

任意荷载下软土一维大应变非线性固结分析

曹文贵, 刘若冰[†], 崔鹏陆, 李兆帅, 刘来肥, 刘阳阳
(湖南大学土木工程学院, 湖南长沙 410082)

摘要: 传统固结理论大多基于小应变假定, 不适用于大应变软土固结。为了预测任意荷载下大应变软土的固结沉降, 基于双对数渗透压缩模型, 建立了考虑任意荷载以及非达西渗流的软土一维非线性大应变固结模型, 并通过有限差分法推导出固结方程数值解。与解析解以及室内试验进行对比, 验证了该数值解的可靠性。在此解答的基础上, 分析压缩指数(I_c)、渗透模型参数(α)、非达西参数(m, i_1)、加载历时以及任意荷载对土体固结沉降的影响。结果表明: 任意荷载下, I_c 和 α 越大, 平均固结度越小, 超静孔隙水压消散越慢, 但软土固结沉降的最终沉降量只与 I_c 的大小相关, 非达西参数 m 和 i_1 越大, 软土层固结沉降过程中达到最终沉降值所需要的时间越长, 即固结过程中的相同时刻下土层的沉降就越小; 随着施工荷载与指数荷载加载历时增大, 土层沉降速率会变慢, 而增大循环荷载的荷载周期时, 土层沉降速率会变快; 此外, 相较于其他荷载, 循环荷载下的软土固结性状呈现明显的周期性。研究结果进一步丰富了软土地基一维大应变固结理论, 为软土地基施工提供理论支持。

关键词: 大应变; 双对数模型; 固结; 渗流; 非线性

中图分类号: TU433 **文献标志码:** A

One-dimensional Large Strain Nonlinear Consolidation Analysis of Soft Soil under Arbitrary Loading

CAO Wengui, LIU Ruobing[†], CUI Penglu, LI Zhaoshuai, LIU Laifei, LIU Yangyang
(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Traditional consolidation theory mostly based on small-strain assumption is not suitable for soft clay consolidation with large strain. Herein, a one-dimensional nonlinear large-strain consolidation model of soft soils considering non-Darcy flow and arbitrary loads was established based on the double logarithmic permeability compression model to predict the consolidation settlement of large-strain soft soil. The numerical solution to the consolidation equation was derived using the finite difference method. The reliability of this numerical solution was verified through comparison with analytical solutions and laboratory experiments. Based on the solutions, this study analyzes the impact of compression index (I_c), permeation model parameter (α), non-Darcy parameters (m, i_1), loading duration, and arbitrary load on soil consolidation settlement. The results indicate that under any arbitrary load, the greater I_c and α result in a smaller average degree of consolidation and the slower dissipation of excess pore

* 收稿日期: 2024-08-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52078206), National Natural Science Foundation of China(52078206)

作者简介: 曹文贵(1963—), 男, 湖南南县人, 湖南大学教授, 博士

† 通信联系人, E-mail: megumi726@hnu.edu.cn

water pressure, although the final settlement of soft soil consolidation settlement is only related to the size of the I_c ; the greater non-Darcy parameters m and i_1 results in the longer time needed to reach the final settlement value during the consolidation settlement process of the soft soil layer, which means that at the same moment in the consolidation process, the settlement of the soil layer is small. As the duration of the construction load and exponential load increases, the settlement rate of the soil layer slows down, while increasing the load cycle of the cyclic load speeds up the rate of soil layer settlement. In addition, compared to other loads, the behavior of soft soil consolidation under cyclic loading shows an obvious periodicity. These findings further enrich the theory of one-dimensional large strain consolidation for soft soil foundations, providing theoretical support for the construction of such grounds.

Key words: large strain; double logarithmic model; consolidation; seepage; nonlinearity

对软土一维非线性固结的研究始于 20 世纪 60 年代,由于建立在小应变假定的基础上,传统的一维非线性固结理论难以预测较大应变的深厚软土层的沉降变形,其理论值与实际值存在较大的偏差^[1]. 同时,大量学者研究发现,非达西渗流也会对土体的固结产生影响^[2-3]. 同样,为了更加切合工程实际,任意荷载也是需要考虑的因素之一. 因此,考虑非达西渗流、任意荷载作用的一维非线性大应变固结模型的建立有很大的理论及实际意义.

在一维非线性固结领域,Davis 等^[4]在土体固结系数不变、孔隙比 e 与有效应力 σ' 满足一定关系的条件下得出了土体一维非线性解析解;国内外学者在 Davis 等^[4]假定的基础上建立了变荷载^[5]、成层地基^[6]、连续排水边界^[7]等不同因素下的土体一维非线性固结模型并得出解析解;Mesri 等^[8]提出了孔隙比 e 与有效应力 σ' 以及渗透系数 k_v 的半对数关系;冯霞等^[9]基于半对数压缩渗透关系,提出了连续排水边界下软土一维非线性模型,并得出近似解析解;Butterfield^[10]对比发现,半对数渗透模型不能适用于高压缩性软土以及大应变吹填土,提出了双对数压缩模型 $\lg(1 + e) - \lg \sigma'$,更好地与大应变以及小应变软土的实验结果相契合;Kim 等^[11]基于可变固结系数,提出循环荷载下软土一维非线性固结解析解;谢康和等^[12]通过对萧山软土进行固结渗透联合试验分析,提出了更加符合大应变度软土非线性渗透的双对数渗透模型 $\lg(1 + e) - \lg k_v$;仇超等^[13]基于双对数压缩渗透模型建立了变荷载下软土非线性大应变固结模型并推导出解析解;江文豪等考虑温度变化^[14]、力学-化学荷载^[15]对软土一维非线性固结的影响,建立相应的耦合模型并得出数值解. 但其均未考虑非达

西渗流对土体固结的影响.

很多研究表明,软土中的渗流存在不满足达西定律的现象^[2-3],这种现象会引起软土沉降实测值与理论值的偏差.Hansbo^[2]将这种现象视为非达西渗流,并在进行一系列试验后提出了 Hansbo 非达西渗流模型,自此,非达西渗流逐渐出现在学者们的研究中.Slepicka^[16]提出渗流速度 v 与水力坡降 i 呈指数关系的幂指数渗流模型;Swartzendruber^[3]通过对大量试验数据的分析,将软土固结渗流过程中的水视为非牛顿流体,继而提出了基于非牛顿指数的非达西渗流模型. 由于 Hansbo 渗流与土体渗流的实际情况最为接近,因此,Hansbo 渗流模型是目前最广泛使用的非达西渗流模型.Zong 等^[7]基于幂指数渗流研究了瞬时荷载下一维固结非线性问题,并通过有限差分法得出数值解;Zong 等^[17-18]基于 Hansbo 渗流,考虑了多级加载、成层地基对软土固结的影响;Zhu 等^[19]基于 Hansbo 渗流模型,推导了循环荷载下软土一维固结模型,得出循环荷载下软土固结沉降最终会进入稳定循环状态.Cui 等^[20]在分数阶模型中引入 Swartzendruber 渗流^[3],推导了软土一维流变固结模型. 但以上研究均未采用双对数模型,因此不能适用于大应变软土的固结.

