

建设项目随机离散型工期-成本优化算法的改进

王家^{1,2†}, 唐敬奇¹, 周忠宝², 韩淙吉¹

(1. 湖南大学 土木工程学院, 湖南长沙 410082;

2. 湖南大学 工商管理学院, 湖南长沙 410082)

摘要:针对建设项目随机离散型工期-成本优化问题的求解,一般采用遗传算法为外循环、蒙特卡罗模拟算法为内循环的双层循环算法框架.为减少内层循环中按期完工概率约束条件检验所耗费的计算资源,根据按期完工概率估计值(采用蒙特卡罗模拟方法)的概率特性,提出一种计算资源的高效、动态分配策略,以提升现有算法的计算效率.通过算例验证,本文建议的改进优化算法可高效、稳定地求解建设项目随机离散型工期-成本优化问题.

关键词:工期-成本优化问题;蒙特卡罗模拟方法;遗传算法;计算效率

中图分类号:TU722 **文献标志码:**A

Improvement Optimization Algorithm for Stochastic Discrete Time-cost Trade-off Problems of Construction Projects

WANG Jia^{1,2†}, TANG Jingqi¹, ZHOU Zhongbao², HAN Congji¹

(1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. Business School, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: To address the stochastic discrete time-cost trade-off problems in construction projects, a double loop optimization procedure, which utilizes Genetic algorithm and monte Carlo simulation respectively in the outer and inner loops, is usually implemented. To reduce computational resources in the inner loop, an effective and dynamic strategy for allocating computational resources is proposed based on the statistical properties of the Monte Carlo simulation estimator. As shown by an illustrative example, the improved optimization algorithm can efficiently and stably solve the stochastic discrete time-cost trade-off problems in construction projects.

Key words: time-cost trade-off; Monte Carlo simulation; genetic algorithm; computational efficiency

作为建设项目计划与管理的重要内容,工期-成本优化问题旨在合理分配建设项目实施所需的各种资源,以达到项目工期和成本的最佳权衡.工程实践

中,建设项目中各工序的资源分配往往呈现出离散化的特征,故其实施方式只能从有限个执行模式中选取.因此,工序执行模式作为决策变量的离散型工

* 收稿日期:2022-03-14

基金项目:中国博士后科学基金资助项目(2017M622575), China Postdoctoral Science Foundation (2017M622575)

作者简介:王家(1982—),男,河南南阳人,湖南大学副教授

† 通信联系人, E-mail: jayson_wang@hnu.edu.cn

期-成本优化问题(Discrete Time-Cost Trade-off Problem, DTCTP),受到学者的广泛关注^[1].离散型工期-成本优化问题的求解方法主要可分为精确算法和启发式算法^[2].精确算法包括整数规划、动态规划等方法,适用于规模较小的问题^[3-5].当问题的规模较大时,求解中主要采用启发式算法,包括和声搜索算法^[6]、粒子群算法^[7]、蚁群算法^[8]、遗传算法^[9-10]等.同时,伊长生等^[11]基于模糊规划理论,构建了工程项目在多模式环境下的工期-成本优化模型,并提出了基于遗传算法、模糊模拟和神经网络的混合智能算法.He等^[12]将BIM技术与遗传算法结合,构建了针对离散型工期-成本优化问题的五维BIM决策平台.

同时,建设项目所处的环境,易受生产效率波动、施工现场条件改变等不确定性因素的影响.鉴于此,研究人员采用PERT网络来考虑不确定性因素对项目工期和项目成本的影响,开展了大量研究工作^[13-14].其中,为克服传统PERT方法的缺陷,Ballemteros提出一种可纸上作业的项目工期估算技术M-PERT^[15].针对大型建设项目的项目工期风险分析,Jun等^[16]基于多元正态积分法和图论的遍历方法,提出一种兼顾准确度和计算效率的新型算法.

但是,在建设项目的离散型工期-成本优化问题中,纳入项目工期和项目成本的不确定性度量,进行随机离散型工期-成本优化的研究仍然偏少.Ke等^[17]建立了两种随机离散型工期-成本优化模型,并提出了遗传算法为外循环、蒙特卡罗模拟方法(Monte Carlo simulation, MCS)为内循环的双层循环算法框架.然而,该研究并未过多考虑算法的计算效率,随机离散型工期-成本优化算法的计算效率提升,仍有较大的研究空间.因此,本文针对双层循环算法中内循环的按期完工概率约束条件检验,根据按期完工概率蒙特卡罗估计值的概率特性,提出一种计算资源的高效、动态分配策略,以提升现有优化算法的计算效率.通过算例验证,本文建议的改进优化算法可高效、稳定地求解建设项目随机离散型工期-成本优化问题.

1 建设项目的随机离散型工期-成本优化模型

考虑包含 N_a 项工序、 N_p 条路径的某一建设项目.该项目中,任一工序 i 的执行模式总数假设为 K_i ($i=1, 2, \dots, N_a$),工序 i 在第 k 个执行模式下的持续时间

和成本分别表示为 $t_{i,k}$ 和 $c_{i,k}$.采用 $x_{i,k}$ 作为工序 i 执行模式的指示变量,如工序 i 选择第 k 个执行模式,则 $x_{i,k}=1$,否则 $x_{i,k}=0$.工序 i 的工期 t_i 和成本 c_i 可分别表示为:

$$t_i = \sum_{k=1}^{K_i} x_{i,k} t_{i,k} \quad (1)$$

$$c_i = \sum_{k=1}^{K_i} x_{i,k} c_{i,k} \quad (2)$$

考虑到任一工序 i 只能选择一个执行模式,指示变量 $x_{i,k}$ 需满足如下约束条件:

$$\sum_{k=1}^{K_i} x_{i,k} = 1 \quad (3)$$

项目中任一路径工期 T_j ($j=1, 2, \dots, N_p$)可由该路径上所有工序的工期求和得到,即:

$$T_j = \sum_{i=1}^{N_a} \lambda_{ji} t_i = \sum_{i=1}^{N_a} \lambda_{ji} \left(\sum_{k=1}^{K_i} x_{i,k} t_{i,k} \right) \quad (4)$$

式中: λ_{ji} ($j=1, 2, \dots, N_p$; $i=1, 2, \dots, N_a$)为路径 j 上工序的指示变量(可由进度网络图得到),如工序 i 在路径 j 上,则 $\lambda_{ji}=1$,否则 $\lambda_{ji}=0$.项目的总工期 T 为所有路径工期的最大值,可表示为:

$$T = \max_{j=1}^{N_p} (T_j) = \max_{j=1}^{N_p} \left[\sum_{i=1}^{N_a} \lambda_{ji} \left(\sum_{k=1}^{K_i} x_{i,k} t_{i,k} \right) \right] \quad (5)$$

项目的总成本 C 为所有工序的成本之和,可表示为:

$$C = \sum_{i=1}^{N_a} c_i = \sum_{i=1}^{N_a} \left(\sum_{k=1}^{K_i} x_{i,k} c_{i,k} \right) \quad (6)$$

如采用 $X = \{x_{i,k}, i=1, 2, \dots, N_a; k=1, 2, \dots, K_i\}$ 包含所有工序的执行模式指示变量,由公式(5)和公式(6)可知,项目总工期和总成本为 X 的函数,可分别表示为 $T(X)$ 和 $C(X)$.

