

带悬臂板单箱双室薄壁箱梁畸变效应分析

魏彦红,张元海[†],周福成,刘泽翔
(兰州交通大学土木工程学院,甘肃 兰州 730070)

摘 要:为研究带悬臂板单箱双室薄壁箱梁的畸变效应,基于板梁框架法建立了畸变控制微分方程,给出竖向偏心集中荷载作用下该方程的初参数解,同时还导出了带悬臂板单箱双室截面箱梁畸变框架惯性矩的具体解析式.利用解析理论对悬臂梁和简支梁算例进行分析,研究表明:解析解与已有文献和有限元计算结果均吻合良好,验证了解析理论的正确性;通过参数分析可知,中腹板厚度越大,双室箱梁的抗畸变变形能力越强,中腹板厚度的变化对边腹板横向弯矩的影响很小,但中腹板的横向弯矩随其板厚的增大而增大,当中腹板厚度与边腹板厚度相等时,中腹板的横向弯矩可近似等于边腹板横向弯矩的2倍.

关键词:单箱双室薄壁箱梁;畸变效应;板梁框架法;畸变框架惯性矩;初参数法

中图分类号:U448.213

文献标志码:A

Analysis on Distortion Effect of Single-box Twin-cell Thin-walled Box Girders with Cantilever Plates

WEI Yanhong, ZHANG Yuanhai[†], ZHOU Fucheng, LUI Zexiang
(School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: To study the distortion effect of single-box twin-cell thin-walled box girders with cantilever plates, the distortion differential equation was established based on the plate-beam frame method, and the initial parametric solution of the equation under vertical eccentric concentrated load was derived. The concrete analytical formula of the distortion frame moment of inertia of single-box twin-cell box girder with cantilever plates was also presented. The analysis on the cantilever box girder and simply supported box girders examples was performed using analytical theory. The results show that the analytical solution is in good agreement with the results from existing literature and finite element analysis, which verifies the correctness of the analytical theory. Through the parameter analysis, it can be seen that the greater the thickness of the middle web, the stronger the ability of the twin-cell box girder to resist distortion. The transverse bending moment of the external webs is little influenced by the variation of thickness of the middle web, but the transverse bending moment of the middle web increases with the increase of its thickness. When the thickness of the middle web is equal to that of the external webs, the transverse bending moment of the middle web is approximately twice that of the external webs.

Key words: single-box twin-cell thin-walled box girders; distortion effect; plate-beam frame method; distortion

* 收稿日期:2023-10-23

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52368020, 51968040), National Natural Science Foundation of China (52368020, 51968040); 兰州交通大学基础研究拔尖人才计划资助项目(2022JC17), Lanzhou Jiaotong University Basic Research Top Talent Programme (2022JC17)

作者简介:魏彦红(1994—), 男, 甘肃会宁人, 兰州交通大学博士研究生

[†] 通信联系人, E-mail: zyh17012@163.com

tion frame moment of inertia; initial parameter method

单箱双室箱梁的横截面宽度较大,能满足布置多个车道的要求,可以避免交通拥堵,保证行车安全,故在建设交通量较大的公路和城市道路桥梁时,双室箱梁被广泛使用.国内外学者已对双室或多室箱梁的剪力滞效应^[1]、横向变形^[2-3]、扭转^[4-6]和畸变效应^[7-16]作了大量研究.显然,与双室箱梁在偏载作用下产生的其他力学响应相比,畸变效应更为复杂.郭金琼等^[7]基于板梁框架法,提出双轴对称双室箱梁畸变分析的解析法,但其给出的畸变翘曲刚度和畸变框架刚度的表达式存疑,有待进一步验证.Dritosos^[8]考虑偏载横向作用位置的影响,提出了双室梯形截面箱梁畸变效应分析的解析法,指出一般将顶板上偏载等效为边腹板与顶板交点处反对称荷载的做法会使畸变角的计算值偏小.Razaqpur等^[9]通过定义线性无关的剪力滞变形模式和线性无关的畸变模式,提出了分析多室箱梁空间力学效应的一维梁段有限元法.Park等^[10]将单室箱梁偏载的分解方法推广至双室箱梁,使双室箱梁在偏载作用下的整体力学响应被分解成竖向挠曲、扭转和畸变变形.在此基础上,Park等^[11]提出了分析多室箱梁挠曲、扭转和畸变效应的梁单元,但其在推导畸变框架刚度时,仅考虑了转角对杆端弯矩的影响,忽略了线位移的影响.马磊等^[12]和邓文琴等^[13]通过理论与试验相结合,分别对单箱双室和三室箱梁的约束扭转和畸变效应作了研究,但文献^[12]仅给出了用横向弯矩表示的畸变框架刚度表达式,文献^[13]未给出具体的畸变框架刚度计算公式.Li等^[14]考虑二次畸变矩的影响,引入附加畸变角,将畸变广义翘曲位移函数定义为总畸变角与附加畸变角差值的一阶导数,提出分析多室箱梁畸变效应的梁段有限元法,但其在计算横向框架刚度时仍引用了Park的方法,忽略了线位移的影响.王兆南等^[15]分别研究了正对称和反对称畸变荷载引起的双室箱梁的畸变效应,但其在推导畸变框架刚度时忽略了转角对杆端弯矩的影响,仅考虑了线位移的影响.