综上所述,为了更好地预测大应变软土的固结沉降,本文基于 Butterfield^[10]、谢康和等^[12]提出的双对数压缩、渗透模型,建立任意荷载作用下考虑非达西渗流的非线性大应变固结模型,并推导出数值解;再通过与解析解以及土工试验对比,验证该解答的可靠性以及可行性;最后通过算例分析任意荷载下,压缩指数 I_c 、渗透模型参数 α 、非达西参数 m 、 i_1 以及加载历时 T_{vc} 等参数对固结过程的影响.

1 任意荷载下非线性大应变固结方程推导及求解

1.1 大应变固结方程推导

软地基大应变固结模型如图1所示, a 为拉格朗日坐标系下土层深度, H 为软土层厚度, k_{v0} 为土体初始渗透系数, 土层顶面为完全排水, 底面完全不透水, $q(t)$ 为作用于软土地基表面的均布任意荷载.

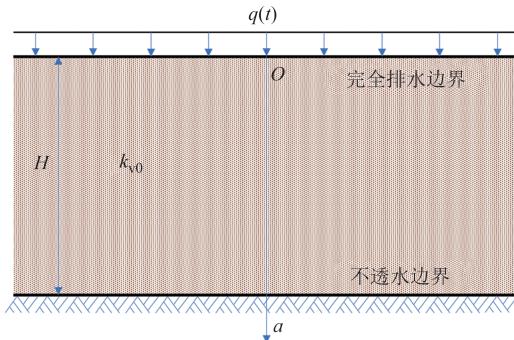


图1 任意荷载下的软土地基大应变固结模型

Fig.1 Large strain consolidation model for soft soil foundations under arbitrary loading

Hansbo 渗流用式(1)表示^[21]:

$$v = \begin{cases} -k_v i^m / (m i_1^{m-1}), & i < i_1 \\ -k_v [i - i_1(m-1)/m], & i \geq i_1 \end{cases} \quad (1)$$

当 $i < i_1$ 时, 根据 Gibson 等^[22]大应变理论的研究, 非达西渗流可写为:

$$\frac{e}{1+e} (v_w - v_s) = -k_v i^m / (m i_1^{m-1}) \quad (2)$$

式中: k_v 为土体渗透系数; e 为孔隙比; v_w 和 v_s 分别为孔隙水和土颗粒相对于基准面的速度.

固结连续性方程为:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{e}{1+e} (v_w - v_s) \right] = -\frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (3)$$

把式(2)代入式(3)中, 得:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[-k_v i^m / (m i_1^{m-1}) \right] = -\frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (4)$$

拉格朗日坐标系与流动坐标系之间的关系^[22]为:

$$\frac{\partial \xi}{\partial a} = \frac{1+e}{1+e_0} \quad (5)$$

式中: e_0 为初始孔隙比.

水力坡降表达式为:

$$i = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial \xi} \quad (6)$$

将式(5)、(6)代入式(4)中得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a} \left[-k_v \left(\frac{1}{\gamma_w} \frac{1+e_0}{1+e} \frac{\partial u}{\partial a} \right)^m / m i_1^{m-1} \right] = \\ -\frac{1}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial t} \end{aligned} \quad (7)$$

不考虑流变特性, 则由式(7)可得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a} \left[-k_v \left(\frac{1}{\gamma_w} \frac{1+e_0}{1+e} \frac{\partial u}{\partial a} \right)^m / m i_1^{m-1} \right] = \\ -\frac{1}{1+e_0} \frac{de}{d\sigma'} \frac{\partial \sigma'}{\partial t} \end{aligned} \quad (8)$$

Butterfield^[10]、谢康和等^[12]提出的双对数模型为:

$$\lg \left(\frac{1+e}{1+e_0} \right) = I_c \lg \left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'} \right) \quad (9)$$

$$\lg \left(\frac{1+e}{1+e_0} \right) = \frac{1}{\alpha} \lg \left(\frac{k_v}{k_{v0}} \right) \quad (10)$$

式中: σ' 和 σ'_0 分别为有效应力和初始有效应力; I_c 和 α 分别为压缩指数和渗透模型参数.

根据土体体积压缩系数定义^[23], 由式(9)可得:

$$m_v = -\frac{1}{1+e_0} \frac{de}{d\sigma'} = \frac{I_c}{\sigma'_0} \left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'} \right)^{I_c+1} \quad (11)$$

由双对数关系求得渗透系数表达式为:

$$k_v = k_{v0} \left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'} \right)^{I_c} \quad (12)$$

有效应力原理为:

$$\sigma' = \sigma'_0 + q(t) - u \quad (13)$$

式中: $q(t)$ 为作用在土体上的荷载.

将式(11)~(13)代入式(8)得到软土一维大应变固结方程:

$$\begin{aligned} C_{v0} \frac{1}{(\gamma_w)^{m-1} m i_1^{m-1}} \left(\frac{\sigma'_0 + q(t) - u}{\sigma'_0} \right)^{I_c+1} \times \\ \frac{\partial}{\partial a} \left\{ \left(\frac{\sigma'_0 + q(t) - u}{\sigma'_0} \right)^{I_c(m-\alpha)} \left(\frac{\partial u}{\partial a} \right)^m \right\} = \\ \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial q(t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $C_{v0} = \frac{k_{v0} \sigma'_0}{\gamma_w I_c}$.

同理, $i \geq i_1$ 时, 软土一维大应变固结方程为:

$$\begin{aligned} C_{v0} \left(\frac{\sigma'_0 + q(t) - u}{\sigma'_0} \right)^{I_c+1} \times \\ \frac{\partial}{\partial a} \left\{ \left(\frac{\sigma'_0 + q(t) - u}{\sigma'_0} \right)^{-I_c\alpha} \right\} \end{aligned}$$

$$\left\{ \left[\left(\frac{\sigma'_0 + q(t) - u}{\sigma'_0} \right)^{l_e} \frac{\partial u}{\partial a} - \frac{\gamma_w i_1 (m-1)}{m} \right] \right\} = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial q(t)}{\partial t} \quad (15)$$

方程求解的初始条件:

$$u(a, 0) = q(t=0) \quad (16)$$

边界条件:

(上边界完全排水)

$$u(0, t) = 0 \quad (17)$$

(下边界完全不排水)

$$\frac{\partial u}{\partial a}(H, t) = 0 \quad (18)$$

1.2 大应变固结方程有限差分求解

有限差分法是岩土工程中常用的数值计算方法,其离散化的方式可以用于处理复杂的非线性的问题,并且,有限差分法较为直观,计算过程中精度高、稳定性较好,能满足工程要求.同时,其基本原理简单,易于编制程序,计算效率较高,故而本文使用有限差分法求解.