考虑到生产效率波动、现场条件改变等不确定性因素的影响,给定执行模式下工序的持续时间 $t_{i,k}$ 和成本 $c_{i,k}$ 更适宜描述为服从一定概率分布的随机变量.例如, $t_{i,k}$ 和 $c_{i,k}$ 可采用三点估计值基础上的Beta分布来描述:

$$t_{i,k} \sim \beta(a_{t_{i,k}}, m_{t_{i,k}}, b_{t_{i,k}}) \quad (7)$$

$$c_{i,k} \sim \beta(a_{c_{i,k}}, m_{c_{i,k}}, b_{c_{i,k}}) \quad (8)$$

其中: $a_{t_{i,k}}$ 、 $m_{t_{i,k}}$ 、 $b_{t_{i,k}}$ 分别为 $t_{i,k}$ 的最乐观、最可能、最悲观估计值; $a_{c_{i,k}}$ 、 $m_{c_{i,k}}$ 、 $b_{c_{i,k}}$ 分别为 $c_{i,k}$ 的最乐观、最可能、最悲观估计值.表1为某桥梁工程项目中大孔板梁安装工序在不同执行模式下的成本和工期估计值.

考虑不确定性因素影响下,项目的总工期 $T(X)$ 和总成本 $C(X)$ 为随机变量,此时项目的随机离散型

表 1 大孔板梁安装工序在不同执行模式下的工期、成本估计值

Tab.1 Estimates of the duration and the cost for the activity of installing plate beam (with large holes) at different execution modes

执行模式 k	主要施工方法	工期 t/d			成本 $c/$ 万元		
		$a_{i,k}$	$m_{i,k}$	$b_{i,k}$	$a_{i,k}$	$m_{i,k}$	$b_{i,k}$
1	一般分块安装	47	50	56	51	52	55
2	大部分采用整体安装,小部分采用分块安装	44	46	49	56	57	59
3	用龙门起重机整体安装	37	39	41	63	65	67

工期-成本优化问题可描述为如下模型^[16]:

$$\begin{aligned} & \min \tilde{C}(X) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \Pr\{C(X) \leq \tilde{C}(X)\} \geq 1 - \alpha_c \\ \Pr\{T(X) \leq T_0\} \geq 1 - \alpha_t \\ \sum_{k=1}^{K_i} x_{i,k} = 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

其中:目标函数 $\tilde{C}(X)$ 为给定置信水平 $(1 - \alpha_c)$ 下的成本费用 $\tilde{C}(X)$, 即 $\tilde{C}(X)$ 需满足

$$\Pr\{C(X) \leq \tilde{C}(X)\} \geq 1 - \alpha_c \quad (10)$$

同时,项目的实施模式 X , 应确保项目的按期完工概率 $\Pr\{T(X) \leq T_0\}$ (项目工期 $T(X)$ 不超出目标工期 T_0 的概率) 较高, 高于给定的限值 $1 - \alpha_t$.

2 基于遗传算法的双层循环算法

针对公式(9)的随机离散型工期-成本优化问题,可采用现有的双层循环算法框架进行求解. 双层循环算法的框架如图 1 所示,外层循环采用遗传算法^[18-20] 搜寻、考察更优的解,内层循环需利用蒙特卡罗模拟方法估算考察解的按期完工概率,以检验按期完工概率约束条件,判断考察解的可行性. 原双层循环算法中,针对不同考察解的按期完工概率估计,蒙特卡罗模拟方法均采用相同次数的项目进度网络分析(相同的样本数),导致优化问题求解所需的分析次数过多. 如外层循环搜寻 10 000 个考察解,内层循环的蒙特卡罗模拟方法采用 5 000 次分析来估计每一考察解的按期完工概率,则整个优化过程需进行 5×10^7 次项目进度网络分析. 因此,当问题规模较大(涉及工序较多)时,原双层循环算法所需的计算资源过多,耗时过久.

有鉴于此,研究在保持原双层循环算法框架基础上,对内层循环的蒙特卡罗模拟方法动态分配计算资源(例如样本数在 200~5 000 间动态调整),以提升双层循环算法的计算效率. 本节讨论双层循环算法中外层循环的遗传算法实现,内层循环中蒙特卡

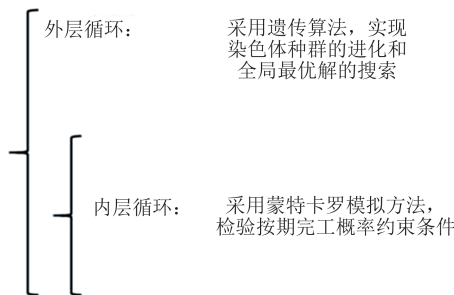


图 1 双层循环算法框架

Fig.1 Framework for the double loop procedure

罗模拟方法的计算资源动态分配在第 3 节介绍.

2.1 编码与解码

随机离散型工期-成本优化问题适合采用实数编码的方式. 具体而言, 可将染色体表示为序列 $\theta = (\theta(1), \theta(2), \dots, \theta(N_a))$, $\theta(i)$ ($i = 1, 2, \dots, N_a$) 为 $[1, K_i]$ 内的自然数, 代表工序 i 的执行模式. 例如, 考虑包含 7 项工序的某工程项目, 各工序执行模式的总数分别是 2, 5, 6, 4, 3, 6, 5, 则编码后的染色体可能为 $\theta = (2, 4, 3, 2, 1, 5, 3)$, 表示第 1~第 7 项工序的执行模式依次为第 2, 第 4, 第 3, 第 2, 第 1, 第 5 和第 3. 采用上述编码方式的染色体, 其对应的原问题的解 $X = \{x_{i,k}, i=1, 2, \dots, N_a; k=1, 2, \dots, K_i\}$, 可直接根据 $x_{i,k}$ 的含义得到, 解码过程非常简便. 考虑前例中的染色体 $\theta = (2, 4, 3, 2, 1, 5, 3)$, 其解码得到的 X 见表 2 所示.