综上所述,国内外学者已针对单箱双室箱梁的畸变效应进行了大量研究,但在畸变框架刚度的计算方面仍需进一步研究.因此,本文类比单箱单室箱梁畸变分析的板梁框架法,同时考虑杆端转角和线

位移的影响,导出了带悬臂板单箱双室箱梁畸变框架惯性矩的数学表达式,并建立了畸变控制微分方程,给出了偏心集中荷载作用下方程的初参数解,通过两个数值算例验证了本文理论的正确性.

1 畸变荷载和畸变位移

沿箱梁轴向截取的单位长度梁段如图1所示.其顶(底)板宽度、上悬臂翼缘板宽度和梁高分别为 $2b$ 、 a 和 h ,上翼缘板、底板、边腹板和中腹板的厚度分别为 t_s 、 t_x 、 t_b 和 t_z . p 为偏心荷载集度,偏心距为 e , p 对扭转中心产生的扭矩荷载为 $m_t=p \cdot e$.

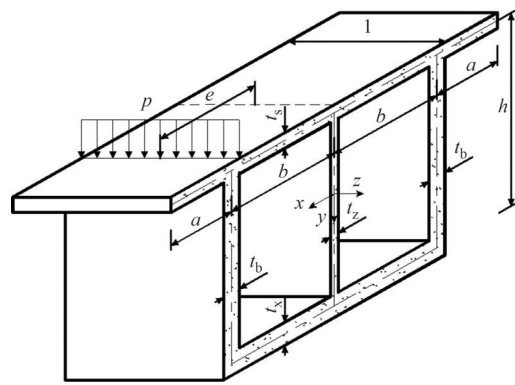


图1 双室箱梁横截面及荷载

Fig.1 Cross section of twin-cell box girder and load

1.1 畸变荷载

偏心荷载 p 可被分解成挠曲、次畸变和反对称荷载.反对称荷载又可转化为自由扭转和主畸变荷载,如图2所示^[10-11].

1.2 畸变位移

由文献^[11]可知次畸变荷载产生的翘曲正应力仅为主畸变荷载的5%左右,因此本文仅考虑主畸变荷载引起的畸变变形.如图3所示, u_A 、 u_K 、 u_B 、 u_D 、 u_F 和 u_C 分别为点A、K、B、D、F和C的水平位移大小, v_A 、 v_B 、 v_D 和 v_C 分别为点A、B、D和C的竖向位移大小.忽略各板件的微弯曲和横向挤压影响,可知 $u_A=u_K=u_B$, $u_D=u_F=u_C$,同时考虑反对称性,可得 $v_A=v_B=v_D=v_C=\Delta v$. γ_1 为左侧边腹板的畸变位移, γ_{21} 和 γ_{22} 分别为顶板和底板畸变位移.整个截面的畸变位移可以用畸变角 γ 来描述,即:

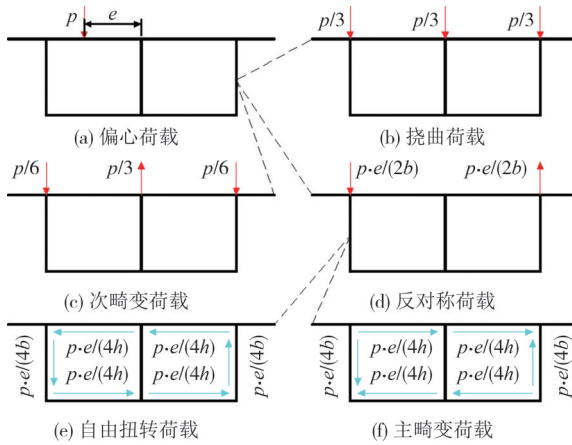


图 2 偏心荷载分解

Fig.2 Decomposition of eccentric load

$$\gamma = \gamma_1 + \frac{\gamma_{21} + \gamma_{22}}{2} = 2 \frac{\Delta u}{h} + \frac{\Delta v}{b} \quad (1)$$

式中: $\Delta u = (u_A + u_D)/2$.

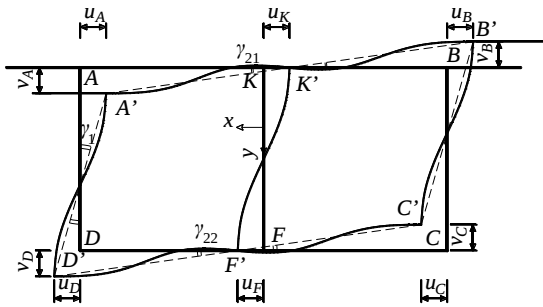


图 3 双室箱梁畸变变形

Fig.3 Distortion deformation of twin-cell box girder

2 畸变控制微分方程的建立及求解

2.1 各板件面内力系分析

如图 4 所示,将长度为 dz 的梁段离散成相互独立的板件,各板件均可视作处于静力平衡状态的板梁.假设各板梁在自身板面内的挠曲变形满足平面假定,弯曲正应力沿板梁高度方向线性分布,沿厚度方向为常数. $p_s dz$ 、 $p_x dz$ 和 $p_b dz$ 分别为顶板、底板和边腹板上的畸变荷载, q_{Ax} 、 q_{Kx} 和 q_{Bx} 分别为腹板对顶板的水平反力, T_s 为腹板对顶板的纵向反力, M_s 和 Q_s 分别为顶板的弯矩和剪力; q_{Dx} 、 q_{Fx} 和 q_{Cx} 分别为腹板对底板的水平反力, T_x 为腹板对底板的纵向反力, M_x 和 Q_x 分别为底板的弯矩和剪力; q_{Ay} 和 q_{Dy} 分别为顶板和底板对腹板的竖向约束反力, M_b 和 Q_b 分别为腹板的弯矩和剪力.

