

基于类平衡矩阵的桁架构件重要性计算方法

周雅,王方,蔡建国[†],冯健

[混凝土及预应力混凝土结构教育部重点实验室(东南大学),江苏南京 210096]

摘要:为简化构件重要性系数的计算过程,提高计算效率,以基于刚度的构件重要性判断方法为基础进行数学推导,提出一种基于类平衡矩阵的空间结构重要构件的快速判断方法,并进行算例验证.结果表明,当铰接杆件体系的各杆件线刚度近似相等,且不考虑结构应力刚化作用或应力刚化所贡献的刚度很小时,整体切线刚度矩阵仅与类平衡矩阵相关,构件重要性系数可直接利用类平衡矩阵的奇异值进行计算.通过算例验证,类平衡矩阵的重要性构件判断方法与基于刚度的重要性构件判断方法计算结果一致,说明所提方法是一种切实可行的快速计算方法.

关键词:切线刚度;刚度矩阵;类平衡矩阵;构件重要性;重要性系数

中图分类号:TU323.4

文献标志码:A

Component Importance Evaluation Method of Truss Structures Based on Class-balance Matrix

ZHOU Ya, WANG Fang, CAI Jianguo[†], FENG Jian

[Key Laboratory of Concrete and Prestressed Concrete Structures of Ministry of Education (Southeast University),
Nanjing 210096, China]

Abstract: To simplify the computational process and improve the calculation efficiency, a fast evaluation method of component importance coefficients based on the quasi-balanced matrix, which was derived from the stiffness-based component importance evaluation method, was proposed for spatial structures. By transforming the balanced matrix, the quasi-balanced matrix containing the length information of components was obtained. When the linear stiffness of each component was approximately equal and the effect of structural stress stiffening was not considered, the global tangential stiffness matrix was simplified, and the component importance coefficients were expressed only including the quasi-balanced matrix. The singular value decomposition of the quasi-balanced matrix was carried out, and the mathematical relation between the eigenvalues of the stiffness matrix and the singular values were established. Taking the product of singular values as a response, the expression of the component importance coefficient was modified so as to calculate it. Through case study on three truss examples, it was proved that the calculation results of the evaluation method of component importance coefficients based on the quasi-balanced matrix are consistent with the stiffness-based evaluation method, which shows that the proposed method is a practical and

* 收稿日期:2022-05-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51822805, 51878147, U1937202), National Natural Science Foundation of China(51822805, 51878147, U1937202)

作者简介:周雅(1988—),女,江苏淮安人,东南大学博士研究生

[†]通信联系人,E-mail:caijg_ren@126.com

fast calculation method.

Key words: tangent stiffness; stiffness matrix; class-balance matrix; component importance; importance coefficient

近年来,突发事件引起的结构连续性倒塌问题已受到国内外的广泛关注.偶然荷载下建筑结构的连续性倒塌会对生命、财产安全造成极其巨大的伤害和损失,而此时增强结构抵抗局部破坏持续引发其他构件连续性破坏的能力即鲁棒性,则往往比直接抵抗偶然荷载更有效和实用^[1].国内外学者对鲁棒性的定义仍有较大争议^[2],但总体上鲁棒性反映了结构对局部破坏的不敏感性.对鲁棒性理论进行研究是提高结构抗连续性倒塌性能的基础.目前国内外针对结构鲁棒性的定量分析主要从两个方面出发:结构属性及结构性能^[3].前者涉及结构体系拓扑和刚度分布,后者主要基于结构承载力与变形.如Blockley等^[4]通过分析不同初始破坏对结构系统的影响,识别其薄弱环节,提出了结构脆弱性评价理论;Jiang等^[5]提出判断关键杆件的方法以及基于线性静态分析程序的安全评估方法;叶列平等^[6]通过理论推导定义了考虑荷载作用的广义结构刚度以进行构件重要性计算;黄靛等^[7]从结构承载力出发建立了鲁棒性量化方法;陈永亮等^[8]基于抗力利用率,提出了构件易损性系数量化方法;霍静思等^[9]定义节点延性系数,提出了采用该系数评估连续倒塌过程中节点延性的方法;Tavakoli等^[10]针对框架结构体系,提出基于能量理论的鲁棒性指标.目前鲁棒性理论已应用于各类框架结构^[10-12]、空间网格^[13-15]等结构体系的设计计算中.