表 2 典型染色体解码对应的原问题解 X

Tab.2 The solution of X corresponding to a typical chromosome

工序 i	执行模式 k					
	1	2	3	4	5	6
1	0	1	—	—	—	—
2	0	0	0	1	0	—
3	0	0	1	0	0	0
4	0	1	0	0	—	—
5	1	0	0	—	—	—
6	0	0	0	0	1	0
7	0	0	1	0	0	—

2.2 适应度函数

针对染色体个体 θ ,其对应的项目成本 $C(\theta)$,通过将解码值 $X(\theta)$ 代入公式(6)得到:

$$C(\theta) = \sum_{i=1}^{N_s} c_i = \sum_{i=1}^{N_s} \left[\sum_{k=1}^{K_i} x_{i,k}(\theta) c_{i,k} \right] \quad (11)$$

项目成本 $C(\theta)$ 为随机变量,其概率分布由式(11)和 $c_{i,k}$ 的概率分布共同确定. θ 对应的目标函数值 $\tilde{C}(\theta)$,满足条件 $\Pr\{C[X(\theta)] \leq \tilde{C}(\theta)\} \geq 1 - \alpha_c$,可通过蒙特卡罗模拟方法估算.同时,估算时仅涉及 $c_{i,k}$ 随机抽样样本的简单求和,MCS方法中大量重复模拟所需的计算资源较为有限.遗传算法中,一般根据染色体个体的适应度函数值决定其遗传到下一代的概率.本算法中,适应度函数 $F(\theta)$ 定义为 $\tilde{C}(\theta)$ 的倒数,即:

$$F(\theta) = \frac{1}{\tilde{C}(\theta)} \quad (12)$$

2.3 种群迭代过程

遗传算法为迭代算法,通过初始染色体种群的生成和相邻种群的迭代,来实现染色体种群的进化和全局最优解的搜寻.本节讨论第 i 代染色体种群 $A_i = \{\theta_1^{(i)}, \theta_2^{(i)}, \dots, \theta_M^{(i)}\}$ 到第 $i+1$ 代染色体种群 $A_{i+1} = \{\theta_1^{(i+1)}, \theta_2^{(i+1)}, \dots, \theta_M^{(i+1)}\}$ 的迭代过程,包含选择、交叉、变异、约束条件检验的操作,而初始染色体种群的产生方法参见第4节.

1) 选择:针对第 i 代染色体种群 $A_i = \{\theta_1^{(i)}, \theta_2^{(i)}, \dots, \theta_M^{(i)}\}$,可根据公式(12)计算种群中各染色体对应的适应度函数值 $F(\theta_j^{(i)})$, $j = 1, 2, \dots, M$.本文采用轮盘赌准则进行选择,以各染色体的相对适应度函数值(归一化后的数值)作为选中概率,从种群 A_i 中随机选择出两个染色体,以进行后续的操作.除轮盘赌准则外,典型的选择算子还包括锦标赛选择策略、随机遍历抽样法等^[21].不同选择算子间的优劣,学界尚未达成共识.因此,本文采用遗传算法中广泛采用、使用简便的轮盘赌准则,并在后续研究中考察不同选择算子对算法的整体影响.

2) 交叉:本文的交叉操作采用单点交叉算子,并根据交叉概率 p_c 进行.针对选择操作得到的两个染色体,如需进行交叉,则随机选择交叉点位置,并互换交叉点后的基因,以形成新的两个染色体个体.

3) 变异:针对交叉操作后的两个染色体,根据变异概率 p_m 进行变异操作.具体而言,两个染色体上

的所有基因值根据概率 p_m ,变异为其他数值(该基因值对应的工序的其他执行模式).

4) 约束条件检验:每一代种群中的染色体个体,其解码值需满足公式(9)中的约束条件.由2.1节和2.2节的讨论可知,公式(9)中的约束条件中,仅需检验按期完工概率约束条件,其他两类约束条件可自动满足.因此,针对变异操作后的两个染色体,可采用MCS方法(详见第3节),检验按期完工概率约束条件.如满足按期完工概率约束条件,则放入下一代种群 A_{i+1} 中,否则应舍弃.

重复上述的选择、交叉、变异、约束条件检验操作,直至得到下一代种群 $A_{i+1} = \{\theta_1^{(i+1)}, \theta_2^{(i+1)}, \dots, \theta_M^{(i+1)}\}$ 的 M 个染色体.同时,算法中采用精英保留策略,即选择种群 $A_i = \{\theta_1^{(i)}, \theta_2^{(i)}, \dots, \theta_M^{(i)}\}$ 中适应度函数值最大的染色体,直接放入下一代种群 A_{i+1} 中.

3 内层循环中计算资源的动态分配策略

针对染色体个体 $\theta = (\theta(1), \theta(2), \dots, \theta(N_a))$,根据其解码值 $X = \{x_{i,k}, i=1, 2, \dots, N_a; k=1, 2, \dots, K_i\}$,检验按期完工概率约束条件.根据公式(5), θ 对应的项目工期为:

$$T(\theta) = T[X(\theta)] = \max_{j=1}^{N_p} \{T_j[X(\theta)]\} = \max_{j=1}^{N_p} \left\{ \sum_{i=1}^{N_s} \lambda_{ji} \left[\sum_{k=1}^{K_i} x_{i,k}(\theta) t_{i,k} \right] \right\} \quad (13)$$

根据公式(9)中优化模型的要求,项目工期 $T(\theta)$ 需满足约束条件 $\Pr\{T(\theta) \leq T_0\} \geq 1 - \alpha_c$.为方便论述,后续采用 $P_R(\theta)$ 表示染色体下的按期完工概率,即 $P_R(\theta) = \Pr\{T(\theta) \leq T_0\}$.

随机离散型工期-成本优化算法的双层循环流程中,内循环采用MCS方法估计染色体 θ 下的按期完工概率 $P_R(\theta)$,并检验约束条件 $P_R(\theta) \geq 1 - \alpha_c$.MCS方法根据 $t_{i,k}$ 的概率分布进行随机抽样,并利用关键路径法执行项目的进度网络分析,以得到染色体 θ 下的项目工期样本.重复上述步骤 N 次,可得到染色体 θ 下项目工期的 N 个随机样本 $\{T^{(1)}[X(\theta)], T^{(2)}[X(\theta)], \dots, T^{(N)}[X(\theta)]\}$,进而得到如下的按期完工概率的估计值^[22]:

$$\hat{P}_R(\theta) = \frac{N_R}{N} \quad (14)$$

式中: N_R 为随机样本 $\{T^{(1)}[X(\theta)], T^{(2)}[X(\theta)], \dots, T^{(N)}[X(\theta)]\}$ 中数值不大于 T_0 的个数. 采用上述流程得到的估计值具有随机性, 其准确度可用变异系数 (样本标准差和样本均值的比值) 进行衡量, 通过公式 (15) 估算^[22].

$$\hat{\delta}_R = \sqrt{\frac{1 - \hat{P}_R(\theta)}{\hat{P}_R(\theta)N}} \quad (15)$$

为确保估算的准确度, 此时的样本数量 N 不能过小. 由公式 (15) 可知, 随着样本数量 N (与计算资源的消耗相关) 的增加, 估计值 $\hat{P}_R(\theta)$ 的准确度得到提高 (对应的变异系数 $\hat{\delta}_R$ 减小).