引入下列无量纲参数:

$$Z = \frac{a}{H}, G = \frac{\sigma'_0}{\sigma'_0}, Q_u = \frac{q_u}{\sigma'_0}, \\ Q = \frac{q(t)}{\sigma'_0}, U = \frac{u}{\sigma'_0}, T_v = \frac{c_{v0}t}{H^2}$$

则

$$i = \frac{\sigma'_0}{\gamma_w H} (G + Q - U)^{l_e} \frac{\partial U}{\partial Z} \quad (19)$$

将无量纲参数分别代入式(14)、(15),可得无量纲化的固结方程为:

$$A \frac{\partial}{\partial Z} \left(B \frac{\partial U}{\partial Z} \right) = \frac{\partial U}{\partial T_v} - \frac{\partial Q}{\partial T_v} \quad (20)$$

其中

$$A = \begin{cases} \frac{1}{(\gamma_w)^{m-1} m i_1^{m-1}} \left(\frac{\sigma'_0}{H} \right)^{m-1} (G + Q - U)^{l_e+1}, & i < i_1 \\ (G + Q - U)^{l_e+1}, & i \geq i_1 \end{cases} \quad (21)$$

$$B = \begin{cases} (G + Q - U)^{l_e(m-\alpha)} \left(\frac{\partial U}{\partial Z} \right)^{m-1}, & i < i_1 \\ (G + Q - U)^{-l_e\alpha} P, & i \geq i_1 \end{cases} \quad (22)$$

式中:

$$P = (G + Q - U)^{l_e} - \frac{\gamma_w i_1 (m-1)}{m} \left(\frac{\partial U}{\partial Z} \right)^{-1} \quad (23)$$

初始条件可表示为:

$$U(Z, 0) = Q(T_v = 0) \quad (24)$$

边界条件:

$$U(0, T_v) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial U}{\partial Z}(1, T_v) = 0 \quad (26)$$

在 $Z - T_v$ 平面内划分差分网格, ΔZ 与 ΔT_v 分别表示空间步长与时间步长, r 为空间节点 ($r = 0, 1, 2, \dots, n$), j 为时间节点 ($j = 0, 1, 2, \dots, k$), 通过在时间和空间上的离散,并进一步整理可得软土一维大应变固结方程为:

$$U_r^{j+1} = U_r^j + Q^{j+1} - Q^j + \frac{A_r^j \Delta T_v}{\Delta Z} \times \left(B_{r+1/2}^j \frac{U_{r+1}^j - U_r^j}{\Delta Z} - B_{r-1/2}^j \frac{U_r^j - U_{r-1}^j}{\Delta Z} \right) \quad (27)$$

式中:

$$A_r^j = \begin{cases} \frac{1}{(\gamma_w)^{m-1} m i_1^{m-1}} \left(\frac{\sigma'_0}{H} \right)^{m-1} (G + Q^j - U_r^j)^{l_e+1}, & r < r_1 \\ (G + Q^j - U_r^j)^{l_e+1}, & r \geq r_1 \end{cases} \quad (28)$$

$$B_{r+1/2}^j = \begin{cases} \left(G + Q^j - \frac{U_{r+1}^j + U_r^j}{2} \right)^{l_e(m-\alpha)} \left(\frac{U_{r+1}^j - U_r^j}{\Delta Z} \right)^{m-1}, & r < r_1 \\ \left(G + Q^j - \frac{U_{r+1}^j + U_r^j}{2} \right)^{-l_e\alpha} E, & r \geq r_1 \end{cases} \quad (29)$$

$$B_{r-1/2}^j = \begin{cases} \left(G + Q^j - \frac{U_r^j + U_{r-1}^j}{2} \right)^{l_e(m-\alpha)} \left(\frac{U_r^j - U_{r-1}^j}{\Delta Z} \right)^{m-1}, & r < r_1 \\ \left(G + Q^j - \frac{U_r^j + U_{r-1}^j}{2} \right)^{-l_e\alpha} F, & r \geq r_1 \end{cases} \quad (30)$$

其中

$$E = \left(G + Q^j - \frac{U_{r+1}^j + U_r^j}{2} \right)^{l_e} - \frac{\gamma_w i_1 (m-1)}{m} \left(\frac{U_{r+1}^j - U_r^j}{\Delta Z} \right)^{-1} \quad (31)$$

$$F = \left(G + Q^j - \frac{U_r^j + U_{r-1}^j}{2} \right)^{l_e} - \frac{\gamma_w r_1 (m-1)}{m} \left(\frac{U_r^j - U_{r-1}^j}{\Delta Z} \right)^{-1} \quad (32)$$

离散后的初始条件和边界条件分别为:

$$U_r^0 = Q^0; r = 1, 2, 3, \dots, n \quad (33)$$

$$U_0^j = 0; j = 1, 2, 3, \dots, k \quad (34)$$

$$U_{n+1}^j = U_{n-1}^j, j = 1, 2, 3, \dots, k \quad (35)$$

将式(34)代入固结方程,则上边界完全排水条件式为:

$$U_1^{j+1} = U_1^j + Q^{j+1} - Q^j + \frac{A_1^j \Delta T_v}{\Delta Z} \left(B_{3/2}^j \frac{U_2^j - U_1^j}{\Delta Z} - B_{1/2}^j \frac{U_1^j}{\Delta Z} \right) \quad (36)$$

将式(35)代入固结方程,则下边界完全不排水条件式为:

$$U_n^{j+1} = U_n^j - 2 \frac{A_n^j \Delta T_v}{\Delta Z} B_{n-1/2}^j \frac{U_n^j - U_{n-1}^j}{\Delta Z} + Q^{j+1} - Q^j \quad (37)$$

底部不存在渗流,可用达西定律代替计算,则式(37)可化为:

$$\begin{aligned} U_n^{j+1} &= U_n^j - 2 \left(G + Q^j - U_n^j \right)^{I_e+1} \times \\ &\quad \frac{\Delta T_v}{\Delta Z} \left(G + Q^j - \frac{U_n^j + U_{n-1}^j}{2} \right)^{I_e(1-\alpha)} \times \\ &\quad \frac{U_n^j - U_{n-1}^j}{\Delta Z} + Q^{j+1} - Q^j \end{aligned} \quad (38)$$

按孔压定义的平均固结度:

$$U_{pl} = \frac{1}{q_u H} \int_0^H (q(t) - u) da = \frac{q(t)}{q_u} - \frac{1}{q_u n} \sum_{r=0}^{n-1} \frac{u_r^j - u_{r+1}^j}{2} \quad (39)$$

代入无量纲参数:

$$U_{pl} = \frac{Q}{Q_u} - \frac{1}{Q_u n} \sum_{r=0}^{n-1} \frac{U_r^j + U_{r+1}^j}{2} \quad (40)$$

T_v 时刻土层发生的沉降为:

$$S_t = \int_0^H \frac{e_0 - e}{1 + e_0} da = \int_0^H 1 - \frac{1 + e}{1 + e_0} da = H - \int_0^H \left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'} \right)^{I_e} da \quad (41)$$