对于简单结构如桁架结构体系,采用基于结构属性的鲁棒性指标具有简洁清晰、计算方便的优势,虽然无法考虑弹塑性动力效应的影响,但仍广泛应用于空间结构中.构件重要性系数能体现突发事件下单一构件破坏对整体结构性能的影响程度,因此一些学者建议采用构件重要性系数作为评价鲁棒性的指标^[3].如Nafday^[16]通过比较拆除单一构件后剩余结构的刚度矩阵行列式与原始结构的整体刚度矩阵行列式,判别此构件失效对结构整体刚度的影响;蔡建国等^[17-19]通过基于概念判断的敏感性分析方法对网架结构进行重要构件评估,并利用刚度矩阵的特征值分析空间桁架结构的构件重要性.另外,数值方法也常应用于构件重要性判断,如Brunesi等^[20]将有限元方法与数值方法相结合,模拟柱构件拆除后

的结构损伤机制.目前,关于构件重要性系数的计算方法较多,可基于结构刚度矩阵^[6],也可引入结构承载力系数^[21]或结构内力转化矩阵^[22]等.如朱南海等^[23]建立了构件冗余度及其易损性评价指标,并将构件的重要性指标定义为构件易损性系数与冗余度系数的比值;蒋淑慧等^[24]利用剩余结构冗余度分布系数,定量分析杆系结构中的构件重要性;张立森等^[25]将构件内力分项计算值与抗力分项值之比定义为构件重要性系数,以体现构件抗力的利用水平.

现有研究中,基于刚度的重要构件判断方法主要采用初始刚度或变形后的材料刚度,适用于一般的框架结构.然而,空间网格结构跨度较大、杆件数目较多且具有几何非线性特征,材料刚度与几何刚度的计算过程较为复杂.为了简化计算过程、提高计算效率,在基于刚度的重要构件判断方法基础上,选取刚度矩阵行列式作为结构的响应.在假设各桁架杆件线刚度近似相等、不考虑结构应力刚化作用或应力刚化所贡献的刚度很小的前提下,通过数学推导,将基于刚度的重要构件判断方法简化为基于类平衡矩阵的重要构件判断方法,并进行算例分析验证.

1 类平衡矩阵

假定结构体系中任一自由节点 k 分别与其他 N 个节点(编号为 k_1, \dots, k_N)连接,形成某铰接杆件体系(图1).当该结构体系处于平衡状态时,自由节点 k 处各杆件的内力与外力互相平衡.将杆件内力作为基本未知量,建立节点平衡方程为:

$$\begin{cases} \sum_{w=1}^N [(x_k - x_{k_w})/L_{kk_w}] F_{kk_w} = F_{kx}, \\ \sum_{w=1}^N [(y_k - y_{k_w})/L_{kk_w}] F_{kk_w} = F_{ky}, \\ \sum_{w=1}^N [(z_k - z_{k_w})/L_{kk_w}] F_{kk_w} = F_{kz}. \end{cases} \quad (1)$$

式中: x_k, y_k, z_k 为节点 k 在整体坐标系中的三向坐标值; $x_{k_w}, y_{k_w}, z_{k_w}$ 为其他 N 个节点中任一节点 k_w 在整体坐标系中的三向坐标值; L_{kk_w} 为连接节点 k, k_w 的杆件

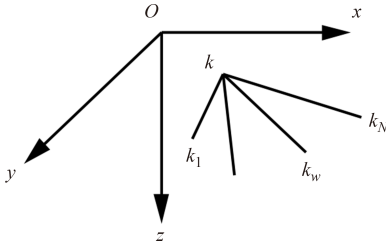


图1 节点连接示意

Fig.1 Connecting joint diagram

长度; F_{kk_w} 为连接节点 k 、 k_w 的杆件实际内力; F_{kx} 、 F_{ky} 、 F_{kz} 分别为节点 k 的外力在 x 、 y 、 z 方向上的分量.