现有的随机离散型工期-成本优化算法中, 针对不同染色体个体 θ 检验约束条件 $P_R(\theta) \geq 1 - \alpha_i$ 时, 内层循环的 MCS 方法采用相同的计算资源 (相同的随机样本数 N) 来获得估计值 $\hat{P}_R(\theta)$. 为提高优化算法的计算效率, 本文建议在内层循环中采用计算资源的动态分配策略, 即针对不同的 θ 为 MCS 方法按需分配不同的计算资源. 为阐释该策略, 需为 $P_R(\theta)$ (按期完工概率的真实值) 定义一个“极大可能区间”, 即有极大可能包含 $P_R(\theta)$ 的区间. 基于公式 (14) 和 (15) 计算的估计值 $\hat{P}_R(\theta)$ 和 $\hat{\delta}_R$, 研究采用以 $\hat{P}_R(\theta)$ 为中心、以 $4\hat{P}_R(\theta)\hat{\delta}_R$ 为宽度的区间, 作为 $P_R(\theta)$ 的极大可能区间, 即

$$P_R(\theta) \in \left[\hat{P}_R^l(\theta), \hat{P}_R^u(\theta) \right] = \left[\max \left\{ \hat{P}_R(\theta) \left(1 - 2\hat{\delta}_R \right), 0 \right\}, \min \left\{ \hat{P}_R(\theta) \left(1 + 2\hat{\delta}_R \right), 1 \right\} \right] \quad (16)$$

考虑到 $P_R(\theta) \in [0, 1]$, 上述极大可能区间的上下界计算中引入了 0 和 1. 该极大可能区间类似于不同概率分布下以期望值为中心、以 4 倍标准差为宽度的区间. 在不同的概率分布下, 该区间对应的概率均接近 1. 例如, 正态分布下该区间对应的概率为 95.46%, 均匀分布下该区间对应的概率为 100%, 指数分布下该区间对应的概率为 95.02%. 因此, 公式 (16) 定义的区间有较大概率包含 $P_R(\theta)$, 可作为 $P_R(\theta)$ 的极大可能区间. 随着采用样本数 N 的增加, 估计的准确度提升 ($\hat{\delta}_R$ 变小), 包含 $P_R(\theta)$ 的极大可能区间 $[\hat{P}_R^l(\theta), \hat{P}_R^u(\theta)]$ 逐渐缩窄, 如图 2 所示.

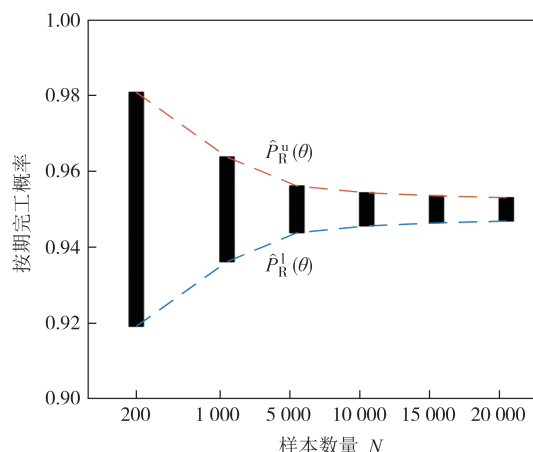


图 2 极大可能区间随样本数量的变化

Fig.2 The most probable range at different number of samples

内层循环采用 MCS 方法的目的是, 是检验约束条件 $P_R(\theta) \geq 1 - \alpha_i$ 是否成立, 而非准确估计 $P_R(\theta)$. 因此, 包含 $P_R(\theta)$ 的极大可能区间并非都需要估计至非常狭窄, 其与边界值 $1 - \alpha_i$ 能够区分即可. 当 $P_R(\theta)$ 距离边界值 $1 - \alpha_i$ 较远时, 准确度较低的估计足以提供可靠的检验判断. 如图 3 所示, 虽然此时采用的样本数较少, 对应估计值的准确度较低, 包含 $P_R(\theta)$ 的极大可能区间较宽, 但是, 此时的极大可能区间的上限小于 $1 - \alpha_i$, 足以可靠地说明约束条件 $P_R(\theta) \geq 1 - \alpha_i$ 此时不成立, 因此并不需要额外增加计算资源 (样本数量). 当 $P_R(\theta)$ 距离约束条件边界值 $1 - \alpha_i$ 较近时, 较小样本数量得到的极大可能区间包含了边界值 $1 - \alpha_i$, 无法提供约束条件 $P_R(\theta) \geq 1 - \alpha_i$ 的可靠判断, 此时需额外增加计算资源 (样本数量), 直到缩窄的极大可能区间不包含 $1 - \alpha_i$ 为止, 如图 4 所示.