进一步展开:

$$S_t = H \left\{ 1 - \frac{1}{2n} \sum_{r=0}^{n-1} \left[\left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'_0 + q(t) - u_r^j} \right)^{I_e} + \left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'_0 + q(t) - u_{r+1}^j} \right)^{I_e} \right] \right\} \quad (42)$$

代入无量纲参数:

$$S_{T_v} = H \left\{ 1 - \frac{1}{2n} \sum_{r=0}^{n-1} \left[\left(\frac{1}{G + Q^j - U_r^j} \right)^{I_e} + \left(\frac{1}{G + Q^j - U_{r+1}^j} \right)^{I_e} \right] \right\} \quad (43)$$

土层发生的最终沉降为:

$$S_\infty = H - \int_0^H \left[\frac{(\sigma'_0 + q_u)}{\sigma'_0} \right]^{-I_e} da = H \left[1 - (G + Q_0)^{-I_e} \right] \quad (44)$$

按变形定义的平均固结度为:

$$U_{st} = \frac{S_{T_v}}{S_\infty} \quad (45)$$

2 大应变固结解验证

通过将本文有限差分解与相关解析解和试验数据进行对比,验证解法的可靠性以及在实际工程上的可行性。

2.1 与解析解对比分析

通过与仇超等^[13]提出的解析解进行对比,以验证本文差分数据的可靠性。仇超等基于双对数压缩渗透模型,建立了变荷载下软土一维大应变固结模型并得出解析解。因此,将本文课题退化为与其一致的课题($m=1, T_{vc}=0.05$)进行对比,土体计算所需参数如表1所示。

表1 土体计算所需参数

Tab.1 Parameters required for soil calculation

H/m	I_e	q_u/kPa	σ'_0/kPa	e_0
10.0	0.1	100.0	50.0	1.57

将 α 分别取10、12、15时的差分解与解析解对比,如图2所示,相同参数情况下,差分解与解析解基本重合,由此可见本文差分数据的可靠性。

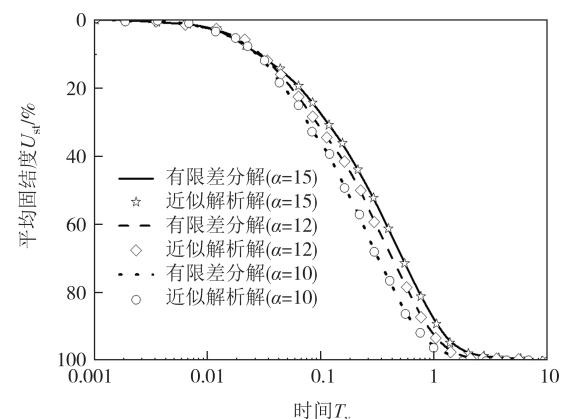


图2 本文解与仇超等^[13]提出解对比
Fig.2 Comparison of the solution presented in this paper with the solution proposed by Qiu et al^[13]

2.2 与室内试验对比分析

将本文有限差分解与裴竹松^[24]室内试验结果进行对比,进一步验证本文有限差分解在实际工程的可行性。

裴竹松利用GDS高级固结系统对洞庭湖区地下14 m处软土的固结性状进行分析,该土样的基本物理参数如表2所示。初始有效应力通过上覆土层平均自重应力确定,取 $\sigma'_0 = 55.23 \text{ kPa}$ 。

表2 土体基本物理参数

Tab.2 Basic physical parameters of soil

H/mm	$\omega/\%$	$\rho/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	e
20.0	34.4	1.789	0.96

试验为单面排水,加载方式为线性加载,加载速率为25 kPa/h,加载时长48 h后达到荷载最大值1 200 kPa。试验每小时记录施加荷载对应的孔隙比,根据裴竹松的试验数据,将有效应力及对应孔隙比在非线性模型下拟合,可得到该软土的压缩指数, $C_c = 0.3241$, $I_c = 0.098$ 。根据Tavenas等^[25]的经验公式: $C_k = 0.5e_0$,以及等量关系式^[26]: $\alpha = C_c/(I_c C_k)$,可计算得到该土样渗透模型参数 $\alpha = 6.89$ 。

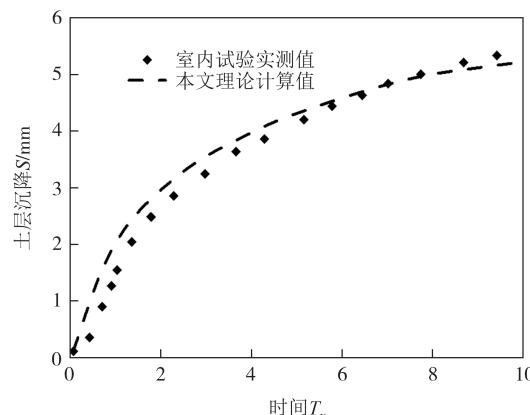
由于该试验没有考虑非达西渗流的影响,因此将本文课题同样退化为达西渗流($m=1$),其余计算参数如表3所示。

表3 根据试验确定的计算参数

Tab.3 Calculation parameters determined by testing

H/mm	I_c	α	σ'_0/kPa	$k_{s0}/(10^{-9}\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
20.0	0.098	6.89	55.23	0.396

本文有限差分解与室内试验实测沉降曲线如图3所示,可以看出有限差分解与试验实测值基本吻合,然而理论计算值沉降速率略快于实测值,这种现象可能是由理论计算中考虑的完全排水边界过于理想以及土中存在的非达西渗流造成的。因此,可以验证本文有限差分解在实际工程的可行性。

图3 本文解与裴竹松室内试验结果^[24]对比Fig.3 Comparison of the solution presented in this paper with Pei's indoor test results^[24]

3 参数分析

下面通过控制变量法分别对施工荷载、循环荷载以及指数荷载下软土固结进行参数分析。由于 I_c 、 α 、 m 、 i_1 在任意荷载下对软土固结性状的影响均类似,因此对循环荷载及指数荷载下 I_c 、 α 、 m 、 i_1 的影响不做过深分析,仅分析循环荷载下加载周期 T_f 及指数荷载下指数荷载参数 B 对软土固结的影响。

3.1 施工荷载

施工荷载及其无量纲化后的形式分别为:

$$q(t) = \begin{cases} \frac{t}{t_c} q_u, & t < t_c \\ q_u, & t \geq t_c \end{cases} \quad (46)$$

$$Q(T_v) = \begin{cases} \frac{T_v}{T_{vc}} Q_u, & T_v < T_{vc} \\ Q_u, & T_v \geq T_{vc} \end{cases} \quad (47)$$

计算取 $H=5.0 \text{ m}$, $I_c=0.118$, $\alpha=10.475$, $\sigma'_0=10.0 \text{ kPa}$, $\gamma_w=10.0 \text{ kN/m}^3$, $q_u=100 \text{ kPa}$, $m=1.25$, $i_1=2.5$, $T_{vc}=0.5$ 。