进行规整化处理时采用力密度代替实际内力. 连接节点 k 、 k_w 的杆件力密度可表示为:

$$\hat{f}_{kk_w} = F_{kk_w} / L_{kk_w}. \quad (2)$$

对于整个结构体系,可以依次对每一个自由节点建立如式(1)所示的平衡方程,集成整合后的整体平衡方程为:

$$\hat{A}\hat{f} = P,$$

$$\hat{A} = [C^T \text{diag}(C_s x) C^T \text{diag}(C_s y) C^T \text{diag}(C_s z)]. \quad (3)$$

式中: \hat{A} 为基本未知量的系数矩阵(或平衡矩阵),其维数为 $dn \times m$, d 、 m 、 n 分别为结构体系的维数、单元数和自由节点数; C 为自由节点拓扑矩阵; C_s 为包含自由节点及固定节点的拓扑矩阵; x 、 y 、 z 为自由节点及固定节点坐标构成的向量; \hat{f} 为 m 维杆件力密度列向量; P 为 $3n$ 维节点荷载列向量. 由此可见,一般情况下,平衡矩阵并非方阵.

平衡矩阵的组成元素包含了结构体系的节点坐标信息和节点连接关系. 矩阵行元素为各杆件内力在节点某一自由度上的分量系数,矩阵列元素为某杆件内力在各节点自由度上的分量系数.

对节点平衡方程重新进行规整化处理,将杆件实际内力作为未知量,把杆件长度融入平衡矩阵中,则平衡方程可改写为:

$$AF = P,$$

$$A = [C^T \text{diag}(C_s x) L^{-1} C^T \text{diag}(C_s y) L^{-1} C^T \text{diag}(C_s z) L^{-1}]. \quad (4)$$

式中: F 为杆件内力向量; A 为类平衡矩阵,维数为 $dn \times m$; L^{-1} 为由杆件长度倒数组成的对角矩阵.

2 构件重要性系数与类平衡矩阵的关系

对于某铰接杆件体系,若不考虑应力刚化的影响或应力刚度所贡献的刚度很小,则切线刚度矩阵表达式可以简化为:

$$K = A\hat{G}A^T \approx AGA^T,$$

$$\hat{G} = G - Q. \quad (5)$$

式中: G 为由杆件线刚度组成的对角矩阵,维数为 $m \times m$; Q 为由力密度向量组成的对角矩阵. 由此可见,切线刚度矩阵可以转化为材料刚度矩阵.

令 l_i 、 e_i 、 a_i 分别为结构体系中任一杆件 i 的长度、弹性模量和截面面积. 若结构体系中各杆件的线刚度都相等,即 $e_i a_i / l_i = g$, 则其线刚度矩阵可表示为 $G = gI$, 其中 g 为杆件的线刚度, I 为 $m \times m$ 的单位矩阵. 切线刚度矩阵可简化为:

$$K = AgIA^T = gAA^T. \quad (6)$$

基于杆件敏感性分析,将无荷载作用下结构体系中杆件 i 的重要性系数 α_i 定义为:

$$\alpha_i = \frac{\gamma_0 - \gamma_i}{\gamma_0}. \quad (7)$$

式中: γ_0 为正常情况下结构的初始响应; γ_i 为杆件 i 失效后结构的响应.

将简化后的刚度矩阵(6)代入式(7)中可得:

$$\alpha_i = \frac{\det(K_0) - \det(K_i)}{\det(K_0)} = \frac{\det(gA_0A_0^T) - \det(gA_iA_i^T)}{\det(gA_0A_0^T)} = \frac{\det(A_0A_0^T) - \det(A_iA_i^T)}{\det(A_0A_0^T)}. \quad (8)$$

式中: K_0 、 A_0 分别为完整结构的刚度矩阵与类平衡矩阵; K_i 、 A_i 分别为杆件 i 失效后的结构刚度矩阵与类平衡矩阵. 由此可知,当铰接杆件体系的各杆件线刚度相等、不考虑结构应力刚化作用或应力刚化所贡献的刚度很小时,构件重要性系数只与类平衡矩阵有关.

3 类平衡矩阵的奇异值分解

矩阵奇异值分解是矩阵对角化分解的一种类型,广泛应用于最优化问题、系统理论和控制及图像处理等领域中. 对于某矩阵 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, 矩阵的秩为 r , 矩阵 B 的奇异值为 t 阶方阵 $B^T B$ (或 s 阶方阵 BB^T) 的正特征值的平方根,在 Matlab 软件中可通过 $[U S V] = \text{svd}(B)$ 对 B 进行如下形式的奇异值分解:

$$B = U \begin{pmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} V^T. \quad (9)$$

式中: U 和 V 为 2 个相互正交矩阵,分别为左奇异矩阵和右奇异矩阵; $\Lambda = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r, \dots)$, 其中 $\sigma_p = \sqrt{\lambda_p}$ 为奇异值, λ_p 为方阵 $B^T B$ 的特征值,且 $p \in [1, r]$.