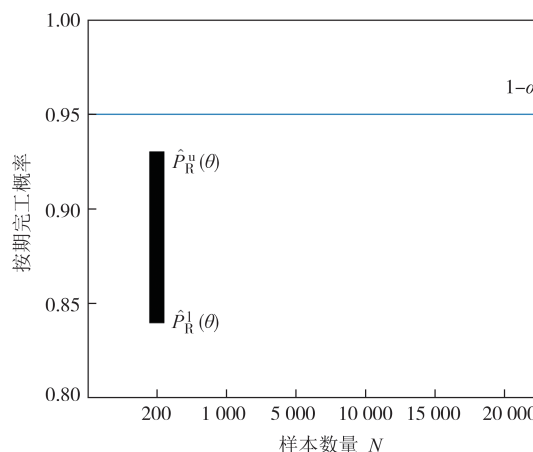


图 3 仅需较少计算资源的约束条件检验情形

Fig.3 Constraint examination in which few computational resources are required

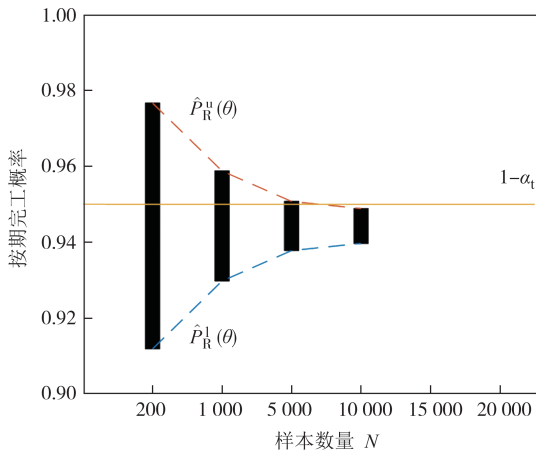


图4 需较多计算资源的约束条件检验情形

Fig.4 Constraint examination in which more computational resources are required

因此,为提供约束条件 $P_R(\theta) \geq 1 - \alpha_1$ 的可靠检验, MCS方法中的样本数 N , 应使包含 $P_R(\theta)$ 的极大可能区间 $[\hat{P}_R^l(\theta), \hat{P}_R^u(\theta)]$ 与边界值 $1 - \alpha_1$ 区分开来, 即 $(1 - \alpha_1) \notin [\hat{P}_R^l(\theta), \hat{P}_R^u(\theta)]$. 但是, 当 $P_R(\theta)$ 极其靠近 $1 - \alpha_1$ 时, 如仍采用上述原则, 则会使 MCS 方法中分配的样本数量过于庞大. 所以, 应对样本数量 N 的上限进行限制, 即 N 应低于设定的限值 N_{tol} . 综上所述, 为提供约束条件 $P_R(\theta) \geq 1 - \alpha_1$ 的可靠判断, 本文采用极大可能区间指标和样本数量上限相结合的原则, 动态分配 MCS 方法中的样本数 N_{req} :

$$N_{\text{req}} = \min \left\{ N: N \geq N_1, \text{使 } (1 - \alpha_1) \notin [\hat{P}_R^l(\theta), \hat{P}_R^u(\theta)] \text{ 或 } N \geq N_{\text{tol}} \right\} \quad (17)$$

为保证估计值 $\hat{P}_R(\theta)$ 和 $\hat{\delta}_R$ 具有一定的准确度, 式中要求初始的样本数量应大于一定的限值, 即 $N \geq N_1$.

4 初始染色体种群的改进生成方法

现有的随机离散型工期-成本优化算法中, 遗传算法的初始染色体种群 $A_0 = \{\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}, \dots, \theta_M^{(0)}\}$, 采用随机产生并检验约束条件 $P_R(\theta) \geq 1 - \alpha_1$ 的方法. 但是, 若满足约束条件的染色体占比较小, 则上述方法的效率过低. 如满足约束条件的染色体占比为 5%, 为得到满足约束条件的 100 个染色体, 平均需要随机产生 2 000 个染色体, 并进行按期完工概率约束条件的检验, 将耗费大量不必要的计算资源.

基于上述考量, 研究采用“带有反射壁的随机游

动”的马尔可夫链蒙特卡罗 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 方法^[23], 来产生初始染色体种群. 具体而言, 为得到马尔可夫链 $\{\theta_1, \theta_2, \dots\}$ 的起点 $\theta_1 = (\theta_1(1), \theta_1(2), \dots, \theta_1(N_a))$, 令其基因值 $\theta_1(i), i = 1, 2, \dots, N_a$ 为工序 i 的最赶工执行模式序号. 例如, 第 6 节算例中各工序的最赶工执行模式序号均为 1 (见表 3), 此时起点 $\theta_1 = (\theta_1(1), \theta_1(2), \dots, \theta_1(N_a))$ 的基因值均选为 1, 即 $\theta_1(i) = 1, i = 1, 2, \dots, N_a$. 该 θ_1 在所有染色体中, 最有可能满足约束条件 $P_R(\theta) \geq 1 - \alpha_1$, 如其亦不满足, 则说明该优化问题无可行解. 马尔可夫链 $\{\theta_1, \theta_2, \dots\}$ 中 $\theta_k = (\theta_k(1), \theta_k(2), \dots, \theta_k(N_a))$ 到 $\theta_{k+1} = (\theta_{k+1}(1), \theta_{k+1}(2), \dots, \theta_{k+1}(N_a))$ 的迭代操作如下:

1) 从染色体 $\theta_k = (\theta_k(1), \theta_k(2), \dots, \theta_k(N_a))$ 中随机选择一个可变基因 $\theta_k(r)$ (对应工序的执行模式总数大于 1, 即 $K_r > 1$).

2) 确定备选状态点 $\tilde{\theta} = (\tilde{\theta}(1), \tilde{\theta}(2), \dots, \tilde{\theta}(N_a))$. 备选状态点 $\tilde{\theta}$ 中除第 r 位置外的其他位置的基因值与 $\theta_k = (\theta_k(1), \theta_k(2), \dots, \theta_k(N_a))$ 相同, 即 $\tilde{\theta}(i) = \theta_k(i), i \neq r; i = 1, 2, \dots, N_a$. $\tilde{\theta}$ 的第 r 位基因值 $\tilde{\theta}(r)$ 根据如下规则取值: 如 $\theta_k(r) = 1$ (取值范围的左边界), 则 $\tilde{\theta}(r)$ 以 0.5 的概率取值为 1, 以 0.5 的概率取值为 2; 如 $\theta_k(r) = K_r$ (取值范围的右边界), 则 $\tilde{\theta}(r)$ 以 0.5 的概率取值为 K_r , 以 0.5 的概率取值为 $K_r - 1$; 如 $1 < \theta_k(r) < K_r$ (取值范围内部), 则 $\tilde{\theta}(r)$ 以 0.5 的概率取值为 $\theta_k(r) + 1$, 以 0.5 的概率取值为 $\theta_k(r) - 1$.

3) 采用第 3 节的动态检验方法, 检验备选状态点 $\tilde{\theta}$ 是否满足约束条件 $P_R(\theta) \geq 1 - \alpha_1$. 如满足约束条件, 则将备选状态点作为下一状态点, 即 $\theta_{k+1} = \tilde{\theta}$, 否则重复上一状态点, 即 $\theta_{k+1} = \theta_k$.

5 建议的改进优化算法总结

针对建设项目的随机离散型工期-成本优化问题, 本文建议对现有的双层循环算法 (遗传算法为外循环、蒙特卡罗模拟方法为内循环) 进行改进. 改进优化算法的具体步骤总结如下:

1) 确定算法中各参数的取值, 包括遗传算法中

的迭代代数 N_G 、种群规模 M 、交叉概率 p_c 、变异概率 p_m ，检验约束条件时动态分配 MCS 样本数所需的参数值 N_1 和 N_{tol} 。

2) 利用第 4 节的 MCMC 方法，产生满足按期完工概率约束条件的初始染色体种群 $A_0 = \{\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}, \dots, \theta_M^{(0)}\}$ ，并令迭代指示变量 $i=0$ 。

3) 计算第 i 代种群 A_i 中各染色体的适应度函数值 $F(\theta_j^{(i)})$, $j = 1, 2, \dots, M$ 。根据精英保留策略，选择 A_i 中适应度函数值最高的染色体，直接放入下一代种群 A_{i+1} 中。