3.1.1 压缩指数 I_c 与渗透模型参数 α

分别取 $\alpha=15$, $I_c=0.1$ 、 0.125 、 0.15 和 $I_c=0.15$, $\alpha=9$ 、 12 、 15 ,分析压缩指数 I_c 与渗透模型参数 α 对超静孔隙水压、土层沉降以及平均固结度的影响。

图4(a)反映的是压缩指数 I_c 和渗透模型参数 α 对超静孔隙水压的影响。从图中可知,压缩指数 I_c 和渗透模型参数 α 越大,超静孔隙水压力越大,说明超静孔隙水压消散速率随着压缩指数 I_c 和渗透模型参数 α 的增大而减小。图4(b)、(c)反映的是压缩指数 I_c 和渗透模型参数 α 对土层沉降与平均固结度的影响。可以看出,压缩指数 I_c 和渗透模型参数 α 越大,平均固结度越小,并且由于软土固结沉降的最终沉降量只与压缩指数 I_c 的大小相关,故压缩指数 I_c 越大,固结完成后的最终沉降量越大,而不同渗透模型参数 α 下最终沉降量趋于一致。

3.1.2 非达西参数 m 与 i_1

分别取 $i_1=15$, $m=1$ 、 1.25 、 1.5 和 $m=1.25$, $i_1=0.5$ 、 2.5 、 5.0 、 15.0 ,分析非达西参数 m 与 i_1 对超静孔隙水压、土层沉降以及平均固结度的影响。

图5反映的是非达西参数 m 与 i_1 对土层固结性状的影响,图中所展现出的规律与李传勋等^[21]一致:

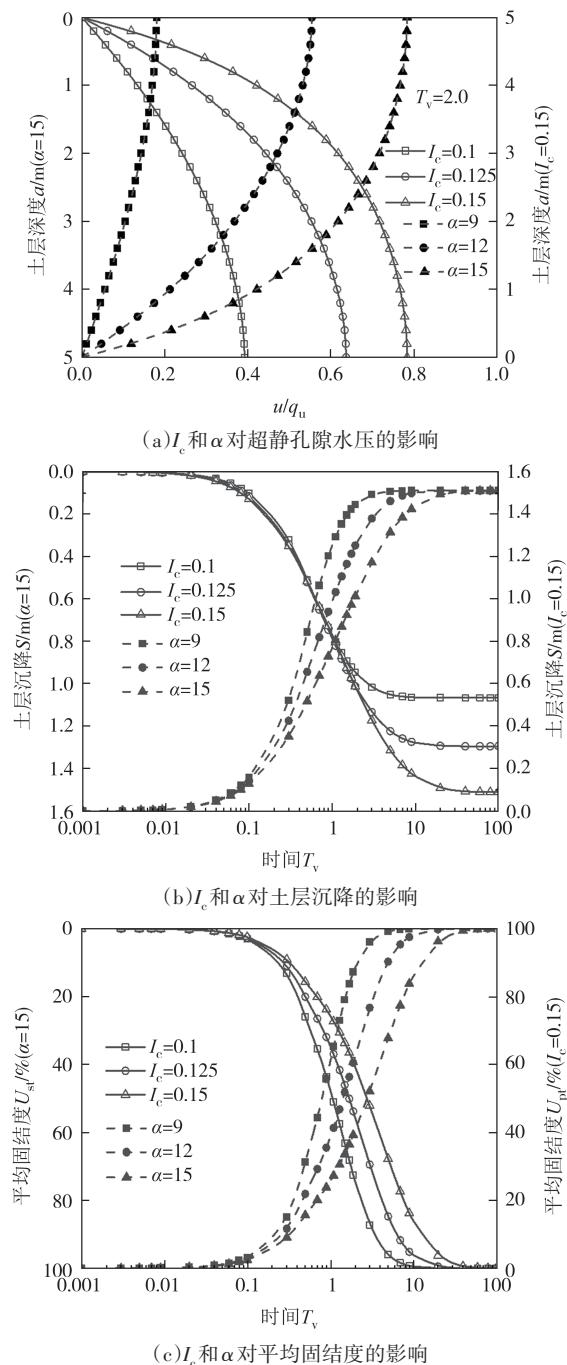


图4 压缩指数和渗透模型参数对土层固结性状的影响
Fig.4 Influence of the compression index and permeability model parameters on the consolidation behavior of soil layers

非达西流动相较于达西流动($m=1$)在软土固结沉降上表现出明显的滞后现象,此现象与非达西参数 m 和 i_1 的大小直接相关,非达西参数 m 和 i_1 越大,在相同固结时刻,土层沉降及平均固结度越小,达到最终沉降值所需的时间越长。不同非达西参数下沉降曲线在固结前期较为接近,到达固结中期时差距比较显著,而无论非达西参数如何变化,所有情况下的软土层均趋向于相同的最终沉降值。由此可以看出,

非达西渗流效应主要对固结中期产生显著影响,而对整个固结过程的最终结果没有决定性作用。

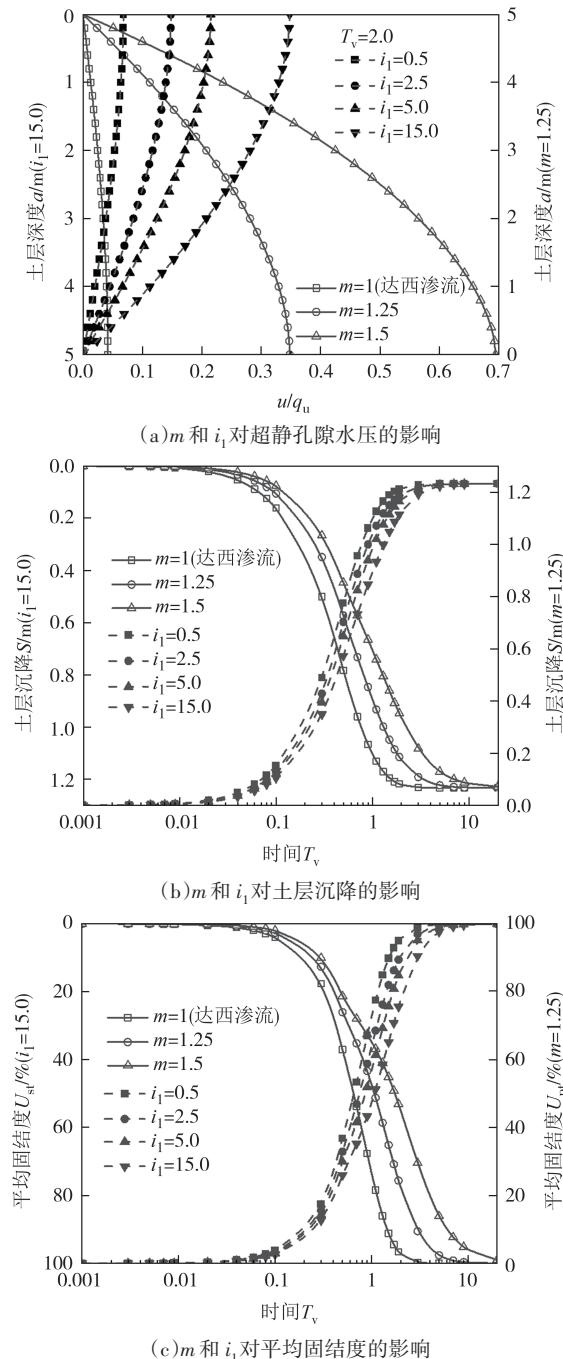


图5 非达西参数对土层固结性状的影响
Fig.5 Influence of non-Darcy parameters on the consolidation behavior of soil layers