当结构体系处于平衡临界状态时,结构刚度矩阵的最小特征值为0.当最小特征值小于0时,表明结构无法维持平衡.因此,一般情况下,结构的刚度矩阵特征值均大于0.由此可知,对于第1节中处于平衡状态的自由节点总数为 n 的结构体系,刚度矩阵 $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{dn \times dn}$ 的秩 $r=dn$,为满秩矩阵.刚度矩阵的特征值列向量可表示为:

$$\boldsymbol{\omega} = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{dn}\}^T. \quad (10)$$

若结构中各杆件的线刚度均相等,则根据式(6)可知,方阵 $\mathbf{A}\mathbf{A}^T \in \mathbf{R}^{dn \times dn}$ 的特征值列向量为:

$$\bar{\boldsymbol{\omega}} = g^{-1}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{dn}\}^T. \quad (11)$$

式中:杆件的线刚度 $g > 0$.

如果某铰接体系具有足够的外部约束,基于Maxwell准则进行几何稳定性分析时,其静定、动定的必要条件为:

$$m = dn. \quad (12)$$

若体系满足式(12),则其平衡方程数与未知量数相等,方程组有唯一解,即结构存在唯一的内力态和变形态.

依照Maxwell准则,一般情况下,铰接体系满足条件 $m \geq dn$,因此矩阵 \mathbf{A} 的秩 $r \leq dn$,即其奇异值阶数小于或等于 dn .根据矩阵奇异值分解的数学定义,类平衡矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{dn \times m}$ 的奇异值 σ_q 是方阵 $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ 正特征值的平方根,则由矩阵 \mathbf{A} 奇异值组成的列向量为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{dn}\}^T, \\ \sigma_q = \sqrt{\frac{\lambda_q}{g}}. \end{cases} \quad (\lambda_q, \sigma_q \geq 0, q \in [1, dn]) \quad (13)$$

式中: λ_q 为刚度矩阵 \mathbf{K} 的特征值.

$$\lambda_q = g\sigma_q^2. \quad (14)$$

由上述可知,刚度矩阵的行列式为:

$$\det(\mathbf{K}) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{dn}.$$

代入式(14)后可得:

$$\det(\mathbf{K}) = g^{dn} \sigma_1^2 \sigma_2^2 \dots \sigma_{dn}^2.$$

由式(8)可知,构件 i 的重要性系数为:

$$\alpha_i = \frac{g^{dn} \sigma_1^2 \sigma_2^2 \dots \sigma_{dn}^2 - g^{dn} \sigma_{i1}^2 \sigma_{i2}^2 \dots \sigma_{idn}^2}{g^{dn} \sigma_1^2 \sigma_2^2 \dots \sigma_{dn}^2} = 1 - \left(\frac{\prod_{q=1}^{dn} \sigma_{iq}}{\prod_{q=1}^{dn} \sigma_q} \right)^2. \quad (15)$$

式中: σ_{iq} 、 σ_q 分别为杆件 i 失效后及失效前类平衡矩阵 \mathbf{A} 的第 q 个奇异值.由式(15)可知,提出的构件重要性系数可以直接利用类平衡矩阵 \mathbf{A} 的奇异值进行计算,而无需集成整体刚度矩阵,故可简化步骤,提高计算效率.

若将构件 i 的重要性系数重新定义,将响应更改为类平衡矩阵 \mathbf{A} 的奇异值乘积,则构件 i 的重要性系

数为:

$$\alpha_{iA} = \frac{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_{dn} - \sigma_{i1} \sigma_{i2} \dots \sigma_{idn}}{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_{dn}} = 1 - \frac{\prod_{q=1}^{dn} \sigma_{iq}}{\prod_{q=1}^{dn} \sigma_q}. \quad (16)$$

综上所述,在假设条件下,可根据式(15)计算基于刚度的构件重要性系数 α_i ,修正结构响应的表达后,可根据式(16)计算基于类平衡矩阵的构件重要性系数 α_{iA} .比较式(15)与式(16),虽然两者计算的重要性系数值不同,前者稍大于后者,但构件在整体结构上的重要性排序一致.因此,可以采用式(16)来判断构件在整体结构中的重要性.