4) 执行选择、交叉、变异及约束条件检验操作，直至得到下一代种群的 M 个染色体 $A_{i+1} = \{\theta_1^{(i+1)}, \theta_2^{(i+1)}, \dots, \theta_M^{(i+1)}\}$ 。令迭代指示变量 $i=i+1$ 。多次重复步骤 3)~4)，直至迭代次数 i 达到 N_G 。选择最后

一代种群中的最优解，作为随机离散型工期-成本优化问题的最优解。

6 算例分析

研究通过算例来检验建议优化算法的性能，采用的计算机硬件配置为处理器 Intel(R) Core(TM) i7-8700、内存 16 G，软件配置为 MATLAB R2020b。基于文献[8]的案例，本文将其中的项目网络图重复 4 次，以增加算例复杂程度，构建了图 5 所示的算例项目网络图(虚线内为原案例的项目网络图)。算例项目中包含 72 项工序，不同执行模式下各工序持续时间和成本的三点估计值如表 3 所示。算例项目的随机离散型工期-成本优化问题中，目标工期 T_0 为 550 d，工期和成本约束条件中的限值 $1 - \alpha_1$ 和 $1 - \alpha_c$ 均为 95%。

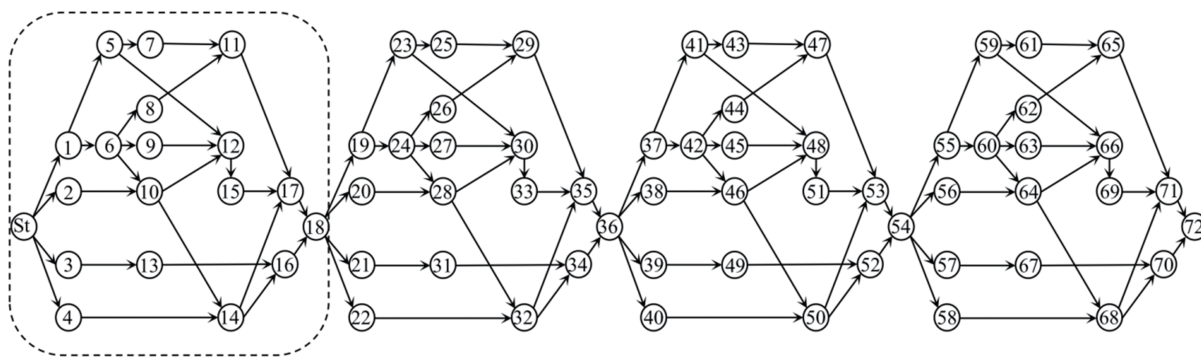


图 5 算例项目的单代号网络图
Fig.5 The activity-on-node network of the example project

针对算例项目的优化问题，建议算法采用如下的参数：遗传算法中种群规模 M 为 100，交叉概率 p_c 为 0.4，变异概率 p_m 为 0.01，终止迭代代数 N_G 为 140。同时，为确定 MCS 方法中动态分配策略的参数值 N_1 和 N_{tol} ，研究利用公式(15)和(16)计算了给定样本数量下 MCS 方法的失效范围。图 6 绘制了样本数 $N=200$ 时不同按期完工概率 MCS 估计值的极大可能区间。由图 6 可知，当按期完工概率估计值 $\hat{P}_R(\theta) < 0.909$ 时，其极大可能区间的上限 $\hat{P}_R^u(\theta) < 0.95$ ，此时按期完工概率约束条件不成立的判断较为可靠。当按期完工概率估计值 $\hat{P}_R(\theta) > 0.973$ 时，其极大可能区间的下限 $\hat{P}_R^l(\theta) > 0.95$ ，此时按期完工概率约束条件成立的判断较为可靠。当 $\hat{P}_R(\theta) \in [0.909, 0.973]$ ，其极大可能区间包含边界值 0.95，因此不能提供约束条件的

可靠判断，此时 MCS 方法检验失效。类似地，当样本数 $N=5\ 000$ 时，计算出的 MCS 方法失效范围缩窄至 $[0.943, 0.956]$ ，满足较好的精度要求。因此，动态分布策略中的参数值取 $N_1=200$ 和 $N_{tol}=5\ 000$ 。对应更高的计算精度时，可提高 N_{tol} 的数值，以便其所对应的 MCS 方法失效范围缩窄至可接受的目标范围。

研究考察了采用上述参数的建议优化算法的求解过程。图 7 描述了一次典型求解中最优目标函数值随迭代阶段的变化。由图 7 可见，算法经过 140 代后已收敛到最优解，对应最优目标函数值 434.175 千元。针对求解中所考察的 14 026 个解，研究统计了约束条件检验所动态分配的 MCS 样本数，并由表 4 给出了不同样本数区间对应的考察解的比例。由表 4 可知，14 026 个考察解中，98.97% 的解分配了较少的 MCS 样本数 $N_{req} = 200$ 。该结果说明大部分考察解的

