Conversion and Management, 2008, 49(2):193-204.
- [15] ZHANG C K, JIANG L, WU Q H, et al. Delay-dependent robust load frequency control for time delay power systems [J]. IEEE Transaction on Power Systems, 2013, 28(3): 2192-2201.
- [16] SEURET A. A novel stability analysis of linear systems under asynchronous samplings[J]. Automatica, 2012, 48(1):177-182.
- [17] WANG Y F, PORDANJANI I R, XU W. An event-driven demand response scheme for power system security enhancement [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2011, 2(1):23-29.
- [18] SAHA S, ALDEEN M, TAN C P. Fault detection in transmission networks of power systems [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2011, 33(4):887-900.
- [19] LIU X J, ZHANG Y, LEE K Y. Coordinated distributed MPC for load frequency control of power system with wind farms[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017,64(6):5140-5150.
- [20] YU X F, TOMSOVIC K. Application of linear matrix inequalities for load frequency control with communication delays [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(3):1508-1515.
- [21] MI Y, HAO X Z, LIU Y J, et al. Sliding mode load frequency control for multi-area time-delay power system with wind power integration [J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2017, 11 (18):4644-4653.
- [22] CUI Y L, XU L L, FEI M R, et al. Observer based robust integral sliding mode load frequency control for wind power systems [J]. Control Engineering Practice, 2017, 65:1–10.
- [23] 熊林云,王杰. 三区延迟电力系统鲁棒负荷频率控制研究[J]. 电网技术,2018,42(3):894-902.

 XIONG LY, WANG J. Study of load frequency control for three-area time-delayed power system [J]. Power System Technology, 2018,42(3):894-902.(In Chinese)
- [24] 左剑,王子琪,李银红,等. 计及时滞的互联电网负荷频率控制 最优分数阶 PID 控制器设计[J]. 控制理论与应用,2017,34

- (9):1151-1160.
- ZUO J, WANG Z Q, LI Y H, et al. Optimal fractional—order PID controller design for interconnected power grid load frequency control considering time—delay[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(9):1151-1160. (In Chinese)
- [25] 米阳,徐怡雯,时帅,等. 新型时滞可再生电力系统集成模型的 滑模负荷频率控制设计[J]. 中国电机工程学报,2022,42 (11):3953-3962.
 - MI Y, XU Y W, SHI S, et al. Sliding mode load frequency control design for the novel integrated model of time-delay renewable power system [J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42 (11): 3953-3962.(In Chinese)
- [26] WEN S P, YU X H, ZENG Z G, et al. Event-triggering load frequency control for multiarea power systems with communication delays[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63 (2):1308-1317.
- [27] DONG L, TANG Y F, HE H B, et al. An event-triggered approach for load frequency control with supplementary ADP [J].
 IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(1):581–589.
- [28] PENG C, ZHANG J, YAN H C. Adaptive event-triggering load frequency control for network-based power systems [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(2):1685-1694.
- [29] PENG C, LI F Q. A survey on recent advances in event-triggered communication and control [J]. Information Sciences, 2018, 457/ 458:113-125.
- [30] NANDA J, MANGLA A, SURI S. Some new findings on automatic generation control of an interconnected hydrothermal system with conventional controllers [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2006, 21(1):187-194.
- [31] SHANG-GUAN X C, HE Y, ZHANG C K, et al. Sampled-data based discrete and fast load frequency control for power systems with wind power[J]. Applied Energy, 2020, 259:114202.
- [32] LUO H C, HISKENS I A, HU Z C. Stability analysis of load frequency control systems with sampling and transmission delay [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(5):3603-3615.
- [33] 练红海, 覃事刚, 肖伸平, 等. 考虑通信时滞和采样周期的电力系统负荷频率控制 [J/OL]. 控制理论与应用. (2022-01-04) [2022-01-11]. https://kns. cnki. net/kcms/detail / 44. 1240. TP. 20211231. 1318. 002. html. LIAN H H, QIN S G, XIAO S P, et al. Load frequency control for
 - power systems considering communication delays and sampling periods [J/OL]. Control Theory & Applications. (2022–01–04) [2022–01–11]. https://kns.cnki.net/kcms/detail/44.1240. TP. 20211231.1318.002. html. (In Chinese)
- [34] SINGH V P, KISHOR N, SAMUEL P. Improved load frequency control of power system using LMI based PID approach [J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(15):6805-6830.
- [35] LIU K, FRIDMAN E. Wirtinger's inequality and Lyapunov-based sampled-data stabilization[J]. Automatica, 2012, 48(1): 102-108
- [36] NGUYEN N, MITRA J. An analysis of the effects and dependency of wind power penetration on system frequency regulation
 [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2016, 7 (1):
 354-363.