4 算例分析

算例1为如图2所示的某二维桁架结构.图中, $N_1 \sim N_4$ 为该桁架的节点, $M_1 \sim M_6$ 为该桁架的杆件单元,该桁架结构的自由节点数为2,满足Maxwell准则,因此刚度矩阵的特征值阶数为 $2 \times 2 = 4$.为简化说明,参数均采用无量纲.假定杆件 M_3 、 M_4 的截面刚度为1.414,杆件 M_1 、 M_2 、 M_5 、 M_6 的截面刚度为1,长度均为1,则各杆件的线刚度均为1.算例1中完整结构体系的刚度矩阵特征值和类平衡矩阵的奇异值见表1.根据式(15)和(16)计算得到的构件重要性系数见表2.表2中 α_i 与 α_{iA} 为该桁架结构中杆件 i 分别基于刚度及类平衡矩阵的构件重要性系数.

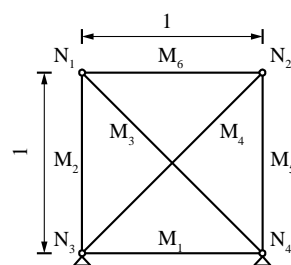


图2 算例1的桁架体系示意图

Fig.2 Schematic diagram of truss system of example 1

由表1可知,刚度矩阵特征值与类平衡矩阵奇异值的平方呈线性关系,结果与式(14)一致.由表2可知,算例1中 M_2 、 M_5 、 M_6 为最重要的杆件, M_3 、 M_4 杆件次之, M_1 杆件最不重要.虽然基于类平衡矩阵的构件重要性系数 α_{iA} 小于基于刚度的构件重要性系数 α_i ,但两种重要性构件判断方法的计算结果一致.

算例2为3个相同网格单元组成的某二维桁架结构,如图3所示.图中, $P_1 \sim P_8$ 为该桁架的节点,

表 1 算例 1 的特征值与奇异值计算结果

Tab.1 Eigenvalues and singular values of example 1

刚度矩阵特征值	类平衡矩阵奇异值
0.241 2	0.491 1
1.241 2	1.114 1
1.465 9	1.210 7
2.465 9	1.570 3

表 2 算例 1 的构件重要性系数计算结果

Tab.2 Calculated component importance coefficients of example 1

单元编号	α_i	α_{iA}
M ₁	0	0
M ₂	0.857 1	0.622 0
M ₃	0.714 3	0.465 5
M ₄	0.714 3	0.465 5
M ₅	0.857 1	0.622 0
M ₆	0.857 1	0.622 0

$E_1 \sim E_{16}$ 为该桁架的杆件单元, 其中自由节点数为 6, 满足 Maxwell 准则, 因此刚度矩阵的特征值阶数为 $2 \times 6 = 12$. 为计算方便, 采用无量纲参量表示截面刚度与几何参数, 假设单网格的跨度和高度均为 1, 杆件的线刚度均为 1. 分别计算算例 2 完整结构体系的刚度矩阵特征值和类平衡矩阵的奇异值, 结果见表 3. 分别按照式 (15) 和式 (16) 计算构件的重要性系数, 利用结构体系的对称性, 可只计算左半侧的杆件, 结果见表 4.

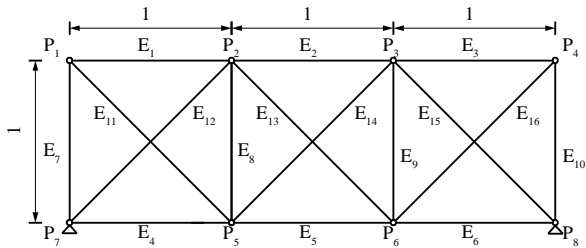


图 3 算例 2 的桁架体系示意图

Fig.3 Schematic diagram of truss system of example 2

由表 3 可知, 刚度矩阵特征值与类平衡矩阵奇异值的数学关系与式 (14) 一致, 特征值与奇异值的平方成正比, 因此在计算重要性系数时可以直接代入类平衡矩阵的奇异值. 由表 4 可知, 算例 2 半结构中 E_1, E_7 为最重要的杆件, E_5 为最不重要杆件. 同算例 1, 基于类平衡矩阵的构件重要性系数 α_{iA} 小于基于刚度的构件重要性系数 α_i . 虽然两种重要性构件判断方法采用的结构响应不同, 但基于类平衡矩阵与基于刚度的重要构件判断方法计算结果一致.