表3 不同执行模式下的工序数据
Tab.3 Data of the activities at different execution modes

工序 <i>i</i>	执行模式 <i>k</i>	持续时间 <i>t/d</i>			成本 <i>c/元</i>			工序 <i>i</i>	执行模式 <i>k</i>	持续时间 <i>t/d</i>			成本 <i>c/元</i>		
		<i>a_{i,k}</i>	<i>m_{i,k}</i>	<i>b_{i,k}</i>	<i>a_{i,k}</i>	<i>m_{i,k}</i>	<i>b_{i,k}</i>			<i>a_{i,k}</i>	<i>m_{i,k}</i>	<i>b_{i,k}</i>	<i>a_{i,k}</i>	<i>m_{i,k}</i>	<i>b_{i,k}</i>
1(19,37,55)	1	13	14	16	2 160	2 400	3 000	10(28,46,64)	2	16	18	21	220	240	300
	2	14	15	17	1 940	2 150	2 690		3	18	20	23	160	180	230
	3	14	16	18	1 710	1 900	2 380		4	21	23	26	140	150	190
	4	19	21	25	1 350	1 500	1 880		5	23	25	29	90	100	130
	5	22	24	29	1 080	1 200	1 500		1	14	15	17	410	450	560
2(20,38,56)	1	14	15	17	2 700	3 000	3 750	2	20	22	25	360	400	500	
	2	16	18	22	2 160	2 400	3 000	3	30	33	40	290	320	400	
	3	18	20	24	1 620	1 800	2 250	11(29,47,65)	1	11	12	14	410	450	560
	4	21	23	28	1 350	1 500	1 880		2	14	16	18	320	350	440
	5	23	25	30	900	1 000	1 250		3	18	20	23	270	300	380
3(21,39,57)	1	14	15	17	4 050	4 500	5 630	12(30,48,66)	1	20	22	25	1 800	2 000	2 500
	2	20	22	25	3 600	4 000	5 000		2	22	24	28	1 580	1 750	2 190
	3	30	33	40	2 880	3 200	4 000		3	25	28	34	1 350	1 500	1 880
4(22,40,58)	1	11	12	14	40 500	45 000	56 250	4	29	32	38	900	1 000	1 250	
	2	14	16	18	31 500	35 000	43 750	13(31,49,67)	1	13	14	16	3 600	4 000	5 000
	3	18	20	23	27 000	30 000	37 500		2	16	18	21	2 880	3 200	4 000
1	20	22	25	18 000	20 000	25 000	3		22	24	28	1 620	1 800	2 250	
5(23,41,59)	2	22	24	28	15 750	17 500	21 880	14(32,50,68)	1	8	9	10	2 700	3 000	3 750
	3	25	28	32	13 500	15,000	18 750		2	14	15	17	2 160	2 400	3 000
	4	27	30	36	9 000	10 000	12 500		3	16	18	21	1 980	2 200	2 750
	1	13	14	16	36 000	40 000	50 000		1	14	16	18	3 150	3 500	4 380
6(24,42,60)	2	16	18	21	28 800	32 000	40 000	15(33,51,69)	1	18	20	23	2 700	3 000	3 750
	3	22	24	29	16 200	18 000	22 500		2	20	22	25	1 800	2 000	2 500
	1	8	9	10	27 000	30 000	37 500		3	22	24	28	1 580	1 750	2 190
7(25,43,61)	2	14	15	17	21 600	24 000	30 000	4	25	28	34	1 350	1 500	1 880	
	3	16	18	21	19 800	22 000	27 500	5	27	30	36	900	1 000	1 250	
	1	13	14	16	200	220	280	17(35,53,71)	1	13	14	16	3 600	4 000	5 000
2	14	15	17	190	215	270	2		16	18	21	2 880	3 200	4 000	
3	14	16	18	180	200	250	3		22	24	28	1 620	1 800	2 250	
8(26,44,62)	4	19	21	24	180	195	240	18(36,54,72)	1	8	9	10	2 700	3 000	3 750
	5	22	24	28	110	120	150		2	14	15	17	2 160	2 400	3 000
	1	14	15	17	270	300	380		3	16	18	21	1 980	2 200	2 750

按期完工概率距离边界值0.95较远,因此较少的分配样本数就足以提供按期完工概率约束条件的可靠判断.同时,其他的1.03%的解所分配的样本数,散布于 $N_1=200$ 和 $N_{tot}=5\ 000$ 之间,验证了按期完工概率约束条件的动态检验方法的有效性.

为检验动态分配策略对优化算法准确度和稳定性的影响,研究将建议优化算法与现有优化算法(与建议优化算法类似,但未采用动态分配策略,约束条件检验采用固定样本数5 000下的MCS方法)的求解进行比较.同时,为排除初始样本种群的影响,两种算法采用相同的初始样本种群.研究将两种算法

的对比独立进行了30次,算法运行所得最优解的目标函数值和按期完工概率如图8所示,最优目标函数值的统计结果如表5所示.由图8和表5可知,建议优化算法和现有优化算法的求解结果基本类似,30次运行结果中,最优目标函数值的最大值、最小值、平均值、标准差都很接近.因此,采用动态分配策略,可保持与现有优化算法类似的求解准确度和稳定性.同时,建议优化算法的单次运行耗时约为0.54 h,而现有优化算法单次运行耗时约为7.12小时.与现有优化算法相比,采用动态分配策略的建议优化算法的计算效率提升了约13倍.

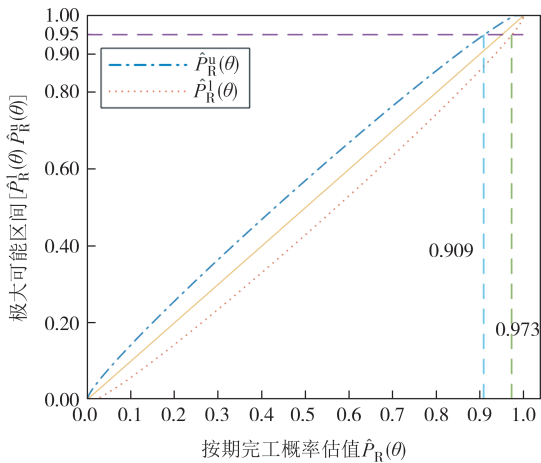


图 6 样本数 $N=200$ 时按期完工概率 MCS 估计值的极大可能区间

Fig.6 The most probable range for the MCS estimator with $N = 200$

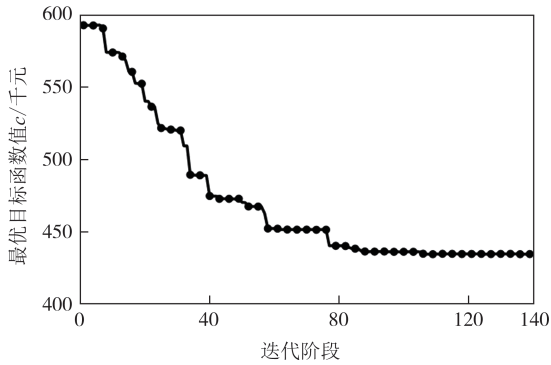


图 7 建议优化算法典型求解中最优目标函数数值随迭代阶段的变化

Fig.7 Optimal objective function value at different stages in a typical run of using the proposed method

表 4 不同 N_{req} 区间对应的考察解的比例
Tab.4 The ratio of examined solutions at different ranges of N_{req}

N_{req} 的区间	所占的比例/%
200	98.97
(200, 1 000]	0.63
(1000, 2 000]	0.15
(2 000, 3 000]	0.04
(3 000, 4 000]	0.05
(4 000, 5 000]	0.16

7 结论

本文针对建设项目的随机离散型工期-成本优化问题,研究遗传算法为外循环、蒙特卡罗模拟方法为内循环的优化算法的改进,主要研究结论如下:

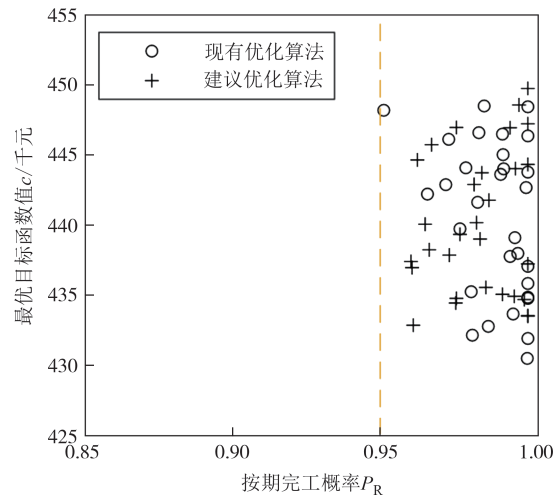


图 8 两种算法独立运行 30 次所得最优解的目标函数值和按期完工概率

Fig.8 The objective function value and the completion reliability for the optimal solutions obtained by the 30 independent runs of using two different methods