由畸变翘曲正应力自平衡条件可得, A 点的畸变

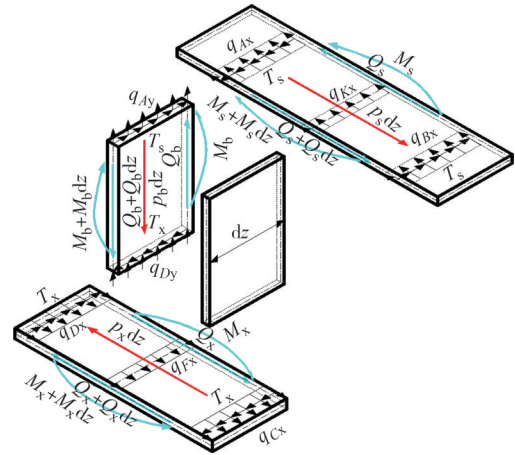


图 4 各板件面内力系

Fig.4 In-plane force system of each plate

翘曲正应力 σ_{dA} 与 D 点的畸变翘曲正应力 σ_{dD} 之比的绝对值 ξ 为:

$$\xi = \frac{3ht_b + 2\kappa_x bt_x}{3ht_b + 2\kappa_s bt_s} \quad (2)$$

式中: $\kappa_s = (1+a/b)^3$; $\kappa_x = 1$.

根据各板梁面内力系平衡可得^[7]:

$$E \frac{4(1+\xi)b^2 I_b + h^2(\xi I_s + I_x)}{8(1+\xi)b} \gamma'''' + \left(\frac{hq_{sx}}{4b} + \frac{hq_{xx}}{4b} + q_{by} \right) = \frac{pe}{2b} \quad (3)$$

式中: E 为弹性模量; I_b 、 I_s 和 I_x 分别为边腹板、上翼缘板和底板的纵向抗弯惯性矩; $q_{sx} = q_{Ax} + q_{Kx} + q_{Bx}$ 为腹板对顶板的总水平约束反力; $q_{xx} = q_{Dx} + q_{Fx} + q_{Cx}$ 为腹板对底板的总水平约束反力; $q_{by} = q_{Ay} + q_{Dy}$ 为顶板和底板对边腹板的竖向约束反力之和.

2.2 各板件面外力系分析

箱梁的悬臂翼缘板对抵抗横向变形不起作用,故分析横向变形时,可忽略悬臂翼缘板.各板件的面外力系如图 5 所示,图中 m 为各板件的杆端弯矩, θ 为杆端转角.

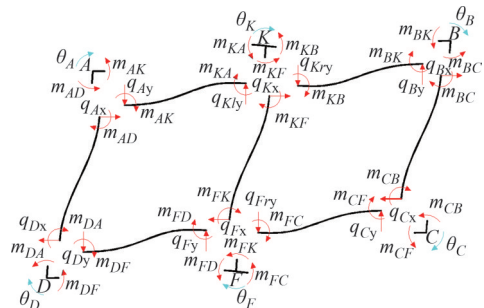


图 5 各板件面外力系

Fig.5 Out-of-plane force system of each plate

由各板件的面外力系平衡关系可得,式(3)等号左端第二项 I_2 可表示为横向弯矩的表达式:

$$I_2 = -\frac{2(m_{AD} + m_{DA}) + m_{KF} + m_{FK}}{b} \quad (4)$$

由各板件的转角位移方程可得:

$$m_{AK} = 4i_s\theta_A + 2i_s\theta_K + 6i_s\frac{\Delta v}{b} \quad (5)$$

$$m_{KA} = 2i_s\theta_A + 4i_s\theta_K + 6i_s\frac{\Delta v}{b} \quad (6)$$

$$m_{AD} = 4i_b\theta_A + 2i_b\theta_D - 12i_b\frac{\Delta u}{h} \quad (7)$$

$$m_{DA} = 2i_b\theta_A + 4i_b\theta_D - 12i_b\frac{\Delta u}{h} \quad (8)$$

$$m_{DF} = 4i_x\theta_D + 2i_x\theta_F + 6i_x\frac{\Delta v}{b} \quad (9)$$

$$m_{FD} = 2i_x\theta_D + 4i_x\theta_F + 6i_x\frac{\Delta v}{b} \quad (10)$$

$$m_{KF} = 4i_z\theta_K + 2i_z\theta_F - 12i_z\frac{\Delta u}{h} \quad (11)$$

$$m_{FK} = 2i_z\theta_K + 4i_z\theta_F - 12i_z\frac{\Delta u}{h} \quad (12)$$

式中: $i_s = Et_s^3/[12(1-\mu^2)b]$, 其中 μ 为泊松比; $i_x = E \times t_x^3/[12(1-\mu^2)b]$; $i_b = Et_b^3/[12(1-\mu^2)h]$; $i_z = Et_z^3/[12(1-\mu^2)h]$.