取加载历时 $T_{vc}=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0$, 分析加载历时 T_{vc} 对土层底部超静孔隙水压、土层沉降以及平均固结度的影响。

施工荷载的加载历时是影响施工工期的关键参数,图6反映了加载历时 T_{vc} 对土层固结性状的影响。

3.1.3 加载历时 T_{vc}

取加载历时 $T_{vc}=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0$, 分析加载历时 T_{vc} 对土层底部超静孔隙水压、土层沉降以及平均固结度的影响。

施工荷载的加载历时是影响施工工期的关键参数,图6反映了加载历时 T_{vc} 对土层固结性状的影响。

加载历时反映的是施工荷载从初始值达到最终值所需要的时间,因此 T_{vc} 越大,荷载加载速率越慢。从图中可以看出, T_{vc} 的大小对软土层底部孔隙水压力的积累和消散有较大的影响,具体表现为: T_{vc} 越大,土层中超静孔隙水压到达峰值的时间越晚,峰值越低,消散速率越快。同时,随着 T_{vc} 的增大,相同固结时刻下土层的沉降量和固结度也随之减小。

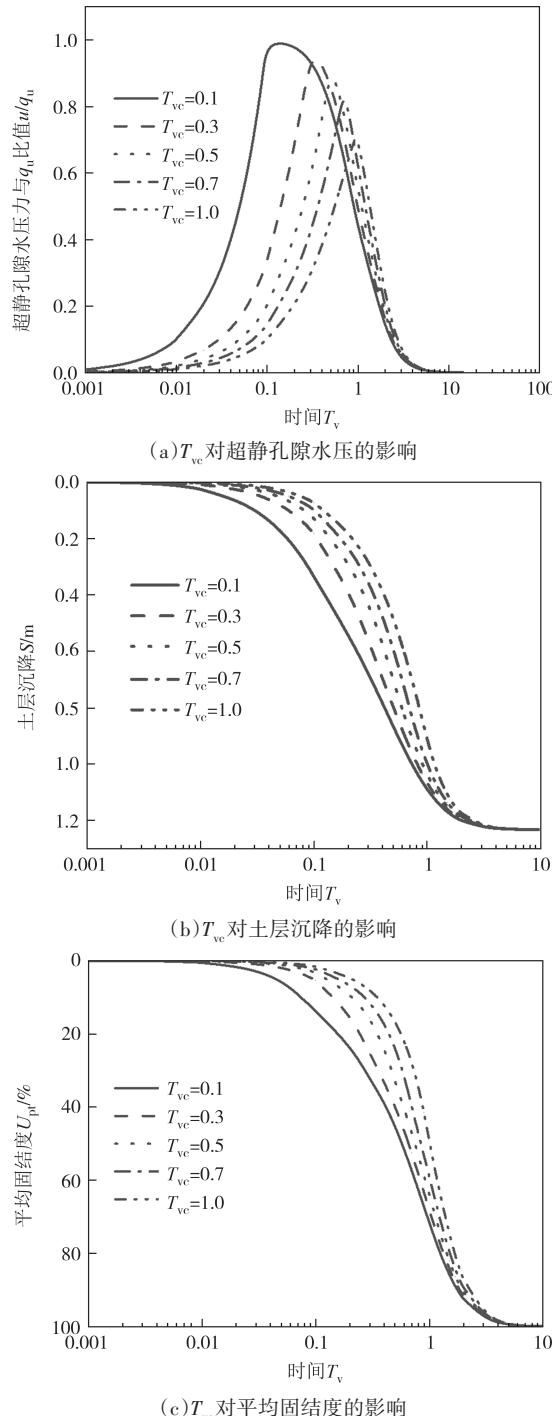


图6 加载历时对上层固结性状的影响

Fig.6 Influence of loading duration on the consolidation behavior of soil layers

通过分析沉降曲线、超静孔隙水压力消散曲线以及固结度曲线可以发现,在固结初期,加载历时的不同导致这些曲线存在较大差异。但随着固结的进行,尤其是进入中后期,加载历时的不同产生的影响减弱,各曲线逐渐趋于一致。可见,相较于固结中后期,加载历时对固结前期的影响更为显著。因此,在实际工程中,通过调整加载历时,可以有效地控制土层的沉降速率和平均固结度,以保障施工安全和工程质量。

3.2 循环荷载

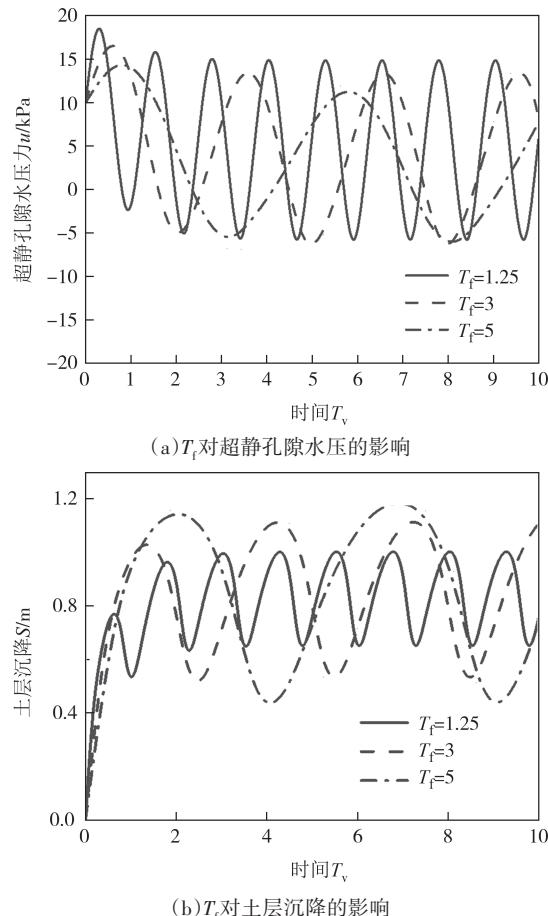
循环荷载及其无量纲化后的形式分别为:

$$q(t) = q_u(1 + \sin \omega t) \quad (48)$$

$$Q(T_v) = Q_u \left(1 + \sin \frac{2\pi}{T_f} T_v\right) \quad (49)$$

式中: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, T 为周期, T_f 为循环荷载加载周期。

计算取 $H=5.0$ m, $I_c=0.1$, $\alpha=15.0$, $\sigma'_0=10.0$ kPa, $\gamma_w=10.0$ kN/m³, $q_u=100$ kPa, $m=1.25$, $i_1=2.5$,分别取加载周期 $T_f=1.25$ 、3、5,分析加载周期 T_f 对土层沉降、土层底部超静孔隙水压以及平均固结度的影响,结果如图7所示。