表 5 两种算法独立运行 30 次的统计结果

Tab.5 Statistical results of 30 independent runs using two different methods

算法	最优解的目标函数值统计				单次运行时长/h
	$c(\theta_{opt})$ 千元				
	最大值	最小值	平均值	标准差	
建议优化算法	448.57	432.86	440.02	5.151	0.54
现有优化算法	448.50	431.92	440.47	5.565	7.12

1)内层循环中采用蒙特卡罗模拟方法检验按期完工概率约束条件时,可利用按期完工概率估计值的极大可能区间,进行计算资源的动态、高效分配。

2)针对外层循环中遗传算法所需的初始染色体种群,可采用“带有反射壁的随机游动”的马尔可夫链蒙特卡罗方法,以提高染色体种群的产生效率。

3)通过算例验证,与现有优化算法相比,建议优化算法的求解准确度和稳定性类似,而计算效率有较大的提升(约 13 倍)。

参考文献

[1] VANHOUCKE M. New computational results for the discrete time/cost trade-off problem with time-switch constraints [J]. European Journal of Operational Research, 2005, 165 (2) : 359-374.

[2] ALOTHAIMEEN I, ARDITI D. Overview of multi-objective optimization approaches in construction project management[M]// Multicriteria Optimization-Pareto-Optimality and Threshold-Optimality. London: IntechOpen, 2020.

- [3] HINDELANG T J, MUTH J F. A dynamic programming algorithm for decision CPM networks [J]. *Operations Research*, 1979, 27(2):225-241.
- [4] AKKAN C, DREXL A, KIMMS A. Network decomposition-based benchmark results for the discrete time-cost tradeoff problem [J]. *European Journal of Operational Research*, 2005, 165(2):339-358.
- [5] HAZIR Ö, HAOUARI M, EREL E. Discrete time/cost trade-off problem: a decomposition-based solution algorithm for the budget version [J]. *Computers and Operations Research*, 2010, 37(4):649-655.
- [6] GEEM Z W. Multiobjective optimization of time-cost trade-off using harmony search [J]. *Journal of Construction Engineering and Management*, 2010, 136(6):711-716.
- [7] 卓锦松, 陆惠民. 基于粒子群算法的工程项目多目标优化问题研究 [J]. *工程管理学报*, 2017, 31(6):101-106.
ZHUO J S, LU H M. A multi-objective optimization of construction projects based on particle swarm algorithm [J]. *Journal of Engineering Management*, 2017, 31(6):101-106. (in Chinese)
- [8] LI Y C, WANG S R, HE Y S. Multi-objective optimization of construction project based on improved ant colony algorithm [J]. *Tehnicki Vjesnik*, 2020, 27(1):184-190.
- [9] FENG C W, LIU L, BURNS S A. Using genetic algorithms to solve construction time-cost trade-off problems [J]. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 1997, 11(3):184-189.
- [10] YANG I T, LIN Y C, LEE H Y. Use of support vector regression to improve computational efficiency of stochastic time-cost trade-off [J]. *Journal of Construction Engineering and Management*, 2014, 140(1):04013036.
- [11] 伊长生, 孙妍妍, 沈佳乐, 等. 多模式工期-成本均衡优化的模糊规划模型 [J]. *项目管理技术*, 2016, 14(12):18-22.
YI C S, SUN Y Y, SHEN J L, et al. Fuzzy programming model of multi-mode time limit-cost equilibrium optimization [J]. *Project Management Technology*, 2016, 14(12):18-22. (in Chinese)
- [12] HE W, SHI Y C, KONG D W. Construction of a 5D duration and cost optimisation model based on genetic algorithm and BIM [J]. *Journal of Engineering, Design and Technology*, 2019, 17(5):929-942.
- [13] LEE D E, ARDITI D. Automated statistical analysis in stochastic project scheduling simulation [J]. *Journal of Construction Engineering and Management*, 2006, 132(3):268-277.
- [14] 王卓甫, 丁继勇, 刘媛, 等. 基于 Monte Carlo 方法的 PERT 网络关键路线和最关键活动分析 [J]. *系统工程与电子技术*, 2012, 34(8):1646-1651.
WANG Z F, DING J Y, LIU Y, et al. Analysis of critical path and most critical activity in PERT networks based on Monte Carlo method [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(8):1646-1651. (in Chinese)
- [15] BALLESTEROS-PÉREZ P. M-PERT: manual project-duration estimation technique for teaching scheduling basics [J]. *Journal of Construction Engineering and Management*, 2017, 143(9):04017063.
- [16] JUN D H, EL-RAYES K. Fast and accurate risk evaluation for scheduling large-scale construction projects [J]. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 2011, 25(5):407-417.
- [17] KE H, MA W M, NI Y D. Optimization models and a GA-based algorithm for stochastic time-cost trade-off problem [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2009, 215(1):308-313.
- [18] 何威, 史一超. 基于 BIM-遗传算法的建筑施工期多目标优化设计 [J]. *土木工程与管理学报*, 2019, 36(4):89-95.
HE W, SHI Y C. Multi-objective optimization design for construction period based on BIM-genetic algorithm [J]. *Journal of Civil Engineering and Management*, 2019, 36(4):89-95. (in Chinese)
- [19] 祁荣宾, 钱锋, 杜文莉, 等. 基于精英选择和个体迁移的多目标遗传算法 [J]. *控制与决策*, 2007, 22(2):164-168.
QI R B, QIAN F, DU W L, et al. Multiobjective genetic algorithm based on elitist selection and individual migration [J]. *Control and Decision*, 2007, 22(2):164-168. (in Chinese)
- [20] 王吉权, 程志文, 张攀利, 等. 求解有约束优化问题的实数遗传算法改进研究 [J]. *控制与决策*, 2019, 34(5):937-946.
WANG J Q, CHENG Z W, ZHANG P L, et al. Research on improvement of real-coded genetic algorithm for solving constrained optimization problems [J]. *Control and Decision*, 2019, 34(5):937-946. (in Chinese)
- [21] RUBINSTEIN R Y, KROESE D P. *Simulation and the Monte Carlo Method* [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2007.
- [22] 杨平, 郑金华. 遗传选择算子的比较与研究 [J]. *计算机工程与应用*, 2007, 43(15):59-62.
YANG P, ZHENG J H. Comparison and research over genetic selection operators [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2007, 43(15):59-62. (in Chinese)
- [23] 罗汉, 杨湘豫, 彭国强. *大学数学4* [M]. 3版. 北京: 高等教育出版社, 2015:53.
LUO H, YANG X Y, PENG G Q. *College mathematics 4* [M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2015:53. (in Chinese)