由各角点的弯矩平衡可得:

$$2(i_s + i_b)\theta_A + i_b\theta_D + i_s\theta_K + 3i_s\frac{\Delta v}{h} - 6i_b\frac{\Delta u}{h} = 0 \quad (13)$$

$$i_b\theta_A + 2(i_x + i_b)\theta_D + i_x\theta_F + 3i_x\frac{\Delta v}{b} - 6i_b\frac{\Delta u}{h} = 0 \quad (14)$$

$$i_s\theta_A + (2i_s + i_z)\theta_K + \frac{i_z}{2}\theta_F + 3i_s\frac{\Delta v}{b} - 3i_z\frac{\Delta u}{h} = 0 \quad (15)$$

$$i_x\theta_D + \frac{i_z}{2}\theta_K + (2i_x + i_z)\theta_F + 3i_x\frac{\Delta v}{b} - 3i_z\frac{\Delta u}{h} = 0 \quad (16)$$

联立求解方程(13)~(16)可得:

$$\begin{aligned} \theta_A = & \left\{ \left[\alpha(\alpha - 3i_xi_z - 2i_si_b + i_xi_b) + \right. \right. \\ & \left. \left. 3\beta i_x(\alpha - i_si_z(3i_x + i_b)) \right] 2\Delta v/h - \right. \\ & \left. i_si_x \left[\alpha(4i_s - 2i_x + 3i_z) + 3\beta i_x(2i_s + 3i_z) \right] \Delta u/b \right\} / \\ & \left[\alpha^2 + 2\alpha\beta(i_s + i_x) + 3\beta^2i_si_x \right] \end{aligned} \quad (17)$$

式中: $\alpha = 2[i_si_x(2i_b + i_z) + i_b i_z(i_s + i_x)]$; $\beta = 2i_si_x - i_b i_z$.

$$\theta_D = \left\{ \left[\alpha(\alpha - 3i_xi_z - 2i_xi_b + i_si_b) + \right. \right.$$

$$\left. 3\beta i_s(\alpha - i_xi_z(3i_s + i_b)) \right] 2\Delta u/h -$$

$$\left. i_si_x \left[\alpha(4i_x - 2i_s + 3i_z) + 3\beta i_s(2i_x + 3i_z) \right] \Delta v/b \right\} /$$

$$\left[\alpha^2 + 2\alpha\beta(i_s + i_x) + 3\beta^2i_si_x \right] \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \theta_K = & \left\{ \left[\alpha(\alpha - 6i_xi_z - 2i_si_b + i_xi_b) + \right. \right. \\ & \left. \left. 3\beta i_x(\alpha - i_si_b(6i_x + i_z)) \right] 2\Delta u/h - \right. \\ & \left. 2i_si_x \left[\alpha(2i_s - i_x + 3i_b) + 3\beta i_x(i_s + 3i_b) \right] \Delta v/b \right\} / \\ & \left[\alpha^2 + 2\alpha\beta(i_s + i_x) + 3\beta^2i_si_x \right] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \theta_F = & \left\{ \left[\alpha(\alpha - 6i_xi_z - 2i_xi_b + i_si_b) + \right. \right. \\ & \left. \left. 3\beta i_s(\alpha - i_xi_b(6i_s + i_z)) \right] 2\Delta u/h - \right. \\ & \left. 2i_si_x \left[\alpha(2i_x - i_s + 3i_b) + 3\beta i_s(i_x + 3i_b) \right] \Delta v/b \right\} / \\ & \left[\alpha^2 + 2\alpha\beta(i_s + i_x) + 3\beta^2i_si_x \right] \end{aligned} \quad (20)$$

将式(17)、式(18)和式(1)代入式(7)和式(8)可得:

$$m_{AD} = -6EI_bK_1\gamma \quad (21)$$

式中: $K_1 = \frac{\alpha(2i_s + 3i_z) + 3\beta(2i_xi_s + i_si_z + 2i_xi_z)}{h[\alpha^2 + 2\alpha\beta(i_s + i_x) + 3\beta^2i_si_x] / (i_xi_s)}$; $I_{ib} = t_b^3/[12(1-\mu^2)]$ 为边腹板的单宽横向抗弯惯性矩.

$$m_{DA} = -6EI_bK_2\gamma \quad (22)$$

式中: $K_2 = \frac{\alpha(2i_x + 3i_z) + 3\beta(2i_xi_s + 2i_xi_z + i_xi_b)}{h[\alpha^2 + 2\alpha\beta(i_s + i_x) + 3\beta^2i_si_x] / (i_xi_s)}$.

将式(19)、式(20)和式(1)代入式(11)、式(12)可得:

$$m_{KF} = -12EI_zK_3\gamma \quad (23)$$

式中: $K_3 = \frac{\alpha(i_s + 3i_b) + 3\beta(i_xi_s + i_si_b + 2i_xi_b)}{h[\alpha^2 + 2\alpha\beta(i_s + i_x) + 3\beta^2i_si_x] / (i_xi_s)}$; $I_{iz} = t_z^3/[12(1-\mu^2)]$ 为中腹板的单宽横向抗弯惯性矩.

$$m_{FK} = -12EI_zK_4\gamma \quad (24)$$

式中: $K_4 = \frac{\alpha(i_x + 3i_b) + 3\beta(i_xi_s + 2i_xi_b + i_xi_b)}{h[\alpha^2 + 2\alpha\beta(i_s + i_x) + 3\beta^2i_si_x] / (i_xi_s)}$.