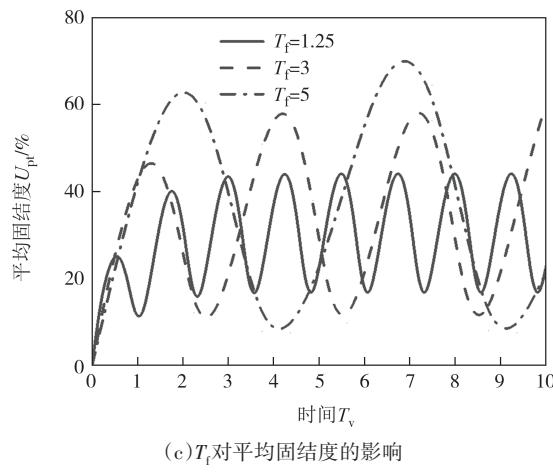
(c) T_f 对平均固结度的影响

图 7 加载周期对土层固结性状的影响

Fig.7 Influence of cyclic loading frequency on the consolidation behavior of soil layers

从图 7 中可以看出,循环荷载下土层固结的性状与荷载的加载周期关系十分密切。循环荷载下软土的固结性状呈现出明显的周期性,且随着加载周期增大,超静孔隙水压力 u 、沉降量 S 、平均固结度 U_{pt} 的循环周期逐渐增大,同时, S 与 U_{pt} 的振幅以及波峰值变大,而 u 的振幅以及波峰值变小,说明加载周期越长,土层孔隙水消散速率以及沉降速率越快,土层到达最终沉降所需要的时间越短。

3.3 指数荷载

指数荷载及其无量纲化后的形式分别为:

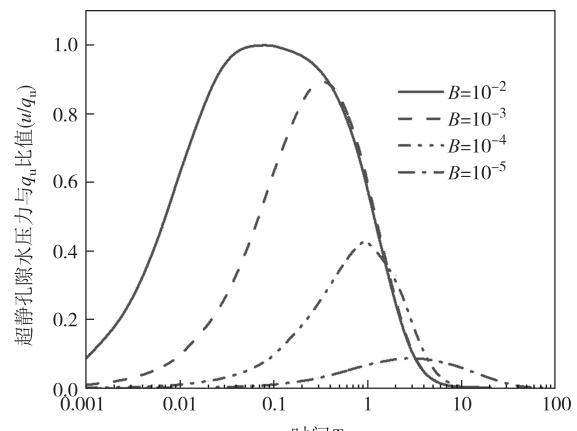
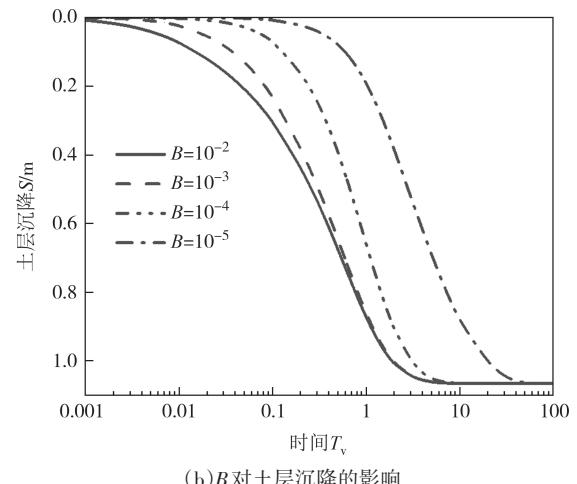
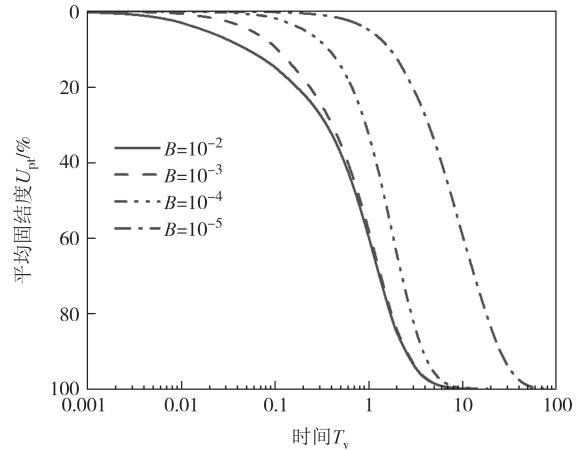
$$q(t) = q_u - q_u e^{-Dt} \quad (50)$$

$$Q(T_v) = Q_u - Q_u e^{-BT_v} \quad (51)$$

式中: D 为指数荷载参数; B 为无量纲化的指数荷载参数,取值为 $\frac{H^2 D}{C_{v0}}$ 。

计算取 $H=5.0$ m, $I_c=0.1$, $\alpha=15.0$, $\sigma'_0=10.0$ kPa, $\gamma_w=10.0$ kN/m³, $q_u=100$ kPa, $m=1.25$, $i_t=0.5$, 分别取指数荷载参数 $B=10^{-2}$ 、 10^{-3} 、 10^{-4} 、 10^{-5} , 分析指数荷载参数 B 对土层底部超静孔隙水压、土层沉降以及平均固结度的影响,结果如图 8 所示。

指数荷载参数 B 直接影响荷载参数第二项 $Q_u e^{-BT_v}$ 为 0 所需要的时间,因此 B 越小,指数荷载加载到最大值所需要的时间越长,即加载历时 T_{vc} 越大。从图 8 可以看出,随着 B 的减小,软土层底部孔隙水压力积累速度越慢,孔隙水压力的峰值越小且峰值出现的时间越晚,沉降的速率也越低,到达最终沉降量所需要的时间越长且最终沉降量相同。与施工荷载的 T_{vc} 不同的是, B 对软土固结的前中后期都有较大的影响。

(a) B 对超静孔隙水压的影响(b) B 对土层沉降的影响(c) B 对平均固结度的影响图 8 指数荷载参数 B 对土层固结性状的影响Fig.8 Influence of exponential loading parameters B on the consolidation behavior of soil layers

4 结论

本文基于 Butterfield^[10]、谢康和等^[12]提出的双对数压缩、渗透模型,建立了任意荷载下考虑非达西渗

流的一维非线性大应变固结体系，并通过退化与相关数据结果的对比，验证了解的有效性。最后，通过算例分析探究了模型参数对固结过程的影响，得出以下结论：

1)压缩指数(I_c)和渗透模型参数(α)越大，平均固结度越小，但软土固结沉降的最终沉降量只与 I_c 的大小相关。

2)非达西参数(m 、 i_1)越大，在固结过程中的相同时刻下土层的沉降就越小，即软土层固结沉降过程中达到最终沉降值所需要的时间越长。

3)施工荷载与指数荷载的加载历时(T_{vc})越大，加载速率越慢，软土层底部超静孔隙水压力消散越慢，土层的沉降与平均固结度越小。

4)循环荷载下的超静孔隙水压、土层沉降以及平均固结度呈现周期性。且循环荷载的加载周期(T_f)越长，软土层底部超静孔隙水压力消散越快，到达最终沉降所需要的时间越短。