表 3 算例 2 的特征值与奇异值计算结果

Tab.3 Eigenvalues and singular values of example 2

刚度矩阵特征值	类平衡矩阵奇异值	刚度矩阵特征值	类平衡矩阵奇异值
0.224 6	0.473 9	2.000 0	1.414 2
0.357 9	0.598 2	2.800 3	1.673 4
0.839 4	0.916 2	3.453 4	1.858 3
0.853 2	0.923 7	3.631 9	1.905 7
1.548 9	1.244 6	3.681 8	1.918 8
1.625 1	1.274 8	4.983 4	2.232 4

表 4 算例 2 的构件重要性系数计算结果

Tab.4 Calculated component importance coefficients of example 2

单元编号	α_i	α_{iA}	单元编号	α_i	α_{iA}
E ₁	0.868 2	0.637 0	E ₈	0.759 8	0.509 9
E ₂	0.867 5	0.636 0	E ₁₁	0.736 4	0.486 6
E ₄	0.579 1	0.351 2	E ₁₂	0.736 4	0.486 6
E ₅	0.566 3	0.341 4	E ₁₃	0.734 9	0.485 2
E ₇	0.868 2	0.637 0			

算例 3 为如图 4 所示的一三维桁架结构. 其中, $J_1 \sim J_{12}$ 为节点, $H_1 \sim H_{31}$ 为杆件单元, 其中自由节点数为 8, 因此刚度矩阵的特征值阶数为 $3 \times 8 = 24$. 参数均采用无量纲, 则各杆件的线刚度均为 1, 底部共有 4 个约束点. 计算三维算例 3 刚度矩阵特征值和类平衡矩阵的奇异值, 见表 5. 利用结构体系的对称性, 半结构构件的重要性系数见表 6.

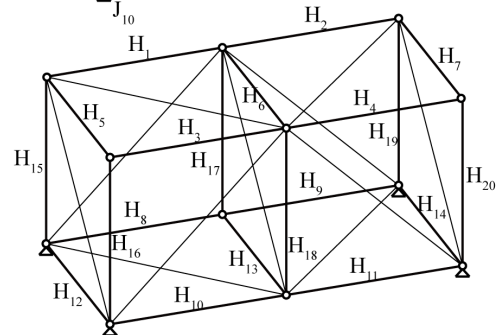
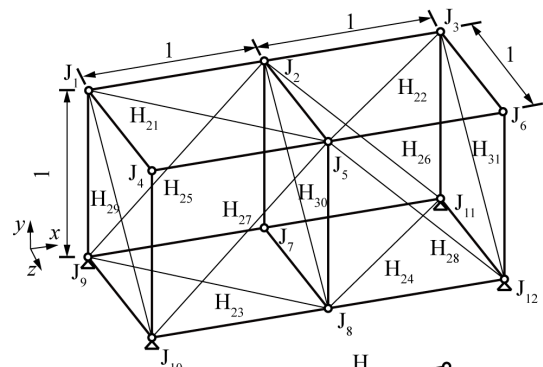


图 4 算例 3 的桁架体系示意图

Fig.4 Schematic diagram of truss system of example 3

表 5 算例 3 的特征值与奇异值计算结果

Tab.5 Eigenvalue and singular values of example 3

刚度矩阵 特征值	类平衡矩阵 奇异值	刚度矩阵 特征值	类平衡矩阵 奇异值
0.119 4	0.345 5	1.418 2	1.190 9
0.171 4	0.414 0	1.485 2	1.218 7
0.267 9	0.517 6	2.000 0	1.414 2
0.371 2	0.609 2	2.296 8	1.515 5
0.382 0	0.618 0	2.618 0	1.618 0
0.382 0	0.618 0	2.618 0	1.618 0
0.779 9	0.883 1	2.645 1	1.626 4
0.868 2	0.931 8	3.000 0	1.732 1
1.000 0	1.000 0	3.459 4	1.859 9
1.000 0	1.000 0	3.732 1	1.931 9
1.000 0	1.000 0	4.035 3	2.008 8
1.364 5	1.168 1	4.985 5	2.232 8

表 5 中刚度矩阵特征值与类平衡矩阵奇异值的关系与算例 1、2 相同.由表 6 可知,算例 3 半结构中 H_3 、 H_5 、 H_{13} 、 H_{16} 、 H_{17} 同为最重要的杆件. H_{12} 重要性系数最小,为 0,因其连接在两个约束之间,属于不受力构件,证明了重要性系数计算的正确性.基于类平衡矩阵的构件重要性系数 α_{i4} 总体上小于基于刚度的构件重要性系数 α_i .基于数值排序,其重要构件判断方法计算结果一致.