2.3 微分方程及其解

将式(21)~式(24)代入式(4)可得:

$$I_2 = EK_d\gamma/b \quad (25)$$

式中: K_d 为单箱双室箱梁的畸变框架惯性矩, 且:

$$K_d = 12[(K_1 + K_2)I_{ib} + (K_3 + K_4)I_{iz}] \quad (26)$$

定义畸变翘曲惯性矩 I_{dw} :

$$I_{dw} = \frac{4b^2(1+\xi)I_b + h^2(\xi I_s + I_x)}{8(1+\xi)} \quad (27)$$

值得指出的是,目前尚未见有文献在推导畸变框架惯性矩时同时考虑转角和线位移对杆端弯矩的影响.本文同时考虑转角和线位移对杆端弯矩的影响,导出了带悬臂板双室箱梁畸变框架惯性矩的计算公式.若取不带悬臂板的双轴对称单箱双室截面,即令本文中的 $a=0, t_s=t_x$,则本文的式(26)、式(27)将分别退化为文献[7]中畸变框架惯性矩和畸变翘曲惯性矩计算公式的2倍,表明文献[7]中的公式有误.

将式(25)和式(27)代入式(3),可得关于畸变角 γ 的四阶微分方程:

$$\gamma'''' + 4\lambda^4 \gamma = \frac{m_d}{EI_{dw}} \quad (28)$$

式中: $\lambda = \sqrt[4]{K_d/(4I_{dw})}$ 为畸变特征系数; $m_d=m_t/2$ 为畸变矩荷载.

根据弹性地基梁比拟法,定义畸变双力矩 B_d 和畸变矩 M_d :

$$B_d = -EI_{dw}\gamma'' \quad (29)$$

$$M_d = -EI_{dw}\gamma''' \quad (30)$$

$\gamma_0, \gamma'_0, B_{d0}$ 和 M_{d0} 分别为箱梁起始截面的畸变角、畸变翘曲、畸变双力矩和畸变矩.令式(28)等号右端项为0,可得用初参数表示的齐次方程通解:

$$\gamma_h(z) = \gamma_0 \varphi_1(\lambda z) + \gamma'_0 \frac{\varphi_2(\lambda z)}{\lambda} - B_{d0} \frac{\varphi_3(\lambda z)}{\lambda^2 EI_{dw}} - M_{d0} \frac{\varphi_4(\lambda z)}{\lambda^3 EI_{dw}} \quad (31)$$

$$\gamma'_h(z) = -4\gamma_0 \lambda \varphi_4(\lambda z) + \gamma'_0 \varphi_1(\lambda z) - B_{d0} \frac{\varphi_2(\lambda z)}{\lambda EI_{dw}} - M_{d0} \frac{\varphi_3(\lambda z)}{\lambda^2 EI_{dw}} \quad (32)$$

$$B_{dh}(z) = 4\gamma_0 \lambda^2 EI_{dw} \varphi_3(\lambda z) + 4\gamma'_0 \lambda EI_{dw} \varphi_4(\lambda z) + B_{d0} \varphi_1(\lambda z) + M_{d0} \frac{\varphi_2(\lambda z)}{\lambda} \quad (33)$$

$$M_{dh}(z) = 4\gamma_0 \lambda^3 EI_{dw} \varphi_2(\lambda z) + 4\gamma'_0 \lambda^2 EI_{dw} \varphi_3(\lambda z) - 4\lambda B_{d0} \varphi_4(\lambda z) + M_{d0} \varphi_1(\lambda z) \quad (34)$$

式中: $\varphi_1(\lambda z) = \cos \lambda z \cosh \lambda z$;

$$\varphi_2(\lambda z) = \frac{1}{2}(\sin \lambda z \cosh \lambda z + \cos \lambda z \sinh \lambda z);$$

$$\varphi_3(\lambda z) = \frac{1}{2} \sin \lambda z \sinh \lambda z;$$

$$\varphi_4(\lambda z) = \frac{1}{4}(\sin \lambda z \cosh \lambda z - \cos \lambda z \sinh \lambda z).$$

若式(28)等号右端项不为0,即在桥梁上作用集

中畸变矩荷载 $\tilde{M}_d$,至箱梁起始端的距离为 z_d ,方程的通解可表达为:

$$\gamma(z) = \gamma_h(z) + \left\|_{z_d} \frac{\tilde{M}_d}{\lambda^3 EI_{dw}} \varphi_4[\lambda(z - z_d)] \quad (35)$$

式中: $\left\|_{z_d}$ 表示 z 大于或等于 z_d 时,才计入此项.

$$\gamma'(z) = \gamma'_h(z) + \left\|_{z_d} \frac{\tilde{M}_d}{\lambda^2 EI_{dw}} \varphi_3[\lambda(z - z_d)] \quad (36)$$

$$B_d(z) = B_{dh}(z) - \left\|_{z_d} \frac{\tilde{M}_d}{\lambda} \varphi_2[\lambda(z - z_d)] \quad (37)$$

$$M_d(z) = M_{dh}(z) - \left\|_{z_d} \tilde{M}_d \varphi_1[\lambda(z - z_d)] \quad (38)$$

3 数值算例及参数分析

3.1 数值算例验证

算例1 取文献[16]算例一中的双轴对称双室悬臂梁,桥梁跨度为200 mm,高度为10 mm,各箱室的宽度为10 mm,各板件厚度为1 mm.弹性模量为 2.0×10^5 N/mm²,泊松比 $\mu=0.3$.在悬臂梁自由端施加一对等值反向的集中力 1×10^{-3} N,其合成扭矩的力矢与自由端截面外法线方向一致.悬臂梁的边界条件为,固定端为 $\gamma=\gamma'=0$,自由端为 $B_d=M_d=0$ ($\gamma''=\gamma'''=0$).将边界条件代入式(35)~式(38),可得:

$$\gamma_0 = \gamma'_0 = 0 \quad (39)$$

$$M_{d0} = \frac{\varphi_1(\lambda l) \tilde{M}_d}{\varphi_1^2(\lambda l) + 4\varphi_2(\lambda l) \varphi_4(\lambda l)} \quad (40)$$