参考文献

- [1] WEBER W G. Performance of embankments constructed over peat[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1969, 95(1):53–76.
- [2] HANSBO S. Consolidation of clay with special reference to influence of vertical sand drains [C]//Swedish Geotechnical Institute Proceeding. Stockholm: Swedish Geotechnical Institute, 1960: 45–50.
- [3] SWARTZENDRUBER D. Modification of Darcy's law for the flow of water in soils[J]. Soil Science, 1962, 93(1):22–29.
- [4] DAVIS E H, RAYMOND G P. A non-linear theory of consolidation[J]. Géotechnique, 1965, 15(2):161–173.
- [5] 吴思恩, 罗文强, 李寅灿, 等. 连续排水边界下考虑变荷载的软土一维非线性固结分析[J]. 岩土力学, 2022, 43(6): 1503–1512.
- WU S S, LUO W Q, LI Y C, et al. Analysis of one-dimensional nonlinear consolidation of soft soil considering time-dependent loading with continuous drainage boundary [J]. Rock and Soil Mechanics, 2022, 43(6):1503–1512. (in Chinese)
- [6] KIM P, KIM H S, PAK C U, et al. Analytical solution for one-dimensional nonlinear consolidation of saturated multi-layered soil under time-dependent loading [J]. Journal of Ocean Engineering and Science, 2021, 6(1):21–29.
- [7] ZONG M F, TIAN Y, LIANG R Z, et al. One-dimensional nonlinear consolidation analysis of soil with continuous drainage boundary[J]. Journal of Central South University, 2022, 29(1): 270–281.
- [8] MESRI G, ROKHSAR A. Theory of consolidation for clays [J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1974, 100(8): 889–904.
- [9] 冯霞, 宗梦繁, 田乙, 等. 考虑边界排水时间效应的软土一维非线性固结近似解答[J]. 工程力学, 2023, 40(1):100–110.
- FENG X, ZONG M F, TIAN Y, et al. Approximate solution for one-dimensional nonlinear consolidation theory of soil considering the time effect of boundary drainage[J]. Engineering Mechanics, 2023, 40(1):100–110. (in Chinese)
- [10] BUTTERFIELD R. A natural compression law for soils (an advance on $e-\log p'$)[J]. Géotechnique, 1979, 29(4):469–480.
- [11] KIM P, RI K S, KIM Y G, et al. Nonlinear consolidation analysis of a saturated clay layer with variable compressibility and permeability under various cyclic loadings [J]. International Journal of Geomechanics, 2020, 20(8): 04020111.
- [12] 谢康和, 齐添, 胡安峰, 等. 基于GDS的黏土非线性渗透特性试验研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(2): 420–424.
- XIE K H, QI T, HU A F, et al. Experimental study on nonlinear permeability characteristics of Xiaoshan clay [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(2):420–424. (in Chinese)
- [13] 仇超, 李传勋, 李红军. 单级等速加载下高压缩性软土非线性大应变固结解析解[J]. 岩土力学, 2021, 42(8):2195–2206.
- QIU C, LI C X, LI H J. Analytical solutions for one-dimensional nonlinear large-strain consolidation of high compressible soil under a ramp loading [J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, 42(8): 2195–2206. (in Chinese)
- [14] 江文豪, 冯晨, 李江山. 饱和黏土一维非线性固结与热传导耦合模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2023, 42(10):2588–2600.
- JIANG W H, FENG C, LI J S. Coupled model for one-dimensional nonlinear consolidation and heat conduction in saturated clay [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2023, 42(10):2588–2600. (in Chinese)
- [15] 江文豪, 李江山, 冯晨. 考虑力学-化学荷载下压实黏土垫层中一维非线性固结与污染物运移耦合模型[J]. 岩土工程学报, 2023, 45(11):2289–2298.
- JIANG W H, LI J S, FENG C. Coupled model for one-dimensional nonlinear consolidation and contaminant transport in a compacted clay liner considering mechanical-chemical loading [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, 45(11): 2289–2298. (in Chinese)
- [16] SLEPICKA F. Contribution to the solution of the filtration law[C]//International Union of Geodesy and Geophysics. Finland:

- Commission of Subterranean Waters, 1960: 245–258.
- [17] ZONG M F, ZHANG J, WU W B, et al. Semi-analytical solution for one-dimensional consolidation of multi-layered soil considering non-Darcian flow and multi-stage loading under continuous drainage boundary [J]. Computers and Geotechnics, 2024, 169: 106192.
- [18] ZONG M F, WU W B, EL NAGGAR M H, et al. Analysis of one-dimensional consolidation for double-layered soil with non-darcian flow based on continuous drainage boundary [J]. International Journal of Geomechanics, 2023, 23(3): 04022306.
- [19] ZHU B H, SHI G, WEI Z H. One-dimensional nonlinear consolidation analysis using hansbo's flow model and rebound-recompression characteristics of soil under cyclic loading [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2021, 2021(1): 9919203.
- [20] CUI P L, LIU Z Y, ZHANG J C, et al. Analysis of one-dimensional rheological consolidation of double-layered soil with fractional derivative Merchant model and non-Darcian flow described by non-Newtonian index [J]. Journal of Central South University, 2021, 28(1): 284–296.
- [21] 李传勋, 谢康和. 考虑非达西渗流和变荷载影响的软土大变形固结分析[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(6): 1002–1009.
LI C X, XIE K H. Large-strain consolidation of soft clay with non-Darcian flow by considering time-dependent load [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37 (6) : 1002–1009. (in Chinese)
- [22] GIBSON R E, SCHIFFMAN R L, CARGILL K W. The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays II , Finite nonlinear consolidation of thick homogeneous layers [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1981, 18(2): 280–293.
- [23] XIE K H, LEO C J. Analytical solutions of one-dimensional large strain consolidation of saturated and homogeneous clays [J]. Computers and Geotechnics, 2004, 31(4): 301–314.
- [24] 裴竹松. 洞庭湖区软土固结特性研究[D]. 湘潭:湖南科技大学, 2017.
- PEI Z S. Study on consolidation characteristics of soft clay in Dongting lake area [D]. Xiangtan: Hunan University of Science and Technology, 2017. (in Chinese)
- [25] TAVENAS F, JEAN P, LEBLOND P, et al. The permeability of natural soft clays. Part II: Permeability characteristics [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1983, 20(4): 645–660.
- [26] 李传勋, 仇超. 高压缩性软土一维非线性大应变固结解析解[J]. 岩石力学与工程学报, 2021, 40(11): 2344–2356.
LI C X, QIU C. An analytical solution for one-dimensional nonlinear large-strain consolidation of soft clay with high compressibility [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2021, 40(11): 2344–2356. (in Chinese)