表 6 算例 3 的构件重要性系数计算结果

Tab.6 Calculated component importance coefficients of example 3

单元编号	α_i	α_{i4}	单元编号	α_i	α_{i4}
H_1	0.925 0	0.726 1	H_{16}	1.000 0	1.000 0
H_3	1.000 0	1.000 0	H_{17}	1.000 0	1.000 0
H_5	1.000 0	1.000 0	H_{18}	0.900 0	0.683 8
H_6	0.900 0	0.683 8	H_{21}	0.850 0	0.612 7
H_8	0.500 0	0.292 9	H_{23}	0.616 7	0.380 9
H_{10}	0.333 3	0.183 5	H_{25}	0.850 0	0.612 7
H_{12}	0	0	H_{27}	0.850 0	0.612 7
H_{13}	1.000 0	1.000 0	H_{29}	0.850 0	0.612 7
H_{15}	0.925 0	0.726 1	H_{30}	0.800 0	0.552 8

根据以上 3 个典型算例的分析结果可知,当不考虑结构应力刚化作用或应力刚化所贡献的刚度很小且各杆件线刚度相同时,可采用以类平衡矩阵奇异值乘积为响应的重要性系数来判断铰接杆件体系的构件重要性.

5 结论

1)当铰接杆件体系的各杆件线刚度近似相等,且不考虑结构应力刚化作用或应力刚化所贡献的刚度很小时,构件重要性系数只与类平衡矩阵有关.

2)对类平衡矩阵进行奇异值分解,建立刚度矩阵特征值与类平衡矩阵奇异值的数学关系式.以类平衡矩阵奇异值乘积为响应,提出了一种基于类平衡矩阵的重要性构件判断方法.

3)算例分析结果表明,基于类平衡矩阵的重要构件判断方法与基于刚度的重要性构件判断方法计算结果一致.

4)基于类平衡矩阵的重要构件判断方法是一种切实可行的空间结构重要构件快速计算方法.

参考文献

- [1] 姜健,曹逸凡,张其杰,等. 建筑结构鲁棒性定量判定方法研究进展[J]. 建筑钢结构进展,2022,24(2):1-21.
JIANG J, CAO Y F, ZHANG Q J, et al. A review on the quantitative measures of robustness for building structures [J]. Progress in Steel Building Structures, 2022, 24 (2): 1-21. (in Chinese)
- [2] FABER M. Robustness of structures: an introduction [J]. Structural Engineering International, 2006, 16(2):101.
- [3] 李六连,李国强,陆勇,等. 结构鲁棒性研究进展与趋势[J]. 建筑钢结构进展,2015,17(5):5-17.
LI L L, LI G Q, LU Y, et al. A review on the research of robustness of civil structures [J]. Progress in Steel Building Structures, 2015, 17(5):5-17. (in Chinese)
- [4] BLOCKLEY D I, AGARWAL J, PINTO J T, et al. Structural vulnerability, reliability and risk [J]. Progress in Structural Engineering and Materials, 2002, 4(2):203-212.
- [5] JIANG X F, CHEN Y Y. Progressive collapse analysis and safety assessment method for steel truss roof[J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2012, 26(3):230-240.
- [6] 叶列平,林旭川,曲哲,等. 基于广义结构刚度的构件重要性评价方法[J]. 建筑科学与工程学报,2010,27(1):1-6.
YE L P, LIN X C, QU Z, et al. Evaluating method of element importance of structural system based on generalized structural stiffness[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2010, 27(1):1-6. (in Chinese)
- [7] 黄靓,王莹,陈永亮,等. 一种简化的结构鲁棒性量化方法[J]. 工程力学,2013,30(10):46-53.
HUANG L, WANG Y, CHEN Y L, et al. A simplified evaluation method of structural robustness [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(10):46-53. (in Chinese)