式中: l 为桥梁跨度.

$$B_{d0} = -\frac{\varphi_2(\lambda l) \tilde{M}_d}{\lambda [\varphi_1^2(\lambda l) + 4\varphi_2(\lambda l) \varphi_4(\lambda l)]} \quad (41)$$

箱梁的 $I_{dw}=1.25 \times 10^4$ mm⁶, $K_d=0.18$ mm²,畸变矩荷载 $\tilde{M}_d=0.01$ N·mm.将本文方法和文献[16]计算的 $z=175$ mm处各板上表面的横向弯曲正应力示于图6.图中方括号中的数据为本文解,不带括号的数据为文献[16]的解.由图可知本文方法计算的横向弯曲正应力与文献[16]给出的结果吻合良好,相对误差不超过5%.

算例2 取跨径30 m的单箱双室箱梁,箱梁两端设0.3 m厚的横隔板,截面尺寸如图7所示.材料的弹性模量 $E=3.45 \times 10^7$ kPa,泊松比 $\mu=0.2$.集中荷载 $P=200$ kN,施加在距离梁端15 m处横截面的A点上.简支梁的边界条件为,两支座截面的 $\gamma=0, B_d=0$ ($\gamma''=0$).

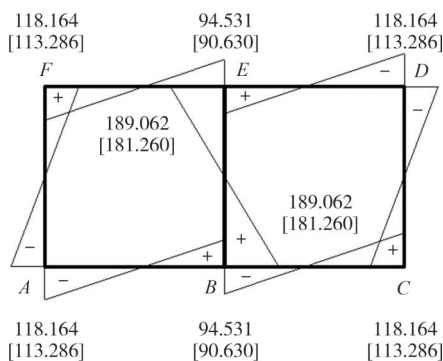


图6 横向弯曲正应力(单位:Pa)

Fig. 6 Transverse bending normal stress (unit:Pa)

将边界条件代入式(35)~式(38),可得:

$$\gamma_0 = B_{d0} = 0 \quad (42)$$

$$\gamma'_0 = \frac{\varphi_4(\lambda l)\varphi_2(\lambda l/2) - \varphi_2(\lambda l)\varphi_4(\lambda l/2)}{\lambda^2 EI_{dw}[\varphi_2^2(\lambda l) + 4\varphi_4^2(\lambda l)]} \tilde{M}_d \quad (43)$$

$$M_{d0} = \frac{\varphi_2(\lambda l)\varphi_2(\lambda l/2) + 4\varphi_4(\lambda l)\varphi_4(\lambda l/2)}{\varphi_2^2(\lambda l) + 4\varphi_4^2(\lambda l)} \tilde{M}_d \quad (44)$$

箱梁的 $I_{dw}=74.713 \text{ 9 m}^6$, $K_d=0.012 \text{ 4 m}^2$, 畸变矩荷载 $\tilde{M}_d=550 \text{ kN}\cdot\text{m}$.

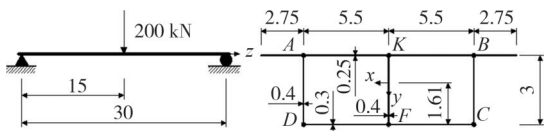


图7 箱梁尺寸及荷载(单位:m)

Fig.7 Dimension of the box girder and load (unit:m)

为验证本文理论的计算结果,用有限元软件 ANSYS19.1 对箱梁算例进行了数值模拟,单元类型为 shell181,采用映射网格划分方式将每个单元划分成四边形,共划分了 28 831 个单元和 28 805 个节点.畸变矩荷载以剪力流的形式施加在跨中截面,大小为 16.67 kN/m ,顶板上从 A 点流向 B 点,底板从 C 点流向 D 点,左腹板从 A 点流向 D 点,右腹板从 C 点流向 B 点.在有限元模型 $z=0 \text{ m}$ 处横截面的 D 点约束 x 、 y 、 z 三个方向的线位移, C 点约束 y 和 z 方向的线位移;在 $z=30 \text{ m}$ 处横截面的 D 点约束 x 和 y 方向的线位移, C 点约束 y 方向的线位移.此外,在两个支点截面按实际尺寸和材料特性设 0.3 m 厚的横隔板,这样施加的边界约束更接近实际工程中桥梁的约束情况.

用解析法和有限元计算的 $z=14 \text{ m}$ 处横截面的纵向翘曲正应力如图 8 所示,单位宽度横向弯矩如图 9 所示,横向弯矩均画在各板件的受拉侧.由图 8 和

图 9 可知,用解析法计算的纵向翘曲正应力和单位宽度横向弯矩均与有限元数值模拟结果吻合良好,验证了本文理论的可靠性.

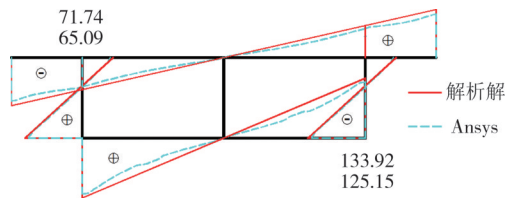


图8 翘曲正应力(单位:kPa)

Fig.8 Warping normal stress (unit:kPa)

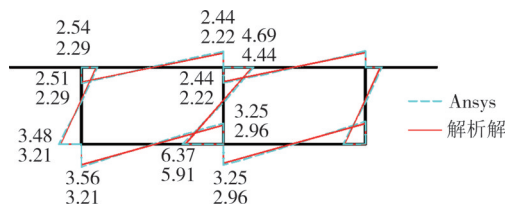


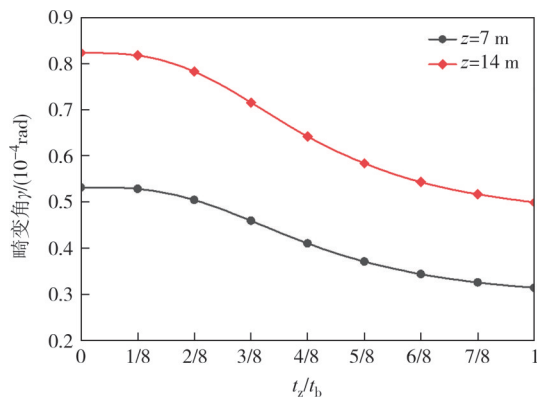
图9 单位板宽横向弯矩(单位:kN·m/m)

Fig.9 Transverse bending moment in plate per width (unit:kN·m/m)

3.2 参数分析

为研究中腹板厚度对箱梁畸变效应的影响,保证算例 2 箱梁的其他参数不变,仅使中腹板厚度从 0 m 以 0.05 m 为步长增加到 0.4 m .

$z=7 \text{ m}$ 和 14 m 处横截面的畸变角随中腹板厚度的变化曲线如图 10 所示,由图可知随着中腹板厚度的增大,畸变角有明显的减小趋势.以 14 m 位置横截面为例,中腹板厚为 0.4 m 时的畸变角相对中腹板厚为 0 m 时减小了 39.36% .

图10 畸变角随 t_z/t_b 变化曲线Fig.10 Variation of distortion angle with t_z/t_b

$z=7 \text{ m}$ 和 14 m 处横截面上 A、D 两点的翘曲正应力随中腹板厚度的变化曲线如图 11 所示.由图可得随着中腹板厚度的增大,两截面上 A、D 两点的翘曲正应力的绝对值均减小.以 14 m 位置横截面为例,

中腹板厚度为0.4 m时, A 、 D 两点的畸变翘曲正应力相对腹板厚度为0 m时均减小了33.05%。

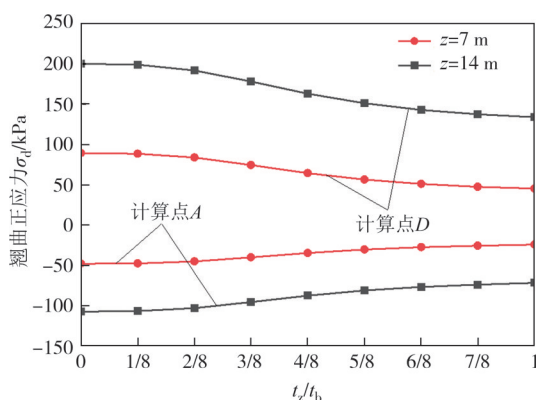


图11 畸变翘曲正应力随 t_z/t_b 变化曲线

Fig.11 Variation of distortion warping stress with t_z/t_b

$z=14$ m处横截面边腹板 A 、 D 点和中腹板 K 、 F 点的单位宽度横向弯矩随中腹板厚度的变化曲线如图12所示。由图可得中腹板厚度的变化对边腹板 A 和 D 点的横向弯矩影响并不明显,但中腹板 K 和 F 点的横向弯矩随中腹板厚度的增大而增大。当中腹板厚度约等于边腹板厚度的一半时,边腹板 A 和 D 点的横向弯矩分别与中腹板 K 和 F 点的横向弯矩趋于相等;当中腹板和边腹板等厚度时,中腹板 K 和 F 点的横向弯矩分别近似等于边腹板 A 和 D 点横向弯矩的2倍。

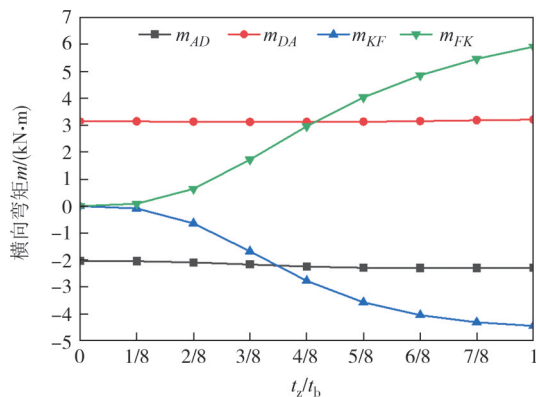


图12 单位板宽横向弯矩随 t_z/t_b 变化曲线

Fig.12 Variation of transverse bending moment in plate per width with t_z/t_b

4 结论

1) 利用板梁框架法建立了带悬臂板单箱双室箱梁畸变效应分析的解析理论,通过数值算例分析

可知,本文的解析解与已有文献的计算结果和数值模拟结果均吻合良好,验证了本文方法的可靠性。

2) 同时考虑转角和线位移对杆端弯矩的影响,给出了更合理的带悬臂板单箱双室箱梁畸变框架惯性矩的计算公式,当悬臂板宽度为零,且顶板和底板厚度相等时,本文中畸变翘曲惯性矩和畸变框架惯性矩的计算公式可退化为已有文献中相应公式的2倍,表明已有文献的计算公式有误。