- [8] 陈永亮,黄靓,易宏伟,等. 含格构化体系柱RC框架的鲁棒性分析[J]. 工程力学,2014,31(7):129-136.
CHEN Y L, HUANG L, YI H W, et al. Robustness analysis of RC frame with latticed-frame column [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(7): 129-136. (in Chinese)
- [9] 霍静思,胡聪伶,张晋清,等. 典型钢框架结构节点的动态力学性能与延性分析[J]. 土木建筑与环境工程,2012,34(S1): 149-154.
HUO J S, HU C L, ZHANG J Q, et al. Analysis of dynamic behaviors and ductility of steel moment frame connections [J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2012, 34(S1): 149-154. (in Chinese)
- [10] TAVAKOLI H R, AFRAPOLI M M. Robustness analysis of steel structures with various lateral load resisting systems under the seismic progressive collapse [J]. Engineering Failure Analysis, 2018, 83(11): 88-101.
- [11] LI Y, LU X Z, GUAN H, et al. Probability-based progressive collapse-resistant assessment for reinforced concrete frame structures [J]. Advances in Structural Engineering, 2016, 19(11): 1723-1735.
- [12] LI L L, LI G Q, JIANG B, et al. Analysis of robustness of steel frames against progressive collapse [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2018, 143(4): 264-278.
- [13] TIAN L M, WEI J P, HAO J P, et al. Method for evaluating the progressive collapse resistance of long-span single-layer spatial grid structures [J]. Advanced Steel Construction, 2019, 15(1): 109-115.
- [14] ZHU N H, YE J H. Structural vulnerability of a single-layer dome based on its form [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2014, 140(1): 112-127.
- [15] AGARWAL J, BLOCKLEY D, WOODMAN N. Vulnerability of 3-dimensional trusses [J]. Structural Safety, 2001, 23(3): 203-220.
- [16] NAFDAY A M. System safety performance metrics for skeletal structures [J]. Journal of Structural Engineering, 2008, 134(3): 499-504.
- [17] 蔡建国,王峰岚,韩运龙,等. 大跨空间结构重要构件评估实用方法[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2011,38(3):7-11.
CAI J G, WANG F L, HAN Y L, et al. Practical method for the evaluation of important structural components of long-span space structures [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2011, 38(3): 7-11. (in Chinese)
- [18] 蔡建国,王峰岚,冯健,等. 大跨空间结构连续倒塌分析若干问题探讨[J]. 工程力学,2012,29(3):143-149.
CAI J G, WANG F L, FENG J, et al. Discussion on the progressive collapse analysis of long-span space structures [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(3): 143-149. (in Chinese)
- [19] CAI J G, JIA W W, FENG J, et al. Applications of stiffness-based evaluation method to element importance of truss systems [J]. Journal of Civil Engineering and Management, 2017, 23(5): 562-572.
- [20] BRUNESI E, NASCIBENE R, PARISI F, et al. Progressive collapse fragility of reinforced concrete framed structures through incremental dynamic analysis [J]. Engineering Structures, 2015, 104: 65-79.
- [21] 黄靓,李龙. 一种结构鲁棒性量化方法[J]. 工程力学,2012, 29(8):213-219.
HUANG L, LI L. A quantification method of structural robustness [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(8): 213-219. (in Chinese)
- [22] 柳承茂,刘西拉. 基于刚度的构件重要性评估及其与冗余度的关系[J]. 上海交通大学学报,2005,39(5):746-750.
LIU C M, LIU X L. Stiffness-based evaluation of component importance and its relationship with redundancy [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2005, 39(5): 746-750. (in Chinese)
- [23] 朱南海,李杰明,贺小玲,等. 基于易损性与冗余度分析的构件重要性评价方法[J]. 计算力学学报,2020,37(5):608-615.
ZHU N H, LI J M, HE X L, et al. The importance evaluation of structural components based on the analysis of vulnerability and redundancy [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2020, 37(5): 608-615. (in Chinese)
- [24] 蒋淑慧,袁行飞,马烁. 考虑冗余度的杆系结构构件重要性评价方法[J]. 哈尔滨工业大学学报,2018,50(12):187-192.
JIANG S H, YUAN X F, MA S. An evaluation method for component importance of pin-jointed structures considering structural redundancy [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2018, 50(12): 187-192. (in Chinese)
- [25] 张立森,方圣恩. 考虑内力分项贡献度的框架构件重要性评价[J]. 计算力学学报,2017, 34(6): 732-738.
ZHANG L S, FANG S E. Component importance evaluation of frame structures considering the contributions of internal forces [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2017, 34(6): 732-738. (in Chinese)