3) 单箱双室箱梁的中腹板对抵抗畸变起重要作用,其厚度越大,抵抗畸变的能力越强。中腹板厚度变化对边腹板横向弯矩的影响很小,但中腹板的横向弯矩随自身板厚的增大而增大,当中腹板与边腹板等厚度时,中腹板的横向弯矩可达边腹板横向弯矩的2倍。

参考文献

- [1] 卫星, 杨世玉. 单箱双室波形钢腹板PC箱梁剪力滞效应分析[J]. 铁道工程学报, 2017, 34(3): 29-33.
WEI X, YANG S Y. Research on the shear-lag effect in twin-cell PC box-girder with corrugated steel web [J]. Journal of Railway Engineering Society, 2017, 34(3): 29-33. (in Chinese)
- [2] JAYASREE C, NAGARAJAN P, SREEKUMARI S A. Transverse bending analysis of twin-cell concrete box girder bridges using simplified frame analysis [J]. Practice Periodical on Structural Design and Construction, 2023, 28(2): 06022005.
- [3] 乔朋, 钟承星, 狄谨, 等. 单箱多室波形钢腹板箱梁的横向受力分析[J]. 工程力学, 2020, 37(9): 161-172.
QIAO P, ZHONG C X, DI J, et al. Analysis of single-box multi-cell composite box girder with corrugated steel webs due to transverse force [J]. Engineering Mechanics, 2020, 37(9): 161-172. (in Chinese)
- [4] 蔺鹏臻, 阳放, 雒敏, 等. 单箱双室箱梁对称弯曲时的局部扭转效应[J]. 建筑结构学报, 2017, 38(7): 68-77.
LIN P Z, YANG F, LUO M, et al. Analysis on local behavior of twin-cell box girder under symmetrical bending [J]. Journal of Building Structures, 2017, 38(7): 68-77. (in Chinese)
- [5] 秦翔翔, 刘世忠, 冀伟, 等. 单箱双室钢板波形钢腹板组合箱梁扭转性能分析[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2021, 51(5): 740-746.
QIN A A, LIU S Z, JI W, et al. Analysis on torsion performance of single-box twin-cell composite box girder with corrugated steel webs and steel bottom plates [J]. Journal of Southeast University

- (Natural Science Edition), 2021, 51(5): 740–746. (in Chinese)
- [6] 黄洪猛, 张元海, 罗奎. 单箱多室波形钢腹板组合箱梁约束扭转剪应力分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2023, 50(9): 186–194.
- HUANG H M, ZHANG Y H, LUO K. Analysis on shear stress of single-box multi-cell composite box girders with corrugated steel webs under restrained torsion [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2023, 50(9): 186–194. (in Chinese)
- [7] 郭金琼, 房贞政, 郑振. 箱形梁设计理论[M]. 2版. 北京: 人民交通出版社, 2008: 93–137.
- GUO J Q, FANG Z Z, ZHENG Z. Design theory of box girder [M]. 2nd ed. Beijing: China Communications Press, 2008: 93–137. (in Chinese)
- [8] DRITSOS S E. Distortion of concrete box beams due to eccentric transverse loads [J]. Journal of Structural Engineering, 1991, 117(1): 29–47.
- [9] RAZAQPUR A G, LI H G. Thin-walled multicell box-girder finite element [J]. Journal of Structural Engineering, 1991, 117(10): 2953–2971.
- [10] PARK N H, KANG Y J, KIM H J. An independent distortional analysis method of thin-walled multicell box girders [J]. Structural Engineering and Mechanics, 2005, 21(3): 275–293.
- [11] PARK N H, CHOI S, KANG Y J. Exact distortional behavior and practical distortional analysis of multicell box girders using an expanded method [J]. Computers & Structures, 2005, 83(19/20): 1607–1626.
- [12] 马磊, 万水, 蒋正文. 单箱双室波形钢腹板箱梁扭转与畸变性能研究[J]. 中国公路学报, 2016, 29(10): 77–85.
- MA L, WAN S, JIANG Z W. Research on torsion and distortion performance of single box double-cell girder with corrugated steel webs [J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(10): 77–85. (in Chinese)
- [13] 邓文琴, 毛泽亮, 刘朵, 等. 单箱三室波形钢腹板悬臂梁扭转与畸变分析及试验研究[J]. 建筑结构学报, 2020, 41(2): 173–181.
- DENG W Q, MAO Z L, LIU D, et al. Analysis and experimental study on torsion and distortion of single box three-cell cantilever girder with corrugated steel webs [J]. Journal of Building Structures, 2020, 41(2): 173–181. (in Chinese)
- [14] LI X Y, LI L F, ZHOU M, et al. Refined beam finite element model for thin-walled multi-cell box girders considering distortion and secondary distortional moment deformation effect [J]. Engineering Structures, 2024, 298: 117042.
- [15] 王兆南, 张元海. 矩形截面单箱双室箱梁的畸变效应分析[J]. 西南交通大学学报, 2022, 57(5): 1122–1129.
- WANG Z N, ZHANG Y H. Distortion effect of single box double-cell box girders with rectangular cross section [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2022, 57(5): 1122–1129. (in Chinese)
- [16] KIM J H, KIM Y Y. Thin-walled multicell beam analysis for coupled torsion, distortion, and warping deformations [J]. Journal of Applied Mechanics, 2001, 68(2): 260–269.